

**யொதுச் சடப்பொருள் இயல்புகள்**





# பட்டப் பெளதிகம்

பகுதி I

பொதுச் சடம்பொருள் இயல்புகள்

ஆக்கியோன் :

சி. ஜே. சிமிது

Ph.D., M.Sc., A.R.C.S., F. Inst. P.

பௌதிக ஆய் கூடங்களின் உதவிப் பணிப்பாளரும்  
லண்டன் பல்கலைக்கழகத்து நேயல் ஹொலவேயக் கல்லூரிச்  
சிரேட்ட பெளதிக விரிவுரையாளரும்

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்திற்காக  
இலங்கை அரசாங்க அச்சாளர் திணைக்களத்திற் பதிப்பிக்கப்பட்டது.

முதற் பதிப்பு 1971

பதிப்புரிமை பெற்றது

**GENERAL PROPERTIES OF MATTER**

*by*

**C. J. SMITH**

*Copyright by*

**MESSRS. EDWARD ARNOLD (PUBLISHERS) LTD.,  
LONDON**

*Translated and Published in Ceylon*

*by*

**THE EDUCATIONAL PUBLICATIONS DEPARTMENT**

*by arrangement with*

**MESSRS. EDWARD ARNOLD (PUBLISHERS) LTD.,  
LONDON**

லண்டன், வரைவுற்ற எட்வர்ட் ஆணல்ட் (பிரகரிப்பாளர்) இசைவுடன்,  
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்தால் வெளியிடப்பட்டது.

## முன்னுரை

இது சி. ஜே. சிமிது என்பவர் எழுதிய “The General Properties of Matter” என்னும் ஆங்கில நூலின் மொழிபெயர்ப்பாகும்.

பி. எஸ்சி. பொதுப் பட்டத்துக்குத் தோற்றும் மாணவர்க்கு வழக்கமாகத் தேவைப்படுவதிலும் சற்று அதிகமான பாடத்திட்டத்தை இது அடக்குகின்றது. இது, பௌதிகத்தின் அடிப்படைகளை ஊடுருவி ஆராயவேண்டிய தேவைகளை உண்மையிற் பூர்த்தி செய்கின்றது. அத்துடன், முதலாண்டுச் சிறப்புப் பயிற்சிநெறியில் வழக்கமாகப் பயிற்றப்படும் இப்பௌதிகப் பிரிவை அடக்குவதாகவும் காணப்படுகின்றது.

ஒவ்வோர் அத்தியாய முடிவிலும் எண் சம்பந்தப்பட்ட ஒரு தொடை வினாக்களை இந்நூல் கொண்டது. இவ்வினாக்கள் யாவும் லண்டன் பல்கலைக்கழகத் தேர்வுகளுக்குரியவை. பௌதிக அடிப்படைகளைக் கசடற நன்கு மாணவர் புரிந்து கொள்ளுமாறு உதவ, எண்கொண்ட கணக்குகளுக்குத் தீர்வுகள் தரப்பட்டுள்ளன.

இலங்கைப் பல்கலைக்கழகத்துப் பேராசிரியராகிய ஆ. வி. மயில்வாகனம் பி. எஸ்சி., எம். ஏ., பிஎச். டி. அவர்கள் இந்நூலை மொழிபெயர்த்துள்ளார். அவர் ஒத்துழைத்து உதவியமைக்கு இத்திணைக்களம் என்றும் நன்றி பாராட்டும்.

வ. ஆ. ஐயவர்த்தன,  
கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர்.

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்,  
“சிறீமதிபாயா,”

58, சேர் ஏனெஸ்டர் டி சில்வா மாவத்தை,  
கொழும்பு 3.

## පෙරවදන

මේ පොත සී. ජේ. ස්මිත් විසින් ඉංග්‍රීසියෙන් ලියන ලද “The General Properties of Matter” නම් ග්‍රන්ථයේ දෙමළ පරිවර්තනයයි.

මෙහි විෂය ප්‍රමාණය බී. එස්සී. සාමාන්‍ය උපාධියක් සඳහා භෞතික විද්‍යාව හදාරන ශිෂ්‍යයන්ට සාමාන්‍යයෙන් වුවමනා වන විෂය ප්‍රමාණයට මඳක් වැඩි ය. ඇත්ත වශයෙන් ම මේ පොතෙන් භෞතික විද්‍යාවේ මූලික සිද්ධාන්ත පිළිබඳ පුළුල් දැනුමක් සැපයෙති යි අපේක්ෂා කරනු ලැබෙයි. තවද භෞතික විද්‍යාවේ මේ ශාඛාව යටතේ ගෞරව උපාධි පාඨමාලාවෙක පළමු වැනි වර්ෂය තුළ දී සාමාන්‍යයෙන් සලකා බැලෙන කරුණු බොහොමයක් ද මීට ඇතුළත් වෙයි.

මේ පොතේ එක් එක් පරිච්ඡේදය අවසානයේ ප්‍රශ්න මාලාවක් ද ඇතුළත් වෙයි. මේවා ප්‍රධාන වශයෙන් ම ලන්ඩන් විශ්ව විද්‍යාලීය විභාගවලින් ගත් සංඛ්‍යාත්මක ගැටලුයි. යෙදෙන මූලධර්ම මැනවින් වටහා ගැනීමෙහි ලා සිසුන්ට සහාය වනු වස් සංඛ්‍යාත්මක ගැටලුවල විසඳුම් ද දී ඇත.

මේ පරිවර්තනය සපයා දීමෙන් දක්වන ලද අනුග්‍රහය ගැන මහාචාර්ය ඒ. ඩබ්ලිව්. මයිල්වාගනම් බී. එස්සී., එම්. ඒ., පීඑච්. ඩී. මහතාට දෙපාර්තමේන්තුවේ කෘතඥතාව හිමිවෙයි.

ව. ආනන්ද ජයවර්ධන,  
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස්.

කොළඹ 3,  
ශ්‍රීමත් අර්නස්ට් ද සිල්වා මාවතේ අංක 58 හි  
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ දී ය.

## நூன்முகம்

“பட்டப் பௌதிகம்” என்ற தலைப்பில் வெளியிடும் ஒரு தொடர் பாடநூல்களில் முதற் நெடுகுதியின் இந்த இரண்டாம் பதிப்பினை மாணவர்க்கு நான் வழங்குகையில், தற்போது வழக்கற்றுப் போயினவெனக் கருதப்பெறும் பல விடயங்களை நீக்கி ஈர்ப்புத் தொடர்பாகத் தற்கால ஆய்வு பற்றி முழு விபரந்தரும் வாய்ப்பு எனக்கு ஏற்பட்டுள்ளது. அன்றியும் விறைப்பான பொருள்களின் இயக்கம் பற்றியும் அலைவுகள் பற்றியும் ஆராய்கையில் சக்திக் காப்புக் கோட்பாடு அதிகம் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. பரப்பிழவை பற்றிய அத்தியாயத்தில் இக்கணியத்தைத் திருத்தமாகத் துணிவதற்குப் புதிய முறைகள் ஆராயப்பட்டிருப்பதுடன் சக்திக் கோட்பாட்டிலிருந்து சில அடிப்படைச் சூத்திரங்கள் பெறப்பட்டுமுள்ளன. நீரியல் பற்றிய சில ஆய்வுகளைப் புகுத்தியமையினால், பிசுபிசுப்புப் பற்றிய பழைய அத்தியாயம் இரண்டாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒன்று பிசுபிசுப்புப் பற்றியது. இது முற்றாக மீளவாயப்பட்டுள்ளது. மற்றது நீரியல், நியூற்றன அல்லாத திரவங்கள் பற்றியது. இவ்விறுதி அத்தியாயத்தில் பிற்றே குழாயின் பயன் வற்புறுத்தப்பட்டுள்ளது.

பி. எஸ்சி. பொதுப் பட்டத்துக்குத் தோற்றும் மாணவர்க்கு வழக்கமாகத் தேவைப்படுவதிலும் சற்று அதிகமான பாடத்திட்டத்தை இது அடக்குகின்றது. பௌதிகத்தின் அடிப்படைகளை ஊடுருவி ஆராய விரும்புவோரின் தேவைகளை உண்மையாய் பூர்த்திசெய்யுமாறு இந்நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது. ஆகவே, இது முதலாண்டுச் சிறப்புப் பயிற்சிநெறியில் வழக்கமாகப் பயிற்றப்படும் இப்பௌதிகப் பிரிவை அடக்குவதாகக் காணப்படும்.

இம்முதலாந் தொகுதி, வழக்கமாக “பொதுப் பௌதிகம்” என்ற தலைப்பின்கீழ்க் காணப்படும் நன்கு வரையறுக்காதவொரு விடயத் தொகுதியின் அடிப்படைப் பிரிவுகளை ஆராய்கின்றது. ஆனால், பரிமாணக் கொள்கை உட்பட்ட மிகவும் ஆரம்பமான பிரிவுகள் எனது “இடைத்தரப் பௌதிகம்” என்னும் நூலில் ஆராயப்பட்டுள்ளமையால் இங்கு விடப்பட்டுள்ளன. தற்போதைய நூலில் இது I. P. எனக் குறிப்பிடப்படும்.

எழுத்துக் கூட்டுவதைப் பொறுத்த மட்டில், ஒக்ஸ்போட் அகராதியைப் பின்பற்றி, சொல்லாக்க முறைப்படி திருத்தமான எழுத்துக்கூட்டிலக்கையாண்டுள்ளேன். குறியீடுகளின் தெரிவைப் பொறுத்தவரையில், தோற்றும் ஒவ்வொரு கணியத்துக்கும் ஒவ்வொரு குறியீடாக உபயோகிக்கப் போதிய குறியீடுகளில்லை. காலத்துக்குக் காலம் விதந்துரைக்கப்படும் குறியீட்டுப் பட்டியல்கள் காலப்போக்கில் மாறுவதாகக் காணப்படுவதுடன், அவை முக்கியமாக விஞ்ஞானச் சஞ்சிகைகளில் வெளியிடும் கட்டுரைகளுக்குப் பயன்படுவதற்காகவே உள்ளன. கல்வியுலகில், மேலும் பல குறியீடுகள்

தேவைப்படும். சஞ்சிகையொன்றில் ஒரு குறிப்பிட்ட தேவைக்கு ஒரு குறித்த குறியீடு தேவைப்பட்டாலும், வகுப்பறையில் அதே குறியீடு முற்றும் வேறுபட்டவொரு கணியத்தைக் குறித்தற்கு நன்கு பயன்படுத்தப்பெறும். ஒரு குறியீட்டைக் கையாளுகையில் அதனைத் தெளிவாக வரையறுக்க வேண்டுமென்பது முக்கியம், பின்னர், எழுத்தாளர் நூலாசிரியராகவோ தேர்வாளராகவோ ஒரு தேர்வில் அபேட்சகராகவோ எவ்வாறிருப்பினும் குறியீடு அவரது தெரிவுக்கு விடப்பட வேண்டும்.

குறிப்பாக, குறிப்பீடு பற்றி ஆராய்கையில், நீண்ட பரிசீலனையின் பின்னர் ஈர்ப்பு மாறிலிக்கு  $G$  யிலும் பார்க்க  $\gamma$  எனும் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தத் தீர்மானித்தேன். இந்நடைமுறையைப் புலிப்பெளதிக, கணித அறிஞர் ஏற்பெனினும் பெளதிக அறிஞர் ஏற்கமாட்டார். இந்நடைமுறை காரணமாக, மின், காந்தப் புலங்கள் தொடர்பாக  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  எனபன பயன்பட்டதுபோன்று  $\vec{G}$  ஓர் ஈர்ப்புப் புலத்தின் வலிமையை வரையறுக்கின்றது. அன்றியும் ஈர்ப்பு அழுத்தமானது புலத்துக்கு எதிராகச் செய்யப் பெறும் வேலையில் வரையறுக்கப்படும். இது நிலைமின்னியலிலும் காந்தவியலிலும் பயன்படுத்திய முறைகளோடு இசைகின்றது. ஈர்ப்புப் புலக் கொள்கையில் இந்நடைமுறை மாற்றப்படுதற்கான அடிப்படைக் காரணமெதுவும் இல்லை.

இத்தொடர் நூல்களிலெங்கும் நான் காவிகளைக் கையாளத் தவறவில்லை. இதன் காரணமாக, அவற்றை மாணவர்க்குக் கணித ஏற்பாட்டிற் புகுத்தியுள்ளேன். எனினும், எழுதவும் அச்சிடவும் கூடியவொரு குறிப்பீட்டையே கையாண்டுள்ளேன்.

இப்பாடத்தின் பல்வேறு பிரிவுகளையும் ஆராய்கையில், நான் ஒரு வரலாற்றுப் பின்னணியைப் பேண முயன்றுள்ளேன். அங்கு குறிப்பிட்ட மெய்ம்மைகள் உடன் பேறெதனையுந் தராவெனினும் முன்னைய பெளதிக ஆராய்ச்சியாளர்க்கு ஏற்பட்ட சில இடர்ப்பாடுகளைத் தெளிவுபடுத்தும். தற்கால ஆராய்ச்சியைப் பொறுத்தளவில் அடிப்படைக் கோட்பாடுகளை விளங்கிக் கொள்வதற்கு அண்மைய முறைகள் அவசியமில்லையாதலின் அவைபற்றி எல்லா இடங்களிலும் குறிப்பிடவில்லை. மாணவர் முற்றிய அறிவைப் பெற்றதும் தற்கால ஆராய்ச்சி பற்றி அறிதல் சிறப்புடைத்து. பாட விடயங்களின் தெரிவானது பல்வேறு பல்கலைக்கழகங்களின் தேர்வுப் பாடத்திட்டங்களை ஓரளவு பொறுத்தது. எனினும் மிகப்பல இடங்களில், தற்காலத்துக்கேற்பச் சுவையான பாடப் பகுதிகளை முழுமையாக ஆராய்ந்துள்ளேன். இத்தகையவொரு நூலில் விவாதிக்க வேண்டிய விடயங்கள் பற்றி நூலாசிரியர்களிடையே உடன்பாடு ஏற்படலரிது. இப்போதுள்ள பாடத் தெரிவை மிகப்பலர் விரும்புவரென எதிர்பார்க்கின்றேன்.

ஒவ்வோர் அத்தியாய முடிவிலும் எண் சம்பந்தப்பட்ட ஒரு தொடை வினாக்கள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுட்கில லண்டன் பல்கலைக்கழகத் தேர்வுகளுக்கெனத் குயாரிக்கப்பட்டவை. அவற்றைப் பிரசுரிக்க

அனுமதியளித்தமைக்குப் பல்கலைக்கழக ஆட்சிக்குழுவுக்கு என் நன்றி உரியது. குறிப்பிட்ட இவ்வினாக்கள் பொது, சிறப்பு வினாத்தாள்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்டமையைக் குறிக்க முறையே G, S என்னும் எழுத்துக்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன. என்கொண்ட கணக்குகளை மாணவர் தீர்த்தல் பௌதிகப் பயிற்சிநெறியில் முக்கியமானதென நான் கருதுகின்றேன். மாணவர்க்கு உதவ, தீர்வுகள் தரப்பட்டுள். எவ்வளவுதான் கவனமாக இருப்பினும் ஆசிரியனுக்குத் தெரியாமலே பிழைகள் நூலில் நுழைந்து விடுகின்றன என்பதைப் பலகால அனுபவ வாயிலாக நான் அறிவேன் எனினும் இதில் அத்தகைய பிழைகள் சிலதான் இருக்குமென எதிர் பார்க்கிறேன். இது சூத்திரத்திற் பிரதியிட்டு மட்டும் தீர்வுபெற முயலும் மாணவர்க்குப் பெரும் ஏமாற்றாகும். அத்தகைய பயிற்சிகள் பலவற்றைத் தனித்தனியே நேர்மையாகச் செய்தலால், மாணவர் “இத்தீர்வு சரியன்றெனின், எதுவும் சரியாகாது” என்ற எண்ணத்தைப் பெறுவரென நம்புகின்றேன்.

இந்நூலை எழுத எனக்குப் பல ஆண்டுகள் எடுத்தது; இந்நூலை எழுதுதல் எனக்கு மிகவும் சுவையாய் இருந்தது. அப்பணி யான் எதிர் பார்த்ததிலும் பெரிதாக இருந்ததெனினும் இந்நூல் மாணவரின் தேவையைப் பூர்த்தி செய்யுமெனின் மனநிறைவடைவேன்.

இறுதியாக, இந்நூலை எழுதுதல் தொடர்பாக வசதிகள் செய்தமைக்கும் அளவற்ற கருத்துரைகள் வழங்கியமைக்கும் பேராசிரியர் எஸ். ரொலன்ஸ்க்கி, F.R.S. அவர்களுக்கு என் நன்றி உரியது. அனறியும், ரேயல் ஹொலவேய்க் கல்லூரியைச் சேர்ந்த முன்னைய, தற்போதைய இணைவர்கள், உடனிலை தேர்வாளர் ஆகியோர் எனக்கு அளித்த ஆதரவைக் குறிப்பிட விரும்புகின்றேன். இவர்களுட் காலஞ்சென்ற பேராசிரியர் ஃபேகியூசன், கலாநிதி ஆர். சி. பிறவுண், கலாநிதி ஏ. ஆர். ஸ்ரோக்ஸ், செல்வி எம். பிக், எம். ஏ., கலாநிதி மேரி பிராட்பேண், திரு ஜே. டபிள்யு. நீட், எம். எஸ்சி, பேராசிரியர் ரி. எஸ். மூர், பேராசிரியர் எச். ரி. ஃபிளின்ஸ், திரு. ஜே. பிறைஸ் ஜோன்ஸ், கலாநிதி எஸ். பி. எஃப். ஹம்பிரிஸ்-ஒவின், கலாநிதி ஆர். மன்ஸ்ஃப்ரீட் ஆகியோரைக் குறிப்பிட விரும்புகின்றேன். கலாநிதி ஈ. ஜே. அயேன்ஸ் அவர்கள் எனக்கு அளித்த உதவியையும் இங்குக் குறிப்பிட விரும்புகின்றேன். சலாகையூசலின் கொட்டல் மையத்தைத் துணிதற்கான கலாநிதி சீ. ஏ. ஹேலுட்டின் பரிசோதனையை விவரிக்க அனுமதி அளித்தமைக்கு அவருக்கும் பௌதிகத் தராகு பற்றிய ஒரு சரியான கொள்கையை எனக்கு வழங்கிய பேராசிரியர் லியோ எல். பகேன் அவர்களுக்கும் என் நன்றி உரித்து. புவியீர்ப்பு அளவையீடு தொடர்பாக கலாநிதி டபிள்யு. புல்லர்வெல் எனக்குப் பெரிதும் உதவியுள்ளார். புவியீர்ப்பைத் தனி அளவையிலே துணிதற்கான தன் முறைபற்றி விவரமான தகவலை கலாநிதி ஏ. எச். குக் வழங்கினார். திரு. சி.

சோலற்றர், எம். ஏ. அவர்கள் பிற்றே குழாய்கள் பற்றி விபரங்கள் தந்தார். சரவைகளைச் சரிபார்த்தும் பல தெளிவின்கைகளையும் வழக்களையும் அகற்றியும் உதவிய என் வாழ்க்கைத் துணைவியார்க்கு என் நன்றி உரியது. அவர்தம் உதவியின்றி இந்நூலை வெளியிட முடியாதிருந்திருக்கும். இந்நூலின்கண் இருக்கக்கூடிய பிழைகளுக்கும் தவறுகளுக்கும் நானே பொறுப்பாவேன். எனினும் வாசகர்கள் அவற்றை எனது கவனத்துக்குக் கொண்டு வருவார்களென எதிர்பார்க்கின்றேன். இதன்தொடர்பாக, இந்நூலின் முதற் பதிப்பின் வாசகர்களிடையே வில்லியம் ஆர். ரொறன்ஸ், எம். ஏ., எம். டபிள்யு. மக்கெலின்னி என்போர் குறிப்பிடத் தக்கவர். இவர்களின் மதிப்புவாய்ந்த கருத்துக்கள் மிகவும் உதவின.

சி. ஜே. சிமிது-

சூரியல் ஹொலிவேய்க் கல்லூரி,  
எங்கிளாபீல்ட் கிறீன், சதே.  
பூன், 1960.



## நன்றியறிவிப்பு

பல்வேறு வெளியீடுகளிலிருந்து சிறு பந்திகளை எடுத்தாளவோ பாடநூலிலுள்ள படங்கள் அடிப்படையாய் அமையத்தக்கதாக, வெளியிடப்பட்ட படங்களைப் பயன்படுத்தவோ அனுமதியளித்ததற்காக நூலாசிரியர் பின்வருவோர்க்குத் தம் நன்றியைத் தெரிவிக்க விரும்புகின்றார் :

கொன்ஸ்ரெபின் ■ கொ., லிமிற்றெட்-ஜே. பெரின் என்பாரின் அனுகூலம் எனும் கட்டுரையிலிருந்து படம் 13.02 ஐப் பயன்படுத்தியமைக்கு.

பேராசிரியர் ஈ. என். த. சி. அந்திரேட், எஃப். ஆர். எஸ்., எம். டபிள்யு. ஹெஃப்ரர் ■ சன்சம்-“ பிசுபிசுப்பும் ஞெகிழிமையும் ” எனும் கட்டுரையிலிருந்து ஒரு பந்தியை எடுத்தாண்டமைக்கு.

லொங்மன், கிறீன் ■ கொ., லிமிற்றெட்-பேராசிரியர் சீ. எச். டெஷ், எப். ஆர். எஸ். இன் “ உலோகவியல் ” எனும் கட்டுரையிலிருந்து இரு பந்திகளை எடுத்தாண்டமைக்கும், மேற்குறித்த நூலிலுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளில் படம் 12.13 ஐ ஆதாரமாகக் கொண்டமைக்கும்.

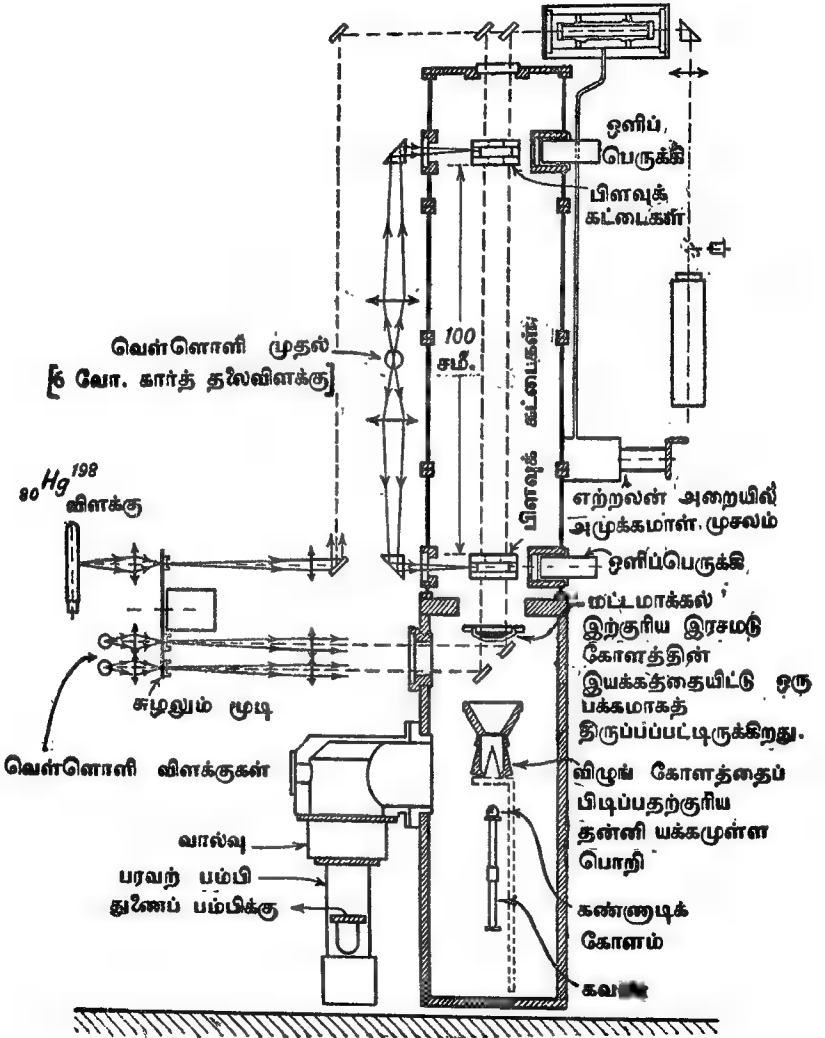
மிரிட்டிஷ் தேமஸ்ற்றூற் கொ. லிமிற்றெட்-அவர்களின் சிற்றேடு என். எஸ். ■ இல் முக்கியமாய் விகாரமானிகளில் எனது குறிப்பை அடிப்படையாகக் கொண்டமைக்கு.

வயக்கூம் இன்டஸ்த்றியல் அப்பிளிகேஷன்ஸ் லிமிற்றெட்-படம் 14.27 இற்கும் “ அல்பாக்கதிர் ” அயனாக்மணி பற்றிய விவரமான தகவலுக்கும்.

## பொருளடக்கம்

அத்தியாயம்	பக்கம்
I கணித ஏற்பாடுகள் ... ..	1
II துணிக்கை இயக்கவியற் கோட்பாடுகள் ... ..	49
III விறைப்பு இயக்கவியற் கோட்பாடுகள் ... ..	75
IV எளிய இசை இயக்கம் ... ..	115
V புவிமீர்ப்புச் செறிவு ... ..	167
VI ஈர்ப்பு ... ..	229
VII மீள்தன்மையும், தகைப்பும், விகாரமும், சூடங்க ளின் வலிமையும் ...	297
VIII வகைகளின் கூனல், சுரி வில் என்பவை பற்றிய கொள்கை ...	380
IX திரவ, திண்ம, வாயுக்களின் நெருக்கத்தகவு ... ..	474
X பரப்பிழுவை ... ..	521
XI பிசுபிசுப்பும் பாயிகளின் நியூற்றன பாய்ச்சலும் ... ..	619
XII தொடக்க நீரியலும், ஞெகிழிமையும், நியூற்றன முறையல்லாத திரவங்களும் ... ..	710
XIII பிரௌன அசைவு, பிரசாரணம், நீர்க் கரைசல்களில் பரவுகை ...	754
XIV வெற்றிட முறைகள் ... ..	796
பின்னிணைப்பு ... ..	841
அட்டவணை ... ..	847

20 சமீ. எற்றலன்



புவியீர்ப்பு (g) இன் தனித் துணிபுக்கான தே. பெள. ஆ. ஆய்கருவி.

[கவாநிதி ஏ. எச். குக், செல்வி எச். எம். நிச்சேட்சன் ஆகியோரால் உருவாக்கப்பெற்றது.]

# பகுதி I

## பொதுச் சடப்பொருள் இயல்புகள்

### அதிகாரம் I

#### கணித ஏற்பாடுகள்

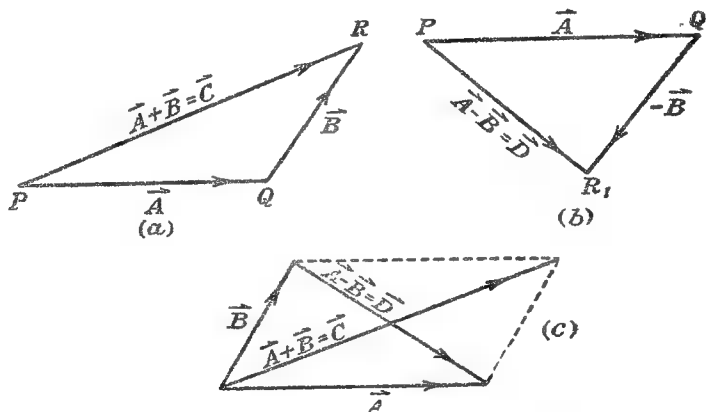
**எண்ணிகளும் காவிகளும்.**—கணிதமுறைப் பௌதிகவியலின் எல்லாப் பிரிவுகளிலும் எண்ணிகள் எனவும் காவிகள் எனவும் வழக்கமாக அழைக்கப்படுகின்ற இரு வகையான கணியங்களை வேறுபடுத்திக் காட்டல் வேண்டும். திசையியல்புகள் இல்லாத கணியங்கள் எண்ணிகள் எனப்படுகின்றன; அவ்வொவ்வொன்றையும் யாதும் ஓர் எண்ணால் முற்றிலும் குறித்தல் இயலும். ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அட்சரகணிதக் கருத்துக்களுக்கிணங்கப் பருமனும், அத்துடன் வெளியிடத்தே திசையும் உடைய மற்றைக் கணியங்கள் காவிகள் ஆகும்; காவியொன்றின் எண்பெறுமானமானது அதன் பருமன் எனக் கூறப்படுகின்றது. காவியின் பருமனுக்கு யாதும் ஒரு வரையறுத்த அளவினைப் பிடி நீளம் சமமும், காவியின் திசையும் போக்கும் உடையதுமான, நேர்கோட்டுத் துண்டொன்றால் காவியொன்றைக் குறிக்கலாம். இங்கு, காவியொன்றின் போக்கு என்பது அக் காவியின் ஒரு முனையிலிருந்து அதன் மறு முனைக்கு வரையப்பட்டதாகும். அவ்வாறு குறிக்கின்ற நேர்கோட்டுத் துண்டின் தொடக்கமுனை உற்பத்தி எனவும், அதன் மறுமுனை முடிவு எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. காவியொன்றையும், இன்றியமையாதவகையில் நேரெண்ணைவாகிய அதன் பருமனையும் வேறுபடுத்திக் கூறவேண்டுமாயின் பிந்தியதை எழுத் தொன்றாலும் ( $A$  என்றவாறு), காவியை  $\vec{A}$  என்பதாலும் குறிக்கலாம். சிலவேளைகளில் மயக்கம் தவிர்க்கும் பொருட்டுக் காவியொன்றின் பருமன்  $|A|$  என்பதாற் குறிக்கப்படும். கீழேதரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்கள் போன்றனவற்றில் இக்குறிப்பீடானது தனி உபயோகமுடையதெனக் காண்போம்.  $|A||B|$  என்பது  $\vec{A}, \vec{B}$  ஆகிய இரு காவிகளின் பருமன்களின் பெருக்கமாகும். இத்துறைக்குரிய நூல்களில் பெரும்பாலும் காவியானது  $A$  என்பதாற் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றது. ஆனால் கையெழுத்துப்பிரதிகளில் அவ்வாறு செய்தல் கடினமாகும்.

இவ்வண்ணம், ஒரு தானத்திலிருந்து தொடங்கி வேறொரு தானத்தை அடைகின்ற துணிக்கையொன்றின் இப்பெயர்ச்சி ஒரு காவியாகும். அக்காவியானது துணிக்கையின் தொடக்கத் தானத்திலிருந்து அதன் இறுதித் தானத்தை நோக்கி வரையப்பட்ட நேர்கோட்டின் துண்டொன்றாற் குறிக்கப்படுகின்றது. வேகம், ஆர்முடுகல், விசை, காந்தப் புல வலிமை முதலியவை காவி என்பதற்கு வேறு எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஆகும்.

திணிவு, வேலை, சக்தி, அழுத்தம் (அது மின்னழுத்தம், காந்தவழுத்தம், ஈர்ப்பழுத்தம் எதுவாகிலும்) எண்ணிக்கு எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஆகும். (ஆனால், பழைய பொறியியலின்படி அசையும் இலத்திரன் ஒன்றின் 'குறுக்குத்' திணிவும் 'நீள்பக்கத்' திணிவும வேறுபடுகின்றமையால் அவ்விடைத் திரனின் திணிவு திசையுடையதாம்.)

நாம் ஆராயும் கேத்திரகணித வெளியில் வலக்கைத்திருகு வழக்குக் கிணங்கும் செவ்வக அச்சத்தொகுதியொன்று மாட்டேற்றுச்சட்டமாக உபயோகிக்கப்படும். அதாவது அத்தொகுதியின்  $z$  அச்சின் நேரான திசை நெடுக வலக்கைத்திருகொன்று செலுத்தப்பட்டின், அது  $x$  அச்சிலிருந்து,  $y$  அச்சுக்கும்  $y$  அச்சுக்கும் இடையிலுள்ள செங்கோண மார்க்கமாக,  $y$  அச்சை நோக்கித் திரும்பும்.

காவிகளுக்குரிய மூலகச்செய்கைகள்.—(a) காவிகளைக் கூட்டலும் கழித்தலும்.  $\vec{A}$  உம்  $\vec{B}$  உம் இரு காவிகள் ஆகுக.



படம் 1.01. காவிகளைக் கூட்டலும் கழித்தலும்.

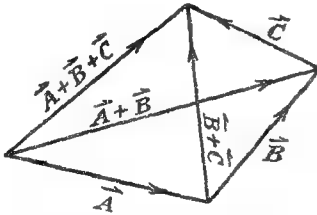
$\vec{A}$  ஆனது PQ என்னும் நேர்கோட்டால் குறிக்கப்பட்டும், படம் 1.01(a)-அப்பொழுது,  $\vec{A}$  ஐக் குறிக்கும் நேர்கோட்டின் முடிவிலிருந்து  $\vec{B}$  ஐக் குறிக்கும் பொருட்டு நோக்கோடு QR ஐ வரைவோமாயின்,  $\vec{A}$  இன் உற்பத்தியையும்  $\vec{B}$  இன் முடிவையும் இணைக்கின்ற நேர்கோடு, அதாவது PR, என்பதாற் குறிக்கப்படுகின்ற காவியானது காவிகள்  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  என்பனவற்றின் காவிக் கூட்டுத்தொகை என்று அழைக்கப்படும். இக்காவிக் கூட்டுத் தொகையை  $\vec{C}$  என்பதாற் குறித்தால்  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$  எனப் பெறுவோம்.

ஒரு சோடி காவிகள்  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  என்பனவற்றிற்கிடையே உள்ள காலி வித்தியாசத்தைப் பெறும்பொருட்டு, படம் 1·01(b)  $\vec{A}$  ஐக் குறிக்கின்ற நேர்கோடு PQ ஐ வரைந்து, அதன் முடிவிலிருந்து  $\vec{B}$  இன் பருமனுக்குச் சமமாகவும் ஆனால் போக்கில்  $\vec{B}$  இற்கு எதிராகவும் நேர்கோட்டுத்துண்டு  $QR_1$  ஆனது வரையப்படுகின்றது.  $PR_1$  ஆற் குறிக்கப்படுகின்ற காலி  $\vec{D}$  ஆனது  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  என்பனவற்றின் காலி வித்தியாசம் எனப்படும். இவ்வாறு,

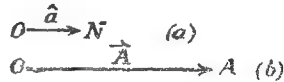
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{D}.$$

இணைகரமொன்றின் அடித்துள்ள இரு பக்கங்களால் இரு காவிகள்  $\vec{A}$  யும்  $\vec{B}$  யும் முறையே குறிக்கப்பட்டிருந்தால் அவ்விரு பக்கங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளி ஊடாக வரைந்துள்ள மூலவிட்டமானது அவ்விரு காவிகளின் காலிக் கூட்டுத்தொகையையும், மற்றை மூலவிட்டமானது அதே இரு காவிகளின் காலி வித்தியாசத்தையும் குறிக்கின்றன என்று நாம் மேற் கூறியதிலிருந்து உடனே முடிவுசெய்கின்றோம்; படம் 1·01(c) ஐ ஒப்பிடுக.

இரு காவிகளைக் கூட்டவோ கழிக்கவோ உபயோகிக்கும் முறையை இரண்டு காவிகளிலிருந்து மூன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட காலி



படம் 1·02. பல காவிகளைக் கூட்டல்



படம் 1·03. ஓர் அலகுக்காவி.

களுக்கும் விரிக்கலாம். ஏனெனில், இரு காவிகளின் கூட்டுத்தொகை அல்லது வித்தியாசம் காலியாகவும் இருப்பதால். வரிசையொன்றில் மூன்று காவிகளை ஒழுங்குபடுத்தி

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

என்று படம் 1·02 இல் காண்கிறோம். இதுபோலவே காவிகளின் தொகை எதுவெனினும் நாம் அவற்றைக் கையாளலாம்.

தேற்றம் I. காவிகள் எத்தனை எனினும் அவற்றின் கூட்டுத்தொகையை, கூட்டப்படும் காவிகளைக் கூட்டமாக்கும் முறையோ அவற்றின் வரிசை ஒழுங்கோ பாதிக்கமாட்டாது; அதாவது, காவிகளின் கூட்டலானது பரிவர்த்தனை, தொகுப்பு விதிகளுக்கு இணங்கும்.

காவினைக் கூட்டுமிடத் தப் பொது அட்சரகணிதக் கூட்டல்முறைக்குரிய அடிப்படையான விதிகளை யாதொரு தடையுமின்றிப் பிரயோகிக்கமுடியும் என்பதையே மேற்கூறியுள்ள தேற்றமானது உண்மையில் உறுதிப்படுத்துகின்றது.

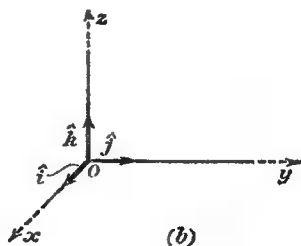
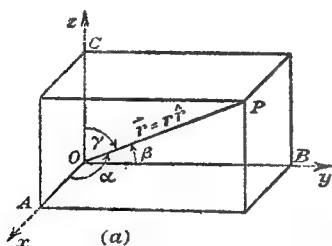
**அலகுக்காவியின் வரைவிலக்கணம்.**—அலகுக்காவி என்பது நீளம் ஓர் அலகாகவும், பரவெளியில் யாதுமொரு திசைகுறி, போக்கு ஆகியவற்றை உடையதுமான நேர்கோடொன்றால் முற்றிலும் குறிக்கப்படுகிறதொன்றாகும். அத்தகைய காவி  $\hat{a}$  அல்லது என்னும்  $\vec{a}$  குறியீட்டால் குறிக்கப்படும்.

**அலகுக்காவிகளிலிருந்து காவிகளைப் பெறுதல்.**— $\vec{ON}$ , படம் 1.03 (a) என்பதாற் குறிக்கப்படும் யாதுமொர் அலகுக்காவியை எடுத்து அதன் திசையையோ போக்கையோ மாற்றாது, அதன் நீளத்தை மட்டும்  $A$  மடங்கு பெரிதாக்க முடியும்; இங்கு  $\vec{A}$  என்பது யாதுமொரு மெய் நேரெண் ஆகும்; அது ஒரு முழுவெண் ஆக இருக்க வேண்டிய தேயில்லை. இதன் விளைவு, படம் 1.03 (b),

$$\hat{a}A = \vec{OA} = \vec{A}$$

ஆயிரக்கும் காவி  $\vec{OA}$  ஆகும்.

ஆகவே,  $\vec{A}$  என்பது  $\vec{A}$  இன் எண்பெறுமானம் ஆகும். அன்றியும்  $\vec{A}$  ஆனது  $\hat{a}$  என்பதின் திசையையோ போக்கையோ மாற்றாமல் அதன் நீளத்தை மட்டும்  $A$  மடங்கு பெரிதாக்கித்தரும் ஒரு செயலி என நாம் கருதலாம்.



படம் 1.04.  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  என்னும் மூன்று அலகுக்காவிகள்.

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ , என்னும் அலகுக்காவிகள்.—ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான மூன்று குறிப்பிட்ட திசைகள் வழியே  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  என்னும் மூன்று அலகுக்

காவிகள் இருக்கட்டும்.  $\vec{r}$  என்னும் யாதுமொரு காவியை, குறிப்பிட்ட மூன்று திசைகளில் இருக்கின்ற வேறு மூன்று காவிகளின் கூட்டுத்தொகையாக எடுத்துரைக்கும் பொருட்டு  $\vec{OP} = \vec{r}$  எனக் கொள்க (படம் 1.04 ஐ ஒப்பிடுக).  $OP$  ஐ மூலவிட்டமாகவும்  $OA, OB, OC$  களை விளிம்புகளாகவும் கொண்ட செவ்வக இணைகரப்பரவையொன்றை வரைக அப்பொழுது,  $x, y, z$  என்பன முறையே  $OA, OB, OC$  களின் அளவுகள் ஆயின்

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} \\ &= \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z\end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

ஆகவே  $\vec{r}$  ஆனது  $\hat{i}x, \hat{j}y, \hat{k}z$  என்னும் மூன்று காவிகளின் விளையுள் ஆகும். இவை, தரப்பட்ட மூன்று திசைகளில்  $\vec{r}$  இன் கூறுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு ஒரேயொரு இணைகரப்பரவையை மட்டும் வரையமுடியுமாதலால்,  $\vec{r}$  இன் துணிப்பு ஒருதனியானதாகும்.

$\vec{OP}$  ஆனது அச்சுக்களுடன்  $\alpha, \beta, \gamma$  என்னும் கோணங்களை ஆக்கின்,  $\vec{OP}$  இன் திசைக்கோசைன்கள் கோசை  $\alpha$ , கோசை  $\beta$ , கோசை  $\gamma$  என்பன ஆகும். வழக்குக்கிணங்க இவை  $l, m, n$  களாற் குறிக்கப்படும்.

இனி,  $x = r$  கோசை  $\alpha$ ,  $y = r$  கோசை  $\beta$ ,  $z = r$  கோசை  $\gamma$ . ஆகவே,  $\hat{r}$  என்பது  $\vec{OP}$  வழியே இருக்கும் அலகுக்காவியைக் குறிக்குமாயின்,  $\vec{r} = r\hat{r}$  ஆக இருப்பதால்,

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \hat{i} \text{ கோசை } \alpha + \hat{j} \text{ கோசை } \beta + \hat{k} \text{ கோசை } \gamma = \hat{i}l + \hat{j}m + \hat{k}n$$

ஆகும்.

(b) காவிகளைப் பெருக்கல். எண்ணிப் பெருக்கங்கள்.  $\vec{A}, \vec{B}$  என்னும் இரு காவிகளின் எண்ணிப்பெருக்கம் என்பது  $\vec{AB}$  கோசை  $\blacksquare$  என்னும் எண்ணி ஆகும் என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. இங்கு  $\theta$  என்பது அவ்விரு காவிகளுக்குமிடையில் உள்ள கோணமாகும். இப்பெருக்கமானது  $\{\vec{A}, \vec{B}\}$  அல்லது  $(\vec{A}, \vec{B})$  என்பனவற்றாற் குறிக்கப்படுகின்றது. மயக்கம் நேரிடமுடியாத சந்தர்ப்பங்களில் அடைப்புக்களை நீக்கலாம்.

மேற்கூறியுள்ள வரைவிலக்கணத்திலிருந்து

$$\{\vec{A}, \vec{B}\} = \{\vec{B}, \vec{A}\}$$

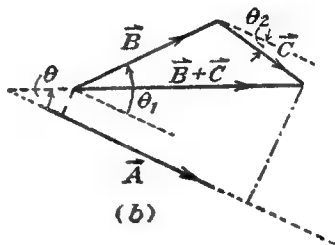
என்னும் சமன்பாடு பெறப்படுகின்றது.



அன்றியும்,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  ஆக அல்லது  $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$  ஆக இருப்பின்  $\{\vec{A}, \vec{B}\}$  என்பது நேராம்;  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$  ஆக இருப்பின்  $\{\vec{A}, \vec{B}\}$  மறையாம். கோசை  $\frac{\pi}{2} = 0$  ஆக இருப்பதால், அவ்விரு காவிகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாய் இருப்பின்  $\{\vec{A}, \vec{B}\} = 0$  ஆகும்.



(a)



(b)

படம் 1.05. இரு காவிகளின் எண்ணிப்பெருக்கம்.

மேலும், ஒரு சோடி காவிகளின் எண்ணிப்பெருக்கமானது முதற் காவியின் பருமன், அம்முதற் காவியின் திசைமீதுள்ள இரண்டாவது காவியின் எறியத்தின் பருமன் ஆகியவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமன் என மேற்கூறியுள்ள வரைவிலக்கணத்திலிருந்து பெறப்படுகின்றது - படம் 1.05 ஐ ஒப்பிடுக.

அடுத்தாற்போல்  $\vec{A}$  யினதும்  $(\vec{B} + \vec{C})$  என்னும் காவிக் கூட்டுத் தொகையினதும் எண்ணிப் பெருக்கத்தைக் கவனிப்போம். மேற்கூறியதிலிருந்து,

$\{\vec{A}, (\vec{B} + \vec{C})\} = A \times \vec{A}$  மீதுள்ள  $(\vec{B} + \vec{C})$  இன் எறியம் எனப் பெறுகின்றோம்.

இனி, யாதாயினுமொரு காவியீது இரு காவிகளினது கூட்டுத்தொகையின் எறியமானது இக்காவியீது (கூட்டுக் காவிகள் எனப்படும்) அவ்விரு காவிகளின் தனித்தனி எறியங்களின் கூட்டுத்தொகையாகும் - படம் 1.05 (b) ஐ ஒப்பிடுக:

$$\{\vec{A}, (\vec{B} + \vec{C})\} = AB \text{கோசை} \theta_1 + AC \text{கோசை} \theta_2 = \{\vec{A}, \vec{B}\} + \{\vec{A}, \vec{C}\}$$

அதுபோலவே,

$$\{\vec{A}, (\vec{B} + \vec{C} + \vec{D} \dots)\} = \{\vec{A}, \vec{B}\} + \{\vec{A}, \vec{C}\} + \{\vec{A}, \vec{D}\} + \dots$$

தேற்றம் II. காவிச்சோடிகளிடத்தும் காவித்தொகைகளிடத்தும் எண்ணிப் பெருக்கல் முறையானது பரிவர்த்தனை, பங்கிட்டு விதிகளுக்கிணங்கும்.

ஆகையால், ஒரு சோடிக் காவித்தொகையின் எண்ணிப்பெருக்கத்தை விரிக்கப் பொது அட்சரகணிதத்தின் விதிகள் இடந்தரும்.

$$\{(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{C} + \vec{D})\} = \{\vec{A} \cdot \vec{C}\} + \{\vec{B} \cdot \vec{C}\} + \{\vec{A} \cdot \vec{D}\} + \{\vec{B} \cdot \vec{D}\}.$$

மேற்கூறியுள்ள விதியானது இரு காவிகளின் எண்ணிப்பெருக்கத்தை வேறொரு வகையில் எடுத்துரைக்க உதவுகின்றது.

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான மூன்று அச்சக்கள் வழியே  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  என்பன அலகுக்காவிகள் எனின்,

$$\vec{A} = \hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z.$$

இங்கு  $A_x, A_y, A_z$  என்பன அம்மூன்று அச்சக்கள் மீது முறையே  $\vec{A}$  யின் எறியங்களின் பெறுமானங்கள் ஆகும். அதுபோலவே,

$$\vec{B} = \hat{i}B_x + \hat{j}B_y + \hat{k}B_z.$$

$$\begin{aligned} \therefore \{\vec{A} \cdot \vec{B}\} &= (\hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z) \cdot (\hat{i}B_x + \hat{j}B_y + \hat{k}B_z) \\ &= \hat{i} \cdot \hat{i} A_x B_x + \hat{j} \cdot \hat{j} A_y B_y + \hat{k} \cdot \hat{k} A_z B_z. \end{aligned}$$

இங்கு  $\hat{i} \cdot \hat{i}$  முதலியவற்றைக் கொண்டுள்ள உறுப்புக்கள் அத்தகைய எண்ணிப்பெருக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் பூச்சியம் ஆதலால் மறைந்து போகின்றன ; மேலும், ஒவ்வொரு பெருக்கத்திலும் தோன்றும் காவிகளிடையே உள்ள கோணமானது பூச்சியமாய் இருப்பதாலும், கோசை  $\theta = 1$  ஆனதாலும்,

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1.$$

$$\therefore \{\vec{A} \cdot \vec{B}\} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

$(l_1, m_1, n_1)$  என்பனவும்  $(l_2, m_2, n_2)$  என்பனவும் முறையே  $\vec{A}, \vec{B}$  ஆகிய வற்றின் திசைக்கோசைனகள் ஆகவும்,  $\theta$  என்பது அவ்வுள்ள அமைகோணமாகவும் இருப்பின்,

$$\begin{aligned} AB \text{ கோசை } \theta &= \{\vec{A} \cdot \vec{B}\} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\ &= l_1 A \cdot l_2 B + m_1 A \cdot m_2 B + n_1 A \cdot n_2 B \\ &= (l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2) AB. \\ \therefore \text{கோசை } \theta &= l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2. \end{aligned}$$

**காவிப்பெருக்கங்கள்.**—காவிகள்  $\vec{A}$  யும்  $\vec{B}$  யும்,  $\theta$  ஆனது அவற்றின் அமைகோணமாக, ஒன்றோடொன்று சாய்ந்திருக்கும் இரு காவிகள் ஆகுக. அவை படம் 1.06 இல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அப்பொழுது, அச்சோடிக் காவிகளின் காவிப் பெருக்கம் என்பதன் வரைவிலக்கணம் பின்வருமாறு கூறப்படுகின்றது :—

அது AB சைன்  $\theta$  என்னும் பருமன் உபையவொரு மூன்றாவது கர்வி ( $\vec{C}$ ) ஆகும்.

$\vec{C}$  இன் திசையை அச்சாகக் குறித்து  $\hat{n}$  என்னும் கோணத்துக்குக் குறைந்ததான வலக்கைச்சுழற்சியொன்று  $\vec{A}$  ஐக் கொண்டுபோய்  $\vec{B}$  இன் திசையுடன் அடையச்செய்யும்.

இக்காவிப்பெருக்கமானது  $[\vec{A} \times \vec{B}]$  ஆல் அல்லது  $[\vec{A} \wedge \vec{B}]$  ஆற் குறிக்கப் படுகிறது. இவ்வாறாக

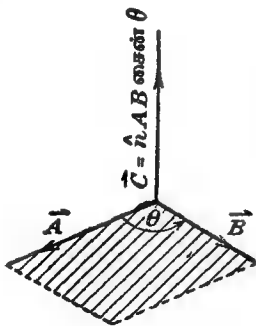
$$\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}] = \hat{n} AB \text{ சைன் } \theta.$$

இங்கு  $\hat{n}$  என்பது ஓர் அலகுக்காவியாகும்; அது  $\vec{A}$  யையும்  $\vec{B}$  யையும் கொள்ளும் தளத்துக்குச் செங்குத்தாயும்,  $\vec{A}$  யிலிருந்து  $\vec{B}$  யை நோக்கித் திரும்பும் வலக்கைத் திருகொன்றின் பெயர்வின் அதே போக்கை உடைய தாயும் இருக்கும்.

காவிப்பெருக்கம் ஒன்றின் காரணிகளை இடமாற்றம் செய்வதால் அக் காவிப்பெருக்கத்தைக் குறிக்கும் காவியின் திசையானது நேர்மாறுகின்றது; ஆனால், அதன் பருமன் மாறாது இருக்கும்; அதாவது

$$[\vec{B} \times \vec{A}] = -[\vec{A} \times \vec{B}].$$

ஆகவே, காவிப்பெருக்கமானது பரிவர்த்தனை விதிக்கு இணங்காது; எனவே நாம் காரணிகளின் ஒழுங்குமீது கவனஞ் செலுத்தவேண்டியதாகின்றது.



படம் 1.06. இரு காவிகளின் காவிப் பெருக்கம்.

மேலும்,  $\theta = 0$  ஆயின், காவிப்பெருக்கமானது  $[\vec{A} \times \vec{B}] = \hat{n} AB \text{ சைன் } \theta = 0$ ; இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும். அதாவது  $[\vec{A} \times \vec{B}] = 0$  ஆயின், காவிகள்  $\vec{A}$  யும்  $\vec{B}$  யும் ஒன்றுக் கொன்று சமாந்தரமாகும்.

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  ஆகிய அலகுக்காவிகளிடத்து

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -\hat{j} \times \hat{i},$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} = -\hat{k} \times \hat{j},$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} = -\hat{i} \times \hat{k}.$$

சிலவேளைகளில்  $[\vec{A} \times \vec{B}]$  என்னும் காவிப்பெருக்கத்தை அதி(1) இருக்கின்ற காவிகளின் கூறுகளால், அதாவது முறையே  $(A_x, A_y, A_z)$ ,  $(B_x, B_y, B_z)$  என்பனவற்றால் எடுத்துரைத்தல் வேண்டற்பாலது. நாம் முன்பே ஏற்படுத்தியுள்ள தேற்றங்கள் மூலம் இதைச் செய்ய முடியும். இவ்வாறு,  $[\vec{A} \times \vec{B}] = [(\hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z) \times (\hat{i}B_x + \hat{j}B_y + \hat{k}B_z)]$   

$$= \hat{i}(A_yB_z - B_yA_z) + \hat{j}(A_zB_x - B_zA_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y).$$

ஆகவே

$$[\vec{A} \times \vec{B}] = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}.$$

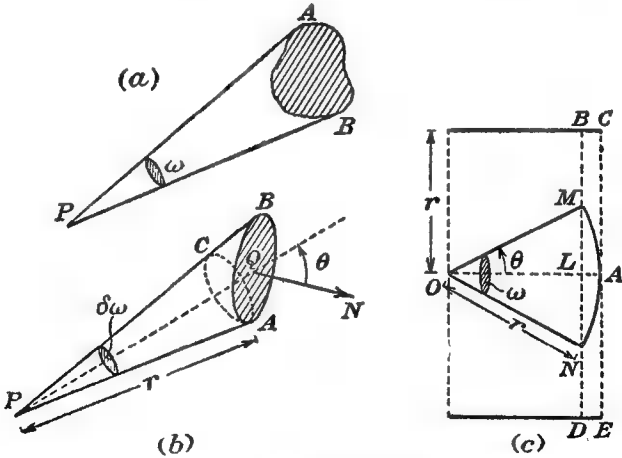
எவ்வாறு இரு காவிகளின் எண்ணிப் பெருக்கம் அவற்றின் அமை கோணத்தின் கோசைனை அக்காவிகளின் திசைக்கோசைன்கள் மூலம் எடுத்துரைக்க உதவுகின்றது என்பதை நாம் ஏற்கெனவே கண்டுகொண்டோம். காவிப்பெருக்கம் அமைகோணத்துச் சைனின் பெறுமானத்தைத் தருகின்றது. ஏனெனில்,  $\vec{A} \times \vec{B} = \hat{n}AB$  சைன்  $\theta$  ஆதலால், நாம்

$$\begin{aligned} A^2B^2 \text{ சைன்}^2\theta &= \{[\vec{A} \times \vec{B}] \cdot [\vec{A} \times \vec{B}]\} \\ &= \hat{i} \cdot \hat{i} (A_yB_z - B_yA_z)^2 + \hat{j} \cdot \hat{j} (A_zB_x - B_zA_x)^2 + \hat{k} \cdot \hat{k} (A_xB_y - B_xA_y)^2 \\ &= [(m_1n_2 - m_2n_1)^2 + (n_1l_2 - n_2l_1)^2 + (l_1m_2 - l_2m_1)^2] A^2B^2 \end{aligned}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

$$\therefore \text{சைன்}^2\theta = (m_1n_2 - m_2n_1)^2 + (n_1l_2 - n_2l_1)^2 + (l_1m_2 - l_2m_1)^2.$$

**திண்மக் கோணங்கள்.** AB என்பது [படம் 1.07 (a)] பரப்பொன்றின் வரையறையுள்ளவொரு பாகத்தின் எல்லை எனவும், P ஆனது அங்கு தரப்பட்ட



படம் 1.07. திண்மக்கோணங்களும் அவற்றை அளத்தலும்.

வொரு புள்ளி எனவும் கொள்க. P யிலிருந்து, எண்ணிக்கை பெரிதாயுள்ள ஒரு தொகை நேர்கோடுகள் அவை ஒவ்வொன்றும் இவ்வெல்லையிலுள்ள ஒரு புள்ளியூடாகச் செல்லக் கூடிய வகையில் வரையப்பட்டால் அவை கூம்

பொன்றைப் பிறப்பிக்கும். P ஐ மையமாகக் கொண்ட கோளப்பரப்புத் தொடரொன்று அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது எனப் பாவித்துக் கொள்க. இக்கூம்பானது அவ்வொவ்வொரு பரப்பிலிருந்தும் பரப்பளவுகளை வெட்டும். அப்பொழுது இப்பரப்பளவுகளில் ஏதோவொன்றை அப்பரப்பளவுக்கு ஒத்த கோளத்தினது ஆரையின் வர்க்கத்தாற் பிரித்து வரும் விகிதமானது PAB என்னும் கூம்புக்கு ஒரு மாறிலியாகும் எனத் தெரியவரும். தளக்கோணத்தை அளக்கும் வழக்க முறைக்கு ஒப்பாக, இவ்விகிதமானது, புள்ளி P யில் AB என்னும் பரப்பு எதிரமைக்கின்ற திண்மக் கோணத்தின் அளவு என்று அழைக்கப்படுகின்றது. இக்கோணம் வழக்கமாக  $\omega$  எனப் பதாற் குறிக்கப்படும்.

இத்திண்மக்கோணவளவானது (எல்லீலப்பட்ட) அடைத்த வளையியை மட்டுமே சார்ந்திருக்கும் என்றும், அது அவ்வளையி வரையப்பட்டிருக்கிற பரப்பின் உருவைச் சார்ந்திராது என்றும், மேற்கூறியுள்ள வரைவிலக்கணத் திலிருந்து தெரியவருகிறது.

இனி, AB என்பது [படம் 1.06 (b)] ஒரு சிறு அடைத்த வளையியாய் இருக்கட்டும்; இது P யில் எதிரமைக்கின்ற திண்மக்கோணமானது  $\delta\omega$  ஆகுக. APB என்னும் கூம்பை AC என்னும் அடைத்த வளையியில் வெட்டுமாறு, P ஐ மையமாகவும் PA ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட கோளமொன்றை வரைக. AB ஆகிய மூலகப் பரப்பை Q என்பதில் வெட்டும் கூம்பின் அச்சு PQ ஆகவும், Q இலுள்ள அப்பரப்பின் செவ்வன் QN ஆகவும் இருக்கட்டும்  $\theta$ , காட்டப்பட்ட கோணம் ஆகுக. அப்பொழுது  $AC = AB \cos \theta$   $PA = r$  ஆக இருப்பின்,

$$\delta\omega = \frac{AC}{r^2} = \frac{AB \cos \theta}{r^2} \quad \text{ஆகும்.}$$

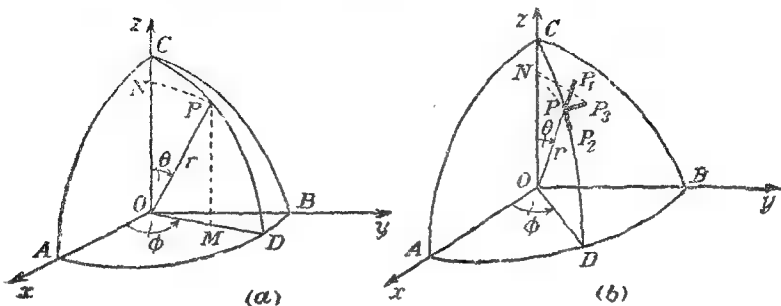
AMN ஆகிய கோளமுயானது [படம் 1.06 (c)] அதையொரு பாகமாகக் கொண்ட, கோளத்தின் மையம் O இல் எதிரமைக்கின்ற திண்மக் கோணத்தின் அளவை, அம்மூயின் எல்லையை கோள மையமாகிய O விற்கு இணைத்துவரும் கூம்பின் அரையுச்சிக்கோணம்  $\theta$  என்பதன் மூலம் பின்வருமாறு பெறமுடியும். ஒரு நன்கறிந்த தேற்றத்தின்படி, கோளமுய் AMN என்பதன் பரப்பளவானது OA ஐ அச்சாகவும் கோளத்தின் ஆரை r ஐ தன் ஆரை ஆகவும் உடைய செவ்வட்டவருளையின் வளைபரப்பு BCED யின் பரப்பளவுக்குச் சமன். ஆகவே,

பரப்பளவு  $AMN = 2\pi AC \cdot BC = 2\pi \cdot r \cdot (OA - OL) = 2\pi r^2 (1 - \cos \theta)$ . எனவே, தேவையான திண்மக்கோணமானது  $\omega$  ஆயின்,

$$\omega = \frac{2\pi r^2 (1 - \cos \theta)}{r^2} = 2\pi (1 - \cos \theta)$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

**கோளமுனைவாள்கூறுகள் பற்றியவொரு குறிப்பு.**—  $O$  என்பது, படம் 1.08 (a), செவ்வகவாள்கூறுத் தொகுதியொன்றின் உற்பத்தி ஆகுக.  $P$  என்பது அதன் நிலையத்தைக் குறிப்பிட வேண்டிய ஒரு புள்ளி ஆகுக.



படம் 1.08. கோள முனைவாள்கூறுகள்.

அச்சுக்களை முறையே  $A, B, C$  என்னும் இடங்களில் வெட்டுமாறு  $O$  வை மையமாகவும்,  $OP=r$  ஐ ஆரையாகவும், உடைய கோளமொன்றை வரைக. எவ்வாறு இக்கோளத்தின் பரப்பிலுள்ள  $P$  யின் தானத்தை விவரிக்கலாம் என்பதைச் செய்துகாட்ட வேண்டியதாகின்றது.

புள்ளியாகிய  $P$  ஐக் கொள்ளும் வரை,  $AOC$  என்னும் தளமானது  $OC$  ஐக் குறித்துக் கோணம்  $\theta$  அளவு சுழலட்டும். இத்தளத்தின் நிலை  $COD$  ஆகுக. இத்தளத்தில்  $OP$  யை அடையும் வரை  $OC$  ஆகிய கோடு கோணம்  $\phi$  அளவு சுழலட்டும். அப்பொழுது  $P$  ஆனது  $(r, \theta, \phi)$  என்னும் புள்ளியாகும். இவை  $P$  என்னும் புள்ளியின் கோளமுனைவாள்கூறுகள் எனப்படும்.

$OD, OC$  என்பனவற்றின் மீது  $P$  யின் எறியங்கள் முறையே  $M$  உம்  $N$  உம் ஆயின்,

$$z = ON = r \text{ கோசை } \theta,$$

$$OM = r \text{ சைன் } \theta.$$

ஆனால்  $M$  என்பது  $(x, y, 0)$  என்னும் புள்ளியாகும். ஆகவே,

$$\left. \begin{aligned} x &= OM \text{ கோசை } \phi = r \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \phi, \\ y &= OM \text{ சைன் } \phi = r \text{ சைன் } \theta \text{ சைன் } \phi; \end{aligned} \right\}$$

மேலும், ஏற்கெனவே காட்டியவாறு  $z = r \text{ கோசை } \theta$ .

ஒரு கனவளவின் மூலகத்துக்குக் கோளமுனைவாள்கூறுகளாற் கோவை யொன்று பெறும்பொருட்டுப் படம் 1.08 (b) யைக் கருதுக.  $r$  ஆனது  $(r+\delta r)$  ஆகின்,  $P$  என்னும் புள்ளி தளம்  $COD$  இல்  $P_1$  இற்குப் போகும். மேலும்,  $PP_1 = \delta r$ .  $\theta$  ஆனது  $\theta + \delta\theta$  ஆகின்,  $P$  என்பது  $P_2$  இற்குப் போகும். அதனால்  $PP_2 = r.\delta\theta$ ; கடைசியாக  $\phi$  ஆனது  $\phi + \delta\phi$  ஆகின்,

P என்னும் புள்ளி  $P_3$  இற்குப் போகும். அதனால்  $PP_3 = PN \delta\phi = r$  சைன்  $\theta \delta\phi$ .  $PP_1$ ,  $PP_2$ ,  $PP_3$  என்பனவற்றைப் பக்கங்களாகக் கொண்ட செவ்வகமூலகமானது  $r^2$  சைன்  $\theta \cdot \delta r \delta\theta \delta\phi$  கனவளவு உடையதாகும்.

நீள்வளையங்களின் சில முக்கியமான இயல்புகள்.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்னும் நீள்வளையத்தில்  $x=0$ ,  $y=-b$  என்னும் புள்ளியிலுள்ள வளைவாரை.  $x$  ஐக் குறித்துவகையிட்டு,

$$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} \left( \frac{dy}{dx} \right) = 0$$

எனப் பெறுகின்றோம். மீண்டும் வகையிட்டு

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{y}{b^2} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

எனக் காண்கின்றோம்.

ஆகவே,

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{\substack{x=0 \\ y=-b}} = 0;$$

மேலும்,

$$\left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=-b}} = \left[ -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{1}{y} \right]_{\substack{x=0 \\ y=-b}} = \frac{b}{a^2}.$$

$x=0$ ,  $y=-b$  என்பதில் வளைவாரையானது R ஆயின்,

$$R = \left[ \frac{\left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right]_{\substack{x=0 \\ y=-b}} = \frac{a^2}{b}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

நீள்வளையமொன்றின் ஒரு புள்ளி P யில் உள்ள தொடலிக்குக் குவியங்களிலிருந்து வரைந்துள்ள செங்குத்துக்கள் (SY, S'Y') ஆகியவற்றின் அடிகள் துணைவட்டமீது கிடக்கின்றன என்றும், SY.S'Y' =  $b^2$  என்றும் நிறுவுதல். படம் 1-09 இல் அதன் துணைவட்டத்துடன் காட்டியுள்ள நீள்வளையத்தின் மையம் C ஆகுக. அதன் குவியங்கள் S உம் S' உம் ஆகுக. Q இல் வெட்டுமாறு S'P யையும் SY யையும் நீட்டுக. ஆரைக் காவிகள் SP உம் S'P உம் P யிலுள்ள தொடலியுடன் சமமாகச் சாய்ந்திருக்கின்ற மையால்,

$$\hat{SPY} = \hat{YPQ}$$

என்பது தெளிவு.





L இல் வெட்டுமாறும் வரைந்தால், அது அரைச் செவ்வகலம் | ஆகின்றது. e, நீள்வளையத்தின் மையவகற்சித்திறன் எனின்,

$$SL = e.SZ$$

ஆகும் | இங்கு, Z என்பது நீள்வளையத்தின் பேரியச்சானது நீட்டப்படும்போது செலுத்தலியை வெட்டும் புள்ளியாகும்.

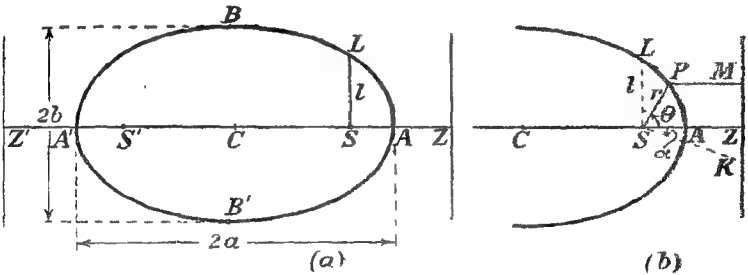
அடுத்து, S ஐக் குறித்து (r, θ) என்னும் புள்ளி P ஆனது நீள்வளையத்தின் ஒரு புள்ளி ஆகுக, படம் 1.10(b).

அப்பொழுது,

$$r = SP = e.PM = e[SZ - r \text{ கோசை } \theta] \\ = l - er \text{ கோசை } \theta.$$

$$\therefore r = \frac{l}{1 + e \text{ கோசை } \theta};$$

இது, நீள்வளையத்தின் முனைவுச் சமன்பாடாகும்.



படம் 1.10. நீள்வளையத்தின் முனைவுச்சமன்பாடு.

ஆரைக்காலி SP என்பதின் திசையளி குறித்தற்கென SK தொடக்கக் கோடு ஆகவும், SZ உடன் SK ஆக்கும் கோணம் α ஆகவும் இருப்பின்,  $\widehat{PSZ} = (\theta - \alpha)$  ஆகும் ; எனவே, நீள்வளையத்தின் முனைவுச்சமன்பாடு,

$$r = \frac{l}{1 + e \text{ கோசை } (\theta - \alpha)}$$

என ஆகின்றது.

வளையியின் p, r அல்லது பாதச்சமன்பாடு.—நிலையான புள்ளியொன்றிலிருந்து வளையியின் தொடலிக்கு வரைந்த செங்குத்தின் நீளத்தையும், வளையியைத் தொடலி தொடும் புள்ளிக்குரியதும் அதே நிலையான புள்ளியிலிருந்து அளக்கப்பட்டதுமான ஆரைக்காலியையும் தொடர்புபடுத்திக் கூறுகின்ற சமன்பாடானது வளையியின் பாதச் சமன்பாடு எனப்படும்.

குவியமொன்றைக் குறித்து,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்னும் நீள்வளையத்தின் பாதச்

சமன்பாடானது  $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$  ஆகும் என்பதைக் காட்டுதல்.

$SP = r$ ,  $S'P = r'$  எனவும்  $SY = p$ ,  $S'Y' = p'$  எனவும் அமையும்பொழுது  $P$  நீள்வளையத்தின் ஒரு புள்ளி எனின், படம் 1.11(a), அப்பொழுது  $\triangle SPY$  உம்  $\triangle S'PY'$  உம் வடிவொத்து இருப்பதால்,

$$\frac{p}{r} = \frac{p'}{r'} = \sqrt{\frac{pp'}{rr'}}.$$

$$\therefore \frac{p}{r} = \frac{b}{\sqrt{r(2a-r)}} \quad [\because pp' = b^2, SP + PS' = 2a.]$$

இச்சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் வர்க்கமாக்கி,

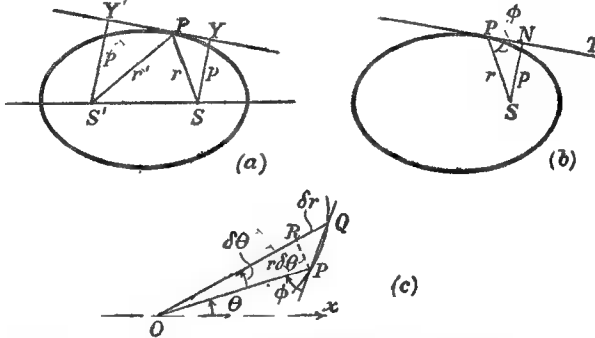
$$\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$$

எனக் காண்கின்றோம்.

இச்சமன்பாட்டை வேறொரு முறையால் பெறும்பொருட்டு, நீள்வளையத்தின் முனைவுச்சமன்பாட்டை அதாவது,

$$l = r(1 + e \cos \theta) \quad (i) \text{ [ஒப்பிடுக - ப. 14]}$$

ஐக் கவனிப்போம்.



படம் 1.11. நீள்வளையத்தின் பாதச் சமன்பாடு.

$P$  யிலுள்ள தொடலி  $PT$  யுடன்  $SP$  ஆக்கும் கோணம்  $\phi$  ஆகுக. அப்பொழுது, ஒப்பிடுக - படம் 1.11 (c),

$$\begin{aligned} \text{தான் } \phi &= \text{எல்} \frac{PR}{RQ} = \text{எல்} \frac{r \delta \theta}{\delta r} \\ &= r \frac{d\theta}{dr} \end{aligned}$$

ஆதலின்,

$$p = r \text{ சைன் } \phi \text{ எனவும்} \dots\dots\dots(ii)$$

$$\text{தான் } \phi = r \frac{d\theta}{dr} \text{ எனவும்} \dots\dots\dots(iii)$$

ஆகின்றன, ஒப்பிடுக—படம் 1.11(b).

எனவே, சமன்பாடுகள் (i), (ii), (iii) என்பனவற்றிலிருந்து  $\theta$  உம்  $\phi$  உம் நீக்கப்பெற்றால்  $p$  யையும்  $r$  ஐயும் தொடர்புபடுத்தும் சமன்பாடானது கிடைக்கும். இங்கு,

$$1 + e \text{ கோசை } \theta = \frac{l}{r} = \frac{b^2}{ar}, \quad \therefore l = \frac{b^2}{a}$$

$$\therefore e \text{ சைன் } \theta \frac{d\theta}{dr} = - \frac{b^2}{ar^2}.$$

$$\text{ஆனால், சைன் } \phi = \frac{p}{r} \text{ ஆதலால், தான் } \phi = \frac{p}{\sqrt{r^2 - p^2}}.$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{p^2}{r^2 - p^2} &= r^2 \left( \frac{d\theta}{dr} \right)^2 = r^2 \cdot \frac{b^4}{a^2 r^4} \cdot \frac{1}{e^2 \text{ சைன் }^2 \theta} \\ &= \frac{b^4}{a^2 r^2} \cdot \frac{1}{e^2 \left[ 1 - \left( \frac{b^2}{ar} - 1 \right)^2 \div e^2 \right]}; \end{aligned}$$

இது,  $b^2 = a^2(1 - e^2)$  என்பதைப் பயன்படுத்தவும், சிறிதளவு சுருக்கவும்

$$\frac{b^2}{r^2} = \frac{2a}{r} - 1$$

என்பதைத் தருகின்றது.

## ஃபூரியே பகுப்பு

விடையத்தின் பொது நோக்கு.—தரப்பட்ட வளைவி ஒன்று

$$y = f(x) \dots\dots\dots(i)$$

என்னும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்பட்டும். அப்பொழுது, வளைவி (i) உம்

$$y = a_0 + a_1 \text{ கோசை } x \dots\dots\dots(ii)$$

என்னும் வளையியும்  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சிலுள்ள யாதேனும் இரு புள்ளிகளில் ஒன்றையொன்று வெட்டுமாறு சமன்பாடு (ii) இலுள்ள மாறிலிகள்  $a_0$ ,  $a_1$  என்பனவற்றைத் துணியலாம். அவ்வண்ணம்,  $0 < x_1 < \pi$ ,  $0 < x_2 < \pi$  என்றவாறு,  $(x_1, y_1)$  உம்  $(x_2, y_2)$  உம்  $y = f(x)$  என்னும் சமன்பாட்டின் யாதேனும் இரு இணைப்பெறுமானங்கள் ஆகுக. அப்பெறுமானங்களை (ii) இல் பிரதியிட்டு,

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1 \text{ கோசை } x_1 \\ y_2 &= a_0 + a_1 \text{ கோசை } x_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(iii)$$

என்பனவற்றைப் பெறுகிறோம்.

$a_0$  ஐயும்  $a_1$  ஐயும் பெறும்பொருட்டுச் சமன்பாடுகள் (iii) போதியன வாகும். இவ்வண்ணம், தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட இரு இடங்களில் அவ்விரு வளைிகளின் பொருந்துகை கட்டாயமாகின்றது. அதேபோல,  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சிலே தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட  $(n+1)$  இடங்களில்,

$$y = f(x)$$

$$y = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \dots\dots\dots (iv)$$

என்னும் வளைிகளைப் பொருந்துமாறு செய்யலாம்.

எனவே  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சு முற்றிலும், எந்தச் சார்பையும், இவ்வகையான முடிவில் தொடரொன்றைப் பிரதிசெய்ய இயலுமோ இயலாதோ என்னும் வினா எழுகின்றது.  $x$  இன் சார்பு  $f(x)$  என்பது எதுவாகிலும்,  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில் அது தனியன் பெறுமானமுடையதாயும், முடிவுள்ளதாயும், தொடர்ச்சியாயும் இருக்குமாயின், அல்லது, அதேவீச்சில், முடிவான எண்ணில், ஒவ்வொன்றிற்கும் முன்னும் பின்னும் தொடர்ச்சியான பாகங்கள் உடைய தொடர்ச்சியில் புள்ளிகள் இருக்குமாயின், அச்சார்பை அத்தகைய முடிவில் திரிகோணகணிதத் தொடரொன்றால் குறிக்கமுடியும் எனக் காட்டலாம்.  $0$  இற்கும்  $\pi$  இற்கும் இடையிலுள்ள  $x$  இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் சார்பும் தொடரும் சர்வசமமாகும்;  $x=0$ ,  $x=\pi$  என்னும் குறிப்பிட்ட இடங்களில், தரப்பட்ட சார்பானது பூச்சியமாக இராவிட்டால்  $x$  இற்கு இவ்விரு பெறுமானங்களும் விலக்கு.

கோசைன் தொடர்.— $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx \dots\dots\dots (v)$$

ஆகுக. இத்தொடரை உறுப்புறுப்பாகத் தொகையிடலாம் எனக் கொள்வோம். (v) இன் இருபக்கங்களையும்  $dx$  என்பதாற் பெருக்கி அவற்றை,  $x=0$ ,  $x=\pi$  என்னும் எல்லைகளுக்குள்ளே,  $x$  குறித்துத் தொகையிடுவோம். அப்பொழுது,

$$\int_0^{\pi} f(x) dx = a_0 \int_0^{\pi} dx + \text{மறைகின்ற உறுப்புக்கள்} = a_0 \pi.$$

$$\therefore a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx.$$

எனைய குணகங்களைக் காணும் பொருட்டு, நாம் எங்கும் கோசை  $\cos nx$  என்பதால் பெருக்கி முன்போன்று தொகையிடுவோம். அப்பொழுது,

$$\int_0^{\pi} f(x) \cos mx dx = a_0 \int_0^{\pi} \cos mx dx + \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\pi} a_n \cos nx \cos mx dx.$$

ஆனால்,  $\int_0^\pi$  கோசை  $mx \, dx = 0$  ; மேலும்,  $m \neq n$  எனின்

$$\int_0^\pi \text{கோசை } m \text{ கோசை } nx \, dx = \frac{1}{2} \int_0^\pi [\text{கோசை } (m-n) + \text{கோசை } (m+n) x] \, dx = 0.$$

$m = n$ ,  $n \neq 0$  எனின்,

$$\int_0^\pi \text{கோசை }^2 nx \, dx = \frac{1}{2} \pi.$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(x) \text{கோசை } nx \, dx.$$

குணகங்களைக் காண்பதற்கான மேற்படி முறையானது (v) இலிருந்து  $(n+1)$  உறுப்புக்களை எடுத்து,  $y=f(x)$  என்னும் வளைமியில் இருக்கின்ற சமதூரமான கிடைக்கூறுகளுடைய  $(n+1)$  புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை

$$y = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{கோசை } nx$$

என்பதில் பிரதியிட்டு,  $(n+1)$  சமன்பாடுகளைப் பெறும் செய்கைக்கு ஒத்ததாகும். இவ்வண்ணம் கிடைக்கப்பெற்ற சமன்பாடுகளிலிருந்து மாறிலிகள் துணியப்படுகின்றன; கோசைன் தொடரிலுள்ள மாறிலிகள்,  $n \rightarrow \infty$  ஆகும்போது மேலே துணியப்பெற்ற மாறிலிகளின் எல்லைப்பெறுமானங்கள் ஆகும்.

உதாரணம்.—  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்  $f(x) = x$  ஆகும்.

அப்பொழுது,  $\int_0^\pi x \, dx = a_0 \int_0^\pi dx$ ,  $\therefore a_0 = \frac{\pi}{2}$ ;

மேலும்,  $\int_0^\pi x \text{கோசை } nx \, dx = a_n \int_0^\pi \text{கோசை }^2 nx \, dx = \frac{\pi}{2} \cdot a_n$ .

ஆனால்,  $\int_0^\pi x \text{கோசை } nx \, dx = \left[ \frac{x}{n} \text{சைன் } nx + \frac{1}{n^2} \text{கோசை } nx \right]_0^\pi$   
 $= \frac{1}{n^2} [\text{கோசை } n\pi - \text{கோசை } 0] = \frac{1}{n^2} [(-1)^n - 1].$

$\therefore n$  ஒற்றை எண்ணின்  $a_n = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{n^2}$ ,

ஆனால்  $n$  இரட்டை எண்ணின்  $a_n = 0$ .

$$\therefore x = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\text{கோசை } x}{1^2} + \frac{\text{கோசை } 3x}{3^2} + \frac{\text{கோசை } 5x}{5^2} + \dots + \frac{\text{கோசை } (2n+1)x}{(2n+1)^2} + \dots \right] \dots \dots (vi)$$

இனி, (vi) ஆனது  $x=0$ ,  $x=\pi$  என்னும் பெறுமானங்களுக்கும் உண்மையாம்; ஏனெனில்

$$0 = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \right] \quad \text{எனபதாலும்}$$

$$\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[ (-1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \right] \quad \text{எனபதாலும்,}$$

$\sum_{n=1}^{\infty}$  என்னும் குறியீட்டின்மூன்றுள்ள தொடரானது  $\frac{\pi^2}{8}$  ஆகின்றது [ப, 29 ■ ஒப்பிடுக] எனத் தெளிக.

சைன் தொடர்.—அதேபோலவும், அதே நிபந்தனைகளுக்கிணங்கவும்,

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ சைன் } nx$$

எனக் காட்ட முடியும்; இங்கு,  $b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \text{ சைன் } nx \, dx$  ஆகும்.

உதாரணம்.—  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்  $f(x) = x$

$$\begin{aligned} x &= 2 \left[ \frac{\text{சைன் } x}{1} - \frac{\text{சைன் } 2x}{2} + \frac{\text{சைன் } 3x}{3} - \dots \right] \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\text{சைன் } nx}{n} \end{aligned}$$

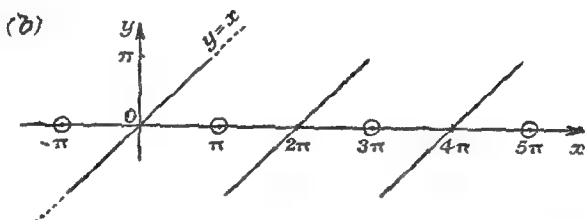
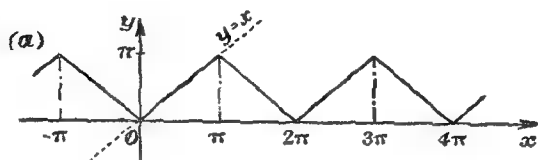
ஆகும்.

கோசைன் தொடரையும் சைன் தொடரையும் ஒப்பிடுதல்.  $x$  இன் சார்பு எதுவாகிலும், அதைக் குறிப்பிட்ட நிபந்தனைகளுக்கிணங்கக் கோசைன் தொடராகவோ சைன் தொடராகவோ எடுத்துரைக்கலாம் என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. இனி,  $0 < x < \pi$  எனபதற்கும், அத்துடன் ஒருவேளை  $x=0$ ,  $x=\pi$  என்பனவற்றிற்கும் இணங்கும்  $x$  இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் இவ்விரு தொடர்களுள் ஒவ்வொன்றும்  $f(x)$  என்பதற்குச் சர்வசமன் ஆயினும்,  $x$  இன் வீளைய பெறுமானங்களிடத்து அவ்விரு தொடர்களும் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் வேறுபடுகின்றன.

மேற்படி தொடர்கள் இரண்டும்  $x$  இன் ஆவர்த்தனச் சார்புகள் ஆகும். அவற்றின் ஆவர்த்தன காலம்  $2\pi$  ஆகும். கருதப்படும் தொடரானது  $y$  ஆகுக.  $-\pi < x < \pi$  என்னும் எல்லைகளுக்குள் அடங்கும் வளையித்துண்டை வரைந்தால், அதே துண்டை மீண்டும் மீண்டும் வரைந்து முழு வளையைய யும் பெறலாம்.

கோசைன் தொடரை முதலாவதாகக் கருதுக. கோசைன்  $x =$  கோசைன்  $(-x)$  ஆதலால், கோசைன் வளையியில்,  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில், ■ என்பதின் எந்தப் பெறுமானத்துக்கும் ஒத்த நிலைக்கூறுனது  $x$  இன் நேர்ப்பெறு

மானத்துக்கு ஒத்த நிலைக்கூறுக்குச் சமன் எனத் தெளிவாகும் ; அதாவது, வளைமி  $y = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  கோசை  $n\pi$  ஆனது  $y$  அச்சைக் குறித்துச் சமச்சீருள்ளதாம்.



படம் 1.12. (a)  $y = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{கோசை } (2n-1)x}{(2n-1)^2}$  என்னும் கோசைன் தொடரும்  $y=x$  என்னும் தொடரும்.

(b)  $y = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\text{சைன் } nx}{n}$  என்னும் சைன் தொடரும்  $y=x$  என்னும் வளையியும்.

சைன் தொடரை மீண்டும் கருதும் பொழுது,  $-\text{சைன் } nx = \text{சைன் } (-nx)$  ஆதலால், வளைமி உற்பத்தியைக் குறித்துச் சமச்சீருள்ளது எனத் தெளிவாகும் ; அதாவது,  $(x_1, y_1)$  என்பது வளைமியிற் கிடக்குமாயின்  $(-x_1, -y_1)$  உம் வளைமியிற் கிடக்கும்.

படங்கள் 1.12 (a) இலும் 1.12 (b) இலும் முறையே

$$y = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{கோசை } (2n-1)x}{(2n-1)^2}, \quad y = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\text{சைன் } nx}{n}$$

என்பனவற்றிற்கு ஒத்த வளைமிகள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. சைன் தொடர் ஆனது  $y=x$  என்பதை,  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில், குறிக் கையில் கோசைன் தொடரானது அதை  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில் மட்டுமே குறிக்கும்.  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில் இவ்விரு வளைமிகளும்  $y=x$  என்பதுடன் ஒன்றுகின்றன ; மேலும்,  $-\pi < x < 0$  என்னும் வீச்சில், சைன் தொடர் ஒன்றுகின்றபோதிலும்,  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சுக்கு வெளியேயுள்ள இன் பெறுமானங்களிடத்து ஒன்றுபடுதலில்லை.

அன்றியும்,  $[\pm (2n-1)\pi, 0]$  ஆகிய தனியியல்புள்ள புள்ளிகளைச் சைன் தொடர் தருகின்றது ; இங்கு,  $n = 1, 2, 3, \dots$

மேற்படி குறிப்புக்கள் கீழ்வருகின்ற பொது விதிகளை விளக்கிக்காட்டுகின்றன :

(a)  $f(x)$  ஆனது இரட்டையான சார்பு, அதாவது  $f(x) = f(-x)$ , ஆயின் அதற்கு ஒத்த கோசைன் தொடர்,  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $f(x)$  இற்குச் சமன் ; இங்கு,  $x = 0$  என்னும் பெறுமானம் விலக்கன்று.

(b)  $f(x)$  ஆனது ஒற்றையான சார்பு, அதாவது  $f(x) = -f(-x)$  ஆயின்  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில், சைன் தொடர் அதற்குச் சமன் ; இங்கு  $x = 0$  என்னும் பெறுமானத்துக்குத் தொடரானது பூச்சியம் ஆதலால் அப்பெறுமானம் விலக்காக இருக்கக்கூடும்.

ஃபூரியே தொடர்.—  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $f(x)$  என்பதைக் குறிக்க வேண்டிய தொடரொன்றை விருத்திசெய்ய மேற்படி விதிகள் இடம் தருகின்றன ; ஏனெனில்,

$$f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

என்னும் சர்வசமனிலிருந்து,

$$\begin{aligned} f(x) &= x \text{ இன் இரட்டையான சார்பு} + \\ &\quad + x \text{ இன் ஒற்றையான சார்பு} \\ &= \left( a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ கோசை } nx \right) + \left( \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ சைன் } nx \right) \end{aligned}$$

ஆதலால் எனக் கொள்க ;

இங்கு,  $x = -x$  எனின்,

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{f(x) + f(-x)}{2} \text{ கோசை } nx \, dx, \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} f(x) \text{ கோசை } nx \, dx + \int_0^{\pi} f(-x) \text{ கோசை } nx \, dx \right], \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} f(x) \text{ கோசை } nx \, dx + \int_0^{\pi} f(z) \text{ கோசை } (-nz)(-dz) \right]. \end{aligned}$$

எனவே,

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} f(x) \text{ கோசை } nx \, dx + \int_{-\pi}^0 f(z) \text{ கோசை } nz \, dz \right], \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \text{ கோசை } nx \, dx. \quad \left[ \because \int_1^2 F(p) \, dp = \int_1^2 F(q) \, dq. \right] \end{aligned}$$



அதுபோலவே,

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx,$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \, dx.$$

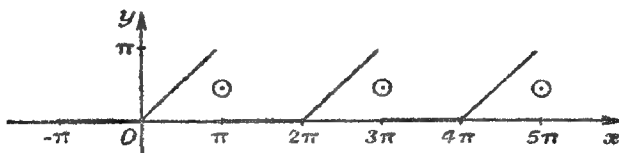
$$\therefore f(x) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx.$$

இது ஃ. பூரியே தொடர் எனப்படும்.

$f(x)$  ஒரேயொரு சமன்பாட்டால், முழு வீச்சிலும், எடுத்துரைக்க வேண்டும் என்பது கட்டாயமன்று. எடுத்துக்காட்டாக,  $-\pi < x < 0$  என்னும் வீச்சில்,  $y = f_1(x)$  உம்  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்  $y = f_2(x)$  உம் எனின், தொகையிடலில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் அதற்கு உரிய எல்லைகளுக்குள் தொகையிடப்பட வேண்டும். அதாவது,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 f_1(x) \, dx + \int_0^{\pi} f_2(x) \, dx \right].$$

அவ்வண்ணமே,  $a_n$  இற்கும்  $b_n$  இற்கும்.



படம் 1-13.

$$y = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \left[ \cos x + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots \right] + \left[ \sin x - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \dots \right] \text{ எனனும் தொடர்.}$$

ஃ பூரியே விரிக்கு ஒர் உதாரணம்.—  $-\pi < x < 0$  என்னும் வீச்சில்  $f(x) = 0$  உம்  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $f(x) = x$  உம் ஆகும்.

$$\therefore a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^0 [0] \, dx + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} x \, dx = \frac{\pi}{4} \text{ உம்,}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 [0] \cos nx \, dx + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x \cos nx \, dx,$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \frac{x}{n} \sin nx + \frac{1}{n^2} \cos nx \right]_0^{\pi} = \frac{(-1)^n - 1}{\pi n^2} \text{ உம் ஆம்.}$$

அதபோலவே,  $b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{சைன் } nx \, dx = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ .

$$\therefore f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \left[ \text{கோசை } x + \frac{\text{கோசை } 3x}{3^2} + \dots \right] + \left[ \text{சைன் } x - \frac{\text{சைன் } 2x}{2} + \frac{\text{சைன் } 3x}{3} - \dots \right].$$

$x = 0$  என்பதில்,  $y = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \left[ 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots \right] + 0 = 0,$

$$\left[ \because \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}, \text{ ப. 111 ஐ ஒப்பிடுக.} \right];$$

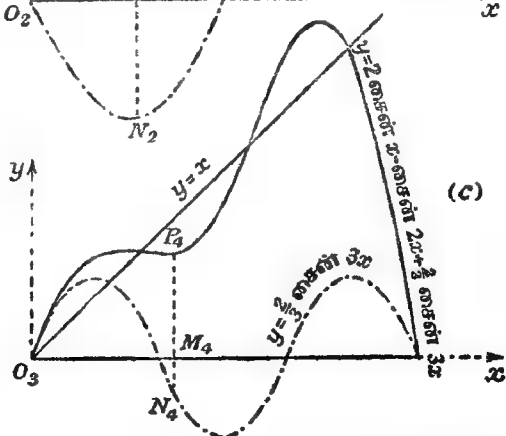
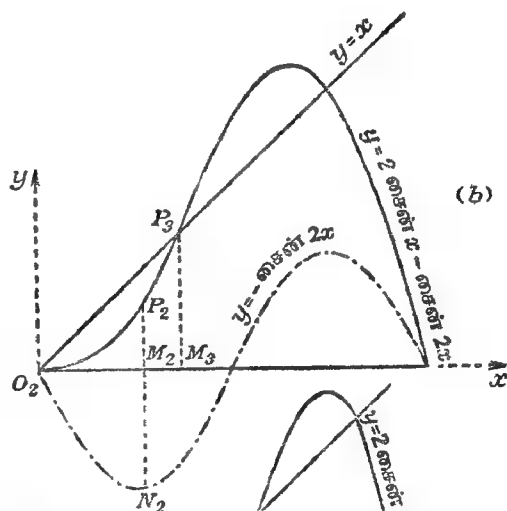
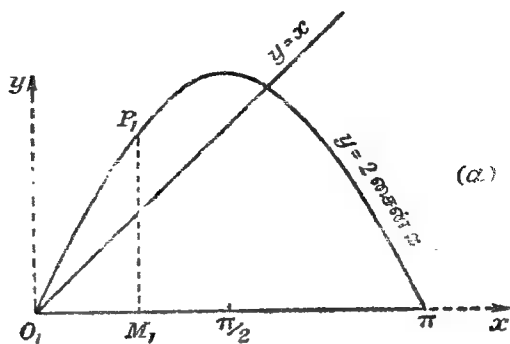
$x = \pi$  என்பதில்,  $y = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \right] = \frac{\pi}{2}.$

எனவே, தனியியல்புள்ள புள்ளிகள்  $[(2n-1)\pi, \frac{1}{2}\pi]$  என்பனவற்றையும் இத்தொடரானது குறிக்கின்றது, படம் 1.13 ஐ ஒப்பிடுக.

சைன் தொடரொன்றுக்கு அடுத்தடுத்த அண்ணளவாக்கம்.  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $y = x$  என்னும் வளையியுடன்

$$y = 2 \left[ \frac{\text{சைன் } x}{1} - \frac{\text{சைன் } 2x}{2} + \frac{\text{சைன் } 3x}{3} - \dots \right] \dots \dots \dots (vi)$$

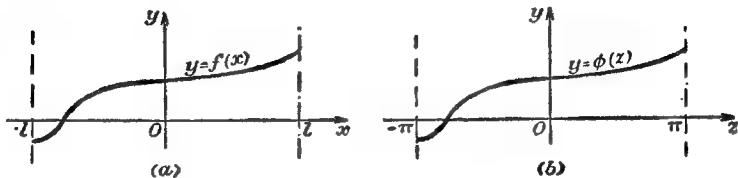
என்னும் வளையியானது பொருந்துகின்றதென ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. எவ்வாறு  $y = x$  என்பதின் வரைபைத் தொடர்ந்துவரும் அண்ணளவுத் தொடரொன்றின்மூலம் வரைபுமுறைப்படி அமைக்கலாம் எனக் காட்டினால் ஒருவேளை இங்கு விவரித்துக் கூறியுள்ள பகுப்பு முறைகளை மேலும் தெளிவாக்கலாம். படம் 1.14 (a) ஆனது  $y = 2$  சைன்  $x$  என்பதின் வரைபைக் காட்டுகின்றது. படம் 1.14 (b) யில் குற்றிட்ட வளையியானது  $y = -\text{சைன் } 2x$  என்பதாகும்;  $P_2$  என்னும் புள்ளிகளின் தொடரொன்றைப் பின்வருமாறு அமைத்து வளையி  $y = 2$  சைன்  $x - \text{சைன் } 2x$  கிடைக்கப்பெறுகின்றது. ஒவ்வொரு விளக்கப்படத்தின்  $x$  அச்சிலும்  $M_1, M_2$  ஆகிய ஒத்த புள்ளிகளில் நிலைக்கூறுகள் வரையப்படுகின்றன.  $M_2$  ஊடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்கூறுனது வளையி  $y = -\text{சைன் } 2x$  ஐ  $N_2$  என்பதில் வெட்டினால், அப்பொழுது  $N_2$  ஐ மையமாகவும்  $N_2P_2 = M_1P_1$  ஐ ஆரையாகவும் பயன்படுத்தி, நிலைக்கூற்றை  $P_2$  இல் வெட்டுமாறு, வில்லொன்று வரையப்படுகிறது. படம் 1.14 (c) ஆனது வளையி  $y = 2$  சைன்  $x - \text{சைன் } 2x + \frac{2}{3} \text{சைன் } 3x$  என்பதைக் காட்டுகிறது; இங்கு,  $N_4P_4$  ஐ  $M_3P_3$  இற்குச் சமனாக்கி வளையிக்குரிய புள்ளி  $P_4$  ஆனது பெறப்படுகிறது; இங்கு பயன்படுத்தியுள்ள குறிப்பீடு தானே விளங்கும். எவ்வாறு, தரப்பட்ட வீச்சில், நேர்கோடு  $y = x$  என்பதை விரைவில் அணுகும் வளையியொன்றைத் தருதற்குச் சைன்தொடரின் ஒருசில உறுப்



படம் 1.14.  $0 < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $y=x$  என்பதைக் குறிக்கும் சைன்தொடரின் தொடர்ந்துவரும் அண்ணளவுகள்.

புக்களே போதியனவாகும் என்பதை இம்முன்று வளைவிகள் தெளிவாக்குகின்றன. எனினும், அவ்வீச்சுக்கு வெளியே வளைவிகள் அமைக்கப்படுமாயின் பொருந்துதல் ஒருபோதும் நேராது.

**வீச்சை விரித்தல்.**—வழக்கில்,  $x$  இற்கு  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சு அரிதாம்; ஆகவே, பகுப்பைப் பொதுவாகப் பிரயோகிக்க வேண்டின் அக்குறுகிய எல்லைகளை அகலிக்க வேண்டிவரும். ஏற்கெனவே கருதி



படம் 1.15.  $\therefore$  பூரியே பகுப்பு : வீச்சை விரித்தல்.

யுள்ள வகையைச் சேர்ந்த  $\blacksquare$  இன் சார்பொன்றை,  $-l < x < l$  என்னும் வீச்சில், அச்சார்புடன் ஒன்றுபடும் திரிகோணகணிதத் தொடரொன்றாக விரித்தல் வேண்டும் எனக் கொள்க, படம் 1.15 (a) ஐ ஒப்பிடுக.  $x = -l$  ஆயின்  $z = -\pi$ ;  $x = l$  ஆயின்  $z = \pi$  என்னும் நிபந்தனைகளுக்கிணங்கும்  $z$  என்னும் புது மாறியொன்றைப் புகுத்துவோம். அப்பொழுது,

$$\frac{x}{l} = \frac{z}{\pi} \text{ அல்லது } z = \frac{\pi x}{l}.$$

அதே வீச்சில்,  $\phi(z)$  ஆனது வளைவியைக் குறிக்கட்டும், படம் 1.15 (b)  $\blacksquare$  ஒப்பிடுக. அப்பொழுது  $x$  மாறியாக இருக்க  $f(x)$  ஆனது வளைவியின் சமன்பாடாயின்

$$\phi(z) = y = f(x);$$

இற்கு,  $y$  ஆனது இரு வரிப்படங்களிலும் ஒரே நிலைக்கூறாகும்.

இனி,  $\phi(z) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \text{ கோசை } nz + b_n \text{ சைன் } nz)$  ஆயின், ஏற்கெனவே ஏற்படுத்தியுள்ள முறைகளால்

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(z) dz \text{ எனவும், } a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(z) \text{ கோசை } nz \, dz \text{ எனவும்}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(z) \text{ சைன் } nz \, dz \text{ எனவும்}$$

பெறுகின்றோம்.

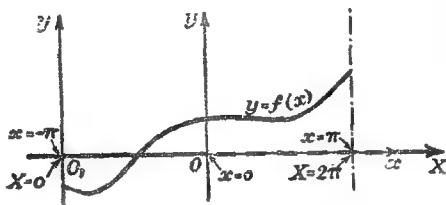
மேலும்  $\phi(z) = f(x)$  ஆதலால்

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \text{ கோசை } \frac{n\pi}{l} x + b_n \text{ சைன் } \frac{n\pi}{l} x \right);$$

இங்கு,  $a$  களையும்  $b$  களையும் கணிக்கும்பொருட்டு நாம் இப்பொழுது  $\phi(x)=f(x)$ ,  $\delta x = \frac{\pi}{l} \delta x$  என்பனவற்றைப் பயன்படுத்துகிறோம் ; விளைவாக :

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-l}^l f(x) \frac{\pi}{l} dx = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) dx,$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l f(x) \text{ கோசை } \frac{n\pi}{l} x \cdot \frac{\pi}{l} dx = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \text{ கோசை } \frac{n\pi}{l} x dx.$$



படம் 1.16. பூரிமே பகுப்பு : வீச்சு  $0 < X < 2\pi$ .

அதுபோலவே,

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \text{ சைன் } \frac{n\pi}{l} x dx.$$

$0 < X < 2\pi$  என்னும் வீச்சைப் பற்றிய குறிப்பு.—  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்  $y=f(x)$  எனக் கொள்க.  $0$  என்னும் உற்பத்தியைப் புதியவோர் உற்பத்தி  $O_1$  இற்கு இடம் மாற்றி வைப்போம், படம் 1.16; அதாவது, பழைய உற்பத்தியைக் குறித்துப் புது உற்பத்தியானது  $x = -\pi$ ,  $y = 0$  ஆகும்.  $(x, y)$  என்னும் புள்ளியொன்றுக்குப் புது அச்சக்களைக் குறித்து வரும் ஆள்கூறுகள்  $(X, y)$  ஆகுக. இப்பொழுது, வீச்சானது  $0 < X < 2\pi$  ஆகும் ; மேலும்  $y = F(X)$ .

$$y = a_0 + a_1 \text{ கோசை } x + a_2 \text{ கோசை } 2x + \dots$$

$$+ b_1 \text{ சைன் } x + b_2 \text{ சைன் } 2x + \dots \quad \text{எனின்,}$$

$$y = a_0 + a_1 \text{ கோசை } (X - \pi) + a_2 \text{ கோசை } 2(X - \pi) + \dots$$

$$+ b_1 \text{ சைன் } (X - \pi) + b_2 \text{ சைன் } 2(X - \pi) + \dots$$

$$= a_0 - a_1 \text{ கோசை } X + a_2 \text{ கோசை } 2X - \dots$$

$$+ (-b_1) \text{ சைன் } X + b_2 \text{ சைன் } 2X - \dots \quad \text{ஆகும் ;}$$

எனவே, விரியின் வடிவம் மாறவேயில்லை.

$$F(X) = A_0 + A_1 \text{ கோசை } X + A_2 \text{ கோசை } 2X + \dots$$

$$+ B_1 \text{ சைன் } X + B_2 \text{ சைன் } 2X + \dots$$

எனின்,  $a$  களையும்  $b$  களையும் காணும்பொருட்டு

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(X - \pi) dX \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(X) dX = A_0 \end{aligned}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

மேலும்,

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \text{ கோசை } nx dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(X - \pi) \text{ கோசை } n(X - \pi) dX \\ &= \frac{(-1)^n}{\pi} \int_0^{2\pi} F(X) \text{ கோசை } nX dX. \\ \therefore A_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(X) \text{ கோசை } nX dX. \end{aligned}$$

அதுபோலவே  $B_n$  இற்கும்.

உதாரணம். —  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  எனின்,

$$\frac{\pi}{4} = \text{கோசை } x - \frac{1}{3} \text{ கோசை } 3x + \frac{1}{5} \text{ கோசை } 5x - \dots$$

எனக் காட்டுக.

முதன்முதலாக,  $0 < X < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $\frac{\pi}{4}$  என்பதைக் குறிக்கும் விரித்தொடர்  
ரொன்றைக் கருதுக.

$$\frac{\pi}{4} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ கோசை } nX \quad \text{ஆகுக.}$$

அப்பொழுது,

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\pi}{4} dx = \frac{1}{4} \pi;$$

$a_n = 0$  என இது உடனே உணர்த்துகிறது; இதை எளிதில் மெய்ப்பிக்கலாம். ஆகவே,

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ சைன் } nX$$

எழுதுவோம்.

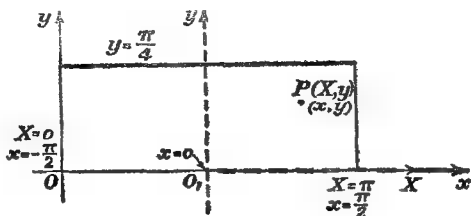
அப்பொழுது,

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\pi}{4} \text{ சைன் } nX dX = \frac{1}{2n} \left[ -\text{கோசை } nX \right]_0^{\pi} = -\frac{1}{2n} [\text{கோசை } n\pi - \text{கோசை } 0] \\ &= -\frac{1}{2n} \text{ சைன் } \frac{1}{2} n\pi \text{ சைன் } \frac{1}{2} n\pi \\ &= -\frac{1}{2n} \text{ } n \text{ ஒற்றை எண்ணின்,} \\ &= 0 \text{ } n \text{ இரட்டை எண்ணின்.} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\pi}{4} = \text{சைன் } X + \frac{1}{3} \text{ சைன் } 3X + \frac{1}{5} \text{ சைன் } 5X + \dots$$

இனி, 0 இலிருந்து  $O_1$  இற்கு உற்பத்தியை இடமாற்றிவைக்க; படம் 1.17 ஐ ஒப்பிடுக; மேலும், பழைய தொகுதியில் ( $X, y$ ) என இருந்த புள்ளி  $P$  யின் புது ஆள்கூறுகள் ( $x, y$ ) ஆகுக. அப்பொழுது,

$$x + \frac{\pi}{2} = X.$$



படம் 1.17.

$$\therefore \frac{\pi}{4} = \text{சைன் } X + \frac{1}{2} \text{ சைன் } 3X + \frac{1}{4} \text{ சைன் } 5X + \dots$$

$$= \text{சைன் } \left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \text{ சைன் } 3\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{4} \text{ சைன் } 5\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \dots$$

$$= \text{கோசை } x - \frac{1}{2} \text{ கோசை } 3x + \frac{1}{4} \text{ கோசை } 5x - \dots;$$

இதனையே நிறுவ வேண்டியிருந்தது.

சில முதன்மையான தொடர்களும் அவற்றைக் கூட்டலும். (அ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$  என்னும் தொடர்கள் பௌதிகவியற் பிரச்சினைகளில் அடிக்கடி தோன்றுகின்றன அவற்றின், பெறுமானங் கணிப்பது பின்வருமாறு.

$n \neq 0$  எனின், பகுதிகளாகத் தொகையிட்டு

$$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \text{ கோசை } nx \, dx = 2 \left[ \frac{x \text{ கோசை } nx}{n^2} \right]_0^{\pi} = (-1)^n \frac{2\pi}{n^2}$$

என உடனடியாகக் காட்டப்படுகின்றது.  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்  $x^2$  என்பதைக் கருதுக. அப்பொழுது,

$$f(x) = x^2 = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ கோசை } nx.$$

மேற்படி கோவையிலுள்ள குணகங்களின் பெறுமானக்கணிப்புக்கு ஏற் கெனவே உறுதிப்படுத்தியுள்ள விதிகளின்படி

$$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \, dx = a_0 \cdot 2\pi.$$

$$\therefore a_0 = \frac{\pi^2}{3}.$$

மேலும்,  $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x^2 \text{கோசை } nx \, dx = (-1)^n \cdot \frac{4}{n^2}$ .

$$\therefore x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \left[ -\frac{1}{1^2} \text{கோசை } x + \frac{1}{2^2} \text{கோசை } 2x - \frac{1}{3^2} \text{கோசை } 3x + \dots \right]$$

$x=0$  என இட்டால்

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\pi^2}{3} - 4 \left[ \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots \right] \\ &= \frac{\pi^2}{3} - 4 \left[ \left\{ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots \right\} - \left\{ \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots \right\} \right] \\ &= \frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + 4 \left( \frac{2}{2^2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}; \quad \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \end{aligned}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

மேலும், 
$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} &= \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots \\ &= \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots - \frac{1}{2^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} - \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} \right) \\ &= \frac{3}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \quad \text{ஆதலின்,} \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} &= \frac{\pi^2}{8} \quad \text{என்பதைப் பெறுகின்றோம்.} \end{aligned}$$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$  என்னும் தொடரும் பௌதிகவியலில் அடிக்கடி வருகின்றது; அதன் பெறுமானக் கணிப்பானது ஃபூரியே தொடர்ப் பிரயோகத்தின் இன்னுமொரு பயனுள்ள எடுத்துக்காட்டாகிறது.

$$\int_0^{\pi} x^4 \text{கோசை } nx \, dx = \left[ x^4 \frac{\text{சைன் } nx}{n} \right]_0^{\pi} - \frac{4}{n} \int_0^{\pi} x^3 \text{சைன் } nx \, dx$$

எனப் பெறுகின்றோம்.  $n \neq 0$  எனின், இதுபோன்ற இன்னும் சில ஒடுக் கங்களின்பின், இது

$$(-1)^n \left[ \frac{4\pi^3}{n^3} - \frac{24\pi}{n^4} \right], \dots \text{இற்குச் சமனாகும்.}$$



$$n \neq 0 \text{ எனின், } \int_0^\pi x^2 \text{ கோசை } nx \, dx = (-1)^n \frac{2\pi}{n^2} \quad \text{ஆதலின்,}$$

$$\int_0^\pi (x^4 - 2\pi^2 x^2) \text{ கோசை } nx \, dx = (-1)^{n-1} \frac{24\pi}{n^4}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

அடுத்ததாக,  $-\pi < x < \pi$  என்னும் வீச்சில்,  $x^4 - 2\pi^2 x^2$  என்பதை ஃபூரியே தொடரொன்றாக விரிப்போம். வழக்கம்போல்,

$$x^4 - 2\pi^2 x^2 = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ கோசை } nx$$

எனப் பெறுகின்றோம். இங்கு காட்டப்படவேண்டிய சார்பு இரட்டையாதலின் சைன் உறுப்புக்கள் சேர்க்கப்படவில்லை.

$$\text{இனி,} \quad a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x^4 - 2\pi^2 x^2) \, dx = -\frac{7}{15} \pi^4.$$

மேலும்,

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} x^4 \text{ கோசை } nx \, dx &= 2 \int_0^{\pi} x^4 \text{ கோசை } nx \, dx \\ &= 2 \left[ (-1)^n \left( \frac{4\pi^3}{n^3} - \frac{24\pi}{n^4} \right) \right]; \end{aligned}$$

$$\text{அன்றியும், } -2\pi^2 \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \text{ கோசை } nx \, dx = (-1)^n (-1)^n \frac{8\pi^3}{n^3}.$$

$$\therefore \int_{-\pi}^{\pi} (x^4 - 2\pi^2 x^2) \text{ கோசை } nx \, dx = (-1)^n \left( \frac{-48\pi}{n^4} \right).$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x^4 - 2\pi^2 x^2) \text{ கோசை } nx \, dx = (-1)^n \left( \frac{-48}{n^4} \right).$$

$$\therefore x^4 - 2\pi^2 x^2 = -\frac{7}{15} \pi^4 + 48 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\text{கோசை } nx}{n^4},$$

$[-\pi < x < \pi]$ .  $x = 0$  எனப் போடுக. அப்பொழுது,

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^4} = \frac{7}{15.48} \pi^4.$$

$$\begin{aligned} \text{ஆனால், } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^4} + 2 \left[ \frac{1}{2^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{6^4} + \dots + \frac{1}{(2n)^4} + \dots \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^4} + \frac{1}{2^3} \left[ \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{n^4} + \dots \right]. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{7}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^4} = \frac{7}{15.48} \pi^4; \quad \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

பிரயோக பெளதிகவியலின் வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள் சில.

முதல் வரிசைச் சமன்பாடுகள்.

ஏகபரிமாணச் சமன்பாடுகள்.—P உம் Q உம் ஒன்றில் x இன் சார்புகளாய் அல்லது மாறிலிகளாய் இருக்கும்பொழுது

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \quad \dots\dots\dots (i)$$

என்பது முதல் வரிசையைச் சேர்ந்த ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாடு எனப்படும். Q=0 எனின், (i) ஐ

$$\frac{dy}{y} = -P dx \quad \dots\dots\dots (ii)$$

என எழுதலாம் ;

இதன் தொகையீடு

$$\log_e y = - \int P dx + A$$

என்பதைத் தருகின்றது, இங்கு A ஆனது ஏதேனுமொரு விரும்பிய மாறிலி ஆகும் ; அது மட, u என்க.

$$\therefore \frac{y}{u} = \text{அடுக்கு} \left( - \int P dx \right), \text{ அதாவது } y = u \text{ அடுக்கு} \left( - \int P dx \right) \dots (iii)$$

Q ஆனது பூச்சியத்திலிருந்து வேறுபடும்போதும் (iii) ஆனது y ஐ இன்னும் தரும் எனக் கொள்கிறோம் ; ஆனால், இப்பொழுது, u ஆனது x இன் சார்பொன்றாகும் எனக் கருதுகிறோம்.

$$\begin{aligned} \text{இனி, } \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dz} \left\{ u \text{ அடுக்கு} (-z) \right\} \cdot \frac{dz}{dx} \quad \left[ \text{இங்கு, } z = \int P dx \right] \\ &= \left[ \frac{du}{dz} \text{ அடுக்கு} (-z) - u \text{ அடுக்கு} (-z) \right] P \quad \left[ \because \frac{dz}{dx} = P \right] \\ &= \left[ \frac{du}{dz} - u P \right] \text{ அடுக்கு} \left( - \int P dx \right) \quad \dots\dots\dots (iv) \end{aligned}$$

(i) இல் y இற்கும் அதன் முதற்பெறுதிக்கும் பிரதியிட,

$$\begin{aligned} \left[ \frac{du}{dz} - u P \right] \text{ அடுக்கு} \left( - \int P dx \right) + Pu \text{ அடுக்கு} \left( - \int P dx \right) &= Q. \\ \therefore \frac{du}{dz} &= Q \text{ அடுக்கு} \left( \int P dx \right). \end{aligned}$$

$$\therefore u = B + \int Q \text{ அடுக்கு} \left( \int P dx \right) dx \dots\dots\dots (v)$$

இங்கு, B ஆனது ஏதேனுமொரு விரும்பிய மாறிலி ஆகும்.

$$\therefore y = u \text{ அடுக்கு } \left( - \int P dx \right)$$

$$= B \text{ அடுக்கு } \left( - \int P dx \right) + \text{அடுக்கு } \left( - \int P dx \right) \int Q \text{ அடுக்கு } \left( \int P dx \right) dx$$

என்பது வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் மூலி ஆகும்.

மேற்படி கணித்தலானது

$$\frac{dy}{dx} + Py = \frac{du}{dx} \text{ அடுக்கு } \left( - \int P dx \right)$$

என்றும், அதன் பயனாக

$$\text{அடுக்கு } \left( \int P dx \right) \left( \frac{dy}{dx} + Py \right)$$

ஒரு பூரண வகையீடு, அதாவது  $\frac{du}{dx}$  ஆகும் என்றும் காட்டுகின்றது.

அடுக்கு  $\left( \int P dx \right)$  என்னும் கணியமானது தொகையீட்டுக் காரணி எனப்படுகின்றது ; ஏனெனில்,

$\frac{dy}{dx} + Py = Q$  என்னும் சமன்பாட்டின் இரு பக்க

களும் இக்காரணியால் பெருக்கப்படின எளிய தொகையீட்டால் தீர்க்கக்கூடிய சமன்பாடொன்றைப் பெறுகிறோம். தொகையீட்டுக் காரணி (தொ.கா.) ஒன்று பயன்படுத்தப்பட்டிருந்தால் சமன்பாடு (i)

$$\frac{d}{dx} (y \times \text{தொ.கா.}) = Q \times -\text{தொ.கா.}$$

என்னும் வடிவத்தை ஏற்றுக்கொள்கின்றது என்பதை ஞாபகத்தில் வைத்துக்கொள்வது முதன்மையாம். எனவே,  $\int (Q \times \text{தொ.கா.}) dx$  என்பதைத் தொகையிட முடியுமாயின், தீர்வை உடனடியாகப் பெறமுடிகின்றது.

உதாரணம்.—

$$\frac{dy}{dx} + y \text{ கோசை } x = \frac{1}{x} \text{ சைன் } 2x.$$

இங்கு  $P = \text{கோசை } x$ ; மேலும்  $\int \text{கோசை } x dx = \text{சைன் } x$  ஆதலின், தொகையீட்டுக் காரணியானது அடுக்கு. சைன்  $x$  ஆகின்றது.

$$\therefore y \text{ அடுக்கு. சைன் } x = B + \int \text{சைன் } x \text{ கோசை } x \text{ அடுக்கு (சைன் } x) dx$$

$$= B + \int \theta \text{ அடுக்கு } (\theta) d\theta \quad [\text{இங்கு } \theta = \text{சைன் } x]$$

$$= B + \theta \text{ அடுக்கு } (\theta) - \int \text{அடுக்கு } (\theta) d\theta$$

$$= B + (\text{சைன் } x - 1) \text{ அடுக்கு (சைன் } x).$$

மாறாக் குணகங்களுடைய இரண்டாம் வரிசை ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

செயலி  $D$  யும் அதன் இயல்புகளும்.—மாறாக் குணகங்களுடைய இரண்டாம் வரிசை ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள், அதாவது  $a$  உம்  $b$  உம் மாறிலிகளாகவும்  $\phi(x)$  என்பது தனிய  $x$  இன் சார்பு ஆகவும் உடைய

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = \phi(x)$$

போன்ற சமன்பாடுகள் என்பனவற்றின் தீர்த்தலை விவரிக்குமுன் வகையிடுதல் தொகையிடுதல் என்பன பற்றிய சில தேற்றங்களின் உண்மையை உறுதிப்படுத்த வேண்டியதாகின்றது.

$Dy = \frac{dy}{dx}$  என்றவாறு,  $D$  என்பது  $\frac{d}{dx}$  என்னும் செயலியைக் குறிக்கட்டும்;

அப்பொழுது,  $D^2$  என்பது  $\frac{d^2}{dx^2}$  என்னும் செயலியைக் குறிக்கின்றது;

எனவே,  $D^2y = \frac{d^2y}{dx^2}$ . அதுபோலவே தொடர்ந்து செய்யின்,

$$D^n y = \frac{d^n y}{dx^n}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

$u$  உம்  $v$  உம்  $x$  இன் வகையிடத்தக்க சார்புகள் ஆகவும்,  $m$  உம்  $n$  உம் நேர்முழுவெண்கள் ஆகவும் இருப்பின்,

$$D(u + v) = Du + Dv,$$

$$D^m D^n u = D^{m+n} u = D^n D^m u$$

எனப் பெறுவோம்; மேலும்,  $\kappa$  ஒரு மாறிலி எனின்,

$$D(\kappa u) = \kappa Du$$

ஆகும்.

மேற்படி செய்திகளிலிருந்து செயலி  $D$  ஆனது அட்சரகணிதத்தின் அடிப்படை விதிகளுக்கு இணங்கும் எனத் தெரியவருகின்றது; எனினும்,  $\blacksquare$  இன் சார்புகளுடன்  $D$  ஆனது மாறியமையாது என்பது கவனித்தற்பாலது. அதாவது,  $D(xy)$  என்பது  $x(Dy)$  என்பதற்குச் சமன் அன்று; ஆனால், அது  $y + xDy$  என்பதற்குச் சமன் ஆகும்.

மேற்படி இயல்புகளைப் பயன்படுத்துமுகத்தால்

$$\frac{du}{dx} + \alpha u = (D + \alpha)u,$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \alpha^2 u = (D^2 - \alpha^2)u,$$

$$= (D - \alpha)(D + \alpha)u,$$

$$= (D + \alpha)(D - \alpha)u,$$

எனவும்,  $\frac{d^2u}{dx^2} - (\alpha + \beta) \frac{du}{dx} + \alpha\beta u = (D - \alpha)(D - \beta)u$

எனவும் எழுதிக்கொள்ளலாம்; இங்கு,  $\alpha$  உம்  $\beta$  உம் மாறிலிகள் ஆகும். இக்கோவைகளை விளக்குமிடத்துக் கடைசிச் சமன்பாட்டில் தோன்றும்  $(D - \alpha)$  போன்ற காரணியொன்று அதைப் பின்தொடர்கின்ற எல்லாச் சார்புகளையும் பாதிக்கும் என்பது குறித்தற்பாலது.

நேர்மாறு செயலி  $D^{-1}$ .— $D^{-1}$  என்னும் குறியீடானது தொகையிடலுக்கு ஒத்ததாகும். ஏனெனில்,  $v = Du$  எனின்,  $u = D^{-1}v$  என்று எழுதி,

$$v = Du = D.D^{-1}v.$$

என்பதாலேயாம்.

எனவே,  $D^{-1}$  எத்தகையது எனின், அது  $D^{-1}v$  என்பது விளையுமாறு மீது ஆற்றி, அப்புதுப் பெறுமானம் மீது  $D$  ஆற்றின், பழைய பெறுமானம்  $v$  கிடைக்கப்பெறும். இங்ஙனம்,  $D^{-1}$  என்னும் செய்கையானது தொகையிடலுக்கு ஒத்ததாகும்; ஆனால், இச்செயலிகளின் சிறப்பான நோக்கு முழுத் தொகையீடு அன்று; அது ஏதாவதொரு தொகையீடு ஆதலின், தொகையிடுதலில் வரும் விரும்பிய மாறிலி பூச்சியம் ஆகப் போப்படுகின்றது. எனவே,

$$D^{-1}(2x) = x^2; \quad D^{-1}கோசை x = சைன் x; \quad D^{-1}அடுக்கு \alpha x = \alpha^{-1} அடுக்கு \alpha x \text{ ஆகும்.}$$

கருதும் நேர்மாறான செய்கையை மீண்டும் பயன்படுத்துமிடத்து அதை  $D^{-2}u$  எனக் குறிக்கிறோம்; அது  $x$  ஐக் குறித்து  $u$  வை இருமுறை தொகையிடுதலின் விளைவாகும்; இங்கு, எதேச்சை மாறிலிகள் தவிர்க்கப்படுகின்றன. எனவே,

$$D^{-2}(2x) = D^{-1}(x^2) = \frac{1}{3}x^3;$$

$$\text{அன்றியும், } D^{-2} \text{ அடுக்கு } \alpha x = D^{-1}\{\alpha^{-1} \text{ அடுக்கு } \alpha x\} = \alpha^{-2} \text{ அடுக்கு } \alpha x.$$

$$\text{அதுபோலவே, } D^{-n}x = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

எனவே, மேலே காட்டியுள்ள கட்டுப்பாடுகளுக்கு இணங்கும் வகையில்,  $m, n$  என்பனவற்றின் எல்லா முழுவெண் பெறுமானங்களிடத்தும்,

$$D^m D^n u = D^{m+n} u.$$

$(D - \alpha)^{-1}$  என்னுஞ் செயலி.—குறியீடுமுகமாக  $(D - \alpha)^{-1}$  என்பதால் குறிக்கப்படுகின்ற செயலியானது  $(D - \alpha)$  என்னுஞ் செயலியின் பிற்பட்ட பிரயோகத்தால் புறமாற்றப்படுகிறதொன்றாகும்; இங்கு,  $\alpha$  ஆனது ஏதேனு மொரு மாறிலியாகும்.

இங்ஙனம்,

$$(D - \alpha)[(D - \alpha)^{-1}u] = u;$$

இதை

$$(D - \alpha) v = u$$

என எழுதலாம்; இங்கு

$$v = (D - \alpha)^{-1}u.$$

$$(\mathbf{D} - \alpha)^{-1} = \frac{1}{-\alpha \left(1 - \frac{\mathbf{D}}{\alpha}\right)} = -\frac{1}{\alpha} \left[ 1 + \frac{\mathbf{D}}{\alpha} + \frac{\mathbf{D}^2}{\alpha^2} + \frac{\mathbf{D}^3}{\alpha^3} + \dots \right].$$

இவ்வண்ணம்

$$\begin{aligned} (D - \alpha)^{-1}x^2 &= \frac{(-1)x^2}{\alpha \left(1 - \frac{D}{\alpha}\right)} = -\left[\frac{1}{\alpha} + \frac{D}{\alpha^2} + \frac{D^2}{\alpha^3} + \frac{D^3}{\alpha^4} + \dots\right]x^2 \\ &= -\left[\frac{x^2}{\alpha} + \frac{2x}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} + 0\right]. \end{aligned}$$

**D என்னுள் செயலியைப் பற்றிய பொதுத் தேற்றங்கள்.—(a)  $\phi(x)$  என்பது  $x$  இன் விகிதமுறு சார்பொன்றாயின், அதாவது**

$$\phi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

$\phi(D)$  அடுக்கு  $\lambda x = \phi(\lambda)$  அடுக்கு  $\lambda x$

இனி,  $D$  அடுக்கு  $\lambda x = \lambda$  அடுக்கு  $\lambda x$ ;

மேலும்,  $D^{-1}$  அக்கு  $\lambda x = \lambda^{-1}$  அக்கு  $\lambda x$ .

$\therefore n$  நேரெண்ணை மறையெண்ணை எதுவாகிலும்,  $D^n$  அடுக்கு  $\lambda x = \lambda^n$  அடுக்கு  $\lambda x$ . ஆகையால்,

$$\begin{aligned}\phi(D) \text{ அடுக்கு } \lambda x &= [a_0 + a_1 D + a_2 D^2 + a_3 D^3 + \dots \\ &\quad + b_1 D^{-1} + b_2 D^{-2} + b_3 D^{-3} \dots] \text{ அடுக்கு } \lambda x \\ &= (a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda^3 + \dots \\ &\quad + b_1 \lambda^{-1} + b_2 \lambda^{-2} + b_3 \lambda^{-3} + \dots) \text{ அடுக்கு } \lambda x \\ &= \phi(\lambda) \text{ அடுக்கு } \lambda x. \quad \quad \quad (i)\end{aligned}$$

(b) x இன் எதேனும் ஒரு விசிதமுறு சார்பு X ஆகுமிடத்து

$$\phi(D)\{\text{அடுக்கு } \lambda x. X\} = \text{அடுக்கு } \lambda x. \phi(D + \lambda)X$$

என்பதை நிறுவுதல்.

இங்கு,  $D\{\lambda X\} = \lambda D\{X\} + X D\{\lambda\}$   
 $= \lambda D\{X\} + X D\{\lambda\}$ .

இதை அடுக்கு  $(-\lambda x)D\{அடுக்கு \lambda x. X\} = (D + \lambda)X$  . . (ii)

என எழுதலாம் ; எனவே, அடுக்கு  $\lambda x \cdot X$  இன் மீது [அடுக்கு  $(-\lambda x) \cdot D$ ] என்பதால் ஆற்றிவரும் வினாவானது  $(D + \lambda)X$  என்பதைத் தருகிறது.

$$\begin{aligned} \text{மேலும், } D^2(\text{அடுக்கு } \lambda x \cdot X) &= D\{\lambda \text{ அடுக்கு } \lambda x \cdot X + \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot DX\} \\ &= \lambda^2 \text{ அடுக்கு } \lambda x \cdot X + \lambda \text{ அடுக்கு } \lambda x \cdot DX \\ &\quad + \lambda \text{ அடுக்கு } \lambda x \cdot DX + \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot D^2X \\ &= \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot (D + \lambda)^2 X. \end{aligned}$$

$n$  ஒரு நேரெண்ணாய் இருப்பின், இப்பேறுகள்

$$D^n(\text{அடுக்கு } \lambda x \cdot X) = \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot (D + \lambda)^n X \quad . . \quad (iii)$$

என உணர்த்துகின்றன. இது சரி எனக் கொள்ளின் நாம் மீண்டுஞ் செய்கையால்,

$$\begin{aligned} D^{n+1}(\text{அடுக்கு } \lambda x \cdot X) &= D\{\text{அடுக்கு } \lambda x \cdot (D + \lambda)^n X\} \\ &= \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot (D + \lambda)\{(D + \lambda)^n X\}, \quad (ii) \text{ஐப் பயன்படுத்தி} \\ &= \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot (D + \lambda)^{n+1} X. \end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

எனவே,  $n$  இற்கு வழங்கப்படும் எந்த நேர்ப் பெறுமானத்திற்கும் சமன்பாடு (iii) சரியாயின் அது அடுத்துவரும் மேலான பெறுமானத்திற்கும் சரியாகும்.  $n = 1$ ,  $n = 2$  களுக்கு அது சரியெனக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. ஆகவே, அது  $n$  இன் எல்லா நேர் முழுவெண் பெறுமானங்களுக்குஞ் சரியாகும்.

$$[\phi(D) \{\text{அடுக்கு } \lambda x \cdot X\} \neq \text{அடுக்கு } (\lambda x) \cdot \phi(D)\{X\}] \quad \text{ஆதலால்}$$

$$\phi(D) \text{ அடுக்கு } \lambda x \cdot X = \text{அடுக்கு } \lambda x \cdot \phi(D + \lambda)X$$

என்பதால் உணர்த்தப்படுகின்ற செய்கையானது  $D$  யும்  $D$  யின் சார்புகளும் ■ இன் சார்புகளுடன் மாறி அமையமாட்டா என்னுஞ் செய்தியை எடுத்துக்காட்டுகிறது என்பதை இவ்விடத்தில் குறித்தற்பாலது.]

மாறாக் குணகங்களுடைய இரண்டாம் வரிசை ஏகபரிமாண வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்.—இவ்வின வகையீட்டுச் சமன்பாடானது

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = X \quad . . . \quad (i)$$

என்பதால் உணர்த்தப்படுகிறது ; இங்கு, ■ உம்  $b$  உம் மாறிலிகள்,  $X$  ஆனது தனிய ■ இல் மட்டும் உள்ள சார்பு.

$\eta$  என்பது (i) என்பதற்கு இணங்கும்  $y$  யின் ஏதேனுமொரு பெறுமானம் ஆகுக.  $y = \eta + Y$  ஆகுக. அப்பொழுது, (i) இல் பிரதியிட்டு

$$\left(\frac{d^2\eta}{dx^2} + a \frac{d\eta}{dx} + b\eta\right) + \left(\frac{d^2Y}{dx^2} + a \frac{dY}{dx} + bY\right) = X \quad . . . \quad (ii)$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

ஆனால்,  $\eta$  ஆனது (i) இற்கு இணங்குகிறபடியால்

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} + a \frac{d\eta}{dx} + b\eta = X; \text{ எனவே, } \frac{d^2Y}{dx^2} + a \frac{dY}{dx} + bY = 0$$

ஆகும்; சமன்பாடு (i) இன் முழுத்தீர்வைப் பெறுமுன் இச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்தாகவேண்டும்.

எனவே (i) இன் முழுத்தீர்வானது இரு பகுதிகளுடையது :

(α) நிரப்புசார்பு எனப்படும் பெறுமானம்  $Y$  ; இது, தரப்பட்ட சமன் பாட்டின் வலக்கைப் பக்கத்தைப் பூச்சியமாக்கிக் கிடைக்கப்பெறுகின்ற தீர்வு ஆகும்.

(β) குறிப்பிட்ட தொகையீடு எனப்படும் பெறுமானம்  $\eta$  ; இது, முதற் சமன்பாட்டின் எதேனுமொரு தீர்வு ஆகும்.

இவ்விரு பகுதிகளின் கூட்டுத்தொகையே தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன் பாட்டின் முழுத்தீர்வு அல்லது மூலி ஆகும்.

நிரப்புசார்பு காண் முறைகள்.—

$$(D^2 + aD + b)y = X$$

என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டுக்கான நிரப்புசார்பைப் பெறும்பொருட்டு

$$(D^2 + aD + b)y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$

என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாடானது தீர்க்கப்படவேண்டும் என ஏற் கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கின்றது.

இனிப் ப. 35 இலுள்ள இரண்டாவது தேற்றத்தின்படி

$$(D^2 + aD + b) \text{ அடுக்கு } \lambda x = (\lambda^2 + a\lambda + b) \text{ அடுக்கு } \lambda x \quad \text{ஆகும்.}$$

$\lambda^2 + a\lambda + b = 0$  என்னுஞ் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\lambda_1$  உம்  $\lambda_2$  உம் ஆகுக.

அப்பொழுது, (i) ஆனது

$$(D - \lambda_1)(D - \lambda_2)y = 0 \quad \text{ஆகின்றது.}$$

$$(D - \lambda_2)y = z \quad \text{ஆகுக. அப்பொழுது } (D - \lambda_1)z = 0$$

ஆகையால்

$$\frac{dz}{dx} - \lambda_1 z = 0.$$

$\therefore z = A$  அடுக்கு  $\lambda_1 x$  ; இங்கு  $A$  ஓர் எதேச்சையான மாறிலி ஆகும்.

எனவே,

$$(D - \lambda_2)y = A \text{ அடுக்கு } \lambda_1 x ;$$

இது,

$$\frac{dy}{dx} - \lambda_2 y = A \text{ அடுக்கு } \lambda_1 x$$

ஆகும்.



இச்சமன்பாட்டைத் தொகையீட்டுக் காரணி அடுக்கு  $(-\lambda_2 x)$  என்பதால் முற்றிலும் பெருக்கி, ■ ஜக் குறித்துத் தொகையிட்டு

$$y = \text{அடுக்கு } (-\lambda_2 x) = A \int \text{அடுக்கு } [(\lambda_1 - \lambda_2)x] dx \\ = B + \frac{A}{\lambda_1 - \lambda_2} \text{ அடுக்கு } (\lambda_1 - \lambda_2) x$$

எனப் பெறுகின்றோம் ; இங்கு, B என்பது ஒரு மாறிலி ஆகும்.

$$\therefore y = B \text{ அடுக்கு } \lambda_2 x + C \text{ அடுக்கு } \lambda_2 x ; \quad \dots \dots \dots (ii)$$

இங்கு, 
$$C = \frac{A}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

$\lambda_1$  உம்  $\lambda_2$  உம் வேறுபட்டின் (ii) என்பதே முழுத்தீர்வு ஆகும். எனினும்,  $\lambda_1 = \lambda_2$  ஆயின்  $y = (B + C)$  அடுக்கு  $\lambda_2 x$  ஆகும் ;  $B + C = C_1$  என்க ; இது தனித்தவொரு எதேச்சையான மாறிலி ஆதலால்,  $y$  என்பதின் மேற்படிக்கோவையானது தரப்பட்ட சமன்பாட்டின் முழுத்தீர்வு ஆகமாட்டாது. இச்சூழலுக்கேற்ற முழுத்தீர்வைப் பெறும்பொருட்டு

$$(D - \lambda_1)^2 y = 0$$

என எழுதுகிறோம்.

எனவே,  $(D - \lambda_1)z = 0 ;$  இங்கு  $(D - \lambda_1)y = z ;$

அல்லது  $z = A \text{ அடுக்கு } \lambda_1 x.$

$z$  இற்கான இப்பெறுமானத்தை  $(D - \lambda_1)y = z$  என்னும் சமன்பாட்டில் பிரதியிட,

$$\frac{dy}{dx} - \lambda_1 y = A \text{ அடுக்கு } \lambda_1 x.$$

இங்கு தொகையீட்டுக் காரணியானது அடுக்கு  $(-\lambda_1 x)$  ஆகும் ;

எனவே,

$$y \text{ அடுக்கு } (-\lambda_1 x) = \int A dx = B + Ax.$$

$$\therefore y = (B + Ax) \text{ அடுக்கு } \lambda_1 x.$$

இரு மூலங்களும் கற்பனையானவையெனின் (கற்பனை மூலங்கள் சோடி சோடியாகவே நிகழ்கின்றன),

$$\lambda_1 = \theta + j\phi, \lambda_2 = \theta - j\phi \text{ என்க ; இங்கு, } j = \sqrt{-1}.$$

அப்பொழுது, நாம் கருதும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வானது

$$y = A_1 \text{ அடுக்கு } (\lambda_1 x) + A_2 \text{ அடுக்கு } (\lambda_2 x) \\ = \text{அடுக்கு } (\theta x) [(A_1 + A_2) \text{ கோசை } \phi x + j(A_1 - A_2) \text{ சைன் } \phi x] \\ = \text{அடுக்கு } (\theta x) [F \text{ கோசை } \phi x + G \text{ சைன் } \phi x];$$

இங்கு,

$$F = A_1 + A_2, G = -j(A_1 - A_2).$$

F உம் G உம் எதேச்சையான மாறிலிகள் ஆகும் ; பார்க்குமிடத்து G என்பது கற்பனையானதாய் இருக்கவேண்டும் எனத் தோற்றுகின்றது ; ஆனால், அது கண்டிப்பாய் அவ்வாறு இருக்கவேண்டியதில்லை.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$A_1 = 3 + 2j \text{ உம், } A_2 = 3 - 2j \text{ உம் ஆயின்}$$

$$F = 6, G = -4.$$

தீர்வை

$$y = C \text{ அடுக்கு } \theta x \text{ கோசை } (\phi x + \alpha)$$

என்றவாறு அமையும்படி எழுதினால் அது சிலவேளைகளில் வசதியாகும் ; இங்கு, C உம் ■ உம் எதேச்சையான மாறிலிகள் ஆகும்.

உதாரணங்கள்.—(i)

$$D^2y + 4Dy + 3y = 0.$$

λ எனபதற்கான சமன்பாடு

$$\lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0.$$

எனவே, λ = -1 அல்லது λ = -3.

$$\therefore y = A \text{ அடுக்கு } (-x) + B \text{ அடுக்கு } (-3x);$$

இங்கு, A உம் B உம் எதேச்சையான மாறிலிகள் ஆகும்.

(ii)

$$(D^2 + \beta)y = 0.$$

இங்கு, λ எனபதற்கான சமன்பாடு

$$\lambda^2 + \beta = 0;$$

இது λ = ±jβ<sup>1/2</sup> எனத் தருகின்றது.

எனவே y = A கோசை (β<sup>1/2</sup>x + φ) ; இங்கு, A உம் φ உம் மாறிலிகள் ஆகும்.

(iii)

$$\frac{d^2s}{dx^2} + \alpha \frac{ds}{dx} + \beta s = 0 \text{ அல்லது } s'' + \alpha s' + \beta s = 0.$$

அப்பொழுது,

$$\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta = 0, \text{ அல்லது } \lambda = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2}.$$

α<sup>2</sup> > 4β எனின், s = அடுக்கு (-½α) [A அடுக்கு (½√α<sup>2</sup> - 4β).]

+ B அடுக்கு (-½√α<sup>2</sup> - 4β).]

α<sup>2</sup> < 4β எனின், s = அடுக்கு (-½α) [A அடுக்கு (½j√4β - α<sup>2</sup>).]

+ B அடுக்கு (-½j√4β - α<sup>2</sup>).]

= C அடுக்கு (-½α) கோசை (½√4β<sup>2</sup> - α<sup>2</sup>.t + φ) ;

இங்கு, A, B, C, φ என்பன மாறிலிகள் ஆகும்.

குறிப்பிட்ட தொகையீடுகொண் முறைகள்.—தீர்த்தற்கான சமன்பாடு

$$(D^2 + \alpha D + \beta)y = f(x)$$

ஆகும் ! இங்கு, f(x) என்பது தனிய ■ இன் சார்பு ஆகும். எனவே,

$$y = \frac{f(x)}{D^2 + \alpha D + \beta}.$$

$f(x)$  ஆனது ■ இன் பல்லுறுப்பியொன்றாய், அல்லது  $x$  இன் அடுக்குக்குறிச் சார்பொன்றைக் காரணியாகக் கொண்டுள்ளதாய் இருக்கும் பொழுது மேற்கூறியுள்ளதை மதிப்பிடும் முறைகள் பின்வருகின்ற உதாரணங்களால் விளக்கம் பெறுகின்றன.

உதாரணம் (i).  $(D^3 - 6D + 9)y = x^3$ .

குறிப்பிட்ட தொகையீட்டுக்கு

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^3}{(3-D)^3} = \frac{1}{9} \left[ 1 - \frac{D}{3} \right]^{-2} x^3 \\ &= \frac{1}{9} \left[ 1 + \frac{2}{3}D + \frac{1}{3}D^2 + \dots \right] x^3 \\ &= \frac{1}{9} \left( x^3 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \right). \end{aligned}$$

நிரப்புகின்ற சார்பு  $(A+Bx)$  அடுக்கு  $3x$  ஆதலால், தரப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலியானது

$$y = (A+Bx) \text{ அடுக்கு } 3x + \frac{1}{9} \left( x^3 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \right).$$

$f(x)$  ஆனது அடுக்குக் காரணியொன்றைக் கொண்டிருக்கும்பொழுது  $f(x) = \{ \text{அடுக்கு } (kx) \} X$  ஆகும்; இங்கு,  $X$  ஆனது தனி ■ இன் சார்பு ஆகும். அப்பொழுது,

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{(D^2 + \alpha D + \beta)} \{ \text{அடுக்கு } (kx) \} X \\ &= \text{அடுக்கு } kx \cdot \frac{1}{(D+k)^2 + \alpha(D+k) + \beta} \cdot X \quad [\text{ஒப்பிடுக: ப. 35,}] \end{aligned}$$

உதாரணம் (ii).  $(D^3 - 5D + 6)y = x$  அடுக்கு  $x$ .

குறிப்பிட்ட தொகையீட்டுக்கு,

$$\begin{aligned} y &= \frac{x \text{ அடுக்கு } x}{D^3 - 5D + 6} = \text{அடுக்கு } x \cdot \frac{1}{(D+1)^2 - 5(D+1) + 6} \cdot x \\ &= \text{அடுக்கு } x \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3}{2}D + \frac{1}{2}D^2 \right) - 1 \right\} x \\ &= \frac{1}{2} \text{ அடுக்கு } x \left( 1 + \frac{3}{2}D + \dots \right) x = \frac{1}{2} \text{ அடுக்கு } x \left( x + \frac{3}{2} \right). \end{aligned}$$

எனவே, மூலியானது

$$y = A_1 \text{ அடுக்கு } 2x + A_2 \text{ அடுக்கு } 3x + \frac{1}{2} \text{ அடுக்கு } x \left( x + \frac{3}{2} \right).$$

$X$  என்பது தனி ■ இன் சார்பு எனின்,  $f(x) = X$  கோசை  $(mx+k)$  என இருக்கும்பொழுது குறிப்பிட்ட தொகையீடு

$$y = \frac{1}{\psi(D)} X \text{ கோசை } (mx+k);$$

இங்கு,  $\psi(D) = (D^2 + \alpha D + \beta)$ .

$$\begin{aligned} \text{எனவே } y \text{ ஆனது } & \frac{1}{\psi(D)} X \text{ அடுக்கு } j(mx+k) \\ &= \text{அடுக்கு } j(mx+k) \cdot \frac{1}{\psi(D+jm)} \cdot X \\ &= \{ \text{அடுக்கு } j(mx+k) \} (u+jv) \end{aligned}$$

என்பதின் மெய்ப்பகுதி ஆகும்; இங்கு,  $u$  உம் ■ உம்  $x$  இன் சார்புகள் ஆகும்.

$$\therefore y = u \text{ கோசை } (mx+k) - v \text{ சைன் } (mx+k).$$

வழக்கமாக,  $X$  ஒரு மாநிலி ஆகும்; அதை  $C$  என்க; அப்பொழுது

$$\frac{1}{\psi(D+jm)} \cdot C = \frac{1}{\psi(jm)} \cdot C.$$

உதாரணம் (iii).  $\frac{d^2s}{dt^2} + \alpha \frac{ds}{dt} + \beta s = \gamma$  கோசை டீ.

குறிப்பிட்ட தொகையீட்டைக் காண்பதற்கு

$$\begin{aligned} \frac{\gamma \text{ அடுக்கு } j\omega^j}{D^2 + \alpha D + \beta} &= \text{அடுக்கு } j\omega^j \cdot \frac{1}{(D+j\omega)^2 + \alpha(D+j\omega) + \beta} \cdot \gamma \\ &= \text{அடுக்கு } j\omega^j \cdot \frac{\gamma}{(\beta - \omega^2) + j\alpha\omega} \\ &= \frac{\gamma(\text{கோசை டீ} + j \text{ சைன் டீ})(\beta - \omega^2 - j\alpha\omega)}{(\beta - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2} \end{aligned}$$

எனப் பயன்படுத்துவோம்.

மேற்படிக்க கோவையின் உணமையான பகுதி

$$\begin{aligned} s &= \frac{\gamma[(\beta - \omega^2) \text{ கோசை டீ} + \alpha\omega \text{ சைன் டீ}]}{(\beta - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2} \\ &= \frac{\gamma}{\sqrt{(\beta - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2}} \text{ கோசை } (\omega t - \theta) \end{aligned}$$

எனத் தருகிறது; இங்கு தான  $\theta = \frac{\alpha\omega}{\beta - \omega^2}$ .

இதன முழுத் தீர்வானது

$$\begin{aligned} s &= \text{அடுக்கு } (-\frac{1}{2}\alpha t) [A \text{ அடுக்கு } (\frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - 4\beta} \cdot t) + B \text{ அடுக்கு } (-\frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - 4\beta} \cdot t)] \\ &\quad + \frac{\gamma}{\sqrt{(\beta - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2}} \cdot \text{கோசை } (\omega t - \theta). \end{aligned}$$

$[\beta = \omega_0^2$  என எழுதினால் குறிப்பிட்ட தொகையீடானது

$$s = \frac{\gamma}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \alpha^2\omega^2}} \text{ கோசை } (\omega t - \theta)$$

என்னும் சமச்சீர் வடிவத்தைப் பெறும்; அது அடிக்கடி வசதிமிக்கதாய் இருக்கும்.]

**பகுதி வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்.**—பகுதி வகையீட்டுக் குணகங்களைக் கொண்ட சமன்பாடே பகுதி வகையீட்டுச் சமன்பாடு எனப்படும். மாறிகள் ஒவ்வொன்றும் தொடர்பாகத் தொடர்ந்துவரும் தொகையீடுகளால் அல்லது ஏதேனு மொரு எளிய முறையால், தீர்க்கக்கூடிய வகைகள் மட்டுமே இங்கு கருதப்படும். எவ்வாறு பிரயோகப் பௌதிகவியலின் பகுதி வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கலாம் என்பதைக் கீழ்வரும் உதாரணங்கள் விளக்குகின்றன.

உதாரணங்கள் (i).  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$  என்பதைத் தீர்க்க.

தொடர்பாகத் தொகையிட,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = A.$$

இங்கு,  $A$  ஆனது,  $\square$  யைக் கொண்டிராத,  $\square$  இன் எதேனும்மொரு எதேச்சைச் சார்பாகும் ; எனெனில்,  $\square$  யைக் குறித்து வரும் அதன் பகுதிப் பெறுதியானது பூச்சியம் எனப்பதேயாம். ஆகவே,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \psi(x).$$

இங்கு,  $\psi(x)$  என்பது தனி  $x$  இன் எதேச்சைச் சார்பு ஆகும்.  $\square$  ஐக் குறித்துத் தொகையிட,

$$z = \int \psi(x) dx + \phi_2(y);$$

இங்கு,  $\phi_2(y)$  என்பது தனி  $y$  யின் எதேச்சைச் சார்பு ஆகும். இச்சமன்பாட்டை

$$z = \phi_1(x) + \phi_2(y)$$

எழுதிக்கொள்ளலாம்.

$$(ii) \lambda \text{ ஆனது } t \text{ யைச் சாராது இருக்க, } \left( \frac{\partial}{\partial t} - \lambda \right) z = 0$$

எனின்,

$$z = A \text{ அடுக்கு } \lambda.$$

இங்கு,  $A$  ஆனது  $\square$  யைச் சாராது.

ஆகவே,  $\left( \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \right) z = 0$  என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வில்,  $A$  என்பதை,  $\phi(x)$  என்றவாறு,  $x$  இன் எதேச்சையான ஒரு சார்பாகப் பயன்படுத்திக்கொள்ள முடிகின்றது.

$$\begin{aligned} \therefore \text{தெயிலரின் தேற்றப்படி, } z &= \phi(x) \text{ அடுக்கு } \left( c \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ &= \left[ 1 + \frac{c \frac{\partial}{\partial x}}{1!} + \frac{c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{2!} + \dots \right] \phi(x) \\ &= (\phi(x) + \frac{c}{1!} \phi'(x) + \frac{c^2}{2!} \phi''(x) + \dots) \\ &= \phi(x + c). \end{aligned}$$

இதுவே வேண்டிய தீர்வு ஆகும்.

(iii) அலையியக்கச் சமன்பாடு.—அலைக்கொள்கையின் முதன்மைவாய்ந்த பகுதி வகையீட்டுச் சமன்பாடொன்று

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0$$

என்பதாம் ; இங்கு,  $\xi$  ஆனது பெயர்ச்சியையும்,  $t$  ஆனது நேரத்தையும் குறிக்கின்றன ;  $\square$  ஆனது பெயர்ச்சி  $\xi$  உள்ள இடத்தைக் குறிக்கின்றது.

இச்சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும்பொருட்டு

$$v = (x - ct), \quad w = (x + ct)$$

என எழுதுவோம்.

அப்பொழுது,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \xi}{\partial y} &= \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \\ \therefore \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right] \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t} \right] \frac{\partial t}{\partial y} \\ &= \left[ \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} \right] + \left[ \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c};\end{aligned}$$

அதாவது,  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial y \partial y} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0.$

$\therefore \xi = \phi_1(x - ct) + \phi_2(x + ct)$  [உ-ம். (1) ஐ ஒப்பிடுக.]

அலையியக்கச் சமன்பாட்டின் தோவைப் பெறுவதற்கான வேறொரு வழி பின்வருமாறு.

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \right) \xi = 0$$

என்னும் குறியீட்டுவடிவத்தில் சமன்பாட்டை எழுதிக்கொள்ளலாம்.

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_1 \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \right) \xi = 0$$

என்பதின் தீர்வானது

$\xi = A$  அடுக்கு  $\lambda_1 t + B$  அடுக்கு  $\lambda_2 t$  [ப. 38 ■ ஒப்பிடுக.]

எனத் தெரிந்ததே. இங்கு,  $\lambda_1$  உம்  $\lambda_2$  உம்  $t$  யைச் சாரா;  $A$  உம்  $B$  உம் மாறிலிகள் ஆகும்.

$\lambda_1$  உம்  $\lambda_2$  உம்  $\square$  இன் சார்புகளாயின,  $A$  உம்  $B$  உம்  $x$  இன் சார்புகள் ஆகலாம். அவை  $\phi_1(x)$  உம்  $\phi_2(x)$  உம் என்க.

இங்ஙனம்,

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \right) \xi = 0$$

என்பதின் தீர்வானது

$$\begin{aligned}\xi &= \phi_1(x) \text{ அடுக்கு } \left( -ct \frac{\partial}{\partial x} \right) + \phi_2(x) \text{ அடுக்கு } \left( ct \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ &= \phi_1(x - ct) + \phi_2(x + ct).\end{aligned}$$

$\xi = \phi_1(x - ct)$  என்னும் தீர்வானது, வேகம்  $c$  யுடன்  $x$  அச்சின் நேர்திசை வழியே இயங்கும் அலையொன்றைக் குறிக்கின்றது. இதை நிறுவும்பொருட்டு,  $x'$  என்னும் புள்ளியில்,  $t'$  என்னும் நேரத்தில், பெயர்ச்சி  $\xi'$  ஆகும்.  $t'' (> t')$  என்னும் நேரத்தில்,  $x''$  இல், பெயர்ச்சி  $\xi''$  ஆகும். அப்பொழுது,

$$\phi_1(x' - ct') = \xi' = \phi_1(x'' - ct''),$$

அதாவது

$$x' - ct' = x'' - ct'',$$

அல்லது

$$c = \frac{x'' - x'}{t'' - t'}.$$

எனவே,  $t'' > t'$  ஆனபடியால்,  $x'' > x'$ ; அதாவது,  $x$  அச்சின் நேர்த்திசையில் அலை செல்கின்றது. அதுபோலவே, தீர்வு  $\xi = \phi_2(x + ct)$  ஆனது வேகம்  $c$  யுடன்  $\square$  அச்சின் மறைத்திசையில் செல்கின்ற அலையாகும்.

(iv)  $\alpha^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial t}$  என்னுஞ் சமன்பாடு. இது ஓர் எகப்ரிமாணச் சமன்பாடாகும்; பரவற்

கொள்கை, வெப்பம் கடத்தற் கொள்கை முதலியனவற்றில் இது தோன்றும். பொதுவான வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளை ஆராயும்பொழுது அடுக்குக்குறிச் சார்புகளுடைய தீர்வுகள் அடிக்கடி வருகின்றன. இங்கு,  $z =$  அடுக்கு  $(mx + nt)$  ஒரு தீர்வு ஆகக்கூடும் என இது தூண்டுகிறது. பிரதியிடுமிடத்து  $n = m^2 \alpha^2$  எனின், இக்கோவை வகையீட்டுச் சமன்பாட்டுடன் இணங்குகிறது. எனவே,

அடுக்கு  $(mx + m^2 \alpha^2 t)$  உம் அடுக்கு  $(-mx + m^2 \alpha^2 t)$  உம் தீர்வுகள் ஆகும்.

$t \rightarrow \infty$  எனின், அதே சமன்பாட்டிற்கு, மறையும் தீர்வொன்றைக் காணும் பொருட்டு ஏற்கெனவே கிடைத்துள்ள தீர்வுகளில்  $t$  ஆனது அடுக்கு  $(m^2 \alpha^2 t)$  என்னும் உறுப்பிலே தோற்றுவித்து எனக் குறிக்கப்படுகிறது. இது  $t$  உடன் கூடுகிறது; இதனைக் குறையச் செய்யும் பொருட்டு  $m = j\theta$  என இருவோம்; இங்கு  $j = \sqrt{-1}$ ; எனவே,  $m^2 \alpha^2 = -\theta^2 \alpha^2$ . இவ் வண்ணம் அடுக்கு  $(j\theta x - \theta^2 \alpha^2 t)$  உம் அடுக்கு  $(j\theta x - \theta^2 \alpha^2 t)$  உம் தீர்வுகள் ஆகின்றன. சமன்பாடு எகப்ரிமாணமானது என்றபடியால்

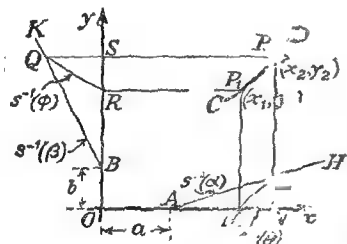
அடுக்கு  $(-\theta^2 \alpha^2 t)$  [A அடுக்கு  $(j\theta x) + B$  அடுக்கு  $(-j\theta x)$ ] உம்

தீர்வொன்றாகும்; மேலும், இதற்குப் பதிலாக

அடுக்கு  $(-\theta^2 \alpha^2 t)$  [P கோசை  $\theta x + Q$  சைன்  $\theta x$ ]

என்பதைப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்; இங்கு, A, B, P, Q என்பன மாறிலிகள் ஆகும்.

$y - b = \kappa(x - a)^n$  என்னும் வளைவு.—படம் 1-18 இல்,  $Ox$ ,  $Oy$  வழக்கமான செவ்வகவச்சுக்களும்  $P_1$  என்பது  $y - b = \kappa(x - a)^n$  என்னும் வளையியிலுள்ள புள்ளியொன்றும் ஆகுக.  $OA = a$ ,  $OB = b$  ஆகுக;



படம் 1-18. [ $s^{-1}(\phi) \equiv$  சரிவு  $\phi$  உடைய நேர்கோடு என்றவாறு.] வளைவு  $y - b = \kappa(x - a)^n$  என்பதிலுள்ள புள்ளி யொன்று தெரிந்திருக்கும்பொழுது அவ் வளைவியை வரைதல்.

மேலும், A, B என்பவற்றினிடாக, முறையே சரிவுகள்  $\alpha$  உம்  $\beta$  உம் உடைய நோக்கோடுகள் AH ஐயும் BK யையும் வரைக; இங்கு, ஆள்கூற்றச் சுக்கள் பூச்சியச் சரிவு உடைய நேர்கோடு கள் எனக் கருதப்படுகின்றன.  $Ox$  இல் M ஆனது  $P_1$  இன் எறியம் ஆகுக; AH ஐ L இல் வெட்டுமாறு M ஊடாகச் சரிவு  $\theta$  வுடன் ML ஐ வரைக.  $Ox$  இல் N ஆனது L இன் எறியம் ஆகுக. அதுபோலவே, R ஆனது  $Oy$  இல்  $P_1$  இன் எறியம் ஆகுக; பின்னர்,  $Oy$  யைக் குறித்துச் சரிவு  $\phi$  யுடன் RQ வை வரைக; நேர்கோடுகள் BK உம் RQ உம் காட்டியவாறு இருக்கும்பொழுது  $\beta$  உம்  $\phi$  உம் நேர்க்கணியங்கள் எனக் கருதப்

படும்.  $Oy$  யில் S ஆனது Q இன் எறியம் எனின், நீட்டப்பட்ட NL உம் QS உம் புள்ளி  $P_2$  இல் சந்திக்கும்; சில நிபந்தனைகள் நிறைவேற்றப்படின  $P_2$  ஆனது

$P_1$  இருக்கின்ற அதே வளையியில் இருக்கும். இந்நிபந்தனைகளைக் காண்பதற்கு  $P_1$  ஆனது  $(x_1, y_1)$  எனவும்  $P_2$  ஆனது  $(x_2, y_2)$  எனவும் இருப்பின்,

$$x_2 = ON = OM + MN = x_1 + \left(\frac{NL}{\theta}\right) = x_1 + \left\{(x_2 - a) \frac{\alpha}{\theta}\right\}$$

உம்,

$$y_2 = OS = y_1 + RS = y_1 + \left(\frac{QS}{\phi}\right) = y_1 + \left\{(y_2 - b) \frac{\beta}{\phi}\right\}$$

உம் ஆகும்.

இவை

$$x_2 = \left[ x_1 - a \left( \frac{\alpha}{\theta} \right) \right] \div \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\theta} \right) \right],$$

$$y_2 = \left[ y_1 - b \left( \frac{\beta}{\phi} \right) \right] \div \left[ 1 - \left( \frac{\beta}{\phi} \right) \right]$$

எனத் தருகின்றன ;

$$\text{எனவே, } x_2 - a = [x_1 - a] \div \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\theta} \right) \right],$$

$$y_2 - b = [y_1 - b] \div \left[ 1 - \left( \frac{\beta}{\phi} \right) \right].$$

$y_1 - b = \kappa (x_1 - a)^n$  ஆனபடியால்

$$\frac{y_2 - b}{(x_2 - a)^n} = \left[ \frac{(y_1 - b)}{1 - \left( \frac{\beta}{\phi} \right)} \right] \left[ \frac{\left\{ 1 - \left( \frac{\alpha}{\theta} \right) \right\}^n}{(x_1 - a)^n} \right]$$

எனவே,

$$\left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\theta} \right) \right]^n = \left[ 1 - \left( \frac{\beta}{\phi} \right) \right]$$

எனின்,  $P_2$  ஆனது கருதும் வளையியில் இருக்கும்.

இவ்வண்ணம், வேறு புள்ளிகளை இடங்கண்டு, முழு வளையியின் பகுதி CD பெறப்படுகின்றது.

ஏற்கெனவே விவரித்துள்ள சமன்பாட்டுவகைக்குத் தரப்பட்ட வளையி யொன்று இணங்குமோ இணங்காதோ எனத் தீர்ப்பதற்குச் செயன் முறையை நாம் மறுதலையாக நோக்கவேண்டும் ; அப்பொழுது,  $a$  அல்லது  $b$  பூச்சியமாய் இருந்தாற்றான் முறையானது வசதியானவொன்றாகும் என விரைவில் அறியக்கூடும் ; அதாவது, வளையியின் சமன்பாடானது

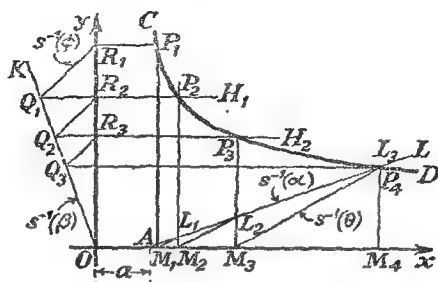
$$y = \kappa (x - a)^n, \text{ அல்லது } y - b = \kappa x^n$$

என்னும் வகையில் அபங்கும் என அனுமானிக்க முடிந்தாற்றான் மாறிலிகளைத் துணிய முடியும். இவ்வண்ணம், படம் 1.19 இல்,

† குப்பிக : பெரி (Perry), *Elementary Practical Mathematics*, C. J. சிபிது, *Phil. Mag.*, XXXVII, p. 505, 1946.



CD ஆனது பரிசோதனையால் கிடைக்கப் பெற்ற புள்ளித்தொகுதி ஊடாகச் செல்லும் ஒப்பமான வளைவி எனக் கொள்க. பரிசோதனைக்குரிய வழக்க ளால் நியமிக்கப்பட்ட எல்லைகளுக்குள் அடங்கும் வகையில், இவ்வளைவி



படம் 1.19.  $y = \kappa(x-a)^n$  என்னும் வளைவி.

$y = \kappa(x-a)^n$  என்னுள் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகின்றதோ இல்லையோ என்பதைச் சோதிக்க விரும்பப்படுகின்றது.  $b=0$  ஆனபடியால், O ஊடாக நேர்கோடு OK என்பது வரையப்படுகின்றது; இந்நேர்கோட்டின் சரிவு ஈதேனுமொரு வசதியான பெறுமானம்  $\beta$  ஆக எடுக்கப்படுகின்றது. CD யில் உள்ள ஒரு புள்ளி  $P_1$  ஊடாக, Ox இற்குச் சமாந்தரமாக,  $P_1R_1$  என்பதை வரைக; OK யை  $Q_1$  இல் வெட்டுமாறு  $R_1Q_1$  ஐ வரைக; கோணம்  $OR_1Q_1$   $45^\circ$  ஆக அமையவேண்டும்; எனவே, இந்நேர்கோட்டின் சரிவு  $\phi$  மறையானது; அது,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{R_2Q_1 \text{ (நேர்) ஆல் குறிக்கப்படும் கணியம்}}{R_1R_2 \text{ (எதிர்) ஆல் குறிக்கப்படும் கணியம்}} \\ &= - \frac{|Q_1R_2| \text{ ஆல் குறிக்கப்படும் கணியம்}}{|R_1R_2| \text{ ஆல் குறிக்கப்படும் கணியம்}}. \end{aligned}$$

அடுத்ததாக, Oy யை  $R_2$  இலும், CD யைப்  $P_2$  இலும் வெட்டுமாறு  $Q_1$  ஊடாகக்  $Q_1H_1$  ஐ OX இற்குச் சமாந்தரமாக வரைக;  $P_1$  உம்  $P_2$  உம் ஊடாக முறையே  $P_1M_1$  ஐயும்  $P_2M_2$  ஐயும் Oy இற்குச் சமாந்தரமாக வரைக;  $P_2M_2$  ஐ  $L_1$  இல் வெட்டுமாறு  $M_1$  ஊடாகக் கோணம்  $30^\circ$  (விடயத்துக்கேற்றவாறு அது  $45^\circ$  அல்லது  $60^\circ$  ஆகக்கூடும்) என அமையுமாறு  $M_1L_1$  ஐ வரைக. அப்பொழுது,  $L_1$  ஆனது Ox இல்  $OA = a$  என்னும் வெட்டுத்துண்டு உள்ளதும் சரிவு  $\theta$  உடையதுமான நேர்கோட்டிலுள்ள புள்ளியொன்றாகும்; இங்கு  $\theta$  ஆனது  $M_1L_1$  இன் சரிவு எனின்,

$$\left[1 - \left(\frac{a}{\theta}\right)^n\right] = \left[1 - \left(\frac{\beta}{\phi}\right)\right].$$

என்னும், இதுவரை ஒரேயொரு புள்ளி  $L_1$  என்பதின் இடம் மட்டுமே கண்டுபிடிக்கப்பட்டிருக்கின்றது; ஆனாலும்,  $P_2$  (அல்லது வளையியின் வேறொரு புள்ளி) இல் தொடங்கி  $P_3$  ஐக் காணலாம்; ஏற்கெனவே விவரித்தவாறு மீண்டும் வரைந்து  $L_2$  ஐக் காணலாம். இவ்வண்ணம்,  $L_1, L_2, L_3, \dots$  என்னும் புள்ளித்தொடரொன்றைப் பெறலாம். இவை நேர்கோடொன்றில் கிடக்குமாயின் சமன்பாடு  $y = \kappa(x-a)^n$ , வளையி CD இற்குப் பொருத்தமாயிருக்கும்; இங்கு,  $\alpha, \theta, \beta, \phi$  என்பனவற்றின் தெரிந்துள்ள பெறுமானங்களிலிருந்து  $\alpha, n$  ஆகிய மாறிலிகளைக் காணலாம். அடுத்ததாக,  $n$  உம்  $n$  உம் இப்பொழுது தெரிந்துள்ள படியால்,  $(x-a)^n$  ஐக் குறித்து  $y$  யை வரைந்து மாறிலி  $\kappa$  ஐக் காணலாம். எவ்வாறு இச்செய்முறையைப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம் என்பதை விளக்கிவைக்கக் கீழ்வரும் ஈர் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிப்போம்.

(a) சதமவளவை நைதரசன் திட்டத்தில் வெப்பநிலை  $\theta$  வினாள் திரவமொன்றின் பரப்பிழுவை  $\gamma$  என்பதின் மாறலானது  $0^\circ$  ச. இலுள்ள அத்திரவத்தின் பரப்பிழுவை  $\gamma_0$  உடன்  $\gamma = \gamma_0(1-b\theta)^n$  என்னுஞ் சமன் பாட்டால் தொடர்புபடுத்தப்படுகின்றது; இங்கு,  $b$  உம்  $n$  உம் மாறிலிகளாம்; ப. 597 ஐ ஒப்பிடுக.

$x = \frac{\gamma}{\gamma_0}$  என்றும்,  $y = \theta$  என்றும் கூறி, மேற்படிச் சமன்பாட்டை

$$y = \left(\frac{1}{b}\right) - \left(\frac{1}{b}\right)x^{\frac{1}{n}}$$

என எழுதிக்கொள்ளலாம்.

இச்சமன்பாடு, இப்போது கருதிவரும் வகைச் சமன்பாட்டுள் அடங்கும்; எனவே,  $b, n$  ஆகிய மாறிலிகளைக் காணலாம். இம்முறை ஃபேகசன் (Ferguson) என்பவர் பயன்படுத்தியுள்ளதைக் காட்டிலும் இலகுவானது; மேலும், வளையியொன்றிற்குத் தொடலிகள் வரைதல்,  $b = \theta_0^{-1}$  எனக் கொள்ளுதல் என்பனவற்றை இது தவிர்க்கும்; இங்கு,  $\theta_0$  ஆனது கருதப்படும் திரவத்தின் அவதி வெப்பநிலையாகும்.

(b) எவ்வாறு திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பு  $\eta$  ஆனது வெப்பநிலை  $\theta$  ( $^\circ$ ச.) உடன் மாறுகின்றது என்பதைச் சுலொற் (Slotte) என்பாரின் சமன்பாடு  $\eta = \eta_0(1+b\theta)^n$  குறிக்கிறது, ப. 702 ஐ ஒப்பிடுக; இங்கு  $\eta_0, b, n$  என்பன மாறிலிகள். இச்சமன்பாட்டை

$$\left[\frac{\eta}{\eta_0}\right] = b^n \left[\theta + \left(\frac{1}{b}\right)\right]^n$$

என எழுதிக்கொள்ளலாம்; எனவே,  $y = \frac{\eta}{\eta_0}$  என்றும்  $\theta = x$  என்றும் எழுதுவோமாயின், நாம் கருதுகின்ற வரைபு முறைக்குப் பொருத்தமான வடிவத்தைச் சமன்பாடு பெறுகின்றது.

† *Phil. Mag.* L. p. 971, 1925.

## பயிற்சி I

1.01. சராசரியடர்த்திகள் முறையே 10, 1, 0.1 கி. சமீ.  $^{-3}$  உடைய பொருள்களை நிறுக்கும் பெர்முது 0.00125 கி. சமீ.  $^{-3}$  அடர்த்தியுடைய வளிமின் மீயுந்தலைப் புறக்கணிப்பதால் வரும் சதவீத வழுக்கை காண்க. பித்தனையாலான நியமத்தினிவுகளின் அடர்த்தி = 8.4 கி. சமீ.  $^{-3}$  எனக் கொள்க. அடிப்படையான கொள்கையைக் கூறுக.  $[-0.0024, 0.11, 1.24]$

1.02. தராசொன்றின் உணர்திறனுக்கு வரைவிலக்கணம் கூறி, அந்த உணர்திறனைத் தராசின் மற்றை மாறிலிகளுடன் தொடர்புபடுத்தும் சூத்திரத்தைப் பெறுக. எவ்வாறு சமையுடன் உணர்திறனை மாறுகிறது என்பதை ஆராய்ந்தெழுதுக.

பௌதிகத் தராசொன்றைப் பயன்படுத்தும்பொழுது பூச்சியச் சமைக்கான உணர்திறனை மிக, ஒன்றிற்கு 4.0 திட்டப் பிரிப்புகளை எனத் தெரிநதுள்ளது. 100 கி. சமைக்கு அது மிக, ஒன்றுக்கு 3.5 பிரிப்புகளை ஆகும். தட்டொவ்வொன்றின் திணிவு 20 கி. எனக்கொண்டு 50 கி. சமைக்குரிய உணர்திறனை பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

[மிக. ஒன்றிற்கு 3.7 பிரிப்புகள்.]

1.03. பொருளொன்றின் திணிவைச் செம்மையாகக் காண்பதற்கான வளிமின் மீயுந்தல் திருத்தத்தை விளக்குக. பொருளொன்றின் தோற்றத்தினிவு  $M$  எனவும்,  $\rho_a$ ,  $\rho_w$ ,  $\rho_x$  எனப்பன முறையே வளி, நியமத்தினிவுகள், பொருளின் திரவியம் ஆகியவற்றின் அடர்த்திகள் எனவும் இருப்பின், அப்பொருளின் உண்மையான திணிவு  $X$  ஆனது

$$X = M \left[ 1 - \rho_a \left( \frac{1}{\rho_w} - \frac{1}{\rho_x} \right) \right]$$

என்னும் கோவையால் தரப்படுகிறது என்பதைக் காட்டுக.

1.04.  $[(\vec{A} \times \vec{B})]^2 + (\vec{A} \cdot \vec{B})^2 = A^2 B^2$  என நிறுவுக.

1.05. தனித்த கல்வனோமானிச் சுருளொன்றின் மூன்று அடுத்துவருகின்ற ஓய்வுப்புள்ளி களின் திட்டவளவீடுகள்  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  எனின் சுருளின் ஓய்வுநிலையானது

$$x_0 = \frac{x_1 x_3 - x_2^2}{x_1 + x_3 - 2x_2}$$

ஆல் தரப்படுகிறது எனக் காட்டுக.

கணித்தல் சிறிதாயின்,

$$4x_0 = x_1 + 2x_3 + x_2$$

எனவும், வட்டமொன்றிற்குக் குறைபு விசுதம்  $\delta$  எனின்

$$\delta(x_3 - x_2)^2 = (x_1 - x_3)(x_1 + x_3 - 2x_2)$$

எனவும் நிறுவுக.

1.06. இரு விசைகள்  $F$  உம்  $(1+n)F$  உம துணிக்கையொன்றைத் தாக்குகின்றன ; இங்கு,  $n$  ஆனது சிறிதாகும். அவ்விரு விசைகளின் தாக்கக் கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள கோணம்  $\theta$  எனின், விளையுள் விசையானது பெரிதான விசையுடன் சைன்  $\phi = (1 - \frac{1}{n})$  சைன்  $\frac{\theta}{2}$  என்பதற்கு இணங்கும் கோணம்  $\phi$  யை ஆக்குகிறது எனக் காட்டுக.

1.07.  $(1-x)^{-\frac{1}{2}}$  இன் ஈருறுப்பு விரிவின முதன் நான்கு உறுப்புகளை எழுதுக.  $x=0.020$  என இட்டு  $\sqrt{2}$  என்பதற்கு அண்ணளவான பெறுமானமொன்றைப் பெறும் பொருட்டு மேற்படிக்க கோவையைப் பயன்படுத்துக ; எத்தனை தசமதானங்களுக்கு அப்பெறுமானம் திருத்தமானது என்பதைக் கூறுக.  $[1.4142134, \text{ஆறு.}]$

1.08.  $\blacksquare$  உம்  $b$  உம் நேர்மாறிலிகள் எனின்,

$$y = a \text{க்கு } (-ax) \text{ சைன் } bx$$

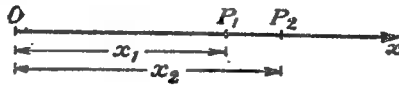
என்னுஞ் சாயின் நிலையான பெறுமானங்களைக் காண்க. அப்பெறுமானங்கள் தமது பொதுவி

சுதம் - அடுக்கு  $\left( -\frac{\pi a}{b} \right)$  ஆக உடைய பெருக்கல் விருத்தியொன்றை அமைக்கின்றன என நிறுவுக. | வரிப்படமொன்றின் மூலம் உம்முடைய முடிபுகளை எடுத்துக்காட்டுக.

## அதிகாரம் II

### துணிக்கை இயக்கவியற் கோட்பாடுகள்

**நேர்கோட்டியக்கம்.**—நேர்கோடொன்று அல்லது அச்ச  $Ox$ , படம் 2.01, வழியே ஒரு புள்ளி அல்லது சடத்துணிக்கையொன்று இயங்குகின்றது எனக் கருதுக; இங்கு புள்ளி  $O$  நிலையானது. அத்துணிக்கையின் நிலைகள்  $t_1, t_2$  என்னும் நேரங்களில் முறையே  $P_1, P_2$  ஆகுக. அப்பொழுது,  $OP_1 = x_1$ ,  $OP_2 = x_2$  எனின்,  $(t_2 - t_1)$  என்னும் காலத்தில் துணிக்கையின் பெயர்ச்சி  $(x_2 - x_1)$  ஆகும்.  $(t_2 - t_1)$  என்னும் காலத்தில் சராசரிப் பெயர்ச்சி வீதம் அல்லது சராசரி வேகம்  $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$  ஆகும். எல்லாக்கால அளவுகளுக்கும் இப்பின்னத்தின் பெறுமானம்  $v$  என்பது மாறுதிருப்பின், துணிக்கையின் வேகம் சீரானது எனப்படும்.



படம் 2.01. சடத்துணிக்கையொன்றின் நேர்கோட்டியக்கம்.

துணிக்கை  $O$  விலிருந்த கணத்திலிருந்து நேரம் அளக்கப்பட்டின், காலம்  $t$  யில் மேற்படி துணிக்கை  $x = u^t$  என்னும் தூரத்தைக் கடந்து விடும். இது துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு ஆகும்.

$x$  அச்ச வழியே செல்லுகின்ற துணிக்கையொன்று  $x, (x + \delta x)$  என்னும் தூரங்களை முறையே  $t, (t + \delta t)$  என்னும் நேரங்களிற் கடக்கின்றது என்க. அப்பொழுது, காலம்  $\delta t$  யில் சராசரி வேகம்  $\frac{\delta x}{\delta t}$  ஆகும்.  $\delta t$  பூச்சியத்தை அணுகும்போது ( $\delta t \rightarrow 0$ ), மேற்படி பின்னம் ஓர் எல்லைப் பெறுமானம்  $v$  ஐ நாடிச் செல்லும்; அது, நேரம்  $t$  யில், துணிக்கையின் வேகமாகும். எனவே,

$$v = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta x}{\delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}.$$

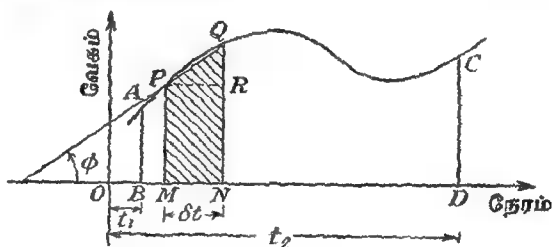
**ஆர்முடுகல்.**—இது, வேகம் மாறும் வீதம் என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. நேரங்கள்  $t_1, t_2$  இல் அசையும் புள்ளியொன்றின் வேகங்கள் முறையே  $v_1, v_2$  எனின், அக்காலத்தில் வேகத்தின் சராசரி மாறல் வீதமானது  $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$  ஆகும். தேர்ந்தெடுத்த காலம் எதுவாகி

லும், மேற்படி பின்னம் அதைச் சாராது இருப்பின், ஆர்முடுகல் சீரானது எனப்படும். நேரங்கள்  $t, (t + \delta t)$  இல் அசையும் துணிக்கையொன்றின் வேகங்கள் முறையே  $v, (v + \delta v)$  எனின், குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஆர்முடுகலின் சராசரிப் பெறுமானம்  $\frac{\delta v}{\delta t}$  என்னும் பின்னமாகும்; மேலும்,

$\delta t$  பூச்சியத்தை அணுகும்பொழுது மேற்படி பின்னத்தின் எல்லைப் பெறுமானம் நேரம்  $t$  யிலுள்ள ஆர்முடுகலாம். அது  $a$  எனின்,

$$a = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}.$$

**வேக-நேர வளைவிகள்.**—நேரத்தைக் கிடைக்கூறாகவும் வேகத்தை நிலைக் கூறாகவும் பயன்படுத்தி வளையியொன்று வரையப்பட்டின், அது வேக-நேர வளையி எனப்படும். இவ்வகையான வளையியொன்று படம் 2.02 இல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. வளையிக்குக் கீழேயுள்ள பரப்பளவின் ஒரு சிறு மூலகம் PQNM என்பதைக் கருதுவோம்.



படம் 2.02. ஒரு வேக-நேர வளைவி.

அசையும் புள்ளியின் வேகமானது  $MN = \delta v$  என்னும் காலவிடையில் ஒரு மாறிலி என்றும், அது  $PM$  என்பதற்குச் சமன் என்றும் கருதக் கூடியவகையில் அக்காலவிடை போதிய அளவு சிறிதாகுக. சிறுமை வரிசையில் முதல் வரிசைப் பெறுமானத்தைத் தவிர்த்து அதனினும் மேலானவற்றைப் புறக்கணித்தால் அம்மூலகத்தின் பரப்பளவு  $PM \cdot \delta t$  ஆகும்; இது காலம்  $\delta t$  இல் சென்ற தூரத்தைக் குறிக்கும்; எனவே, ஒவ்வொரு மூலகமும் சென்ற தூரமொன்றைக் குறிக்கின்றமையால், வளையி, நிலைக்கூறுகள்  $AB$  யும்  $CD$  யும்,  $x$  அச்சு என்பனவற்றுள் அடங்கியுள்ள பரப்பளவானது காலம்  $BD$  இல், அதாவது காலம்  $(t_2 - t_1)$  இல் சென்ற தூரத்தைக் குறிக்கும் என்பது தெளிவாம்.

$$\text{பரப்பளவு} = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dx}{dt} dt = \left[ x \right]_{x_1}^{x_2},$$

என்று எழுதி மேற்படி விவாதத்துக்கு ஓரளவு நியமவடிவம் கொடுக்கலாம்.

மேலும், குறிப்பிட்ட புள்ளியொன்றில் வளையியின் படித்திறன் அல்லது தொடலியின் சரிவு  $\frac{dv}{dt}$  ஆகும்; இது, அக்கணத்தில் இருந்த ஆர்முடுகலைத் தருகின்றது.

**சீரான ஆர்முடுகலுடைய இயக்கம்.**—சீரான ஆர்முடுகலுடைய இயக்கத்தில், ஆர்முடுகல் ஒரு மாறிலி ஆகும்; அது,  $a$  யிற்குச் சமன் என்க. எனவே, அவ்வியக்கம் ஒன்றில்  $v = \blacksquare$  என்பதால் அல்லது  $\dot{x} = a$  என்பதால் எடுத்துரைக்கப்படுகின்றது. நேரத்தைக் குறித்து முந்தியதைத் தொகையிட,

$$v = at + C.$$

இங்கு,  $C$  ஒரு மாறிலியாகும்.  $t = 0$  ஆய் இருந்த பொழுது வேகம்  $\blacksquare$  (அல்லது  $\dot{x}_0$ ) ஆய் இருந்திருந்தால்  $C = u$ . மேலும்,

$$\left. \begin{aligned} v &= u + at \\ \dot{x} &= \dot{x}_0 + at \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(i)$$

அல்லாமலும்,  $A$  யும்  $B$  யும் மாறிலிகள் எனின்,  $\dot{x} = \blacksquare$  என்னும் சமன்பாட்டைத் தொகையிட,

$$\dot{x} = at + A = at + u.$$

எனினில்,  $t = 0$  ஆய் இருந்தபொழுது  $\dot{x} = u$  ஆதலின் என்க. எனவே  $A = u$ . மீண்டும் தொகையிட,

$$x = \frac{1}{2}at^2 + ut + B.$$

ஆனால்  $t = 0$  ஆய் இருந்தபொழுது  $x = 0$  ஆய் இருந்தமையால்  $B = 0$ ; எனவே,

$$\left. \begin{aligned} x &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ &= \dot{x}_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(ii)$$

(i) இலும் (ii) இலும் இருந்து  $\blacksquare$  யை நீக்க,

$$\left. \begin{aligned} v^2 &= u^2 + 2ax \\ \dot{x}^2 &= \dot{x}_0^2 + 2\dot{x}a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(iii)$$

**நியூற்றன் பொறியியல்.**—பதினேழாம் நூற்றாண்டில் நியூற்றன் என்பவரால் இயற்றப்பெற்ற இயக்க விதிகள் மூன்றும் இயக்கவியல் என்னும் இயலுக்கு அடிப்படை ஆதாரங்கள் ஆகும். சாதாரண பொருட்களின் இயக்கத்தைப் பொறுத்தமட்டில் ‘நியூற்றன் பொறியியல்’ எனப்படும் இவ்வியலின் வாய்மையானது பல பரிசோதனைகளில் போதிய அளவில் உறுதிப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது. அணுக்களின் கூறுகள் அல்லது வான்பொருட்கள் ஆகியவற்றின் இயக்கங்களில் இவ்வியலைப் பிரயோகிக்கும்பொழுது மட்டுமே சிறு முரண்பாடுகள் தோன்றுகின்றன; நியூற்றனின் இயக்க விதிகளின் அடிப்படையில் பிழை உளது என்னும் கருத்தை ஆதரிக்க முடியாது என்ற அளவிற்கு கிரகணங்களின் தோற்றங்களைத் திருத்தமாக முன் கூட்டிச் சொல்லுவதற்கு நியூற்றனின் பொறியியல், வானியல் விற

பன்னருக்குப் பயன்படுகிறது என்று எண்ணுங்காலே முரண்பாடுகளின் சிறுமை உணரப்படும். பொதுவாக, இதுமுதல், இனிமேல் எடுத்துக் கொள்ளப்படும் விடயங்களில் நுணுக்குப் பொருட்கள் அல்லது மாண் பொருட்கள் என்பனவற்றின் இயக்கங்களுக்கு நியூற்றன பொறியியல் தத்துவங்களின் பிரயோகத்தால் ஏற்படும் வழக்கள் புறக்கணிக்கப்படும்.

**விசையும் சுத்துவ விதியும்.**—பொருளொன்றின் வேக மாற்றங்கள் (பருமனில் அல்லது திசையில் அல்லது இரண்டிலும்) வெளிக் கருவிகள் காரணமாகவே உற்பத்தியாகின்றன எனக் கொள்ளப்படுகின்றது; நாம் கருதும் இயக்கமுடைய பொருள் மீது இக்கருவிகளால் விசைகள் பிரயோகிக்கப்படுகின்றன எனக் கூறுகிறோம். எனவே, எது பொருளொன்றின் இயக்கத்தை மாற்றும் அடையச் செய்கிறதோ அல்லது அவ்வாறு செய்ய நாடுகிறதோ அதுவே விசை என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. பொருள் ஒவ்வொன்றினதும் ஒய்வு நிலையையோ சீரான நேர்கோட்டு இயக்க நிலையையோ மாற்றுமாறு அழுத்திய விசைகள் பொருளைத் தூண்டாது இருப்பின், அப்பொருள் அதே நிலையில் தொடர்ந்து இருக்க முயலும்; இதுவே நியூற்றனின் முதலாவது இயக்க விதி (அல்லது சுத்துவ விதி) ஆகும்.

**திணிவு.**—சுப்பொருள் என்பது அடிப்படையான கருத்தொன்றாகும்; அதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுதல் கடினமாகும். எனினும், தரப்பட்ட சுப்பொருள் துண்டொன்றின் இயக்கத்தில் வரையறுத்த மாற்றம் ஏதேனுமொன்றைத் தோற்றச் செய்தற்கு ஊக்கம் வேண்டும் என்பது எல்லா வகையான சுப்பொருட்களிடத்துமுள்ள இயல்பாம். இவ்வியல்பு காரணமாகச் சுப்பொருள் சுத்துவம் உடையது எனவும், பொருளொன்று நேர்கோடொன்றில் அசையுங்கால் அதன் திணிவானது அதன் சுத்துவத்தின் அளவாகும் எனவும் கூறப்படுகின்றது. புவியின் பரப்பிற்கு அணித்தாயுள்ள பொருள் எதுவாகிலும் அதன் முதன்மையான இயல்புகளுள் அதன் நிறையும் ஒன்றாகும்.

**விசையை அளத்தல்.**—நீட்டல் உந்தத்தின் மாறுகை வீதமானது அழுத்திய விசைக்கு நேர்விசைமன் என்றும், விசை பிரயோகிக்கப்படும் திசையிலேயே அது நிகழ்கின்றது என்றும், நியூற்றனின் இரண்பாவது இயக்க விதி கூறுகின்றது; இங்கு, சுடத் துணிக்கையின் உந்தம் என்பது துணிக்கையின் திணிவு, அதன் வேகம் என்பனவற்றின் பெருக்கம் என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது.

ஏதேனுமொரு கணத்தில் வேகம்  $v$  யுடன் அசையும் துணிக்கையொன்றின் திணிவு  $m$  எனின், அக்கணத்தில் அதன் உந்தம்  $mv$  ஆகும். துணிக்கையின் ஆர்முடுகல்  $a$  யும் அதைத் தோற்றுவிக்கும் விசை  $F$  உம் எனின், மேற்படி விதிக்கேற்ப

$$F \propto \frac{d}{dt}(mv).$$

திணிவு ஒரு மாறிலி எனின்

$$F \propto m\dot{v} \text{ அல்லது } F \propto ma.$$

அலகுத் திணிவுடைய பொருளொன்றின் மீது தாக்கி அலகு ஆர்முடுகலைத் தருகின்ற விசையே அலகு விசையெனின், மேற்படி விதியின்படி.

$$F = m\ddot{x} = m\dot{v}.$$

ச.கி.செ. தொகுதியில் அலகு விசை தைன் ஆகும். அ.இ.செ. தொகுதியில் அதற்கொத்த அலகு இருத்தலி ஆகும்.

கணத்தாக்கு.—விசையொன்றன் கணத்தாக்கு என்பது அவ்விசை கொடுக்கும் நீட்டல் உந்தமாற்றம் என வரையறுக்கப்படுகின்றது. விசை  $F$  மாறுதலு  $\delta$  நேரத்திற்குத் தாக்குகின்றது எனவும், ஆர்முடுகல்  $\ddot{x}$  எனவும், வேகம்  $\dot{x}_1$  இலிருந்து  $\dot{x}_2$  இற்கு மாறுகிறது எனவும் கொள்ளின், அவ்விசையின் கணத்தாக்கு  $I$  ஆனது,

$$I = m(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = m\dot{x}\delta t = F\delta t$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

மாறும் விசையினிடத்து

$$\delta I = m[(\dot{x} + \delta\dot{x}) - \dot{x}] = m\delta\dot{x} = m\dot{x}\delta t = F\delta t.$$

$$\therefore I = \int_{t_1}^{t_2} F dt;$$

இங்கு, தொகையீட்டின் எல்லைகள்  $t_1$  உம்  $t_2$  உம் தரப்பட்ட பிரசினத்திற்கேற்ப அமையும்.

புனியீர்ப்பால் ஆகும் நிலைக்குத்தியக்கம்.—இங்கு,  $\ddot{x}$  இன் நேரத் திசை மேன்முகமானது எனவும், புனியீர்ப்பு  $g$  எனவும் இருக்குமாயின் இயக்கச் சமன்பாடானது

$$\ddot{x} = -g,$$

$$\therefore \dot{x} = -gt + A;$$

மேலும்,

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + At + B; \dots\dots\dots(iv)$$

இங்கு,  $A$  யும்  $B$  யும் மாறிலிகள்.

தொடக்கத்தில்  $\dot{x} = u$  எனவும்,  $x = 0$  எனவும் இருந்தால்  $A = u$ ,  $B = 0$  ஆகும்.

$$\therefore \dot{x} = u - gt; \dots\dots\dots(v)$$

மேலும்,

$$x = ut - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(vi)$$

நேரம்  $\frac{u}{g}$  இற்குப்பின் துணிக்கை அதனது உச்சி நிலையை அடைகின்றது எனச் சமன்பாடு (v) காட்டுகின்றது; ஏனெனில், அப்பொழுது  $\dot{x} = 0$  ஆதலால். (vi) இல்  $\ddot{x}$  யிற்கு இப்பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு துணிக்கை அடைந்துள்ள உயர்வுயரம் (மிகக்கூடிய) என்பதற்கு

$$h = \frac{u^2}{2g}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.



எறிபடைகள்.—0 என்னும் புள்ளியொன்றிலிருந்து, கிடையான  $Ox$  உடன் கோணம்  $\alpha$  ஆக்கும் திசையில் துணிக்கையொன்று தொடக்க வேகம்  $u_0$  உடன் எறியப்பட்டும், படம் 2.03. புள்ளி  $(x, y)$  இலே துணிக்கை இருக்கும் பொழுது அதன் வேகம்  $\alpha$  ஆகுக; அப்பொழுது அது  $Ox$  உடன் கோணம்  $\alpha$  ஆக்கும் திசையில் அசைவதாகுக. தொடக்க வேகத்தை

$$\dot{y}_0 = u_0 \text{ சைன் } \alpha,$$

$$\dot{x}_0 = u_0 \text{ கோசை } \alpha$$

எனக் கூறுபடுத்தலாம். இதன்பின் துணிக்கையின் இயக்கம்

$$\ddot{y} = -g, \ddot{x} = 0$$

என்பனவற்றால் எடுத்துரைக்கப்படும்.

எனவே, தரப்பட்ட தொடக்க நிபந்தனைகளுக்கேற்ப

$$x = (u_0 \text{ கோசை } \alpha) t,$$

$$y = (u_0 \text{ சைன் } \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2.$$

$\dot{y} = 0$  ஆகும் பொழுது, அதாவது  $t = \frac{u_0 \text{ சைன் } \alpha}{g}$  ஆகும் பொழுது,

எறிபொருள் பாதையிலுள்ள மிக உயர்வான புள்ளியை அடைகின்றது. இக்காலத்தினுள்  $x$  இன் திசையில் துணிக்கை சென்ற தூரமானது

$$u_0 \text{ கோசை } \alpha \left( \frac{u_0 \text{ சைன் } \alpha}{g} \right) = \frac{u_0^2 \text{ சைன் } 2\alpha}{2g}$$

ஆகும். எனவே, கிடைத தளமொன்றில், வீச்சானது  $\frac{u_0^2 \text{ சைன் } 2\alpha}{g}$  ஆகும்.

அதுபோலவே, துணிக்கை அடைந்துள்ள அதியுயர் புள்ளிக்கு

$$y_{\text{உயர்}} = u_0 \text{ சைன் } \alpha \cdot \left( \frac{u_0 \text{ சைன் } \alpha}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{u_0 \text{ சைன் } \alpha}{g} \right)^2 = \frac{u_0^2 \text{ சைன்}^2 \alpha}{2g}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

எறிப்படையின் கடவை எனப்படும் அதன் சுவட்டுக்குச் சமன்பாடு காணும். பொருட்டுக் காலம்  $t$  இற்குப் பின், துணிக்கையானது  $P$  என்னும் புள்ளி யொன்றில் இருக்கும் பொழுதுள்ள நிலைமையைக் கருதுக.

அப்பொழுது

$$\dot{x} = u \text{ கோசை } \theta = u_0 \text{ கோசை } \alpha,$$

$$\dot{y} = u \text{ சைன் } \theta = u_0 \text{ சைன் } \alpha - g t.$$

எனவே

$$x = (u_0 \text{ கோசை } \alpha) t.$$

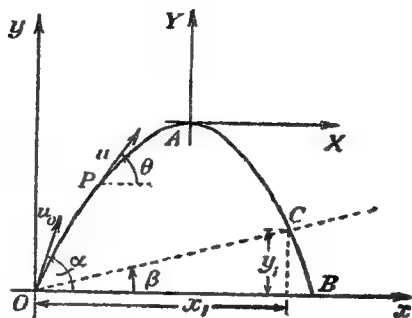
$$y = (u_0 \text{ சைன் } \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= u_0 \text{ சைன் } \alpha \left( \frac{x}{u_0 \text{ கோசை } \alpha} \right) - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u_0^2 \text{ கோசை}^2 \alpha}$$

$$= x \text{ தான் } \alpha - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{u_0^2 \text{ கோசை}^2 \alpha}.$$

இங்கு,  $t = 0$  எனின்  $x = 0$ ,  $y = 0$  ஆதலால் தொகையீட்டு மாறிலிகள் சேர்க்கப்படவில்லை.

ஆள்கூறுகளின் உற்பத்தியை 0 விலிருந்து, எறிபடை அடைந்துள்ள அதியுயர் புள்ளி A யிற்கு மாற்றுவோம். A யை உற்பத்தியாகப் பயன்



படம் 2.03. எறிபடையின் கடவை.

படுத்தி முந்திய அச்சுக்களுக்குச் சமாந்தரமான திசைகளுடைய புது அச்சத்தொகுதியொன்றைக் குறித்து வகேதுமொரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் (X, Y) ஆகுக. அப்பொழுது,

$$Y + \frac{u_0^2 \csc^2 \alpha}{2g} = \left( X + \frac{u_0^2 \csc^2 \alpha}{2g} \right) \text{தான் } \alpha - \frac{1}{2g} \frac{\left( X + \frac{u_0^2 \csc^2 \alpha}{2g} \right)^2}{u_0^2 \csc^2 \alpha}.$$

$$\therefore Y = -\frac{1}{2g} \frac{X^2}{u_0^2 \csc^2 \alpha}.$$

எனவே, கடவையானது புது ஆள்கூற்றுத் தொகுதியின் X அச்சுக்கு முற்றிலும் கீழே இருக்கின்ற ஒரு பரவளைவாகும்.  $U_0 = u_0 \csc \alpha$  என்று எழுதினால் மேற்படி சமன்பாடு

$$2U_0^2 Y + gX^2 = 0$$

ஆகும்.

சாய்தளமொன்றில் வீச்சு.—படம் 2.03 இல், Ox உடன் கோணம்  $\beta$  ஆக்கும் சாய்தளம் OC ஆகுக. எறிபடையானது இத்தளமீது C யில் மோதுகின்றது எனக் கொள்க. இப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் ( $x_1$ ,  $y_1$ ) எனின், அவை

$$y_1 = x_1 \text{ தான் } \beta = x_1 \text{ தான் } \alpha - \frac{1}{2} \frac{gx_1^2}{u_0^2 \csc^2 \alpha}$$

என்பனவற்றால் துணியப்படுகின்றன.

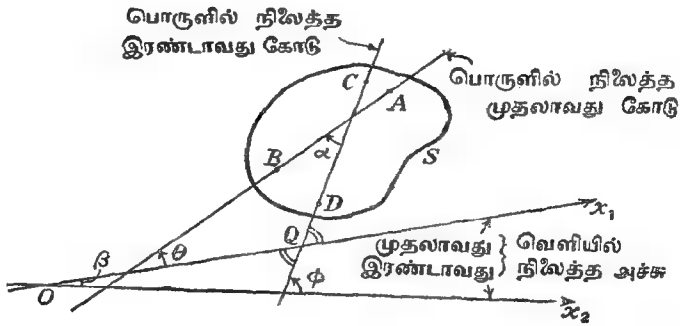
எனவே,  $x_1 = 0$  அல்லது  $2 \frac{(\text{தான் } \alpha - \text{தான் } \beta)}{g} u_0^2 \text{ கோசை } \alpha$ .

தளத்திலுள்ள அதன் வீச்சு

$$s = 0 \text{ அல்லது } s = x_1 \text{ சீக } \beta = \frac{2u_0^2}{g} \left[ \frac{\text{சைன் } (\alpha - \beta) \text{ கோசை } \alpha}{\text{கோசை } \beta} \right]$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

**கோணவேகம்.**—படம் 2-04 இல், ■ ஆனது படத்தினது தளத்தில் எப்பொழுதும் இருக்கின்ற அடர் அல்லது விறைப்பான பொருளொன்றின் குறுக்குவெட்டு ஆகுக. S இல், அதைக்குறித்து நிலைத்திருக்கின்ற ஒரு



படம் 2-04. கோணவேகம்.

நேர்கோடு AB யிற்கும், வெளியில் நிலைத்த ஒரு மாட்டேற்றச்சு  $Ox_1$  இற்கும் இடையேயுள்ள கோணம்  $\theta$  எனின், அப்பொழுது சுழலும் பொருளின் கோணவேகம்  $\dot{\theta} = \omega$  ஆகும்.

பொருளில் வேறொரு நிலைத்த நேர்கோடு CD யிற்கும் வெளியில் நிலைத்த ஓர் இரண்டாவது அச்சு  $Ox_2$  இற்கும் இடையேயுள்ள கோணம்  $\phi$  ஆகுக; CD உம்  $Ox_1$  உம் ஒன்றையொன்று Q வில் வெட்டுமாயின்,

$$\theta + \alpha = \phi - \beta$$

எனப் பெறுவோம்; இங்கு, ■ உம்  $\beta$  உம் காட்டியுள்ள மாறாக் கோணங்கள் ஆகும்.

$$\therefore \dot{\theta} = \dot{\phi};$$

அதாவது, ஒன்று பொருளில் நிலைத்ததும் மற்றையது வெளியில் நிலைத்ததுமான இரு தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட மாட்டேற்றுக் கோடுகளைக் கோணவேகம் சாராது.

0 விலிருந்து OA, OB என்னும் திசைகளில் நோக்கும் பொழுது சுழற்சிகள் வலஞ்சுழியானவை எனக் கொள்க. OA, OB என்பன கோணவேகங்களின் பெறுமானங்களைக் குறிக்கட்டும். அப்பொழுது, OA யைக் குறித்த சுழற்சியின் வீளைவாகப் புள்ளி P யானது காலம்  $\delta t$  மில்  $\omega_a \cdot PM \cdot \delta t$  என்னும் அளவு மேன்முகமாகப் பெயர்க்கப்படும்; அது போலவே, அதே காலத்தில் அது கீழ்முகமாகப் பெயர்ச்சி  $\omega_b \cdot PN \cdot \delta t$  அடைகின்றது; இங்கு, PM உம் PN உம் P யிலிருந்து ஆள்கூற்றச்சுக்களுக்கு வரைந்துள்ள செங்குத்துக்கள் ஆகும். எனவே, மேன்முகமான மொத்தப்

பெயர்ச்சி சைன்  $\hat{A\hat{O}B}$  ( $y\omega_a - x\omega_b$ ) ஆகின்றது.  $y = \frac{x\omega_b}{\omega_a} = x \frac{OB}{OA}$  எனின்

இது பூச்சியமாகும் ; ஆனால், இதுவே OA உம் OB உம் அடுத்துள்ள பக்கங்களையுடைய இணைகரத்தின் மூலவிட்டம் OC யினது சமன்பாடு ஆகும். OC யிலுள்ள எந்தப் புள்ளியும் பெயர்ச்சி அடையாதபடியால் OC யையே அச்சாகக் குறித்து விளையுட் கோணவேகம் தாக்குகின்றது. OC ஆனது இவ்விளையுட் கோணவேகத்தின் பருமனைக் குறிக்கிறது என்பதைக் காட்டும்பொருட்டு படத்தின் தளத்திலுள்ள ஏதேனுமொரு புள்ளி Q வின் பெயர்ச்சியைக் கருதுவோம். Q ஊடாக, அச்சுக்களுக்குச் செங்குத்தாக QK ஐயும் QL ஐயும், OC இற்குச் செங்குத்தாக QS ஐயும் வரைக ; AC யை L<sub>1</sub> இல் வெட்டுமாறு LQ வை நீட்டுக. அப்பொழுது, காலம்  $\delta t$  யில், OA ஐயும் OB ஐயும் குறித்த சுழற்சிகளின் பயனாக Q வின் மேன்முகப் பெயர்ச்சி

$$\omega_a \cdot QK - \omega_b \cdot QL = \kappa (OA \cdot QK - OB \cdot QL)$$

ஆகும் । இங்கு,  $\kappa$  ஒரு மாறிலி. அது OA இன் பருமனை  $w$ , முதலியவற்  
றின் பருமன்களுடன் விகிதப்படி உணர்த்துகிறது. இனி,  $LQ = LL_1 - QL_1$



லின் கோசை  $\delta\psi = 1 - \frac{\delta\psi^2}{2}$  உம் சைன்  $\delta\psi = \delta\psi$  உம் ஆகும் ; எனவே இரண்டாம் சிறுமை வரிசை நிற்கும் பெறுமானங்கள் புறக்கணிக்கப்படின், மேற்படிக் கூறுகள் முறையே  $(v + \delta v)$  உம்  $v\delta\psi$  உம் ஆகும். ஆகவே காலம்  $\delta t$  இல்,  $P_1$  இலுள்ள தொடலியின் திசைக்குச் சமாந்தரமாக நேரிடுகின்ற வேகமாற்றம்  $\delta v$  ஆகும் ; ஆகையால்  $P_1$  இல் தொடலி ஆர்முடுகல்,

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta v}{\delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

அதுபோலவே, காலம்  $\delta t$  இல், வேகத்தின் செவ்வன் கூறுனது  $v\delta\psi$  என்னும் அளவால் மாற்றம் அடைகின்றது. ஆகையால்,  $P_1$  இல் செவ்வன் ஆர்முடுகலானது  $v \cdot \frac{d\psi}{dt}$  ஆகும்.

அதை 
$$v \cdot \frac{d\psi}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{\rho} \quad \left[ \because \frac{1}{\rho} = \frac{d\psi}{ds} \right]$$

என்று எழுதலாம் ; இங்கு,  $\rho$  ஆனது  $P_1$  இலுள்ள வளைவாறை ஆகும். [ந.கு. இவ்வார்முடுகல்  $C$  முகமாகவே இருக்கும்.]

**சீரான வட்டவியக்கம்.**—சீரான வட்டவியக்கத்திற்கு  $v$  ஒரு மாறிலியும் தொடலி ஆர்முடுகல் பூச்சியமும் ஆகும் ; அப்பொழுது, செவ்வன் ஆர்முடுகல்  $\frac{v^2}{r} = \omega^2 r$  ஆகும் ; இங்கு,  $r$  என்பது வட்டத்தின் ஆரை.  $\omega$  என்பது கோணவேகம். இக்கோவையை  $r\theta^2$  என்றும் எழுதலாம் ; இங்கு, அசையும் துணிக்கையின் கோண நிலை  $\theta$  ஆனது வட்டத்தின் மையம் ஊடாகச் செல்கின்ற தொடக்கக் கோடொன்றைக் குறித்துள்ளது.

**உதாரணம்.**—நீளம்  $\lambda$  உடைய இலேசான இழையொன்றை நிலைத்த புள்ளியொன்றுடன் கட்டுண்ட  $m$  திணிவுடைய துணிக்கையொன்று மாறாக கோணவேகம்  $\omega$  உடன் ஆரை  $r$  உடைய கிடையான வட்டமொன்றை வரைதற்கான நிபந்தனையை காண்பது.

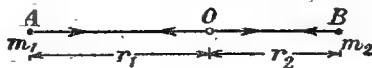
இழையிலுள்ள இழுவை  $F$  உம், நிலைக்குத்துடன இழையின் சாயவு  $\theta$  உம் ஆகும். இனி, விசைகளை நிலைக்குத்தாகவும் கிடையாகவும் துணித்தால்,

$$F \text{ கோசை } \theta = mg ; F \text{ சைன் } \theta = m\omega^2 r$$

எனவே, 
$$g \text{ தான } \theta = \omega^2 r ; \text{ இங்கு, } \theta = \text{சைன்}^{-1} \left( \frac{a}{\lambda} \right).$$

**சுழலும் பொருட்களைச் சமநிலைப்படுத்துதல்.**— $A$  யில், (படம் 2.07), திணிவு  $m_1$  உடைய சடத்துணிக்கையொன்றைக் கருதுக ; வட்டமொன்றின் மையம்  $O$  ஊடாகச் செல்கின்ற மாறாத, நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்து அது மாறாக் கோணவேகம்  $\omega$  உடன் வட்டமிடுகின்றது என்க. இதற்கான விகாரப் படை துணிக்கைக்கும்  $O$  விற்கும் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற இலேசான

கயிறொன்றிலுள்ள இழுவையால் தரப்படுகிறது எனக் கொள்க. சுழற்சியை உண்டாக்கும் பொருட்டு AO வழியே விசை F என்பது  $m_1 \omega^2 r_1$



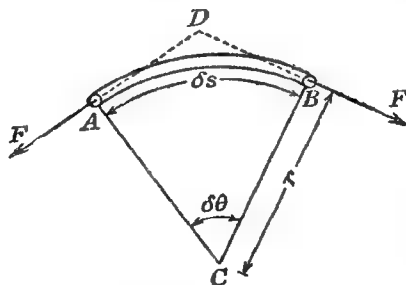
படம் 2.07. சுழலும் பொருட்களைச் சமநிலைப்படுத்துதல்.

ஆகும். [பொருளானது சடத்துணிக்கையொன்றாக இராதுவிடின், விசையைப் பொறுத்தமட்டில், O விலிருந்து தூரம்  $r_1$  இலிருக்கும் புள்ளியொன்றில் பொருளின் திணிவு செறிந்திருக்கும் பொழுது கிடைக்கப்பெறும் விளைவு போலவே இவரும் கிடைக்கும் எனக் கருதலாம்.] புள்ளி O வில், திசை OA யில், இதற்கு ஒத்த விசை (அச்சாணியில் மறுதாக்கம்) பருமனைப் பொறுத்தமட்டில் F இற்குச் சமன், அதாவது  $m_1 r_1 \omega^2$ ; ஆனால், திசையைப் பொறுத்தமட்டில் அது இன்றியமையாது நேர்மாறாகவே இருக்கும். இவ்விசை பூச்சியமாக்கப்படாதுவிடின் அதிகமான தேய்வு விளையக்கூடும். அது அதிர்வுகளை உண்டாக்கவும் கூடும். எனினும், O விலிருந்து  $r_2$  தூரத்தில் A யிற்குச் சேய்மையான O வின் பக்கத்திலுள்ள B யில், திணிவு  $m_2$  என்பது வைக்கப்பட்டிருக்கிறது என்க. இத்திணிவும் O ஊடாகச் செல்கின்ற அதே அச்சைக் குறித்து, கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் சுழலுமாயின்  $m_1, m_2$  என்பனவற்றின் சுழற்சி காரணமாக அச்சாணி மீதுள்ள முழு விசை

$$(m_1 r_1 - m_2 r_2) \omega^2$$

ஆகும்;  $m_1 r_1 = m_2 r_2$  எனின் இது பூச்சியமாகும். அப்பொழுது, சுழல்கின்ற பொருட்கள் சமநிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றன என்ப.

சுற்றும் பெருவளையமொன்றில் ஏற்படும் இழுவை.—பெருவளையமொன்று, அதன் மையம் C ஊடாகச் செல்கின்றதும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்



படம் 2.08. சுற்றும் பெருவளையமொன்றில் ஏற்படும் இழுவை.

தானதுமான அச்சொன்றைக் குறித்து, மாறாக் கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் சுற்றுகின்றது எனக் கொள்க. A, B களுக்கு இடையில் இருக்கின்றதும்

மையம் C யில்  $\delta\theta$  என்னும் சிறு கோணமொன்றை எதிரமைக்கின்றது மான சிறு வளையமூலகம்  $\delta s$  ஐக் கருதுக, படம் 2.08. இப்புள்ளிகளில் AC, BC என்பன வளையத்தின் செவ்வன்கள் ஆகுக; A யிற்கும் B யிற்கும் உரிய தொடலிகள் D யிற் சந்திக்கட்டும்;  $AC = BC = r$  என்க. பெருவளையத்தின் கோணவேகம் மாறாது இருக்கின்றமையால், அதன் கணுள்ள இழுவை F எல்லாப் புள்ளிகளினிடத்தும் ஒன்றே; எனவே, A, B களிலுள்ள இழுவைகளின் விளையுளானது கோணம்  $\widehat{ADB}$  இன் இரு கூறுக்கி வழியே தாக்கும்; அது

$$2F \text{ சைன் } \frac{1}{2}\delta\theta = F\delta\theta.$$

பெருவளையத்தின் நீளவலகுக்கான திணிவு  $\lambda$  எனின், மையநாட்ட விசையானது

$$(\lambda \delta s) r\theta^2 = \lambda r^2\theta^2 \delta\theta;$$

இதுவே A, B களிலுள்ள இழுவைகளின் விளையுள். எனவே,

$$F = \lambda r^2\theta^2 = \lambda v^2;$$

இங்கு,  $v$  என்பது வளையத்தின் எதேனுமொரு புள்ளியின் வேகமாகும். எனவே, இழுவை வளையத்தின் ஆரையைச் சாராது; ஆகவே, பல்வேறு விட்டங்கள் உடைய ஒப்பமான கப்பிகள் மீது வளையந்தன்மையுடைய வாரொன்று ஒடுங்கால் வாரிலுள்ள இழுவை மாறிலி ஆகும்.

**கப்பியில் வார் நழுவுதல்.**—வட்டக்கப்பியொன்றின்மீது செல்கின்றதும் கப்பியின் மையம் O வில் கோணம்  $\theta$  வை எதிரமைக்கும் வில் BC வழியே கப்பியுடன் தொடுகையுடையதுமான வார் ABCDEH ஐக் கருதுக, படம் 2.09. வார் வலஞ்சுழியாக நழுவப்போகும் நிலையில் இருக்கட்டும். வாரின் பகுதி களாகிய AB, EH என்பனவற்றில் இழுவைகள் முறையே  $F_1, F_2$  ஆகுக. அப்பொழுது, வாருக்கும் கப்பிக்கும் இடையேயுள்ள உராய்வால்  $F_2 > F_1$ .  $\mu$  என்பது உராய்வுக்குணகம் ஆகுக. வாரின் நுண்ணளவான பகுதி CD யைக் கருதுக.  $\widehat{COD} = \delta\theta$  ஆகுக; வாரில், C யிலும் D யிலும் இழுவைகள் முறையே F உம்  $F + \delta F$  உம் ஆகுக.

$\therefore$  C, D களிலுள்ள இழுவைகள் காரணமாகக் கப்பியைத் தாக்கும் விசை O வை நோக்கும்; அதன் பெறுமானம்

$$F \text{ சைன் } \frac{\delta\theta}{2} + (F + \delta F) \text{ சைன் } \frac{\delta\theta}{2} = F\delta\theta.$$

CD மீது கப்பியின் மறுதாக்கத்தின் செவ்வன் கூறு  $\delta N$  ஆகுக; வாரின் நீளவலகுக்கான திணிவு  $\lambda$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$F\delta\theta - \delta N = (\lambda \delta s) r\theta^2.$$

மேலும்,

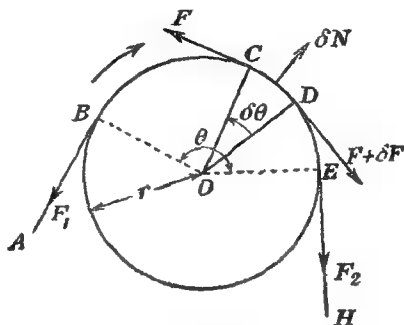
$$\delta F = \mu \delta N.$$



$v = r\theta$  எனின், எல்லையில்,

$$(F - \lambda v^2) = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dF}{d\theta}$$

என மேற்படிச் சமன்பாடுகள் தருகின்றன.



படம் 2.09. கம்பியொன்றில் வார் நழுவுதல்.

இதிலிருந்து

$$\text{இ.ம. } (F - \lambda v^2) = \mu\theta + \text{மாறிலி}$$

அல்லது  $F - \lambda v^2 = A$  அடுக்கு  $(\mu\theta)$ ;

இங்கு, A ஒரு மாறிலி.  $\theta = 0$  ஆகும்பொழுது  $F = F_1$  ஆயின்

$$A = F_1 - \lambda v^2;$$

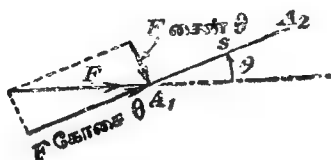
அதாவது,  $F_2 - \lambda v^2 = (F_1 - \lambda v^2)$  அடுக்கு  $(\mu\theta)$ .

**சக்தியும் வேலையும்.**—விசையொன்றின் பிரயோகப் புள்ளியானது அவ்விசை தாக்குங் கோடு வழியே பெயர்ச்சியொன்றைப் பெறும்பொழுது அவ்விசை வேலை செய்கிறது எனக் கூறப்படுகின்றது. இவ்வாறாக, விசை F ஒன்றின் பிரயோகப் புள்ளி அவ்விசை தாக்குங் கோடு வழியே தூரம் s சென்றால் விசையாற் செய்யப்பட்ட வேலை Fs என்பதாகும்.

விசையின் பிரயோகப் புள்ளியானது அவ்விசை தாக்குங் கோட்டுடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்கும் திசையில் தூரம் s சென்றால் (படம் 2.10), அவ் விசையை, பெயர்ச்சி s வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் கூறுகளாகத் துணித்து அங்கு செய்யப்பட்ட வேலையைக் காணலாம். இக்கூறுகளின் பருமன்கள் முறையே F கோசை  $\theta$ , F சைன்  $\theta$  என்பனவாகும். முன்னையதால் செய்யப்பட்ட வேலை (F கோசை  $\theta$ )s ஆகும்; ஆனால் பின்னைய கூறுனது வேலை செய்யாது. செய்யப்பட்ட முழு வேலையும்

$$Fs \text{ கோசை } \theta = \{\vec{F} \cdot \vec{s}\}.$$

பிரித்தானிய அலகுமுறை, மீற்றர் அலகுமுறை என்பனவற்றில் வேலையின் தனியலகுகள் முறையே அடிமிருத்தலியும், தைன். சமீ அல்லது



படம் 2.10. விசையொன்றால் செய்யப்படும் வேலை.



படம் 2.11. இணையொன்றால் செய்யப்படும் வேலை.

எக்கும் ஆகும். அடியிருத்தல் நிறை, யூல் (இது  $10^7$  எக்குகள் ஆகும்), இலத்திரன் வோலற்று (இது  $1.602 \times 10^{-19}$  எக்குகள் ஆகும்) என்பன செய்முறையலகுகள் ஆகும்.

சக்தி என்பது வேலை செய்வதற்கெனப் பொருளொன்று கொண்டிருக்கும் ஆற்றல் என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. இயக்கத்தாலான சக்தி இயக்கச் சக்தி எனப்படுகின்றது; பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தியானது தடையை எதிர்த்து ஈற்றில் ஓய்வு நிலையை அடையும் வரை அப் பொருளாற் செய்யப்படும் வேலையால் அளக்கப்படுகின்றது. பொருளொன்றின் நிலையாலான சக்தி அதன் நிலைச் சக்தி எனப்படுகின்றது. பொருளொன்றின் நிலைச் சக்தியானது அப்பொருளை, அது இருக்கின்ற நிலையிலிருந்து நிலைச் சக்தி பூச்சியம் எனக் கொள்ளப்படுகின்ற ஏதேனும் பொருளியம் நிலைக்கு இயங்குங்காலே பொருளைத் தாக்குகின்ற விசைகளாற் செய்யப்படுகின்ற வேலையால் அளக்கப்படுகின்றது. நியம நிலையை விரும்பியவாறு எடுத்துக்கொள்ளமுடியுமாதலால் புவியின் மேற்பரப்பிலுள்ள பொருள்களின் நிலைச் சக்தி பூச்சியம் எனக் கொள்வது வழக்காம். என்றும் நிலைச் சக்தி மாற்றங்களையன்றித் தனிநிலைச்சக்தியைக் கருத்தில் கொள்ளாததால் பூச்சியத்தை விரும்பியவாறு எடுப்பதால் இடர்ப்படமாட்டோம்.

இணையொன்றால் செய்யப்படும் வேலை.—விசைகளின் தொகுதியொன்றால் தாக்கப்படுகின்ற விறைப்பான பொருளொன்றைக் கருதுக; பொருளின் புள்ளியொன்றில் தாக்கும் விசை F என்பதை (படம் 2.11) மாதிரி விசையாகக் கருதுவோம். O ஊடாகவும் விளக்கப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து இத்தொகுதியானது பொருளை ஒரு சிறுகோணம்  $\delta\theta$  அளவில் சுழலச் செய்கின்றது எனவும், A என்பது  $A_1$  அடைகின்றது எனவும் கொள்க.  $A_1A$  யிற்கும் F இற்கும் இடையேயுள்ள கோணமானது  $\square$  எனின், விசை F என்பது செய்த வேலை

$$F \text{ கோசை } \square (AA_1) = AA_1 \text{ வழியே இருக்கின்ற } F \text{ இன் உறுப்பு } \times r.\delta\theta \\ = \delta\theta \times \text{சுழற்சியச்சைக் குறித்து } F \text{ இன் திருப்பம்.}$$

0 வைக் குறித்துப் பொருளைத் தாக்குகின்ற எல்லா விசைகளின் திருப்பம்  $\Gamma$  எனின், விசைத்தொகுதி செய்த வேலை  $\Gamma\delta\theta$  ஆகும். சிறப்பாக, விசைகள் மாறாப் பருமனுடையவோர் இணையாக அமைந்தால் செய்த வேலையானது இணை, சுழற்சி ஆகியவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமன் ஆகும்.

**காப்புநிலை விசைத் தொகுதிகள்.**

(a) ஈர்ப்புக் கவர்ச்சிக்கு எதிராகத் திணிவு  $m$  ஐ நிலைக்குத்துத் தூரம்  $h$  ஊடாக உயர்த்தும்பொழுது செய்யப்படும் வேலையையும்,

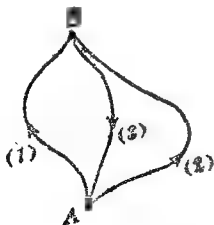
(b) உராய்வுவிசை  $F$  என்பதற்கு எதிராகப் பொருளொன்றைத் தூரம்  $s$  ஊடாகத் தள்ளும்பொழுது செய்யப்படும் வேலையையும்

இப்போது கவனிப்போம்.

(a) யில், ஈர்ப்புக் கவர்ச்சிக்கு எதிராகச் செய்யப்பட்ட வேலை  $mgh$  ஆகும். பொருளை அதனது தொடக்க நிலைக்கு இறங்கவிடும் பொழுது பெறக்கூடிய தான வேலை  $mgh$ ; எனவே, பொருள் மீது செய்யப்பட்ட முழுவேலை பூச்சியம். எனினும், (b) யிற் செய்யப்பட்ட வேலையானது  $Fs$  ஆகும்; ஆனால், பொருளானது அதன் தொடக்க நிலையை மீளுங்காலே அதே அளவு வேலை மீண்டும் செய்யப்படவேண்டியதாகின்றது; அதாவது இங்கு செய்யப் படுகின்ற முழு வேலையும்  $2Fs$ ; (a) ஐப் போன்ற முறைகளிலே பொருட் களின் தொகுதியானது அதன் தொடக்க நிலையை மீளுங்காலே அதைக் கொண்டு பொறிமுறை வேலை செய்வித்து அதனின் முன் செய்த வேலையைத் திரும்பப் பெறலாம். ஆனால், (b) யில் முன் செய்த வேலையின் ஏதேனுமொரு பங்கைக்கூட திரும்பப் பெறமுடியாது. இதுவே இங்கு எடுத்துக் காட்டியுள்ள இருவகை வேலைகளின் அடிப்படை வேறுபாடு.

**வரைவிலக்கணம்.** ஏதேனுமொரு தொகை பெயர்ச்சிகளை ஆற்றி, ஈற்றில் தொடக்க நிலையை அடையும் பொருட்டொகுதியொன்றைச் செய்யப்படும் அட்சரகணித வேலை பூச்சியமாய் இருக்கும் வண்ணம் அப்பொருட்டொகுதியைத் தாக்கும் விசைகள் அமைந்திருப்பின் அவ் விசைகள் காப்புநிலை விசைத்தொகுதியொன்றாகும்.

ஈர்ப்புப் புலம், நிலைமின் புலம், காந்தப் புலம் என்பனவற்றுடன் தொடர்புள்ள விசைகள் காப்புநிலை விசைகள் ஆகும். ஆனால், உராய்வால் அல்லது ஊடகமொன்றில் பொருளொன்று அசையுங்காலே அவ்வூடகம் அளிக்கும் தடையால் தோற்றும் விசைகள் காப்பில் விசைகளாம்.



படம் 2.12. ஒரு காப்புநிலை விசைத்தொகுதி.

**தேற்றம்.** பொருட்டொகுதியொன்றை  $A$  எனும் நிலையொன்றிலிருந்து  $B$  என்னும் இரண்டாவது நிலைக்கு இயக்கி வைக்கும் காப்புநிலை விசைகளின் தொகுதியொன்றால் செய்யப்படும் வேலையானது  $A$  யிலிருந்து  $B$  யிற்குச் சென்ற பாதையைச் சாராது.

A யிலிருந்து B வரை, பாதைகள் (1), (2) வழியே செல்லும் பொழுது, படம் 2.12, செய்யப்பட்ட வேலைகள் முறையே  $W_1$ ,  $W_2$  ஆகுக; B யிலிருந்து A வரை, பாதை (3) வழியே செல்லும்பொழுது செய்யப்படும் வேலை  $W_3$  ஆகுக. அப்பொழுது, விசைகள் ஒரு காப்புநிலைத் தொகுதியாக அமைந்திருக்கின்றமையால்

$$W_1 + W_3 = 0,$$

$$W_2 + W_3 = 0.$$

எனவே,  $W_1 = W_2$ ; இது தேற்றத்தை நிறுவுகிறது.

**வரைவிலக்கணம்.** ஏதேனுமொரு நிலை A நியம நிலையாக எடுக்கப்பட்டுக் காப்புநிலை விசைகளின் தாக்கத்தால் பொருட்டொகுதியொன்று அந்நிலை A யிலிருந்து இரண்டாவது நிலை B யிற்குச் செல்லும்பொழுது செய்யப்பட்ட வேலையானது, B யில் அத்தொகுதி கொண்டிருக்கின்ற நிலைச்சக்தி எனக் கூறப்படுகின்றது.

எனவே, தொகுதியானது நிலை B யை அடைந்திருக்கும் பொழுது அத்தொகுதியிற் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்ற வேலை அந்நிலையின் நிலைச் சக்தி என்பதால் அளக்கப்படுகின்றது.

**தேற்றம்.** பொருட்டொகுதியொன்றை நிலையொன்றிலிருந்து வேறொரு நிலைக்கு இயக்கவைக்கும்பொழுது காப்புநிலை விசைகளுக்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலையானது  $W_2 - W_1$  ஆகும்; இங்கு,  $W_1$  உம்  $W_2$  உம் முறையே முதலாம் இரண்டாம் நிலைகளுக்குரிய நிலைச் சக்திகள் ஆகும்.

இனி,  $W_1$  ஆனது, ஒரு நியமநிலை S இலிருந்து முதல் நிலைக்குத் தொகுதி செல்லும்பொழுது செய்யப்படும் வேலையின் அளவு ஆகும்; மேலும்,  $W_2$  ஆனது அதே நியம நிலையிலிருந்து இரண்டாவது நிலைக்குத் தொகுதி செல்லும்பொழுது செய்யப்படும் வேலையின் அளவு ஆகும். ஆனால்,  $W_2$  ஆனது, S இலிருந்து (i) வரை செல்லும்பொழுது செய்யப்பட்ட வேலை சக (i) இலிருந்து (ii) வரை செல்லும்பொழுது செய்யப்பட்ட வேலை ஆகும். எனவே, (i) இலிருந்து (ii) வரை செல்லும்பொழுது செய்யப்பட்ட வேலையானது  $W_2 - W_1$  ஆகும்.

**சக்திச் சமன்பாடு.**—X என்னும் விசையொன்றால் தாக்கப்படும் திணிவு  $m$  இன் நேர்கோட்டியக்கத்தின் பொதுச்சமன்பாடு

$$m\ddot{x} = X$$

ஆகும்; இங்கு,  $\ddot{x}$  என்பது ஆர்முடுகல் ஆகும். இதை  $\dot{x}$  என்பதாற் பெருக்கி

$$m\dot{x}\ddot{x} = X\dot{x}, \quad \text{அல்லது} \quad \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2) = X\frac{dx}{dt}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

நுண்பெயர்ச்சி  $\dot{x}$  இன் போது X என்னும் விசையாற் செய்யப்பட்ட வேலை  $X\dot{x}$  ஆனதால்,  $X\frac{dx}{dt}$  ஆனது, நேரம்  $t$  யில் பொருள் மீது எவ் வீதத்தில் வேலை செய்யப்படுகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே,

எவ்வீதத்தில் பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தி கூடிக்கொண்டுபோகிறதோ அதே வீதத்தில் பொருள் மீது வேலையுஞ் செய்யப்படுகின்றது என்பதை மேற்படிச் சமன்பாடு உணர்த்துகிறது. நேரம்  $t_1$  இலிருந்து  $t_2$  வரை தொகையிட,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} m (\dot{x}_2^2 - \dot{x}_1^2) &= \int_{t_1}^{t_2} X \frac{dx}{dt} dt, \\ &= \int_{x_1}^{x_2} X dx\end{aligned}$$

எனப் பெறுகின்றோம் ; இங்கு,  $x_1$ ,  $x_2$  என்பன தொடக்க நிலையும் இறுதி நிலையும் ஆக,  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{x}_2$  அவற்றிற்கு ஒத்த வேகங்கள் ஆகும்.

விசைகளின் தொகுதி காப்பியல்பினதாய் இருக்குமாயின், அப்பொழுது  $X = - \frac{\partial V}{\partial x}$  ஆகும் ; இங்கு,  $V$  நிலைச் சக்தி ஆகும் ; மேலும்,

$$\int_{x_1}^{x_2} X dx = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial V}{\partial x} dx = V_1 - V_2.$$

$$\therefore \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + V_2 = \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + V_1,$$

அதாவது, இயக்கச் சக்தி நிலைச் சக்தி என்பனவற்றின் கூட்டுத்தொகை ஒரு மாறிலியாகும். இக்கூட்டுத்தொகை, முழுச்சக்தி எனப்படும் ; இது வேகத்தாலும் இடத்தாலும் தீர்மானித்துள்ள அதன உண்மையான நிலையிலிருந்து அப்பொருள் நியம நிலையொன்றை அடைந்து ஓய்வாய் இருக்கும் பொருட்டுப் புறக்கருவிகளுக்கு எதிராகச் செய்யும் வேலையின் அளவு ஆகும்.

இங்கு நிறுவியுள்ள தேற்றமானது ஒரேயொரு மாறிக்கு (அதாவது  $x$ ) மட்டுமே உரியதெனினும் அது பொதுவாக உண்மையானதாம்.

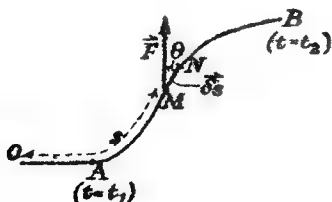
வலு. வேலை செய்யப்படுகின்ற வீதம் வலு எனப்படும் ; அதாவது, நேரவல கொன்றிற் செய்யப்படும் வேலையே வலு.

அது  $F$  என்னும் விசையொன்றால் தாக்கப்படுகின்ற துணிக்கையொன்று, படம் 2.13, நேரம்  $t_1$  இல் புள்ளி A யிலிருந்து நேரம்  $t_2$  இல் புள்ளி B யை அடைகின்றது எனக் கொள்க. அவ்விசையாற் செய்யப்பட்ட வேலை,

$$\int_A^B \vec{F} \cdot \hat{s} ds.$$

படம் 2.13.

இங்கு,  $\hat{s}$  என்பது A யிலிருந்து B யிற்குச் செல்லும் பாதையில் இருக்கின்ற தும்  $\hat{s}$  நீளமுடையதுமான மூலகம் MN இற்குரிய அலகுக்காவியாய் ;



அப் பாதை வழியே தொகையீட்டின் பெறுமானம் காணப்படுகின்றது. இனி,

$$\oint_C \vec{ds} = \vec{ds} = \vec{v} dt ;$$

இங்கு,  $\vec{v}$  ஆனது  $\vec{ds}$  வழியே அசையும்பொழுது துணிக்கை கொண்ட வேகமாம்.

எனவே, செய்யப்பட்ட வேலை,

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot \vec{v} dt.$$

அதாவது, வலு  $\vec{P}$  யின் கணநிலைப் பெறுமானம்

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{F} \cdot \vec{v} \\ &= Fv \text{ கோசை } \theta \end{aligned}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது. இங்கு,  $\theta = \angle(\vec{F}, \vec{v})$ . எனவே, வலு ஆனது விசை, வேகம் என்பனவற்றின் எண்ணிப் பெருக்கத்தால் அளக்கப்படுகின்ற எண்ணிக் கணியமொன்றாகும்.

ச.சி.செ. அலகுத் திட்டத்தில் வலுவின் அறிமுறையலகானது செக்க னொன்றிற்கான ஓர் ஏக்கு ஆகும்; அது ஒரு தைன் அளவான விசை யொன்று தன் தாக்கக்கோடு வழியே துணிக்கையொன்றை ஒரு செக்கனில் ஒரு சதமமீற்றர் தூரம் அசையுமாறு தொழில் ஆற்றும்பொழுது வேலை செய்யும் வீதம் ஆகும். இதன் சிறுமை காரணமாகப் பல தேவைகளுக்கு இவ்வலகு வசதியற்றது; வாற்று என்பது அதனினும் பெரிய அலகொன்றாகும்; அது  $10^7$  ஏக்கு. செக்.  $^{-1}$  அல்லது 1 யூல். செக்.  $^{-1}$  ஆகும். மின்னெந்திரிகள் கிலோவாற்றையும் மெகவாற்றையும் பயன்படுத்துகின்றனர்.

முனைவாள் கூறுகளில் வேகமும் ஆர்முடுகலும். படம் 2.14 இல்,  $\vec{P}$  ஆனது செவ்வகவச்சுக்கள்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பனவற்றைக் குறித்துள்ள புள்ளி  $(x, y)$  ஆகுக; அதுபோலவே,  $O$  வை உற்பத்தியாகவும்  $Ox$  ஐத் தொடக்கக் கோடாகவும் பயன்படுத்தி அப் புள்ளியின் முனைவாள்கூறுகள்  $(r, \theta)$  ஆகுக.  $OP$  வழியேயும்,  $\theta$  கூடும் முகமாக அதற்குச் செங்குத்தாகவும்,  $\vec{P}$  யின் வேகக்கூறுகள் முறையே  $v_1$ ,  $v_2$  ஆகுக.

$x=r$  கோசை  $\theta$ ,  $y=r$  சைன்  $\theta$  ஆதலால், வேகங்களை  $Ox$  இற்குச் சமாத் தரமாகத் துணிக்க,

$$\begin{aligned} v_1 \text{ கோசை } \theta - v_2 \text{ சைன் } \theta &= \dot{x} = \frac{d}{dt}(r \text{ கோசை } \theta) \\ &= \dot{r} \text{ கோசை } \theta - r \text{ சைன் } \theta \cdot \dot{\theta}. \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

அதுபோலவே,

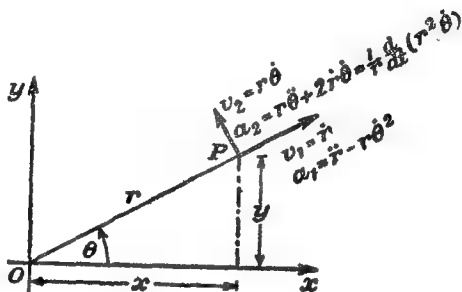
$$v_1 \text{ சைன் } \theta + v_2 \text{ கோசை } \theta = \dot{y} = \dot{r} \text{ சைன் } \theta + r \text{ கோசை } \theta \cdot \dot{\theta} \dots\dots\dots (ii)$$

சைன்  $\theta$  வையும் கோசை  $\theta$  வையும் சமன்பாடுகள் (i), (ii) இலிருந்து நீக்க

$$(v_1 - r)^2 + (v_2 - r\theta)^2 = 0.$$

மேலும், இரு மெய்யான கணியங்களினுடைய வர்க்கங்களின் கூட்டுத் தொகை பூச்சியமாவதற்கு அவ்வொவ்வொரு கணியமும் பூச்சியமாக இருக்கவேண்டும் ; ஆதலால்

$$v_1 = r, v_2 = r\theta.$$



படம் 2-14. வேகம், ஆர்முடுகல் என்பனவற்றின் குறுக்கான கூறுகளும் ஆரைக் கூறுகளும்.

$a_1, a_2$  என்பன மேற்படித் திசைகளிலுள்ள ஆர்முடுகல்கள் எனின், முன்பு காட்டியவாறு

$$\begin{aligned} a_1 \text{ கோசை } \theta - a_2 \text{ சைன் } \theta &= \dot{r} = \frac{d}{dt}(r \text{ கோசை } \theta - r \text{ சைன் } \theta) \\ &= \dot{r} \text{ கோசை } \theta - (r \text{ சைன் } \theta) \dot{\theta} - (\dot{r} \text{ சைன் } \theta) \theta \\ &= \dot{r} \text{ கோசை } \theta - r \dot{\theta}^2 - \dot{r} \text{ சைன் } \theta \theta \\ &= (\dot{r} - r\dot{\theta}^2) \text{ கோசை } \theta - (r\dot{\theta} + 2\dot{r}\theta) \text{ சைன் } \theta \dots (iii) \end{aligned}$$

அதுபோலவே,

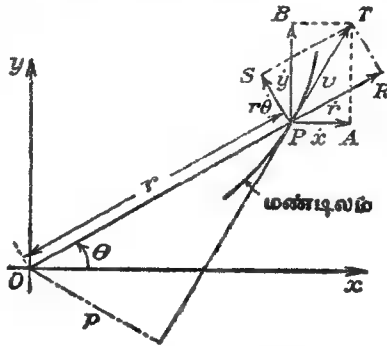
$a_1 \text{ சைன் } \theta + a_2 \text{ கோசை } \theta = (\dot{r} - r\dot{\theta}^2) \text{ சைன் } \theta + (r\dot{\theta} + 2\dot{r}\theta) \text{ கோசை } \theta \dots (iv)$   
சமன்பாடுகள் (iii) இலும் (iv) இலும் இருந்து சைன்  $\theta$  வையும் கோசை  $\theta$  வையும் நீக்க, முன்னர்போல்,

$$a_1 = \dot{r} - r\dot{\theta}^2,$$

$$a_2 = r\dot{\theta} + 2\dot{r}\theta = \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}).$$

$a_1, a_2$  ஆகிய கூறுகள் முறையே ஆர்முடுகலின் ஆரைக்கூறு என்றும் குறுக்கான கூறு என்றும் கூறப்படுகின்றன.

**மைய மண்டிலங்கள்.**—படம் 2·15 இல்  $O$  என்னும் நிலையான புள்ளியொன்றை நோக்கும் விசையொன்றின் தாக்கத்தால்  $P$  என்னும் துணிக்கை மண்டிலமொன்றை வரைந்துகொண்டிருப்பின், எந்தக் கணத்திலும் ஆரைக்காவி  $OP$  யையும் கருதப்படும் புள்ளியில் மண்டிலத்தின் தொடலியையும் கொண்ட தளத்திலே துணிக்கை இயங்கும். துணிக்கையைத் தாக்குகின்ற விசை இதே தளத்தில் கிடக்கின்றபடியாலும், துணிக்கையை வேறொரு விசையும் தாக்காதபடியாலும் மண்டிலம் ஒரே தளத்தில் முற்றிலும் கிடக்க வேண்டும் என்பது தெளிவாம்.



படம் 2·15. மைய மண்டிலமொன்றில் இயக்கம்.

மேலும், ஆரைக்காவிக்குச் செங்குத்தான விசை இல்லாதபடியால் ஆர் முடுகலின் குறுக்குக் கூறு பூச்சியம் ; அதாவது,  $OP=r$  எனவும், ஒரு நிலையான கோடு  $Ox$  உடன்  $OP$  ஆக்கும் கோணம்  $\theta$  எனவும் இருந்தால்,  $r^2\dot{\theta} = \text{மாறிலி} = h$  (என்க).

ஆரைச்சிறையான மூலகமொன்றின் பரப்பளவு  $\frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$  ஆதலால் ஆரைக்காவி பரப்பை வரையும் வேகமானது ஒரு மாறிலி என மேற்கூறியவற்றிலிருந்து தெளிவாகின்றது.  $O$  வைக் குறித்து வேகம்  $\dot{r}$  இன் திருப்பம் பூச்சியம் ஆதலால்,  $O$  வைக் குறித்து விளையுள் விசையின் திருப்பம்  $r^2\dot{\theta}$  ஆகும் ; எனவே, தரப்பட்ட புள்ளியொன்றைக் குறித்து எந்தக் காவியின் திருப்பமும் அக் காவியைத் துணித்து வரும் கூறுகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமன் ஆதலால்

$$h = r^2\dot{\theta} = xy - y\dot{x} = pv.$$

இங்கு,  $(x, y)$  என்பன மண்டிலத்திலுள்ள புள்ளியொன்றின் செவ்வக ஆள்கூறுகள் (இவற்றிற்கு  $O$  உற்பத்தி) ஆகவும்,  $p$  ஆனது புள்ளி  $(x, y)$  யில் துணிக்கை இருக்கும்பொழுது அதன் விளையுள் வேகம்  $v$  யைக் குறிக்கும் நேர்கோட்டிலிருந்து உற்பத்தியின் செங்குத்துத் தூரம் ஆகவும் உள்ளன.



தூரத்தின் வர்க்கத்துக்கு நேர்மாறு விகிதசமமான கவர்ச்சியொன்றின் தாக்கத்தின் கீழ் வரையப்படும் மண்டிலம்.—நிலையான புள்ளியொன்றை நோக்கும் விசையொன்றின் தாக்கத்தால் துணிக்கையொன்று ஒரு மண்டிலத்தில் அசையும்பொழுது ஆரைக்காவியானது சமகாலங்களிற் சமபரப் பளவுகளை வரைகின்றது என ஏற்கெனவே காட்டப் பட்டிருக்கின்றது. துணிக்கையின் முழுச்சக்தி ஒரு மாறிலி என்னும் செய்தியையும் இத்துடன் சேர்த்துக்கொண்டால் மண்டிலத்திற்கான சமன்பாட்டைப் பெறலாம்.

இத்தகைய துணிக்கையொன்றின் வேகம்  $v$  எனின்,

$$\begin{aligned} v^2 &= (\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2 = \left(\frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}\right)^2 + (r\dot{\theta})^2 = \dot{\theta}^2 \left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2\right] \\ &= \frac{h^2}{r^4} \left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2\right]. \end{aligned}$$

துணிக்கை 0 விலிருந்து தூரம்  $r$  இல் இருக்கும்பொழுது திணிவல கொன்றிற்கான கவர்ச்சியானது  $f(r)$  எனின், அத்துணிக்கையின் நிலைச் சக்தி  $m \int_{\infty}^r f(r) dr$  ஆகும்; ஏனெனில், முடிவிலிப் புள்ளியிலிருந்து கருதப்படும் புள்ளி வரை சிறு திணிவு  $\delta m$  மீது தாக்கும் விசைக்கு எதிராகப் புறக்கருவி யொன்றால் செய்யப்படும் வேலை ஒரு திணிவலகுக்கு  $\int_{\infty}^r -f(r)(-dr)$  ஆதலின் என்க. இங்கு,  $f(r) = \kappa r^{-2}$ ,  $\kappa$  ஒரு மாறிலி; எனவே, நிலைச் சக்தி  $-\kappa m r^{-1}$ . திணிவலகொன்றிற்கு முழுச்சக்தி  $E$  எனின்,

$$\frac{1}{2} \frac{h^2}{r^4} \left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2\right] - \frac{\kappa}{r} = E.$$

இது 
$$\begin{aligned} d\theta &= \frac{h dr}{r \sqrt{2Er^2 + 2\kappa r - h^2}} \\ &= \frac{-h dx}{x^2 \left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{\frac{2E}{x^2} + \frac{2\kappa}{x} - h^2}} \quad \left[x = \frac{1}{r} \text{ எனின்}\right] \\ &= - \frac{dx}{\sqrt{\frac{2E}{h^2} + \frac{\kappa^2}{h^4} - \left(x - \frac{\kappa}{h^2}\right)^2}}. \end{aligned}$$

$\therefore \theta = \text{சைன்}^{-1} \left\{ \left( \frac{\kappa}{h} - \frac{h}{r} \right) \div \sqrt{2E + \frac{\kappa^2}{h^2}} \right\} + \beta$

எனத் தருகின்றது ; இங்கு,  $\beta$  ஒரு மாறிலி. மேற்படி சமன்பாட்டை

$$\sqrt{2E + \frac{\kappa^2}{h^2}} \cdot \text{சைன் } (\theta - \beta) = \frac{\kappa}{h} - \frac{h}{r}$$

என எழுதலாம்.

$$\therefore r = \frac{h^2}{\kappa} \div \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{2Eh^2}{\kappa^2}} \cdot \text{கோசை} \left( \theta - \beta + \frac{\pi}{2} \right) \right\}.$$

இச்சமன்பாட்டை  $r = \frac{l}{1 + e \text{ கோசை } (\theta - \alpha)}$  என்னும் சமன்பாட்டுடன்

ஒப்பிடுமிடத்து, மண்டிலமானது அரைச் செவ்வகம்  $\frac{h^2}{\kappa}$  உம், மையவகற்சித்

திறன்  $\sqrt{1 + \frac{2Eh^2}{\kappa^2}}$  உம் உடைய கூம்பின் வெட்டுக்கோடு எனக் காண்

கிறோம். எனவே,  $E < 0$  எனின், மண்டிலம் நீள்வளையமொன்றாகும்.

$E = \frac{1}{2} v^2 - \frac{\kappa}{r}$  ஆதலால்,  $v^2 < \frac{2\kappa}{r}$  எனின், மண்டிலம் நீள்வளையமொன் றாகும்.

**மாற்று முறை:** அசையுந் துணிக்கையொன்றின் ஆர்முடுகலின் ஆரைக கூறும் குறுக்குக்கூறும் முறையே

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta})$$

ஆகும் என நிறுவப்பட்டிருக்கின்றது [ப. 68 ஐ ஒப்பிடுக]. கவர்ச்சி திணிவலகொன்றுக்கு  $f(r)$  என்னும் வீதத்திலும், அது நிலையான புள்ளியொன்றை நோக்கியும் இருக்குமாயின்

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -f(r),$$

$$r^2 \dot{\theta} = \text{மாறிலி} = h$$

எனப் பெறுகின்றோம் ; குறுக்கு ஆர்முடுகல் பூச்சியம் என்னும் காரணத்தி லிருந்து பின்னைய சமன்பாடு பெறப்படுகின்றது.

$r^{-1} = u$  என்பதைப் பயன்படுத்தி மேற்படிச் சமன்பாடுகளைக் கோவைப் படுத்தினால் அது சிலவேளைகளில் வசதியாக இருக்கும். எனின்,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2} = hu^2,$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{u} \right) = \frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{u} \right) \cdot \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{u^2} \cdot \frac{du}{d\theta} \cdot \dot{\theta} = -h \cdot \frac{du}{d\theta}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

எனவே,  $\frac{d^2 r}{dt^2} = -h \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{du}{d\theta} \right) = -h \cdot \frac{d^2 u}{d\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = -h^2 u^3 \cdot \frac{d^2 u}{d\theta^2}.$

ஆகவே,  $f \left( \frac{1}{u} \right) = \kappa u^2$  எனின், அதாவது கவர்ச்சி தூரத்தின் வர்க்கத்துடன்

நேர்மாறாக மாறுமாயின், மண்டிலத்தைத் தரும் வகையீட்டுச் சமன்பாடு,

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{f\left(\frac{1}{u}\right)}{h^2 u^2} = \frac{\kappa}{h^2}.$$

மேற்படி வகையீட்டுச் சமன்பாடு இரண்டாம் வரிசையில் படுகின்றது; முழுத் தீர்வானது (a) குறிப்பிட்ட தொகையீடு, (b) நிரப்புசார்பு என்பனவற்றைக் கண்டு அவ்விரண்டையும் கூட்டி [ப. 37 ஐ ஒப்பிடுக] பெறப்படுகின்றது.

$D = \frac{d}{d\theta}$  எனின், குறிப்பிட்ட தொகையீட்டிற்கு

$$u = \frac{1}{(D^2 + 1)} \cdot \left( \frac{\kappa}{h^2} \right) = \frac{\kappa}{h^2}.$$

$u = A$  கோசை  $(\theta + \gamma)$  என்பதே நிரப்புசார்பு; இங்கு,  $A, \gamma$  என்பன எதேச்சையான மாறிலிகள். முழுத் தீர்வானது

$$u = [A \text{ கோசை } (\theta + \gamma)] + \frac{\kappa}{h^2}.$$

$$\therefore r = \frac{1}{\frac{\kappa}{h^2} + A \text{ கோசை } (\theta + \gamma)} = \frac{\frac{h^2}{\kappa}}{1 + \frac{Ah^2}{\kappa} \text{ கோசை } (\theta + \gamma)}.$$

எனவே, மண்டிலமானது மையவகற்சித்திறன்  $\frac{Ah^2}{\kappa}$  உம் அரைச் செவ்

வகலம்  $\frac{h^2}{\kappa}$  உம் உடைய கூம்புவளைவொன்றாகும்.

துணிக்கையின் திணிவலகொன்றிற்குரிய முழுச்சக்தி  $E$  என்பதைக் குறித்து  $A$  என்னும் மாறிலியைப் பின்வருமாறு துணியலாம்.

$$E = \frac{1}{2} v^2 - \frac{\kappa}{r} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dr}{d\theta} \right)^2 + r^2 \right] \frac{h^2}{r^4} - \frac{\kappa}{r}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

இனி,

$$\frac{1}{r} = u = [A \text{ கோசை } (\theta + \gamma)] + \frac{\kappa}{h^2}.$$

$$\therefore -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{dr}{d\theta} = -A \text{ சைன் } (\theta + \gamma).$$

$$\begin{aligned} \therefore E &= \frac{1}{2} \left[ \{ A^2 h^2 \text{ சைன்}^2 (\theta + \gamma) \} + \frac{h^2}{r^2} \right] - \frac{\kappa}{r} \\ &= \frac{1}{2} A^2 h^2 \left[ 1 - \frac{1}{A^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{\kappa}{h^2} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{h^2}{r^2} - \frac{\kappa}{r} \\ &= \frac{1}{2} \left[ A^2 h^2 - \frac{\kappa^2}{h^2} \right]. \end{aligned}$$

$$\therefore 2E + \frac{\kappa^2}{h^2} = A^2 h^2 ;$$

மண்டிலத்தின் மையவகற்சித்திறனுக்குக் கிடைக்கப்பெற்ற இரு பெறுமானங்களையும் சமன்படுத்தி இதே கோவையைப் பெறுகிறோம்.

**நீள்வளைய மண்டிலத்திற்குரிய ஆவர்த்தனகாலம்.**—நீள்வளையத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமனான பரப்பளவை வரையும் பொருட்டு ஆரைக் காவிக்குத் தேவைப்படும் நேரம் இதுவாம்.  $a$  யும்  $b$  யும் நீள்வளையத்தின் அரையச் சுக்கள் எனின், அதன் பரப்பளவு  $\pi ab$  ஆகும் ; எனவே, நேரவலகொன்றில் வரையப்படும் பரப்பளவு  $\frac{1}{2}h$  ஆதலின், ஆவர்த்தனகாலம்

$$T = \frac{\pi ab}{\frac{1}{2}h}.$$

அரைச் செவ்வகலம்  $\frac{h^2}{\kappa}$  ஆகும் ; இங்கு, அது  $\frac{b^2}{a}$  என்பதற்குச் சமன்.

எனவே,

$$\frac{b^2}{a} = \frac{h^2}{\kappa} \text{ அல்லது } b = h \sqrt{\frac{a}{\kappa}}.$$

$$\therefore T = \frac{2\pi ab}{h} = 2\pi a^{\frac{3}{2}} \kappa^{-\frac{1}{2}}.$$

இக்கோவையானது நீள்வளையத்தின் அரைச்சீறியச்சு  $b$  யைச் சாராது ; ஆகவே, சமபேரியச்சுக்களுடைய நீள்வளைய மண்டிலங்கள் எல்லாவற்றுக்கும் ஆவர்த்தனகாலம் அதுவேயாகும்.

**கெப்ளரின் விதிகள்.**—ஈர்ப்பு விதியும் ஒரு நேர்மாறு வர்க்க விதியாதலின், முன்னர் ஆராயப்பட்ட இயக்கங்களையெல்லாம் கோள்கள் ஞாயிற்றை வலம் வருகின்ற இயக்கங்களாகக் கருதலாம் ; இம்மண்டிலங்கள் சிறிய மையவகற்சித்திறனுடைய நீள்வளையங்களாம் ; ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் ஞாயிறு ஒரு குவியத்தில் இருக்கிறது. ஆகாயக் கற்கள் நீள்வளைய மண்டிலங்கள் உடையன என்றும், அவற்றின் ஆவர்த்தனகாலம் பெரும்பாலும் மிகச் சிறிது என்றும், ரேடார் முறையைப் பயன்படுத்தி நடாத்தியுள்ள ஆராய்ச்சி தெரிவிக்கின்றது ; எனவே, அவை ஞாயிற்றுத் தொகுதியில் அடங்குமாம். வால்வெள்ளிகளும், அவற்றின் மண்டிலங்கள் அடிக்கடி மிகையான மையவகற்சித்திறன் உடையதாயும், கோள்களின் குழப்பங்கள் காரணமாகச் சிலவேளைகளில் பரவளைவுவடிவம் உள்ளதாயும் இருக்கின்ற போதிலும், அவையும் ஞாயிற்றுத் தொகுதியைச் சேர்ந்தவை என ஏற்றுக்கொள்ளப்படும். எனவே, எமது கொள்கையை அவற்றுக்கும் பயன்படுத்தலாம் ; ஆனால், உற்பத்தியையிட்டு, ஆகாயக் கற்களிலிருந்து வேறுபடக்கூடிய எரிந்த ஆகாயக் கற்களின் மண்டிலங்களுக்கு இக் கொள்கையைப் பிரயோகிப்பது பெரும்பாலும் சாதிக்கத்தக்கதொன்றன்று.

கோள்களின் இயக்கங்களைப் பற்றிய முதன்மையான மூன்று விதிகள் கெப்ளர் என்பவரால் 1609-1619 எனனும் காலத்தில் கண்டுபிடிக்கப் பட்டுள்ளன ; ஆயினும், நியூற்றன் என்பவரே அவற்றைக் கணிதமுறை ஆராய்ச்சியால் முதன்முதலாகக் கண்டுபிடித்தவர் ; இவ்வாராய்ச்சி 1687 இல் வெளியிடப்பட்டது.

விதி 1. ஒவ்வொரு கோளும், ஞாயிறு தன் குவியங்கள் ஒன்றில் இருக்கும்படியாக நீள்வட்டமொன்றை வரைகிறது.

விதி 2. எந்த ஒரு சந்தர்ப்பத்திலும் ஞாயிறிலிருந்து கோளுக்கு வரைந்துள்ள ஆரைக்காவி, சம காலங்களிற் சம பரப்பளவுகளை வரைகிறது.

விதி 3. ஆவர்த்தனகாலங்களின் வர்க்கங்கள் வெவ்வேறான மண்டிலங்களின் பேரியக்கங்களின் கனங்களுக்கு விதிசமமானவையாம்.

## பயிற்சி II

2.01. நீட்டல் உந்தக காப்பு, சக்திக காப்பு என்பனவற்றிற்கான தத்துவங்களைக் கூறுக.

ஹீக்ஸின் எறியியற்றாராகில், அதன் மேடைகளுள் 1.0 கி. திணிவுடைய ஒன்றுளது, அதன் சமநிலைத் தானத்துக்கு மேலே 10 சமீ. உயருமாறு பக்கமாக இழுக்கப்படுகிறது. மோதுகைக்குப் பின்னர் இரு மேடைகளும் ஒன்றுசேர்ந்து அசைகின்றன. இரண்டாவது மேடையின் திணிவு 1.5 கி. எனின், எவவுயரத்துக்கு அவை ஏறும்? மோதுகையில் நேரிடுகின்ற இயக்கச் சக்தி நடத்ததைக் கணிக்க.

2.02. 32 தொன் திணிவுடைய புகையிரத எஞ்சின் ஒன்று 448 மாறாப் பரிவலுவைப் பிரயோகிக்கின்றது ; 1.25 தொன் நிறையான மாறு விசையொன்றால் எஞ்சினின் இயக்கம் எதிர்க்கப்படுகின்றது. எஞ்சினின் இயக்கச் சமன்பாடு

$$v^3 \frac{dv}{dx} = \frac{5}{4}(88 - v)$$

■ நிறுவுக ; இங்கு, ■ என்பது அடி செக்<sup>-1</sup> இல் வேகமும், ■ என்பது அடிகளில் கடந்த தூரமும் ஆகும் ; ■ 32 அடி செக்<sup>-2</sup> என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

எஞ்சினின் மிக உயாவான வேகத்தைக் காண்க ; எஞ்சின் ஓய்வுநிலையிலிருந்து இயங்கத் தொடங்கிக் கிட்டத்தட்ட 423 அடிகளில் 30 மைல மணி<sup>-1</sup> வேகத்தை அடையும் என நிறுவுக. (இ.ம. 2 = 0.6932 எனக் கொள்க.)

2.03. முனைவான்கூறுகள் (r, θ) என்பனவற்றினிடத்து ஆரைக்காவி வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள ஆர்முடுகலுறுப்புக்கள் முறையே  $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$  உம்  $r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$  உம் ஆகும் என நிறுவுக.

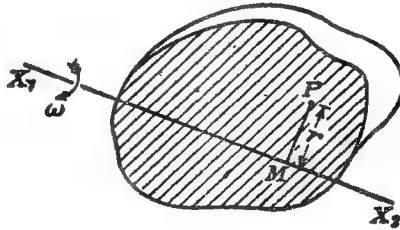
சிறு கோளொன்று ஞாயிறைச் சுற்றி வட்டமொன்றை வரைகின்றது. திசை மாறாது இருக்க, வேகம் திடீரென  $\frac{1}{n}$  இற்குத் தாழ்த்தப்படுகிறது. மையவகறசித்திறன், ஆவர்த்தன காலம் என்பனவற்றில் வரும் மாற்றங்களைக் காண்க.

2.04. நெப்ரியூன் எனனும் கோள 165 ஆண்டு ஆவர்த்தனகாலத்துடன் ஞாயிறுறை வலம் வருகின்றது. அதன் மண்டிலத்தின் விட்டமானது புவிமண்டிலத்தின் விட்டத்தைக் காட்டிலும் 30 மடங்கு பெரியது என நிறுவுக. இரு மண்டிலங்களும் வட்டவடிவமானவை எனக் கொள்க.

### அதிகாரம் III

#### விறைப்பு இயக்கவியற் கோட்பாடுகள்

நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தி.— $X_1X_2$  என்பது ஒரு நிலைத்த அச்ச ஆகும் (படம் 3·01); அதைக் குறித்துக் குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில், கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் பொருளொன்று சுழல்கின்றதென்க. P இல், பொருளின் சிறு மூலகம் அல்லது துணிக்கையொன்றைக் கருதுக. அத்துணிக்கையின் திணிவு  $m$  உம், அச்ச  $X_1X_2$  இலிருந்து அதன் செங்குத்தான தூரம்  $r$  உம் ஆகுக. அம்மூலகத்தின் வேகம்  $r\omega$  ஆதலின் அதன் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}mr^2\omega^2$  ஆகும்.



படம் 3·01. சுழலும் பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தி.

எனவே, கருதப்படும் கணத்தில், முழுப் பொருளின் இயக்கச் சக்தியானது 'அதனது தனித்தனித் துணிக்கைகளின் இயக்கச் சக்திகளின் கூட்டுத் தொகையே' என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகிறதாதலால் அது

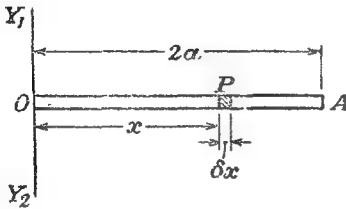
$$\Sigma(\frac{1}{2}mr^2\omega^2) = \frac{1}{2} \Sigma(mr^2)\omega^2$$

ஆகும்; இங்கு, கூட்டலில் பொருளின் அத்தகைய எல்லா மூலகங்களும் கணிக்கப்படுகின்றன.  $\Sigma mr^2$  என்னும் கோவை, குறிப்பிட்ட அச்சைக் குறித்து பொருளின் சுத்துவத் திருப்பம் எனப்படுகின்றது; அது I என்பதாற் குறிக்கப்படுகின்றது.

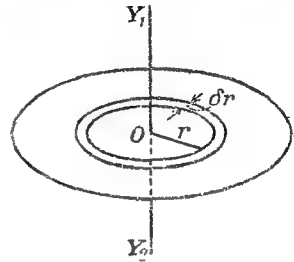
$\kappa^2$  ஐ  $\frac{\Sigma(mr^2)}{\Sigma m}$  இற்குச் சமன் என இட்டால், இயக்கச் சக்திக்கான

கோவை  $\frac{1}{2}\kappa^2(\Sigma m)\omega^2$  ஆகின்றது; எனவே, பொருளின் முழுத் திணிவும் சுழற்சியச்சிலிருந்து தூரம்  $\kappa$  யிலுள்ள புள்ளியொன்றிற் செறிந்திருக்கிறதுபோல் சக்தி விளங்குகிறது.  $\kappa$  என்னும் கணியமானது சுழற்சியச்சைக் குறித்துப் பொருளின் சுழிப்பாரை எனப்படும். பொருளின் ஒவ்வொரு துணிக்கையிடத்தும்  $r^2$  ஐக் கணித்து அக்கணியங்களின் சராசரியைத் தரும் வண்ணமே  $\kappa^2$  அமைந்திருக்கிறது. செயன்முறைக்கு முதன்மையான சில எடுத்துக்காட்டுக்கள் கீழே தரப்பட்டிருக்கின்றன.

முனையொன்றுடாகவும் அதன் நீளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து சீரான மெல்லிய கோலொன்றின் சுடத்துவத் திருப்பம்.—O A ஆனது, படம் 3.02, நீளம்  $2a$  உடைய கோலும்,  $Y_1 O Y_2$  ஆனது அதன் சுழற்சியச்சம் ஆகுக. P இல், கோலின் சிறு மூலகமொன்றைக் கருதுக; அதன் நீளம்  $\delta x$  ஆகும்; இங்கு O விலிருந்து P யின் தூரம்  $x$  ஆகும். கோலினிடத்து நீட்டல் அலகொன்றிற்கான



படம் 3.02. சீரான  $\square$  மெல்லிய கோலின் முனையொன்றுடாகவும் அதன் நீளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்.



படம் 3.03. சீரான ஒரு வட்ட அடரின் மையமூடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்.

திணிவு  $\lambda$  ஆகுக. எனவே, P யிலுள்ள மூலகத்தின் திணிவு  $\lambda \delta x$  ஆகும்; மேலும், இம்மூலகம் O விலிருந்து தூரம்  $x$  இல் இருக்கிற படியால்,  $Y_1 O Y_2$  ஐக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்  $\delta I$  ஆனது  $\lambda \delta x \cdot x^2$  ஆகும். எனவே,

$$I = \int_0^{2a} \lambda x^2 dx = \lambda \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{2a} = \frac{8\lambda a^3}{3}.$$

ஆனால் கோலின் திணிவு  $2\lambda a$  ஆகும்.

$$\therefore I = \frac{4ma^2}{3} = \frac{1}{3}m(2a)^2, \text{ அதாவது } \kappa = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

சீரான ஒரு மெல்லிய கோலின் அதன் நீளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் அதன் மையம் ஊடாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்.—கோலின் நீளம்  $2a$  எனவும் நீட்டலலகொன்றிற்கான அதன் திணிவு  $\lambda$  எனவும் ஆகுக; முதன்முதலாகக் கோலின் ஓர் ஆரையைக் கருதுக. அப்பொழுது, எற்கெனவே கருதியுள்ள எடுத்துக்காட்டுடன் இது சர்வசமனாயிருக்கிறது; எடுத்துக்கொண்ட அச்சைக் குறித்துக் கோலின் இப்பகுதிக்கான சுடத்துவத் திருப்பம்  $I_1$  எனின்,

$$I_1 = \lambda \int_0^a x^2 dx = \frac{1}{3} \lambda a^3$$

எனப் பெறுகிறோம்.

எனவே, முழுக் கோலுக்கும்

$$I = 2I_1 = \frac{2\lambda a^3}{3} = \frac{ma^3}{3};$$

இங்கு, கோலின் திணிவு  $m$  ஆகும். எனவே,  $\lambda = \frac{a}{\sqrt{3}}$ .

அதன் மையமூடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து ஒரு சீரான வட்டத் தகட்டின் சடத்துவத் திருப்பம்.—தகட்டின் ஆரை  $a$  யும் பரப்பலகொன்றிற்கு அதன் திணிவு  $\sigma$  வும் ஆகுக. ஆரை  $r$  உம் அகலம்  $\delta r$  உம் உடைய வளையமூலகமொன்றைக் கருதுக, படம் 3.03. அப்பொழுது, இவ்வளையத்தின் திணிவு  $2\pi r \sigma \delta r$  ஆகும்; மேலும், அதன் எல்லாப் பாகங்களும் சுழற்சியச்சு  $Y_1 Y_2$  என்பதிலிருந்து ஒரே பொதுத் தூரம்  $r$  இல் இருக்கிறபடியால், மேற்படி அச்சைக் குறித்து வளையத்தின் சுழிப்பாரை  $r$  ஆகும். எனவே,  $Y_1 Y_2$  ஐக் குறித்து இவ்வளைய மூலகத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$\delta I = 2\pi r^3 \sigma \delta r.$$

$$\therefore I = \int_0^a 2\pi r^3 \sigma dr = \frac{1}{2} \pi \sigma a^4 = \frac{1}{2} m a^2;$$

இங்கு,  $m$  என்பது தகட்டின் திணிவு.

எடுத்துக்காட்டானது தடிப்பு  $t$  உடைய வட்டத்தகடொன்றைப் பற்றியே எனின், தகட்டின் திரவியத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆகுக. தகட்டின் மைய மூடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் சுழற்சியச்சு செல்லட்டும். அப்பொழுது, ஆரை  $r$ , அகலம்  $\delta r$ , நீளம்  $t$  உடைய உருளை மூலக மொன்றிற்கு,

$$\delta I = (2\pi r t \rho \delta r) r^2.$$

$$\therefore I = 2\pi \rho t \int_0^a r^3 dr = 2\pi \rho t \left( \frac{a^4}{4} \right) = \frac{1}{2} \pi \rho t a^4.$$

ஆனால்,  $m = \pi a^2 t \rho$ .

$$\therefore I = \frac{1}{2} m a^2, \text{ அல்லது } K^2 = \frac{1}{2} a^2.$$

எனவே, அதன் சொந்தச் சுழற்சியச்சைக் குறித்து வட்டத்தகடொன்றின் சுழிப்பாரையானது தகட்டின் தடிப்பைச் சாராது.

தன் விட்டத்தைக் குறித்துச் சீரான ஒரு (கோள) ஓட்டின் சடத்துவத் திருப்பம்.—ஓட்டின் மையமானது செவ்வக ஆள்கூற்றுத் தொகுதி யொன்றின் உற்பத்தி எனவும்,  $Ox$  என்பதையே அச்சாகக் குறித்து சடத்துவத் திருப்பம் தேவைப்படுகிறது எனவும் கொள்வோம். ஓட்டில்,  $P$  ஒரு புள்ளி ஆகுக; இப்புள்ளியில் திணிவு  $\delta m$  உடைய துணிக்கை யொன்று இருக்கட்டும்; புள்ளியின் ஆள்கூறுகள்  $(x, y, z)$  என்க.



அப்பொழுது, ஓட்டின் ஆரை  $r$  எனின்

$$\delta m \cdot r^2 = \delta m(x^2 + y^2 + z^2).$$

இதுவொரு சடத்துவத் திருப்பமன்று ; எனினும், இதை  $\delta S$  என்பதால் குறிப்போம். எனவே, திணிவு  $m$  உடைய முழுக் கோளத்துக்கும்

$$S = \sum \delta m(x^2 + y^2 + z^2).$$

ஆனால், சமச்சீரையிட்டு

$$\sum(\delta m \cdot x^2) = \sum(\delta m \cdot y^2) = \sum(\delta m \cdot z^2) = \frac{1}{3}mr^2.$$

எனவே, அச்சைக் குறித்து ஓட்டின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_x$  ஆனது

$$I_x = \sum \delta m(y^2 + z^2) = \frac{2}{3}mr^2.$$

விட்டத்தைக் குறித்து சீரான ஒரு கோளத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்.— ஏற்கெனவே கிடைக்கப்பெற்ற பேற்றை இவ்வெடுத்துக்காட்டில் உடனடியாகப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். இதன்பொருட்டு ஆரை  $m$  உடைய சீரான கோளமொன்றைக் கருதுக ; அதன் திரவியத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆகுக. கோளமானது மெல்லிய, ஒரேமையமுள்ள ஓடுகளாகப் பிரிக் கப்படுமிடத்து அவற்றுள் ஏதேனுமொன்றை ஆரைகள்  $r$  உம்  $r + \delta r$  உம் துணிவனவாகுக.  $Ox$  ஐக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்

$$\delta I_x = \frac{2}{3}(4\pi r^2 \rho \delta r)r^2.$$

எனவே, முழுக் கோளத்துக்கும்,

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{2}{3} \int_0^a (4\pi r^4 \rho) dr \\ &= \frac{8}{3} \pi \rho \cdot \frac{a^5}{5} = \frac{2}{5} \pi \rho a^5; \end{aligned}$$

இங்கு,  $\pi$  கோளத்தின் திணிவு, அதாவது  $\frac{4}{3}\pi\rho a^3$ .

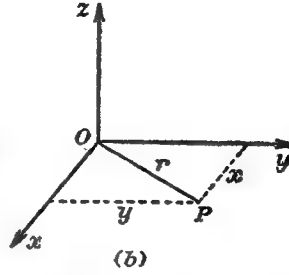
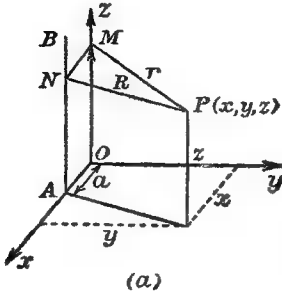
சடத்துவத் திருப்பங்களைப்பற்றிய தேற்றங்கள்.— I ஆம் தேற்றம். பொருளொன்றின் திணிவுமையமுடாகச் செல்கின்ற எந்த அச்சொன்றையும் குறித்து சடத்துவத் திருப்பம் I எனவும், சமாந்தர அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_x$  எனவும் இருக்குமாயின்

$$I_x = I + ma^2 ;$$

இங்கு,  $a$  அவ்விரு அச்சுக்களுக்கிடையேயுள்ள செங்குத்துத் தூரமும்,  $m$  பொருளின் திணிவும் ஆகும்.

செவ்வக அச்சுக்கள்  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  என்பவற்றைக் குறித்து  $P$  ஆனது புள்ளி  $(x, y, z)$  ஆகுக, படம் 3-04 (a). இங்கு,  $O$  பொருளின் திணிவு மையம்.  $Oz$  ஐச் சுழற்சியச்சாகக் குறித்தே பொருளின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  என்க.  $AB$  ஆனது  $Oz$  இற்குச் சமாந்தரமானதும் அதிலிருந்து தூரம்  $a$  யில் இருக்கின்றதுமானவொரு நேர்கோடு ஆகும். [இச் செயன்முறையில் பொதுமைக் குறைவு இன்று ; [எனெனில், நிலைத்த

$Oz$  இனிடத்துத் தளம்  $xOz$  இல்  $AB$  கிடக்குமாறும்  $Ox$  இற்குச் செங்குத்தாக இருக்குமாறும்  $Ox$  ஐயும்  $Oy$  யையும் எப்பொழுதும் தெரிந்தெடுத்துக்கொள்ள முடியும் என்பதேயாம்.]  $P$  யில் திணிவு



படம் 3-04. (a) சமாந்தர அச்சக்களைக் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றின் கூத்துவத் திருப்பங்கள்.

(b) அடரொன்றின் தளத்துக்குச் செங்குத்தான அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் கூத்துவத் திருப்பம்.

$\delta m$  உடைய மூலகமொன்றைக் கருதுக ;  $Oz$  இலிருந்து  $P$  யின் இழிவுத் தூரம்  $r$  ஆகட்டும். அப்பொழுது,

$$I = \sum (r^2 \delta m) ;$$

இங்கு, கூட்டலில் முழுப்பொருளும் கவனிக்கப்படுகிறது.  $AB$  யிலிருந்து  $P$  யின் இழிவுத்தூரம்  $R$  ஆகட்டும் ; அதாவது  $R = PN$ . அப்பொழுது,

$$I_a = \sum (R^2 \cdot \delta m).$$

ஆனால்,

$$\begin{aligned} R^2 &= (x - a)^2 + y^2 \\ &= r^2 - 2ax + a^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore I_a &= \sum [(r^2 - 2ax + a^2) \delta m] \\ &= I + a^2 \sum \delta m - 2a \sum (x \delta m) \\ &= I + ma^2 ; \end{aligned}$$

எனினில், திணிவுமையத்தின்  $x$  ஆள்கூறு  $\frac{\sum (x \delta m)}{\sum \delta m}$  ஆதலாலும் திணிவுமையம் ஆள்கூறுகளின் உற்பத்தியில் இருப்பதாலும் இவ்வெடுத்துக் காட்டில் இவ்வாள்கூறும், அத்துடன்  $\sum (x \delta m)$  உம் பூச்சியமேயாம்.

எனவே,

$$\kappa_a^2 = \kappa^2 + a^2 ;$$

இங்கு,  $\kappa_a$  என்பது அச்ச  $AB$  யைக் குறித்து சுழிப்பாறை ஆகும்.

இத்தொடர்பைப் பரிசோதிக்கக்கூடிய முறையொன்று ப. 135 இல் விவரிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

II ஆம் தேற்றம். அடரொன்றின் தளத்தில்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பன, படம் 3.04 (b), ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தான இரு அச்சங்கள் எனவும்,  $Oz$  தளம்  $xOy$  இற்குச் செங்குத்தான அச்சொன்று எனவும் இருக்குமாயின், அப்பொழுது

$$I_x + I_y = I_z$$

ஆகும்; இங்கு,  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  என்பவை முறையே அச்சங்கள்  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  என்பவற்றைக் குறித்துத் தளத்தின் சடத்துவத் திருப்பங்கள் ஆகும்.

அடரில்  $P$  யானது திணிவு  $\delta m$  உடைய துணிக்கையொன்று ஆகுக;  $P$  என்பது புள்ளி  $(x, y)$  ஆகுக.  $OP = r$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$\begin{aligned} I_x + I_y &= \sum (\delta m \cdot x^2) + \sum (\delta m \cdot y^2) \\ &= \sum [\delta m (x^2 + y^2)] \\ &= I_z \quad [\because r^2 = x^2 + y^2]. \end{aligned}$$

[தேற்றம் I, எந்தப் பொருளுக்கும் பொருந்தும்; ஆனால் தேற்றம் II, அடரொன்றிற்கு மட்டுமே பொருந்தும் என்பது குறித்தற்பாலது.]

செவ்வக அடர்.—பக்கங்கள்  $2a$ ,  $2b$  உம், பரப்பலகொன்றிற்கான திணிவு  $\sigma$  வும் உடைய செவ்வக அடரொன்றைக் கருதுக.

(i) அதன் (திணிவு) மையம் ஊடாகவும் நீளம்  $2a$  உடைய பக்கத்துக்குச் சமாந்தரமாகவும்,

(ii) அதன் திணிவுமையம் ஊடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும்,

செல்கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து அடரின் சுழிப்பாரையைக் காண்போம்.

(i)  $O$  ஆனது அடரின் திணிவுமையம் ஆகுக; அடரின் தளத்தில், முறையே  $2a$ ,  $2b$  என்னும் பக்கங்களுக்குச் சமாந்தரமாக இருக்கும் வண்ணம் அச்சங்கள்  $Ox$  உம்  $Oy$  உம் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டும்.  $P_1P_2$  எனபது அடரின் மூலகம் ஒன்றாகுக; அது  $Ox$  இற்குச் சமாந்தரமாகவும், அதிலிருந்து தூரம்  $y$  யிலுள்ளதாகவும், அகலம்  $\delta y$  உடையதாகவும் இருக்கட்டும். அப்பொழுது, அம்மூலகத்தின் திணிவு  $2a\sigma \cdot \delta y$  ஆகும்; அன்றியும்  $Ox$  ஐக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்

$$\delta I_x = (2a\sigma \cdot \delta y)y^2.$$

எனவே,

$$I_x = 2 \left[ 2a\sigma \int_0^b y^2 dy \right] = \frac{4\sigma ab^3}{3}.$$

ஆனால்,  $m = 4ab\sigma$ ; எனவே,

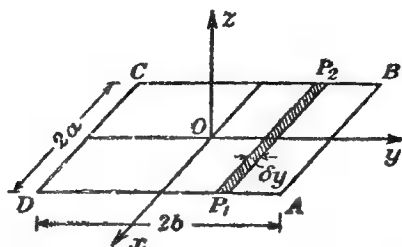
$$I_x = \frac{mb^3}{3}.$$

அதுபோலவே,

$$I_y = \frac{ma^3}{3}.$$

(ii)  $O$  ஊடாகவும் அடரின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும்  $Oz$  வரையப் பட்டால்,

$$I_z = I_x + I_y = \frac{1}{3}m(a^2 + b^2).$$



படம் 3.05. (a)  $Ox$ , (b)  $Oz$  ஐக் குறித்து சீரான ஒரு செவ்வக அடரின் சுத்துவத் திருப்பம்.

மாற்றுமுறை.— $\delta x \delta y$  என்பது அடரின் தளத்திலுள்ள சிறு மூலக மொன்றையின், சுழற்சியச்சிலிருந்து அதன் தூரம்  $(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$  ஆனபடியால்,

$$\begin{aligned} I_z &= 4 \int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) \sigma \, dx \, dy \\ &= 4\sigma \int_0^a (x^2 b + \frac{1}{3}b^3) dx = \frac{4}{3}\sigma(a^3 b + b^3 a) \\ &= m[\frac{1}{3}(a^3 + b^3)]. \end{aligned}$$

$AD$  யைக் குறித்து மேற்படி அடரின் சுத்துவத் திருப்பத்தை எழுத ப. 78 இலுள்ள முதலாவது தேற்றம் உதவுகின்றது. இது,

$$m\left(\frac{a^2}{3} + a^2\right) = \frac{4}{3}ma^3.$$

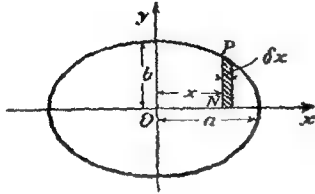
வட்ட அடர்.—வட்ட அடரொன்றின் மையம் ஊடாகவும் தன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சுத்துவத் திருப்பம்  $\frac{1}{3}ma^2$  என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வச்சு  $Oz$  எனவும்,  $Ox$  உம்,  $Oy$  உம் ஒன்றிற்கொன்றும், இரண்டும்  $Oz$  இற்கும் செங்குத்தானவை எனவும் ஆயின்,

$$I_x = I_y = \frac{1}{2}I_z = \frac{1}{2}ma^2.$$

எனவே, எந்த விட்டத்தையும் குறித்து சுழிப்பாறை  $\frac{a^2}{2}$  ஆகும்.

சீரான ஒரு நீள்வளைய அடர்.—படம் 3.06 இல் காட்டியுள்ளவாறு, ஆள் கூற்றச்சுக்கள்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பவற்றிற்கு முறையே சமாந்தரமான அரையச் சுக்கள்  $a$  யும்  $b$  யும் உடைய நீள்வளையமொன்றின் வடிவமும்,

திணிவு  $m$  உம் உடைய மென்சுடரொன்றைக் கருதுக.  $Ox$  ஐக் குறித்து அடரின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_x$  ஆகுக. அப்பொழுது, அடரின் பரப் படர்த்தி  $a$  எனின், உயரம்  $b$  உம், அகலம்  $\delta x$  உம் உடைய மூலகம்  $PN$  என்பதற்கு



படம் 3.06. சீரான ஒரு நீள்வட்டை அடரின் சடத்துவத் திருப்பம்.

$$\delta I_x = \frac{1}{3} \sigma (y \delta x) y^2 = \frac{1}{3} \sigma y^3 \delta x.$$

$$\therefore I_x = 4 \left[ \frac{\sigma}{3} \int_0^a y^3 dx \right].$$

இத்தொகையீட்டை நிறைவேற்றும் பொருட்டு மையவகற்சிக் கோணம்  $\phi$  என்பதைப் பயன்படுத்தலாம்; இதை யிட்டு  $x = a$  கோசை  $\phi$ ,  $y = b$  சைன்  $\phi$  என்று எழுதுகிறோம். அப்பொழுது,  $\delta x = -a$  சைன்  $\phi$  டி $\phi$ , எனவே,

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{4}{3} \sigma \int_{\frac{\pi}{2}}^0 b^3 \text{சைன்}^3 \phi (-a \text{சைன்} \phi) d\phi \\ &= -\frac{4}{3} \sigma a b^3 \left[ -\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \right] \\ &= \frac{1}{4} m a^3, [\because m = \pi a b \sigma]. \end{aligned}$$

அதுபோலவே,

$$I_y = \frac{1}{4} m b^3.$$

$$\therefore I_z = I_x + I_y = \frac{1}{4} m (a^2 + b^2);$$

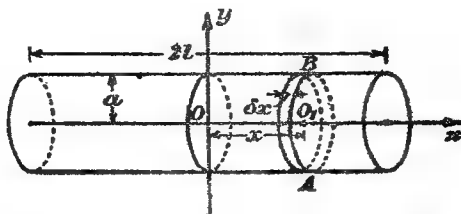
இவ்வு,  $Oz$  ஆனது  $Ox$  இற்கும்  $Oy$  இற்கும் செங்குத்தாகும்.

சீரான ஓர் உருளையின் மையம் ஊடாகவும் அதன் நீளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்.— உருளையின் நீளம்  $2l$  உம் அதன் குறுக்குவெட்டு ஆரை  $a$  யும் ஆகட்டும். படம் 3.07 இல், உருளையின் திணிவுமையம்  $O$  எனவும் அதன் சுற்றச்சு  $Ox$  எனவும்  $Ox$  இற்குச் செங்குத்தான அச்சொன்று  $Oy$  எனவும் ஆகட்டும்;  $Ox$  என்பதை அச்சாகக் குறித்தே சடத்துவத் திருப்பம் கணிக்கவேண்டியதாகிறது. உருளையினது திர்வியத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆகுக.  $x$ ,  $x + \delta x$  ஆகிய தளங்களால் வரையறுத்த வட்டமூலகம்  $AB$  யைக் கருதுக; அப்பொழுது, அதன் மையம்  $O_1$  ஆனது  $O$  விலிருந்து தூரம்  $x$  இல் இருக்கிறது.  $Ox$  ஐக் குறித்து இத்தட்டின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$(\pi a^2 \delta x) \rho \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} \pi \rho a^4 \delta x.$$

விட்டமொன்றைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $\frac{1}{2} \pi \rho a^4 \delta x$  ஆகும்.

எனவே,  $Oy$  யைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  
 $(\pi\rho a^2 \delta x) x^2 + \frac{1}{2}\pi\rho a^4 \delta x = \delta I$  (என்க).



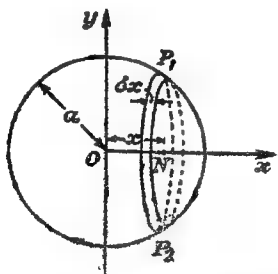
படம் 3.07.  $Oy$  யைக் குறித்து ஒரு சீரான விட்டவருளையின் சடத்துவத் திருப்பம்.

$$\therefore I = 2 \left[ \pi\rho a^2 \int_0^l \left( x^2 + \frac{a^2}{4} \right) dx \right] = 2\pi\rho a^2 \left[ \frac{l^3}{3} + \frac{a^2 l}{4} \right]$$

$$= m \left( \frac{l^2}{3} + \frac{a^2}{4} \right);$$

இங்கு, உருளையின் திணிவு  $m = 2\pi a^2 l \rho$ .

சீரான கோளமொன்றின் விட்டமொன்றைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்.—கோளத்தின் மையம்  $O$  வும், படம் 3.08, அதன் ஆரை  $a$  யும்,



படம் 3.08. சீரான கோளமொன்றின் விட்டமொன்றைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம்.

அதன் திரவியத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  வும் ஆகுக.  $Ox$  இற்குச் செங்குத்தான தளங்களாற் கோளத்தைத் துண்டுகளாகப் பிரிக்க.  $Ox$  ஐ அச்சாகக் குறித்தே சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காணவேண்டும்.  $\delta x$  இடையீடுள்ள இத்தகைய இரு தளங்கள் அமைக்கின்ற துண்டைக் கருதுக. ஆரை  $y$  உடைய இம்மூலகத்தின் மையம்  $N$  எனின்,  $ON = x$  ஆகுக.  $Ox$  ஐக் குறித்து இம்மூலகத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்  $m \frac{y^2}{2}$  ஆகும்; இங்கு, அதன் திணிவு  $m$  ஆனது

$\pi y^2 \rho \delta x$  ஆகும். எனவே,  $Ox$  ஐக் குறித்து முழுக்கோளத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  ஆனது,

$$I = 2 \int_0^a \pi y^2 \rho \left( \frac{y^2}{2} \right) dx$$

$$= \pi \rho \int_0^a (a^2 - x^2)^2 dx \quad [\because a^2 = x^2 + y^2]$$

$$= \pi \rho \left[ a^5 - 2a^2 \cdot \frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5} \right]$$

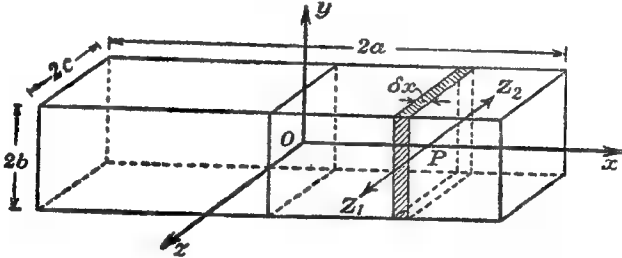
$$= \frac{8}{15} \pi \rho a^5.$$

ஆனால் கோளத்தின் திணிவு  $= \frac{4}{3}\pi a^3 \rho = m$  (என்க).

$$\therefore I = \frac{8}{5} m a^2, \text{ அதாவது } \kappa^2 = \frac{8}{5} a^2.$$

செவ்வகக் குறுக்குவெட்டுடைய சீரான சுட்டம்.—படம் 3.09 இல், செவ்வகச் சுட்டத்தின் திணிவு மையம் O ஆகுக. சுட்டத் திரவியத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆகும். O ஊடாக, சுட்டத்தின் ஓரங்களுக்குச் சமாந்தரமாக மூன்று செவ்வக அச்சுக்களை வரைக. ஓரங்களின் நீளங்கள்  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$  ஆகுக. தளங்கள் ■ இற்கும்  $(x + \delta x)$  இற்கும் இடையில் அடங்கியுள்ள மூலகத்தைக் கருதுக. இம்மூலகத்தின் திணிவுமையம் P ஆகுக. Oz இற்குச் சமாந்தரமாக  $Z_1 P Z_2$  என்பதை வரைக. அப்பொழுது, இம் மூலகத்தின் திணிவு  $4bcp\delta x$ ;  $Z_1 Z_2$  என்பதைக் குறித்து அதன் சுடத்து வத் திருப்பம்

$$[4bcp\delta x] \cdot \frac{1}{3}b^2.$$



படம் 3.09. அச்ச Oz ஐக் குறித்து செவ்வகக் குறுக்குவெட்டுடைய சீரான சுட்டத்தின் சுடத்துவத் திருப்பம்.

எனவே, Oz ஐக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்

$$4bcp \left[ \frac{1}{3}b^2 + x^2 \right] \delta x,$$

மேலும், Oz ஐக் குறித்து முழுச் சுட்டத்தின் சுடத்துவத் திருப்பம்,

$$I = 2 \left[ 4bcp \int_0^a \left\{ \frac{1}{3}b^2 + x^2 \right\} dx \right] \\ = 8pbc \left[ \frac{1}{3}ab^2 + \frac{1}{5}a^3 \right].$$

ஆனால், சுட்டத்தின் திணிவு  $= 8abc\rho = m$  (என்க).

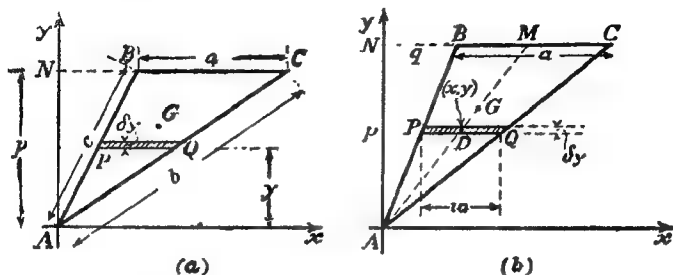
$$\therefore I = \frac{1}{5} m (a^2 + b^2),$$

அதாவது,

$$\kappa^2 = \frac{1}{5} (a^2 + b^2).$$

சீரான முக்கோணி அடரொன்றும் அதன் சில சுடத்துவத் திருப்பங்களும்.—படம் 3.10 (a) இல், ABC என்பது பரப்பர்த்தி  $\alpha$  உடைய ஒரு

சீரான முக்கோணி அடராகுக.  $Ax$  உம்  $Ay$  உம்  $A$  ஊடாக, ஒன்றிற் கொண்டு செங்குத்தான இரு அச்சுக்கள் ஆகுக; இங்கு, அச்சு  $Ax$  ஆனது முக்கோணியின் அடி  $BC$  இற்குச் சமாந்தரம்.



படம் 3·10. சீரான முக்கோணி அடரொன்றும் அதன் சில சடத்துவத் திருப்பங்களும்.

$Ay$  மீது  $AB$  யின் எறியம்  $AN$  ஆனது  $p$  ஆகுக. நிலைக்கூறு  $y$  யும், அகலம்  $\delta y$  உம்,  $Ax$  ஐக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம் ( $\delta I_x$ ) உம் உடைய கீலம்  $PQ$  வைக் கருதுக. கீலத்தின் நீளம்  $\frac{a}{p} \cdot y$  ஆகும்.

$$\therefore I_x = \frac{a\sigma}{p} \int_0^p y \cdot y^2 dy = \frac{a\sigma}{4} p^3$$

$$= \frac{1}{8} m p^2;$$

இங்கு,  $m = \frac{1}{2} a p \sigma$ , முக்கோணியின் திணிவு ஆகும்.

அதன் புவியீர்ப்புமையம்  $G$  ஊடாகச் செல்கின்ற சமாந்தர அச்சொன்றைக் குறித்து முக்கோணியின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_G$  எனின், சமாந்தர அச்சுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$$I_G + m \left( \frac{1}{8} p^2 \right) = I_x,$$

$$\text{அதாவது,} \quad I_G = \frac{1}{8} m p^2.$$

$$\text{அதுபோலவே,} \quad I_{BC} = \frac{1}{8} m p^2.$$

$Ay$  யைக் குறித்து முக்கோணியின் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காணும் பொருட்டு, அகலம்  $\delta y$  உடைய மூலகம்  $PQ$  வைக் கருதுக; அதன் நீளம்  $w$  என்க, படம் 3·10 (b). இம்மூலகத்தின் மையம்  $D$  யும்,  $A$  யைக் குறித்து அதன் ஆள்கூறுகள்  $(x, y)$  யும் ஆயின், சமாந்தரவச்சுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த,

$$\delta I_y = (w \sigma dy) \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{w}{2} \right)^2 + x^2 \right].$$



இனி,

$$\frac{y}{x} = \frac{p}{q + \frac{1}{2}a}, w = \frac{a}{p}y.$$

$$\begin{aligned} \therefore I_y &= \int_0^p \sigma \frac{a}{p} y \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{a}{p} \frac{y}{2} \right)^2 + \left( \frac{q + \frac{1}{2}a}{p} \cdot y \right)^2 \right] dy \\ &= \frac{\sigma a}{p} \left[ \frac{1}{48} a^2 p^2 + (q + \frac{1}{2}a)^2 \frac{p^2}{4} \right] \\ &= 2m \left[ \frac{a^2}{12} + \frac{q^2 + aq}{4} \right] \\ &= m \left[ \frac{a^2}{6} + \frac{aq + q^2}{2} \right]. \end{aligned}$$

எனவே, **A** ஊடாகவும் வரிப்படத்தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல் கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து முக்கோணியின் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I_a$  எனின்,

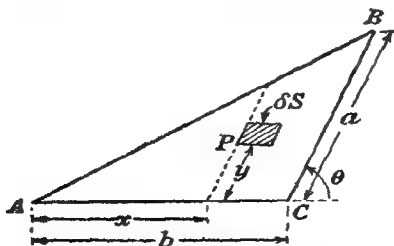
$$b^2 = p^2 + (a + q)^2, c^2 = p^2 + q^2$$

என்பவற்றைப் பயன்படுத்த,

$$\begin{aligned} I_a &= I_x + I_y = m \left[ \frac{p^2}{2} + \frac{a^2}{6} + \frac{aq + q^2}{2} \right] \\ &= m \left[ \frac{b^2 + c^2}{4} - \frac{a^2}{12} \right]. \end{aligned}$$

முதன்மை வாய்ந்த இவ்விளைவை அடுத்த பந்தியில் காட்டியுள்ளவாறு இன்னும் விரைவாகப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.

**A** ஊடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச் சொன்றைக் குறித்து சீரான முக்கோணி அடர் ABC யின் சுழிப்பாரையைத் துணிதல்.—புள்ளி P என்பதில், படம் 3.11, அடரின் தளத்தில்,  $\delta S$  ஒரு பரப்பளவு மூலகம் ஆகுக. அதன் பக்கங்கள் முறையே AC யும் CB யும் என்பவற்றிற்குச் சமாந்தரமாயுள். **A** ஊடாகவுள்ள சரிவச்சக்களைக் குறித்து



படம் 3.11. உச்சியொன்று ஊடாகவும் அடரின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து சீரான முக்கோணி அடரின் சுடத்துவத் திருப்பம்.

P யின் ஆள்கூறுகள்  $(x, y)$  ஆகுக ; அச்சுக்கள் ஒன்றோடொன்று சாய்ந்திருக்கும் கோணம்  $\theta$  அல்லது  $\pi - C$  ஆகும். முக்கோணியின் பரப்பளவு வலகொன்றின் திணிவு  $\sigma$  வும், தேவைப்படும் சுழிப்பாரை  $\kappa$  யும் ஆயின்,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\sigma ab \text{ சைன் } C) \kappa^2 &= \int_0^b \int_0^{\frac{a}{b}x} (x^2 + y^2 + 2xy \text{ கோசை } \theta) \sigma \text{ சைன் } \theta \, dx \, dy, \\ &= \int_0^b \left[ x^2 y + \frac{1}{3} y^3 + xy^2 \text{ கோசை } \theta \right]_{y=0}^{\frac{a}{b}x} \sigma \text{ சைன் } \theta \, dx \\ &= \left( \frac{a}{b} + \frac{1}{3} \frac{a^3}{b^3} + \frac{a^2}{b^2} \text{ கோசை } \theta \right) \sigma \text{ சைன் } \theta \int_0^b x^3 \, dx. \end{aligned}$$

சைன் C = சைன்  $\theta$  உம்,  $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \text{ கோசை } \theta$  உம ஆகையால், முன் கூறியதிருந்து, சற்றுச் சுருக்க,

$$\kappa^2 = \frac{1}{12} [3(b^2 + c^2) - a^2].$$

றுதின் (Routh's) விதி.—முதன்முதலாக ஊத் என்பவரால் தரப்பட்ட கீழ்வரும் வசதியான விதியைப் பயன்படுத்திப் பல சுழிப்பாரைகளின் பெறுமானங்களை எளிதில் ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளலாம். அது,

( $\alpha$ ) செவ்வக (கோல், அடர்)

( $\beta$ ) வட்ட அல்லது நீள்வளைய (தட்டு)

( $\gamma$ ) கோள, கோளவரு அல்லது நீள்வளையவரு

வடிவமுள்ள ஒருபடித்தான நேர்கோட்டு, தள, திண்மப் பொருள்களுக்குப் பயன்படும் ; பொருளின் திணிவுமையம் ~~மூலம்~~ சமச்சீர்சொன்றைக் குறித்து அப்பொருளின் சுழிப்பாரையானது

$$\kappa^2 = \frac{\text{செங்குத்தான அரையச்சுக்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை}}{3, 4 \text{ அல்லது } 5}$$

என அவ்விதி கூறுகின்றது ; இங்கு, பொருள்கள் அடங்கும் பிரிவுகள், ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ), ( $\gamma$ ) என்பவற்றிற்கேற்பப் பகுதியானது முறையே 3, 4, 5 என்னும் எண்களுள் ஒன்றைப் பெறும்.

லீசின் விதி.—ஒருபடித்தான சுற்றற்றிண்மமொன்றின் திணிவு  $m$  எனவும், சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  என்பதைக் காணுமிடத்துப் பயன்படும் அச்சுக்குச் செங்குத்தான அரையச்சுக்கள்  $a, b$  எனவும், அரையச்சுக்கள்  $a, b$  ஒவ்வொன்றும் முடிவடைகின்ற இடத்திலுள்ள சுற்றற் பரப்பின் வளைவுவகையானது முறையே  $C_a, C_b$  எனவும் ஆயின், அப்பொழுது

$$I = m \left[ \frac{a^2}{3 + C_a} + \frac{b^2}{3 + C_b} \right].$$

இங்கு வளைவுவகை தனியெனின்  $C = 1$ , அது இரட்டையெனின்  $C = 2$ .

இவ்வாறு, கோளமொன்றிற்கு, நீளம்  $2a$  உடைய விட்டமொன்றைக் குறித்து அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்,

$$I = m \left[ \frac{a^2}{3 + 2} + \frac{a^2}{3 + 2} \right] = \frac{2}{5} ma^2.$$

எடுத்துக்காட்டு.—செங்குத்தான அச்சங்கள்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பவற்றைக் குறித்து மெல்லிய தட்டொன்று சமச்சீரானது.  $Ox$ ,  $Oy$  என்பவற்றின் தளத்தில்,  $Ox$  உடன் கோணம்  $\theta$  ஆக்கும் வகையிலே,  $OA$  என்னும் அச்சொன்று வரையப்படுகிறது.  $Ox$  ஐயும்  $Oy$  ஐயும் குறித்து தட்டின் சடத்துவத் திருப்பங்கள் முறையே  $I_x$ ,  $I_y$  ஆயின்,  $OA$  யைக் குறித்து அதத்தட்டின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$I_x \cos^2 \theta + I_y \sin^2 \theta$$

என நிறுவுக.

$OA$  யின் சமனபாடு  $y = \dots$  ஆகும்; இங்கு,  $\alpha =$  தான்  $\theta$ .  $P(x_1, y_1)$  என்பதில் தட்டின் மூலகமொன்றைக் கருதுக; அதன் நிணிவு  $\delta m$  ஆகுக.  $OA$  யிலிருந்து  $P$  யின் இழிவுதூரம்  $p$  எனின், அப்பொழுது, வழக்கமான குறியீட்டு முறைப்படி

$$\delta I = \delta m (p^2).$$

$p$  யைக் காணும் பொருட்டு,  $P$  ஊடாகவும்  $OA$  யிறகுச் சமாந்தரமாகவும் உள்ள நேர் கோடொன்றின் சமன்பாடானது

$$y - y_1 = \alpha (x - x_1)$$

என நோக்கப்படுகிறது; எனவே,  $y$  அச்சில் இந்நோக்கோட்டின் வெட்டுத்துண்டு  $(y_1 - \alpha x_1)$  ஆகும்.

$$\therefore p = (y_1 - \alpha x_1) \text{ கோசை } \theta = y_1 \text{ கோசை } \theta - x_1 \text{ சைன் } \theta.$$

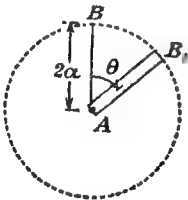
எனவே,  $\sum \delta m (y_1)^2 = I_x$  முதலியவற்றாலும், சமச்சீரையிட்டு

$$\sum [\delta m (x_1 y_1 \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \theta)] = 0$$

எனபதாலும்

$$\begin{aligned} I &= \sum [\delta m (y_1 \text{ கோசை } \theta - x_1 \text{ சைன் } \theta)^2] \\ &= I_x \cos^2 \theta + I_y \sin^2 \theta. \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு.—மெல்லிய கோலொன்றுக்குத் தன் முனையொன்றுடாகச் செல்கின்ற கிடையான அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழல் முடியும். கோலானது தொடக்கத்தில் நிலைக்குத்தாக, உறுதியில் சமநிலையில் இருக்கிறது. இந்நிலையில் ஓய்வாயிருக்கும்பொழுது கோல் ஒரு சிறு பெயர்ச்சி பெற்று விழுமாயின், சக்தி மாற்றங்களைப் பயன்படுத்தி அது (அ) கிடைநிலை (b) உறுதிச் சமநிலைத்தானம் ஊடாகச் செல்லும்பொழுது அதன் கோணவேகத்தைத் துணிக.



படம் 3.12. ஒரு கிடை அச்சைக் குறித்து ஒரு மெல்லிய கோலின் இயக்கம்.

படம் 3.12 இல்,  $AB$  கோலின் தொடக்க நிலை ஆகுக. கோலின் நீளம்  $2a$  எனின் அது ஒரு கோணம்  $\theta$  அளவு திரும்பியபோது அதன் புனியீர்ப்புமையம் நிலைக்குத்துத்தூரம்  $(1 - \cos \theta)$  இறங்கியிருக்கும். எனவே, கோலின் நிணிவு  $\delta m$  எனின், நிலைச்சக்தி நட்டம்  $mg\alpha (1 - \cos \theta)$  ஆகும். இனி, கோலின் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$  ஆகும். இங்கு,  $I$  ஆனது  $A$  ஊடாகவும் வரிப்படத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற அச்சைக் குறித்து கோலின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும். எனவே, சக்திச் சமன்பாடானது

$$mg\alpha (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m [\alpha^2 + \frac{1}{3} \alpha^2] \dot{\theta}^2 = \frac{5}{6} m \alpha^2 \dot{\theta}^2 \text{ ஆகும்.}$$

கிடைநிலையில்  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . இந்நிலையில் கோணவேகம்

$\omega_1$  எனின்,

$$\frac{5}{6} m \alpha^2 \omega_1^2 = mg\alpha.$$

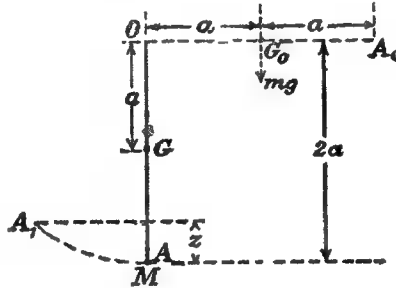
$$\therefore \omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{2\alpha}}.$$

உறுதிச் சமநிலைத் தானத்தில்  $\theta = \pi$ . இந்நிலையில் கோணவேகம்  $\omega_2$  எனின்

$$\frac{2}{3}ma^2\omega_2^2 = 2mga.$$

$$\therefore \omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{a}}.$$

எடுத்துக்காட்டு.—நீளம்  $2a$  உம் திணிவு  $m$  உம் உடைய OA என்னும் சீரான கோலொன்று O ஊடாகச் செல்லுகின்ற கிடைச்சொன்றைக் குறித்துச் சுயாதீனமாகச் சுழற் முடியும். தொடக்கத்தில், கோல் கிடைத்தளமொன்றில் ஓய்வாயிருக்கிறது. கோல் விடுவிக்கப் பட்டபின் அதன் முனை A திணிவு M உடைய துணிக்கையொன்றைப் பற்றுகிறது ; நிலைக்குத்துத் தானத்தைத் தாண்டும்பொழுது இது நிகழுமாயின், தொகுதி கணச் சமநிலையை முதன்முதல் அடையும் வரை துணிக்கை அடைந்த நிலைக்குத்துத் தூரத்தைத் துணிக்.



படம் 3-13.

படம் 3-13 இல், நோக்கோடு OA<sub>0</sub>, கோல் விடுவிக்கப்பட்ட நிலையைக் குறிக்கிறது ; துணிக்கை M பற்றப்படும்பொழுது கோலின் நிலை OA ஆகுக. வீழ்ச்சியுற்று இந்நிலையை அடைந்த கோல்  $mg$  அளவு நிலைச் சக்தி இழந்திருக்கிறது. OA ஊடாகச் செல்லும்பொழுது கோலின் இயக்கச் சக்திக்கு இது சமனாகும். எனவே, இந்நிலையில் கோலின் கோணவேகம்  $\omega_0$  உம், சுழற்சியச்சைக்குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பம் I உம் ஆயின்,

$$\begin{aligned} mga &= \frac{1}{2}I\omega_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m \cdot 4a^2 \cdot \omega_0^2 = \frac{2}{3}ma^2\omega_0^2. \\ \therefore \omega_0^2 &= \frac{3}{2} \frac{g}{a}. \end{aligned}$$

துணிக்கை பற்றப்பட்டதும் தொகுதியின் இயக்கக் கோண வேகம்  $\omega$  உம், கணச் சமநிலைத் தானம் A<sub>1</sub> வரை A யின் நிலைக்குத்தேற்றம்  $z$  உம் ஆயின்,

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{3}ma^2 + M(2a)^2 \right\} \omega^2 = Mgz + mg \left( \frac{1}{2}z \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

எனச் சக்தித் தத்துவம் தருகிறது.

துணிக்கையின் பற்றுதலின்போது கோண உந்தம் பாதுகாக்கப்படுகிறதால்

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}ma^2 \cdot \omega_0 &= \{ M(2a)^2 + \frac{2}{3}ma^2 \} \omega. \\ \therefore \omega^2 &= \frac{m^2}{(3M+m)^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{g}{a} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

எனவே, (1) இலும் (2) இலும் இருந்து  $\omega^2$  என்பதை நீக்கி, ஓரளவு சுருக்க.

$$z = \frac{2m^2a}{(3M + m)(2M + m)}.$$

பப்பசின் தேற்றங்கள்.—(a) அதனை வெட்டாதவாறு, தளவளையியின் வில்லொன்று சுழலுமாயின் அதனால் பிறப்பிக்கப்படும் பரப்பளவானது, வில்லின் நீளம், வில்லின் மையப் போலியின் பாதை நீளம் என்பவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமனாகும்.

Ox சுழற்சியச்சம், y ஆனது வில்லிலுள்ள புள்ளியொன்றின் நிலைக்கூறும் ஆகுக. ஒரு முழுச்சுற்றில் பிறப்பிக்கப்படும் பரப்பளவு  $2\pi \int y \, ds$  ஆகும்.

இங்கு,  $\bar{y}$  வில்லின் மூலகமொன்றும், தொகையீடு முழு வில் வழியேயும் ஆகும். ஆனால்,  $\bar{y}$  ஆனது வில்லின் திணிவுமையத்தைக் குறிக்குமாயின்

$$\bar{y} = \left\{ \int y \, ds \right\} \div \int ds,$$

$$\therefore 2\pi \int y \, ds = 2\pi \bar{y} \int ds.$$

இது தேற்றத்தை நிறுவுகிறது.

(b) தளப் பரப்பளவொன்று அதன் தளத்தில் கீட்கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து அதனை வெட்டாதவாறு சுழலுமாயின், அதனால் பிறப்பிக்கப்படும் கனவளவானது தளப் பரப்பளவு, அதன் மையப்போலியின் பாதை என்பவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமனாகும்.

Ox சுழற்சியச்சம், y ஆனது Ox இலிருந்து பரப்பளவு மூலகம்  $\delta S$  என்பதின் செங்குத்துத் தூரமும் ஆகுக. Ox ஐக் குறித்து  $\delta S$  முழுச்சுற்றொன்றை ஆற்றுமாயின அதனால் பிறப்பிக்கப்படும் கனவளவு  $2\pi \int y \, dS$  ஆகும்.

ஆனால், 
$$\bar{y} = \left\{ \int y \, dS \right\} \div \int dS$$

எனவே, 
$$2\pi \int y \, dS = 2\pi \bar{y} \int dS.$$

இது தேற்றத்தை நிறுவுகிறது.

உந்தத் திருப்பம்.—மூன்று செவ்வக அச்சுகளைக் குறித்து ( $x, y, z$ ) என்னும் புள்ளியிலுள்ள, திணிவு  $m$  உடைய துணிக்கையொன்றைக் கருதுக. துணிக்கையைத் தாக்குகின்ற புற விசைகளின் விளையுள் கூறுகள் X, Y, Z ஆயின்,

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= X \\ m\ddot{y} &= Y \\ m\ddot{z} &= Z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (i)$$

என்பவை புள்ளியின் இயக்கச்சமன்பாடுகள் ஆகும்.

■ அச்சைக் குறித்து துணிக்கையைத் தாக்குகின்ற விசைகளின் திருப்பம்

$$yZ - zY = m(y\ddot{z} - z\ddot{y}) \dots\dots\dots (ii)$$

இங்கு, விசை படம் 3.14 இல் காட்டியுள்ள திசையில் பொருளைச் சுழற்றத் தூண்டுமாயின், அப்பொழுது  $\mathbf{m}$  அச்சைக் குறித்த திருப்பம் நேர் என எடுக்கப்படும்.

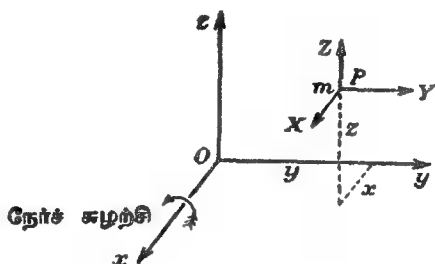
இனித் துணிக்கையின் வேகம்  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  ஆகும் ; எனவே,  $x$  அச்சைக் குறித்து வேகத்தின் திருப்பம்

$$y\dot{z} - z\dot{y}.$$

அதே அச்சைக் குறித்த உந்தத் திருப்பம் வேகத் திருப்பத்தின்  $m$  மடங்கு ஆகும், அதாவது அது

$$m(y\dot{z} - z\dot{y})$$

ஆகும்.



படம் 3.14. உந்தத் திருப்பம்; கோணவுந்தம்.

எவ்விதத்தில் இவ்வச்சைக் குறித்த உந்தத் திருப்பம் மாறுகின்றது என்பதைக் காணும்பொழுது, நேரம்  $t$  யைக் குறித்து மேற்படி கோவையை வகையிட்டு, (i) ஐப் பயன்படுத்த,

$$m(\dot{y}\dot{z} + y\ddot{z} - \dot{z}\dot{y} - z\ddot{y}) = m(y\ddot{z} - z\ddot{y}) = y\ddot{Z} - z\ddot{Y}.$$

எனவே, எந்த நிலைத் திசையும் குறித்து துணிக்கையொன்றின் உந்தத் திருப்பம் மாறும் வீதமானது அதே அச்சைக் குறித்து அப்பொருள் மீது ஆற்றுகின்ற புற விசைகளின் திருப்பத்திற்குச் சமன்.

விநாயகமான பொருளொன்றின் இயக்கம் ; நிலைத் திசை அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலல் ; தலம்பேரின் (d'Alembert) தத்துவம். நேரம்  $t$  யில், திணிவு  $m$  உடைய துணிக்கையொன்று புள்ளி  $(x, y, z)$  இல் இருக்குமாயின், அப்பொழுது  $m\ddot{\mathbf{r}}$  என்பதை விசையின்  $\mathbf{F}$  கூற்றுக்குச் சமன்படுத்துவதால் விளையும் சமன்பாடு, மற்றைய இரு அச்சுக்களுக்கும் அதற்கொத்த சமன்பாடுகள் என்பவற்றால் துணிக்கையின் இயக்கம் காணப்படுகிறது என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது.  $m\ddot{\mathbf{r}}$  என்னும் கணியம் துணிக்கையைத் தாக்குகின்ற பலித விசை என அழைக்கப்படுகிறது ; இது  $\mathbf{F}$  அச்சுக்குச் சமாந்தரமான காலியொன்றாகும். நியூற்றன் என்பவரின் இரண்டாவது இயக்கவிதிப்படி, துணிக்கையொன்றைத்

தாக்குகின்ற பல்வித விசையானது அத்துணிக்கையைத் தாக்குகின்ற, புற விசைகளின் விளையுளின்  $x$  கூறுக்குச் சர்வசமனாக இருத்தல் வேண்டும். விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கத்தைக் கருதுமிடத்துப் புதிய தத்துவமொன்று தேவைப்படுகிறது; அத்தத்துவமானது தலம்பேரென்ப வரால் 1743 இல் தரப்பட்டுள்ளது; கருத்தை உணரும்பொருட்டுக் கீழ்வருமாறு சொல்லலாம்.

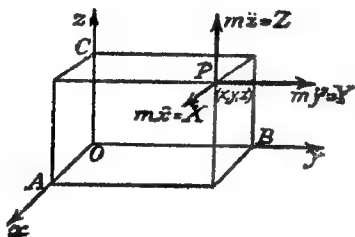
சுட்கூட்டமொன்றின் பகுதியாக அமைந்திருக்கும் துணிக்கையொன்றி னிடத்து அதனைத் தாக்கும் விசைகளை இரு இனங்களாகப் பிரிக்கலாம்:—

(a) கூட்டத்திற்கு வெளியேயிருந்து தாக்கும் 'புற (அல்லது பிரயோகித்த) விசைகள்',

(b) 'அக விசைகள்' அல்லது மீதித்துணிக்கைகளாலாகும் தாக்கங்கள்.

முழுக்கூட்டத்தையும் கருதுமிடத்துப் பலித விசைகளைப் பிரதியிருக்கின்ற ஓரிடப்படுத்திய காலிகளின் தொகுதியானது புற, அக விசைகளின் சேர்மான

விளைவுக்கு நிலையியல் முறைப் படிச் சமானமானது எனக் கூற லாம். தலம்பேரின எடுகோளா னது சமநிலையில் இருக்கின்ற ஒரு தொகுதியாக அக விசைகள் அமை கின்றன என்பதேயாம். இவ்வெடு கோள் அனுமதிக்கப்படுமாயின், பலித விசைகளின் தொகுதியா னது மொத்தமாகப் புற விசை களின் தொகுதிக்குச் சமானம் என்பது உடனே தெளிவாகும். இச் செய்தியைப் பகுப்பு முறைப்படி எடுத்துரைக்கும் பொருட்டு நிலைத் த செவ்வக அச்சுக்களைக் குறித்துத்



படம் 3.15. விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கம்; நிலைத்தவச்சொன்றிற்கான குறிப் பீடு.

துணிக்கை P ஒன்றின் நிலையை  $(x, y, z)$  குறிக்கின்றதென்க, படம் 3.15. அப்பொழுது, இத்துணிக்கையின் திணிவு  $m$  உம், அதைத் தாக்கும் புற விசை  $(X, Y, Z)$  உம் ஆயின்,

$$m\ddot{x} = X, m\ddot{y} = Y, m\ddot{z} = Z.$$

இனி P யை விறைப்பான பொருளொன்றிலுள்ள ஒரு துணிக்கை எனக் கருதுவோமாயின்

$$\sum m\ddot{x} = \sum X, \sum m\ddot{y} = \sum Y, \sum m\ddot{z} = \sum Z$$

எனவும், அச்ச Oz ஐக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களைக் கணிப்போமாயின்

$$\sum (x \cdot m\ddot{y} - y \cdot m\ddot{x}) = \sum (xY - yX)$$

எனவும் பெறுவோம். இங்கு, கூட்டல்களில் விறைப்பான பொருளின் எல்லாத் துணிக்கைகளும் அபங்கும்.

$$\frac{d}{dt} \Sigma (m \dot{z}) = \Sigma m \ddot{z} = \Sigma Z \quad \text{முதலியன ஆதலின்}$$

$$\frac{d}{dt} \Sigma (x \cdot m \dot{y} - y \cdot m \dot{x}) = \Sigma (xY - yX)$$

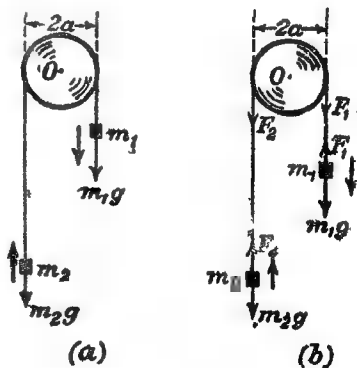
என்பதையும் அதேபோன்ற வேறு இரு சோடி சமன்பாடுகளையும் எழுதலாம். 2 அச்சானது இடத்தில் எந்த நிலைத்த தானத்தையும் கொள்ள முடியுமாதலால் அவ்வச்சத் தொடர்பாக எழுதியுள்ள சோடி சமன்பாடுகளும் உண்மையில் பின்வரும் விதிகளை உணர்த்துகின்றன.

(a) தரப்பட்ட எந்தத் திசையிலும் நீட்டலுந்தத்தின் மாறுகை வீதமானது அதே திசையில் ஆற்றுகின்ற புற விசைகளின் விளையுளுக்குச் சமன்.

(b) எந்த நிலைத் திசையும் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றின் உந்தத் திருப்பம் மாறும் வீதமானது அதே அச்சைக் குறித்து எல்லாப் புற விசைகளின் மொத்தத் திருப்பத்திற்குச் சமன்.

எந்த நிலைத் திசையும் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றைத் தாக்கும் புற விசைகளின் திருப்பம் பூச்சியம் ஆயின் அதே அச்சைக் குறித்து அப்பொருளின் உந்தத் திருப்பம் ஒரு மாறிலி ஆகும்.

**அறவூட் பொறி.**—நிலைத் திசைச் சமனொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருள்கள் பற்றிய கொள்கையை விளக்கிவைக்கும் பொருட்டு புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  ஐத் துணியுமிடத்துப் பயன்படுத்தப்படும் அறவூட் பொறியின் எளிய மாதிரியொன்றைக் கருதுவோம். விட்டம்  $2a$  உடைய கப்பியொன்றைப் படம் 3.16(a) காட்டுகிறது; கப்பியின் தவாளியுள் செல்லும் இலேசான இழையின் சுயாதீன நுன்களில், திணிவுகள்  $m_1, m_2$  எனபன இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இழையின் தாங்கப்படாத பாகங்கள் நிலைக்குத்தாயிருக்கின்றன எனவும், இழையிற்கும் கப்பிக்கும் இடையில் நழுவுல் இலையெனவுக் கொள்ளப்படும்.  $m_1 > m_2$  எனவும், தொகுதியானது ஓய்வு நிலையிலிருந்தே அசைக்கின்றது எனவும் கொள்க.



படம் 3.16. அறவூட் பொறியொன்றில் இரு திணிவுகள், கப்பி என்பவற்றின் இயக்கம்.

(a) முதன்முதலாகத் தொகுதியை முழுதாகக் கருதுக; திணிவுகள் ஓய்வு நிலையிலிருந்து அசைந்த தூரம்

$z$  என்க. அப்பொழுது, தொகுதியைத் தாக்கும் இணை  $(m_1 - m_2)ga$  ஆகும்; தொகுதி ஒரு விறைப்பான பொருள் எனக் கருதுவது சரி எனின், இது தொகுதியின் கோணவுந்த மாறல் வீதத்துக்குச் சமன் ஆகும்.



அதன் சுழற்சி அச்சைக் குறித்து கப்பியின் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  எனின், தொகுதியின் கோணவுந்தமானது

$$[I + (m_1 + m_2)a^2]\dot{\theta}.$$

இங்கு,  $\theta$  கப்பியின் கோணவுந்தம் ஆகும்.

எனவே, 
$$(m_1 - m_2)ga = [I + (m_1 + m_2)a^2]\ddot{\theta}.$$

$$[\because a = a\theta, \dot{a} = a\dot{\theta}, \text{ முதலியவை.}]$$

$$\therefore \ddot{\theta} = \frac{(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2) + \frac{I}{a^2}}.$$

(b) இத்தீர்வை நிறுவும்பொருட்டுச் சக்திக் காப்புத் தத்துவத்தைப் பயன்படுத்துவோம். தொகுதியின் நிலைச் சக்தி நட்பமானது

$$(m_1 - m_2)gz \text{ ஆகும்.}$$

இது இயக்கச் சக்தி நயம்

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$$

அல்லது

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{z}^2 + \frac{1}{2}\frac{I}{a^2}\dot{z}^2$$

என்பதற்குச் சமன்.

இவ்விரு கோவைகளையும் சமன்படுத்தி, நேரம் தொடர்பாக வகையிட

$$(m_1 - m_2)g\dot{z} = (m_1 + m_2)\dot{z}\dot{z} + \frac{I}{a^2}\dot{z}\dot{z}.$$

இதிலிருந்து முன்போலவே 
$$\dot{z} = \frac{(m_1 - m_2)g}{(m_1 + m_2) + \frac{I}{a^2}}.$$

(c) அதன் குறி எதுவாகிலும், ஒவ்வொரு துணிக்கையின் ஆர்முடுகளும்  $\dot{z}$  ஆக இருக்கும்பொழுது, இழையிலுள்ள இழுவைகள்  $F_1, F_2$  ஆகுக. அப்பொழுது, படம் 3.16 (b) யை ஒப்பிட,

$$m_1\dot{z} = m_1g - F_1 \text{ உம் } m_2\dot{z} = F_2 - m_2g \text{ உம் ஆகும்.}$$

கப்பிமீது ஆற்றி, அதற்கு  $\theta$  கோண ஆர்முடுகிலே அளிக்கும் இணை  $(F_1 - F_2)a$  ஆகும்;

எனவே, 
$$(F_1 - F_2)a = I\ddot{\theta} = I\frac{\ddot{z}}{a};$$

இங்கு,  $a\ddot{\theta} = \ddot{z}.$

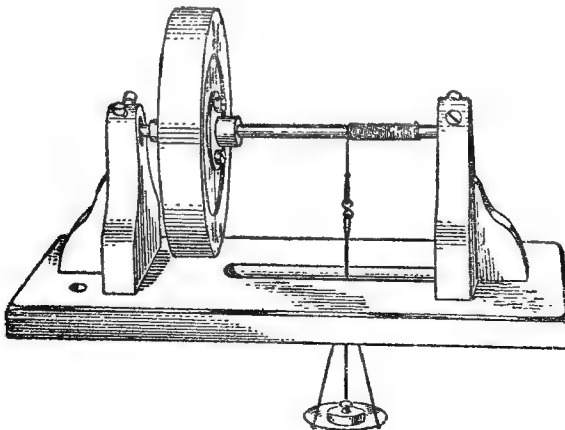
$(F_1 - F_2)$  என்பதை நீக்க,

$$\begin{aligned} m_1\ddot{z} + m_2\ddot{z} &= (m_1 - m_2)g - (F_1 - F_2) \\ &= (m_1 - m_2)g - \frac{I}{a^2}\ddot{z}. \end{aligned}$$

$$\therefore \ddot{z} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{a^2}}.$$

மூன்று வேறுபடுகின்ற முறைகளால் கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளின் ஒற்றுமை அடிப்படை எடுகோள்கள் சரியானவை எனக் காட்டுகிறது ; மேலும், தொகுதியை ஒரு விறைப்பான பொருளாகக் கருதலாம் என இது காட்டுகிறபடியால் இவ்வொற்றுமை சிறப்பான திருப்தியை அளிக்கிறது ; எனினும், 0 ஊடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்குத்துக் கோட்டிலிருந்து  $m_1, m_2$  என்பவற்றின் தூரங்கள் மாறுதிருப்பதாலேயே இவ்வாறுகிறது எனத் தெளிக. எளியவசூல்கள் போல் திணிவுகளும் அலையத் தொடங்குமாயின் தொகுதி ஒருபோதும் விறைப்பான பொருளாக மாட்டாது. (ஒப். பௌதிகத் தராசொன்றின் அலைவுகள், ப. 156.)

**பரிசோதனை.**—சுழற்சியச்சைக் குறித்து பறப்புச் சில்லொன்றின் சடத்துவத் திருப்பத்தைத் துணிதல். அதன் சுழற்சியச்சைக் குறித்து நீண்ட அச்சாணியுடைய சில்லொன்றின் சடத்துவத் திருப்பத்தைப் பின்வருமாறு காணலாம். சில்லானது கிடைநிலையில் ஏற்றப்படுகிறது. உராய்வைக் கூடிய அளவு குறைக்கும் பொருட்டு அச்சாணி குண்டுபோதிகைகளால் தாங்கப் படுகிறது—படம் 3·17 ஐ ஒப். அச்சாணியுடன், ஒரு துளையோ ஊசியோ இருக்கும் புள்ளியில், அச்சாணியைப் பன்முறை சுற்றப்பட்டிருக்கும் நானொன்றால் தெரிந்த திணிவொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. உராய்வு விசைகள் இல்லாதபோது இறங்கும் திணிவால் இழக்கப்படும் நிலைச் சக்தி சில்லுக்கும் திணிவுக்கும் இயக்கச் சக்தியாகச் செலுத்தப்படுகிறது.



படம் 3·17. பறப்புச் சில்லொன்று—அதன் சுழற்சியச்சைக் குறித்து அதன் சடத்துவத் திருப்பத்தைப் பரிசோதனை முறையால் துணிதல்.

அதாவது,

$$\left[ \begin{array}{c} \text{இறங்கும் திணிவின்} \\ \text{நிலைச் சக்தி நட்பம்} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{பறப்புச் சில்லின்} \\ \text{இயக்கச் சக்தி நயம்} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{திணிவின் இயக்கச்} \\ \text{சக்தி நயம்} \end{array} \right].$$

இப்பரிசோதனையில், திணிவு அதன் இழிவான நிலை (தரை)யை அடையும் பொழுது நாணின் மறுநுனி அச்சாணியிலிருந்து விலகும் நிலையில் இருக்குமாறு நாணின் நீளம் சரிப்படுத்தப்படுகிறது.

நடத்தும் எந்தப் பரிசோதனையிலும் உராய்வுக்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலையைவிட்டுத் திருத்தமொன்று இன்றியமையாது செய்யவேண்டியிருக்கின்றது; அதன் பொருட்டு, நாம் பின்வருமாறு ஆராய்வோம்.

(இறங்கும் தட்டினதும் உட்பட) திணிவு  $m$  உம், அது நிற்குமுன் திணிவின் இறக்கம்  $h$  உம் ஆகுக; விழும் திணிவு  $m$  நீக்கப்படுமுன், ஓய்வு நிலையிலிருந்து சில்லு  $N_1$  சுற்றுக்கள ஆற்றுக. சுற்றொன்றில உராய்வுக்கு எதிராகச் செய்யப்பட்ட வேலையானது  $X$  ஆகுக; அது ஒரு மாறிலி என்க. அப்பொழுது,

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + N_1X + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(I + ma^2)\omega^2 + N_1X;$$

இங்கு,  $I$  அதன் சுழற்சியச்சைக் குறித்து சில்லின் சுடத்துவத் திருப்பமும், அச்சாணியிலிருந்து நாண் நழுவி விழும்பொழுது  $\omega$  சில்லின் கோண வேகமும்,  $a$  ஆனது அச்சாணியின் ஆரையும் ஆகும்.

ஓய்வு நிலையை அடையும் வரை சில்லு  $N_2$  சுற்றுக்கள ஆற்றுமாயின்

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = N_2X.$$

$$\begin{aligned} \therefore mgh &= \frac{1}{2}\left(I + \frac{N_1}{N_2}\right)\omega^2 + \frac{1}{2}ma^2\omega^2 \\ &= \left[\frac{1}{2}\left(I + \frac{N_1}{N_2}\right) + \frac{1}{2}ma^2\right]\frac{4h^2}{a^2f^2} \quad \left[\because \omega = \frac{2h}{af}\right] \end{aligned}$$

இச்சமன்பாடு

$$I = ma^2\left(\frac{N_2}{N_1 + N_2}\right)\left(\frac{gf^2}{4\pi a N_1} - 1\right)$$

எனத் தருகிறது.

அதே திணிவைப் பயன்படுத்திப் பரிசோதனையை இரு முறை அல்லது மும்முறை திரும்பச் செய்தல் வேண்டும்;  $\omega$  என்பதைப் பெறும் போது  $\frac{N_1}{f}$  யின் சராசரிப் பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். வேறு திணிவுகளைப் பயன்படுத்தி இவ்வண்ணம் கிடைக்கப்பெற்ற  $I$  யின் பெறுமானத்தைச் சரிபிழை பார்த்தல் வேண்டும்.

$N_1$  ஐயும்  $N_2$  ஐயும் காணுவதற்கு, விழும் திணிவு தடுக்கப்படும் பொழுது கட்டிலைக்கக் கூடிய சோக்குக் குறியொன்றைச் சில்லின் பரிதியில் இட்டு வைத்தல் வசதியாம்.

அச்சாணியின் விட்டத்தைக் காட்டிலும் பயன்படுத்தியுள்ள நாணின் விட்டம் சிறிதாயிருத்தல் வேண்டும் ; இல்லாவிடில் மேற்படிச் சமன்பாடுகளிலுள்ள  $\alpha$  யின் பெறுமானம் அச்சாணி, நாண் என்பனவற்றின் ஆரைகளின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

திணிவு தரையைத் தொடும்பொழுது இருக்கின்ற அதன் வேகத்தை (அதி லிருந்து  $\omega$  வை) அறிவதற்குக் குறைவான திருத்தமுடைய முறையொன்று, திணிவின் இறங்கு நேரத்தைக் காண்பதேயாம். அது  $t_1$  ஆகுக. சீரான ஆர்முடுகலுடன் திணிவு இறங்கினதாதலாலும், அதன் தொடக்க வேகம் பூச்சியமாதலாலும், அதன் இறுதிவேகம் சராசரி வேகத்தின் இருமடங்கு ஆகும் ; அதாவது

$$v = 2\left(\frac{h}{t_1}\right).$$

ஆனால், வழக்கமாக  $t_1$  சிறிதே ; அதனைத் திருத்தமாய் அளத்தல் இயலாது ; இது ஒரு குறையாம்.

விறைப்பான பொருளொன்றின் திணிவுமையவியக்கமும் அம் மையத் தைக் குறித்து அதன் சார்பியக்கமும்.—செவ்வக ஆள்கூறுகளைக் குறித்துத் திணிவு  $M$  உடைய விறைப்பான பொருளொன்றின் திணிவுமையம் ( $x, y, z$ ) ஆகுக. அப்பொழுது, இயக்கத்தின் போது

$$M\ddot{x} = \Sigma(mx), \quad M\ddot{y} = \Sigma(my), \quad M\ddot{z} = \Sigma(mz).$$

எனவே, ப. 92 இல் இருப்பதுபோலவே

$$M'' = \Sigma X, \quad M\ddot{y} = \Sigma Y, \quad M\ddot{z} = \Sigma Z.$$

இவை, உண்மையில் பொருளின் திணிவுமையத்தில் வைக்கப்பட்டதும், பொருளைத் தாக்கும் புற விசைகளுக்குச் சமாந்தரமானவையும் சமனானவையுமான விசைகளால் தாக்கப்படுவதும், திணிவு  $M$  உடையதுமான துணிக்கையொன்றின் இயக்கச் சமன்பாடுகளாகும்.

எனவே, விறைப்பான பொருளொன்றின் திணிவுமையத்தில் அப்பொருளின் முழுத் திணிவையும் சேர்த்து வைத்து, அதன்போது எல்லாப் புற விசைகளையும் அவற்றின் தாக்கத் திசைகளுக்குச் சமாந்தரமாகத் தாக்க விடுவதால் வினையும் அசைவுபோலவே திணிவுமையத் தின் அசைவும் அமைந்திருக்கும்.

அடுத்து,  $G$  யைக் குறித்துப் பொருளின் துணிக்கையொன்றின் ஆள் கூறுகள் ( $\xi, \eta, \zeta$ ) ஆகுக ; பழைய செவ்வக அச்சுக்களைக் குறித்து அதன் ஆள்கூறுகள் ( $x, y, z$ ) என இருந்தன ; ஒத்த அச்சுக்கள் ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமாம். அப்பொழுது, இயக்கத்தின்போது

$$x = \xi + \xi, \quad y = \eta + \eta, \quad z = \zeta + \zeta.$$

$$\therefore \ddot{x} = \ddot{\xi} + \ddot{\xi}, \quad \ddot{y} = \ddot{\eta} + \ddot{\eta}, \quad \ddot{z} = \ddot{\zeta} + \ddot{\zeta}.$$

எனவே, ப. 92 இல் தரப்பட்ட சமன்பாடு

$$\Sigma m(x\ddot{y} - y\ddot{x}) = \Sigma(xY - yX)$$

என்பது

$$\begin{aligned} \Sigma m(\ddot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}) + \Sigma m(\dot{\xi}\ddot{\eta} - \eta\dot{\xi}) + \Sigma m(\ddot{x}\ddot{\eta} + \dot{\xi}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{\eta} - \eta\ddot{x}) \\ = \Sigma (\ddot{x} + \dot{\xi})Y - (\dot{y} + \eta)X \end{aligned}$$

என ஆகின்றது.

$$\begin{aligned} \text{இனி, } \frac{\Sigma(m\dot{\xi})}{\Sigma m} &= \text{திணிவு மையத்தை உற்பத்தியாகக் கொண்டு அதையே} \\ &\text{குறித்துத் திணிவு மையத்தின் } \dot{\xi} - \text{ஆள்கூறு} \\ &= 0. \end{aligned}$$

$$\therefore \Sigma(m\dot{\xi}) = 0, \quad \Sigma(m\dot{\eta}) = 0.$$

அதுபோலவே,

$$\Sigma(m\eta) = 0, \quad \Sigma(m\ddot{\eta}) = 0.$$

$$\therefore M(\ddot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}) + \Sigma m(\dot{\xi}\ddot{\eta} - \eta\dot{\xi}) = \Sigma (\ddot{x}Y - \dot{y}X + \dot{\xi}Y - \eta X).$$

ஆனால், இ.கை.ப. இலுள்ள முதல் இரு உறுப்புக்களும் வ.கை.ப. இலுள்ள முதல் இரு உறுப்புக்களுக்கும் சமன.

$$\therefore \Sigma m(\dot{\xi}\ddot{\eta} - \eta\dot{\xi}) = \Sigma (\dot{\xi}Y - \eta X).$$

அதன் திணிவுமையத்தைக் குறித்துப் பொருளொன்றின் இயக்கமும், திணிவுமையம் நிலைத்திருக்க பொருள் மீது அதே விசைகள் தாக்கும் பொழுது விளையும் இயக்கமும், அதுவேயாம் என்பதையே இச்சமன்பாடு உணர்த்துகிறது.

விறைப்பான பொருளொன்றின் திணிவுமைய இடப்பெயர்ச்சி, அதனுடாகச் செல்லும் அச்சொன்றைக் குறித்துப் பொருளின் சுழற்சி என்பவற்றின் சாராமம்.—விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கம் எதுவாகிலும், அதன் திணிவுமைய இடப்பெயர்ச்சி, அதன் திணிவுமையம் ஊடாகச் செல்லும் அச்சொன்றைக் குறித்து அதன் சுழற்சி என்பவற்றின் சாராமையை முந்திய இரு பந்திகளில் நிறுவியிருக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டொன்றாக, ஒரு சீரான ஈர்ப்புப் புலம் தாக்குகின்ற வெற்றிடமொன்றில் இயங்கும் வெடிகுண்டொன்றைக் கருதுவோம். குண்டு வெடித்துடைந்து சிதறுகிறது எனக்கொள்வோம். வெடித்தலால் தோற்றுக்கின்ற அக விசைகள் ஒன்றையொன்று சமமாக்குகின்றன; அவை எவ்வகையிலேனும் குண்டின் திணிவுமைய இயக்கத்தைப் பாதிக்கமாட்டா; எனவே, இம் மையமானது வெடித்தலுக்கு முன் அசைந்து கொண்டிருந்த அதே பரவளைவுப் பாதையிலேயே பின்னரும் தொடர்ந்து அசையும்.

இரு பரிமாணச் சுழற்சிச் சமன்பாடுகளின் இறுதி வடிவம்.—

$$M\ddot{x} = \Sigma X, \quad M\ddot{y} = \Sigma Y, \quad M\ddot{z} = \Sigma Z$$

என்னும் சமன்பாடுகள் நடைமுறைப் பிரச்சினைகளினிடத்தில் நேரடியான

பிரயோகத்துக்கு உகந்த குவடிவம் உடையதாயிருக்கிற போதிலும்,

$$\Sigma m(\ddot{x} - \eta \dot{x}) = \Sigma (\dot{x}Y - \eta X)$$

என்பதை ஒரு மாதிரியாகக் கொண்ட சமன்பாடுகள் உண்மையில் பயனுள்ளதாக வருமுன் அவை எளிய மாற்றமொன்றை அடைதல் வேண்டும். மேற்படிச் சமன்பாட்டால் உணர்த்தப்படுகின்ற இருபரிமாண வகையைக் கருதுக. இ.கை.ப.

$$\frac{d}{dt} \Sigma m(\dot{x} - \eta \dot{x})$$

என எழுதிக்கொள்ளமுடியும்.

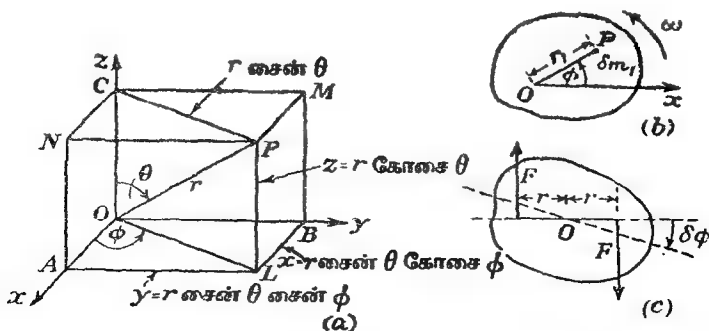
Q யை உற்பத்தியாகக் குறித்து, திணிவு  $m$  உடைய துணிக்கையின் முனைவாங்குறுகள்  $(r, \theta)$  ஆகுக. அப்பொழுது,  $\dot{x} = r$  கோசை  $\theta$ ,  $\eta = r$  சைன்  $\theta$ ; இங்கு,  $r$  ஆனது நேரத்தைச் சாராது.

$$\therefore \dot{x} - \eta \dot{x} = r \text{ கோசை } \theta (r \text{ கோசை } \theta) - r \text{ சைன் } \theta (-r \text{ சைன் } \theta) \\ = r^2 \dot{\theta}.$$

இனி, தகட்டின் கோணவேகம்  $\dot{\theta}$  ஆகும், ப. 56 ஓப., அது  $\omega$  என்க. எனவே

$$\Sigma m(\ddot{x} - \eta \dot{x}) = \frac{d}{dt} \Sigma m(\dot{x} - \eta \dot{x}) \\ = \frac{d}{dt} \Sigma m r^2 \dot{\theta} \\ = \dot{\theta} \Sigma m r^2 \\ = I \dot{\theta} \text{ அல்லது } I \omega.$$

இங்கு,  $I$  என்பது Q ஊடாகவும், தகட்டின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக வுமுள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து தகட்டின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும்.



படம் 3-18. தெக்காட்டின் ஆள்கூறுகளும் கோள முனைவாங்குறுகளும். கோணவுத்தம்.

நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன் றினிடத்து அக்கருத்தைப் பயன்படுத்துமுகமாக  $(x, y, z)$  இல் இருக் கின்ற திணிவு  $m$  உடைய துணிக்கையொன்றின் உந்தத் திருப்பத்தைக் கருதுவோம். குறிப்பிட்ட கணமொன்றில் துணிக்கையின் தானம்  $P$  யும், படம் 3·18 (a),  $P$  இல் அப்புள்ளியை வரையறுக்கும் கோளமுனைவான் கூறுகள்  $(r, \theta, \phi)$  உம் ஆயின்,

$$\left. \begin{aligned} x &= r \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \phi \\ y &= r \text{ சைன் } \theta \text{ சைன் } \phi \\ z &= r \text{ கோசை } \theta \end{aligned} \right\}.$$

$z$ -அச்சைக் குறித்துத் துணிக்கை சுழலுகிறபடியால்  $\theta$  மாறாது ;  $r$  ஒரு மாறிலி ஆகும் ; மேலும்,  $\phi = (\text{கோணவேகம்}) \omega$ . எனவே,

$$m(xy - yx) = m[r \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \phi \cdot r \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \phi \cdot \dot{\phi} + r \text{ சைன் } \theta \text{ சைன் } \phi \cdot r \text{ சைன் } \theta \text{ சைன் } \phi \cdot \dot{\phi}] = m[r^2 \text{ சைன்}^2 \theta \cdot \dot{\phi}].$$

எனவே,  $m$  அச்சைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றின் உந்தத் திருப்பம்  $\Sigma [mr^2(\text{சைன்}^2 \theta) \dot{\phi}]$  ஆகும் ; இக்கூட்டலில் பொருளினுள்ள எல்லாத் துணிக்கைகளும் அடங்கும். குறிப்பிட்ட துணிக்கைக்கும் அச்சுக்கும்  $r$  சைன்  $\theta$  என்பது சுழிப்பாரை ஆதலின், மேற்படிக்கோவையை  $I\dot{\phi}$  என எழுதலாம் ; இங்கு,  $I$  கருதப்படும் அச்சைக் குறித்து முழுப் பொருளின் சுடத்துவத் திருப்பம் ஆகும்.

**உந்தத் திருப்பமும் கோணவுந்தமும்.**—உந்தத் திருப்பம் என்பதின் பொருளை விளக்கி வைக்குமுகமாக, புள்ளி  $O$  ஊடாகவும் வரிப்படத் தளத் துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்லுகின்ற நிலையான அச்சொன்றைக் குறித் துக் கோணவேகம்  $\omega$  உடன் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றைக் கருதுவோம், படம் 3·18 (b). பொருளினுள்ள புள்ளி  $P$  யில் இருக்கின்ற சிறு துணிக்கையொன்றின் திணிவு  $\delta m_1$  ஆகுக.

$OP = r_1$  எனின்,  $P$  யின் நேர்கோட்டு வேகம்  $r_1 \dot{\phi}$ . அதன் உந்தம்  $(\delta m_1) r_1 \dot{\phi}$ . சுழற்சியச்சைக் குறித்து இவ்வுந்தத்தின் திருப்பம்  $(\delta m_1) r_1^2 \dot{\phi}$  ஆகும் ; எனவே, சுழற்சியச்சைக் குறித்து முழுப் பொருளின் உந்தத் திருப்பம்

$$\Sigma [(\delta m) r^2] \dot{\phi} = I \dot{\phi} \text{ அல்லது } I \omega.$$

இங்கு,  $I$  சுழற்சியச்சைக் குறித்துப் பொருளின் சுடத்துவத் திருப்பம் ஆகும்.

அதுபோலவே, கோண ஆர்முடுகலுக்கும் பிரயோகிக்கப்படும் இணைக்கு மிடையேயுள்ள தொடர்பைப் பின்வருமாறு பெறலாம். படம் 3·18 (c) இல் காட்டியுள்ளவாறு, விறைப்பான பொருளொன்றின்மீது இணையொன்று பிரயோகிக்கப்பட்டும் ; பொருள் ஒரு சிறு கோணம்  $\delta \phi$  அளவால் சுழலு கின்றதென்க ; அதே நேரம் கோணவேகம்  $\omega$  விலிருந்து  $\omega + \delta \omega$  வரை

கூடுக. இணையாற் செய்யப்பட்ட வேலை சுழலும் பொருளின் இயக்கச் சக்தி நயத்துக்குச் சமனாதலால்

$$F(2r\delta\phi) = \frac{1}{2}I[(\omega + \delta\omega)^2 - \omega^2].$$

$$\therefore [\Gamma = 2Fr \text{ உம் } \delta\omega^2 \rightarrow 0 \text{ உம் எனின்}] \quad \Gamma\delta\phi = I\omega\delta\omega,$$

அதாவது 
$$\Gamma \frac{\delta\phi}{\delta t} = I\omega \frac{\delta\omega}{\delta t}.$$

$$\therefore \Gamma = I\dot{\phi}.$$

**சுழற்சி விதிகள்.**—நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்துப் புற விசைகளின் திருப்பம்  $\Gamma$  என்பது

$$\Gamma = \frac{d}{dt}(I\dot{\phi})$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என ஏற்கெனவே நிறுவப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு  $I$  தரப்பட்ட அச்சைக் குறித்து பொருளின் சுடத்துவத் திருப்பமும்,  $\dot{\phi}$  அதே அச்சைக் குறித்துக் கோணவேகமும் ஆகும்.  $I$  மாறுதிருப்பின் மேற்படிக் கோவை  $I\dot{\phi}$  என ஆகிறது; எனவே,

$$\Gamma = I\ddot{\phi}.$$

எனவே, பின்வருகின்ற சுழற்சி விதிகளைப் பெறுகிறோம்.

(a) நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றைத் தாக்கும் புற விசைகளின் திருப்பம் பூச்சியம் ஆயின், அதே நிலைத்த அச்சைக் குறித்து அப்பொருளின் கோணவேகம் மாறாது.

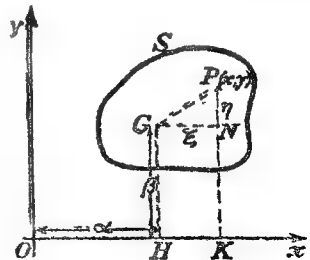
(b) நிலைத்த அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றினிடத்து ஆக்கப்படும் கோண ஆர்முமென் அதே அச்சைக் குறித்து வரும் புற விசைகளின் திருப்பத் திற்கு நேர்விதிசமமாகும்.

சுழலும் பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தி; கூனிக்கின் சூத்திரம்.— $xOy$  என்னும் தளமொன்றில் இயங்கும் அடர்  $S$  என்பதைக் கருதுவோம், படம் 3.19; அடரில்,  $P$  யிலுள்ளதும் திணிவு  $m$  உடையதுமான மாதிரித் துணிக்கையொன்றின் ஆள்கூறுகள்  $(x, y)$  ஆகுக. அடரின் திணிவு மையம்  $G$  ஐக் குறித்து இத்துணிக்கையின் ஆள்கூறுகள்  $(\xi, \eta)$  எனின், அடரின் இயக்கச் சக்தி அவ்வடரின் எல்லாத் துணிக்கைகளினதும் இயக்கச் சக்திகளின் கூட்டுத்தொகை என வரைவிலக்கணம் கூறுகிறபடியால், அது

$$W = \frac{1}{2} \sum m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

$$= \frac{1}{2} \sum m [(\dot{\xi} + \dot{\alpha})^2 + (\dot{\eta} + \dot{\beta})^2]$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு, நிலையான புள்ளி  $O$  வைக் குறித்து  $G$  யின் ஆள்கூறுகள்  $(\alpha, \beta)$  ஆகும்.



படம் 3.19. சுழலும் பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தி; கூனிக்கின் சூத்திரம்.



இனி,

$$\Sigma m \dot{\xi} = 0, \quad \Sigma m \eta = 0 \quad \text{ஆதலால்}$$

$$\Sigma m \dot{\xi} = 0 = \Sigma m \dot{\eta}.$$

எனவே,  $M = \Sigma m$  எனின்

$$W = \frac{1}{2} M (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2} \Sigma m (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2).$$

அடர் விறைப்பானதாதலால்  $\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 = r^2 \omega^2$ ; இங்கு,  $r^2 = \xi^2 + \eta^2$ ,  $\omega = \dot{\theta}$ ;  $\theta$  ஆனது அடரில் நிலையான நேர்கோடொன்று வெளி இடத்திலுள்ள நேர்கோடொன்றுடன் ஆக்கும் கோணம் ஆகும். [உண்மையில்,  $\dot{\xi} = -\eta \omega$ ;  $\dot{\eta} = \xi \omega$ .]

$$\therefore W = \frac{1}{2} M (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2;$$

இங்கு,  $M$  ஆனது  $G$  யின் வேகமும்,  $I_G$  ஆனது  $G$  ஊடாகவும், அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து அடரின் சடத்துவத் திருப்பமும் ஆகும். இது கூனிக்கின் (König's) சூத்திரம் எனப்படும்; இது அடரின் இயக்கச் சக்தியை இரு கூறுகளின் கூட்டுத்தொகையாக எடுத்துக்கூறுகிறது. அடரின் முழுத்திணிவும்  $G$  யிற் செறிந்து,  $G$  யின் அதே வேகத்துடன் அசையும் அத்திணிவின் இயக்கச் சக்திபோல் முதலாவது உறுப்பு அமைந்திருக்கிறது. இரண்டாவது உறுப்பு,  $G$  யில் நிலைத்ததும் அடரின் தளத்துக்குச் செங்குத்தானதுமான அச்சொன்றைக் குறித்துக் கோணவேகம்  $\omega$  உடன் நிகழும் சுழற்சிக்குரிய இயக்கச் சக்தியாகும்.

எந்த விறைப்பான பொருளின் இயக்கத்திலும் பயன்படக்கூடிய வகையிலே மேற்படிச் சூத்திரத்தை விரிவாக்க முடியும் என்பதைக் காட்டலாம்.

நிலையான அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றின் சக்திச் சமன்பாடு.—நிலையான அச்சொன்றைக் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றின் சுழற்சிக்குக் காரணமாக இருக்கின்ற விசைகளின் திருப்பம்  $\Gamma$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$\Gamma = I \dot{\theta} = I \dot{\omega};$$

இங்கு  $\theta$  ஆனது ஓய்வுநிலையிலிருந்து சுழன்ற கோணமும்,  $\omega$  ஆனது கருதப்படும் கணத்தில் பொருளின் கோணவேகமும் ஆகும்.

இனி,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \cdot \frac{d\omega}{d\theta}.$$

எனவே,

$$\Gamma = I \omega \cdot \frac{d\omega}{d\theta} = \frac{1}{2} I \frac{d}{d\theta} (\omega^2).$$

எனவே,

$$\int \Gamma d\theta = \frac{1}{2} I \omega^2 + \lambda;$$

இங்கு,  $\lambda$  ஒரு மாறிலி. தொடக்கக் கோணவேகம்  $\omega_0$  எனின்,  $\theta = 0$  ஆய் இருந்தபொழுது  $\omega = \omega_0$  எனின்,

$$0 = \frac{1}{2} I \omega_0^2 + \lambda,$$

இதிலிருந்து 
$$\int \Gamma d\theta = \frac{1}{2} I \omega^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2;$$

அதாவது, இணையாற் செய்யப்பட்ட வேலையானது பொருளின் சுழற்சிச் சக்திமாற்றத்துக்குச் சமனாகும்.

**கணத்தாக்கு முறுக்கம்.**—நேர்கோட்டு இயக்கவியலில்

$$F = m\ddot{x}$$

என்னும் சமன்பாட்டை  $\parallel$  தொடர்பாகத் தொகையிட்டுக் கணத்தாக்குச் சமன்பாட்டைப் பெறுகிறோம் ;

அதாவது,

$$\int_0^t F dt = m [\dot{x} - (\dot{x})_0] = m(v - u);$$

அதாவது, கணத்தாக்கானது நேர்கோட்டு உந்த மாற்றத்துக்குச் சமன என்றவாறு.

அதுபோலவே, சுழலும் பொருளொன்றின் சமன்பாடு

$$\Gamma = I\ddot{\theta} = I\dot{\omega}$$

என்பதிலிருந்து

$$\begin{aligned} \int_0^t \Gamma dt &= I \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega \\ &= I(\omega - \omega_0), \quad [(\omega)_0 = \omega_0 \text{ எனின்}], \end{aligned}$$

அல்லது,  $\omega_0$  பூச்சியத்தை அணுகுமிடத்து,  $I\omega$ .

பௌதிகவியலில்,  $\int_0^t \Gamma dt$  என்னும் கோவையின் அர்த்தத்தைக் காணும் பொருட்டு இடைத்தூரம்  $2r$  உள்ள இரு விசைகள்  $F$  ஆல்  $\Gamma$  ஆகின்றது என்க. இவ்விணையானது  $\delta t$  அளவு காலம் பிரயோகிக்கப்படுமாயின், கணத்தாக்கு  $2F \delta t$  ஆகும் ; மேலும், கணத்தாக்கின் திருப்பம்,

$$(2F \delta t) r = \Gamma \delta t = I \delta \omega.$$

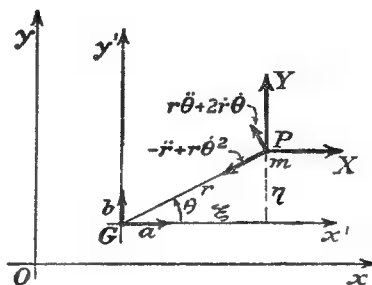
கணத்தாக்கு முடிவுள்ளதும் நிகழ்ச்சி நேரம்  $\parallel$  உடையதுமாயின் அதன் திருப்பம்

$$I \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = I(\omega - \omega_0),$$

அதாவது, சுழற்சி அச்சைக் குறித்துக் கணத்தாக்கின் திருப்பம், சுழலும் பொருளின் கோண உந்த மாற்றத்திற்குச் சமன் என்றவாறு.

அச்சைக்குறித்து, கணத்தாக்கின் திருப்பம் கணத்தாக்கு முறுக்கம் எனப்படும்.

வெளி இடத்தில் நிலையல்லாது ஆனால் தனக்கே சமாந்தரமாக அசையும் அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்.—வெளி இடத்தில் நிலையாயுள்ள அச்சுக்கள்  $Ox, Oy$  என்பவற்றிற்குச் சமாந்தரமான திசைகளில் முறையே  $a, b$  ஆகிய



படம் 3.20. வெளி இடத்தில் நிலையல்லாது ஆனால் தனக்கே சமாந்தரமாக அசையும் விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கம்.

ஆர்முடுகல்களுடன் அது அசைக. P யிலுள்ள திணிவு  $m$  உடைய சிறு துணிக்கையொன்றைத் தாக்கும் விசைகள்  $X, Y$  ஆகுக. G யைக் குறித்து P யின் ஆள்கூறுகள்  $\xi, \eta$  ஆயின், G யைக் குறித்து அதன் ஆர்முடுகல்கள்  $\dot{\xi}, \dot{\eta}$  ஆகும்; எனவே, நிலையான அச்சுக்கள்  $Ox, Oy$  என்பவற்றைக் குறித்து, இயக்கச் சமன்பாடுகள்

$$X = m(a + \dot{\xi}); Y = m(b + \dot{\eta}).$$

G யைக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால்

$$(Y\xi - X\eta) = m[(b + \dot{\eta})\xi - (a + \dot{\xi})\eta].$$

ஒவ்வொரு துணிக்கையையும் தாக்கும் விசைகளைக் கருதுமிடத்து, உள் மறுதாக்கங்கள் ஒன்றையொன்று நடுநிலையாக்குகின்றன எனக் கொண்டால், G யைக் குறித்து அழுத்திய புற விசைகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகையே எஞ்சியிருக்கின்றது; அது  $\Gamma$  என்க.

$$\begin{aligned} \therefore \Gamma &= \sum m[(b + \dot{\eta})\xi - (a + \dot{\xi})\eta] \\ &= b\sum m\xi - a\sum m\eta + \sum m(\dot{\eta}\xi - \dot{\xi}\eta). \end{aligned}$$

G யையே குறித்து G யின் ஆள்கூறுகள்  $(0, 0)$  ஆதலால், மேற்படிச் சமன்பாட்டிலுள்ள முதல் இரு உறுப்புகளும் மறைந்து

$$\Gamma = \sum m(\dot{\eta}\xi - \dot{\xi}\eta).$$

G யைக் குறித்து P யின் முனைவாஸ்கூறுகள்  $(r, \theta)$  ஆகுக. அப்பொழுது,  $\Gamma$  ஒரு மாறிலி ஆதலால் GP யிற்குச் செங்குத்தாக P யின்

ஆர்முடுகல்  $r\ddot{\theta}$  உம், PG இன் வழியே அது  $r\dot{\theta}^2$  உம் ஆகும். இவற்றை  $Gx'$  இற்கும்  $Gy'$  இற்கும் சமாந்தரமாகத் துணிக்க,

$$\dot{\xi} = -r\dot{\theta}^2 \text{ கோசை } \theta - r\ddot{\theta} \text{ சைன் } \theta,$$

$$\ddot{\eta} = r\ddot{\theta} \text{ கோசை } \theta - r\dot{\theta}^2 \text{ சைன் } \theta.$$

$$\therefore \dot{\xi}\ddot{\eta} - \ddot{\xi}\dot{\eta} = r^2\dot{\theta}.$$

$$\therefore \Gamma = \dot{\theta} \sum m r^2 = M k^2 \dot{\theta};$$

இங்கு,  $M k^2$  ஆனது G ஊடாகவும் வரிப்படத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து பொருளின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும்.

இச்சமன்பாடும், வெளி இடத்தில் நிலையானதும் G ஊடாகச் செல் கின்றதுமான அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் பொருளொன்றிற்குக் கிடைக்கப்பெற்ற சமன்பாடும் ஒன்றேயாம்.

(a) ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தான இரு அச்சங்களுக்குச் சமாந்தரமாக விசைகளைத் துணித்தும், பொருளின் முழுத் திணிவும் திணிவு மையத்தில் சேர்த்து வைக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொண்டு அவ்விசைகள் பொருளைத் தாக்குகின்றன எனக் கருதியும்,

(b) திணிவு மையத்திலூடாகச் செல்கின்ற அச்சொன்று வெளி இடத்தில் நிலைத்திருக்கிறது எனக் கருதி அதைக் குறித்துப் புற விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தும்

தனக்கே சமாந்தரமாக அசையும் அவ்வச்சைக் குறித்துச் சுழலும் பொரு ளொன்றிற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெறலாம்.

**சுழற்சியின் கணநிலை அச்சொன்றைக் குறித்துத் திருப்பங்கள்.**—நிலையான அச்சொன்றைக் குறித்துச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றிற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகளுள் ஒன்று,

$$I\omega = \text{நிலையான சுழற்சியச்சைக் குறித்துப் பொருளைத் தாக்கும் புற விசைகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை.}$$

பொதுவாகச் சுழற்சியின் கணநிலை அச்சொன்றைக் குறித்துத் திருப்பங் களைக் கணிக்குமிடத்து இச்சமன்பாடு பொருந்தாது. ஏற்கெனவே பயன் படுத்தியுள்ள குறிப்பீட்டுக்கிணங்க,

$$W = \frac{1}{2} M \omega^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2.$$

சுழற்சியின் கணநிலை அச்சைக் குறித்து எல்லாப் புற விசைகளினதும் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை  $\Gamma$  ஆகுக. காலம்  $t$  யில் "சமான முறுக்கப் புயத்தின்" நிலைமாற்றம்  $\delta\phi$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$\Gamma \delta\phi = \delta W.$$

$$\therefore \Gamma \frac{d\phi}{dt} = \frac{dW}{dt}.$$

$$\therefore \Gamma = \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} M (r\omega)^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 \right],$$

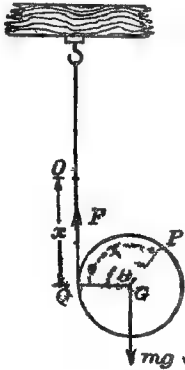
இங்கு,  $r$  ஆனது சுழற்சியின் கணநிலை அச்சிலிருந்து  $G$  யின் தூரம் ஆகும்; பொதுவாக, இது நேரத்துடன் மாறும்.

$$\therefore \Gamma = \frac{1}{\omega} [\frac{1}{2} M (2r\omega) (r\dot{\omega} + \dot{r}\omega) + \frac{1}{2} I_G \cdot 2\omega \cdot \dot{\omega}]$$

$$= M(r^2 + \kappa^2) \dot{\omega} + Mr \dot{r} \omega.$$

சுழற்சியின் கணநிலையச்சிலிருந்து  $G$  யின் தூரம் மாறாது இருப்பின், மேலதிகமான உறுப்பு  $Mr \dot{r} \omega$  மறையும்.

எடுத்துக்காட்டு.—பாரமற்ற நூலொன்று வட உருளையொன்றிற் சுற்றப்பட்டிருக்கிறது; நூலின் நுனி நிலையாகப் பிடிக்கப்பட்டிருக்க உருளை விழ விடப்படுகிறது. உருளையின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.



உருளையின் திணிவு  $m$  உம், அதன் ஆரை  $a$  உம் ஆகுக. தொடக்கத்திலுள்ள  $P$  யானது  $O$  வில் நூலைத் தொட்டிருந்தது எனக் கொள்க. நூலின் புள்ளி  $Q$  விலிருந்தே நூல் உருளையை விட்டுப் பிரியப்போகிறது என்க. உருளையின் திணிவுமையம்  $G$  ஆகுக;  $\theta = \widehat{PGQ}$  என்க. விசைகளை நிலைக்குத்தாகத் துணிக்க,

$$m\ddot{x} = mg - F;$$

இங்கு, நூலிலுள்ள இழுவை  $F$  உம், புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  உம் ஆகும்.  $G$  யைக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களை எடுக்க,

$$Fa = \text{கறங்கல அச்சைக் குறித்துப் புற விசைகளின் திருப்பம்}$$

$$= \text{அதே அச்சைக் குறித்துக் கோண உந்தம் மாறும் வீதம்}$$

$$= I \dot{\theta} = \frac{1}{2} m a^2 \dot{\theta}.$$

ஆனால்,  $x = a\theta$ . எனவே,  $\ddot{x} = a\ddot{\theta}$ .

$$\therefore m\ddot{x} = mg - \frac{1}{2} m a \left( \frac{\ddot{x}}{a} \right),$$

படம் 3.21. ஒரு நிலைத்த தாங்கியுடன் இணைந்துள்ள ஒரு நூலால் தாங்கப்படும் ஓர் உருளையின் இயக்கம் (உருளை விழ நூலின் சுற்றவியும்).

அதாவது,

$$\ddot{x} = \frac{2}{3} g.$$

[மாற்றாக, சுழற்சியின் கணநிலையச்சானது  $Q$  ஊடாகவும், வரிப் படத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செலின்றதாதலின்,

$$mga = m(a^2 + \kappa^2) \ddot{\theta};$$

இது  $\ddot{x} = a\ddot{\theta}$ ,  $\kappa^2 = \frac{1}{2} a^2$  என்பவற்றுடன் சேர்த்து

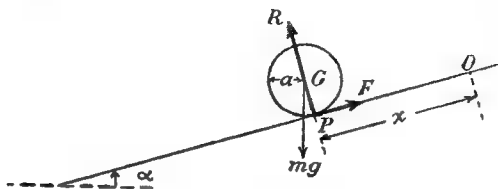
$$\ddot{x} = \frac{2}{3} g$$

எனத் தருகிறது.

சாய்தளமொன்றில் புவியீர்ப்பாலாகும் இயக்கம்.\*—திணிவு  $m$  உடைய சுற்றற்றின்மமொன்று புவியீர்ப்பின் தூண்டலால் தளத்தில் உருண்டு இறங்குகிறது எனக் கொள்வோம். சுழற்சியச்சு தளத்தின் உயர்சாய்வுக்

\*இத்தகைய எல்லா எடுத்துக்காட்டுகளிலும் தொடர்பு பொருள்கள் பூரண விறைப்பானவை எனக் கொள்ளப்படும்; உராய்வு இணையிலலை என்றவாறு. மேலும், இயக்கம் தனியுருளல் மட்டுமே ஆதலால் உராய்வுக்கு எதிராக வேலைசெய்தல் இல்லை எனவும் கொள்வோம்.

கோட்டுக்குச் செவ்வகை இருக்கிறது.  $R$  உம்  $F$  உம் முறையே பொருள் மீது தளம் ஆற்றும் மறுதாக்கத்தின் செவ்வன் கூறும் தொடலிக் கூறும் ஆகுக, படம் 3-22. (இம்மறுதாக்கத்தை ஒரு தனி விசையாக எடுக்கலாம்; அதாவது உராய்விணையிலீல என்றவாறு.) தளத்துடன்



படம் 3-22. சாய்தளமொன்றில் புவியீர்ப்பாலாகும் இயக்கம்.

தொடுகைவைத்து உருள்கின்ற பொருளினது வட்ட வெட்டின் ஆரை  $a$  யும், ஓய்வுநிலையிலிருந்து பொருளின் திணிவுமையம்  $G$  அசைந்துள்ள தூரம்  $x$  உம் ஆயின்,

$$\ddot{x} = a\ddot{\theta}. \dots\dots\dots (i)$$

இங்கு,  $\ddot{x}$  திணிவுமையத்தின் வேகமும்,  $\ddot{\theta}$  பொருளின் கோண வேகமும் ஆகும்.

தளத்துக்குச் சமாந்தரமாகவும் செங்குத்தாகவும் விசைகளைத் துணித்து, இப்பிரச்சினையில் இவ்வெல்லா விசைகளும்  $G$  மீதே தாக்குகின்றன எனக் கருத,

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= mg \text{ சைன் } \alpha - F \\ 0 &= mg \text{ கோசை } \alpha - R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (ii)$$

இங்கு, ■ தளத்தின் சாய்வும்,  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும் ஆகும்.

இனி,  $G$  ஊடாகவும் வரிப்படத் தளத்துக்குச் செவ்வகைவும் உள்ள (கறங்கலச்சு எனப்படும்) அச்சொன்றைக் குறித்து புற விசைகளின் திருப்பம்  $Fa$  ஆகும்; இது (மேற்படி அச்சைக் குறித்து) பொருளின் கோண உந்தம் மாறும் வீதம், அதாவது  $m\kappa^2\ddot{\theta}$  என்பதற்குச் சமன்; இங்கு,  $\kappa$  அதே அச்சைக் குறித்துத் திண்மத்தின் சுழிப்பாறை ஆகும். எனவே,

$$Fa = m\kappa^2\ddot{\theta} \dots\dots\dots (iii)$$

இச்சமன்பாடுகளிலிருந்து  $F$  ஐயும்  $\ddot{\theta}$  ஐயும் நீக்க,

$$m\ddot{x} = mg \text{ சைன் } \alpha - \frac{m\kappa^2\ddot{x}}{a^2},$$

அல்லது

$$\ddot{x} = \left( \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \right) g \text{ சைன் } \alpha \dots\dots\dots (iv)$$

மேலும்,

$$0 = mg \text{ கோசை } \alpha; F = \left( \frac{\kappa^2}{a^2 + \kappa^2} \right) mg \text{ சைன் } \alpha.$$

[ஓய்வுக் கணநிலை மையம் P என்பதைக் குறித்துப் புற விசைகளின் திருப்பத்தை எடுக்க,

$$mg \alpha \text{ சைன் } \alpha = m(a^2 + \kappa^2)\ddot{\theta}.$$

இது சமன்பாடு (iv) ஐ உடனே தருகிறது.]

F ஆனது  $\mu R$  ஐ மீற முடியாது என்னும் வழக்குராய்வு விதியைக் கொள்வோமாயின், நழுவலின்மைக்கான நிபந்தனை

$\mu mg \text{ கோசை } \alpha > \left( \frac{\kappa^2}{a^2 + \kappa^2} \right) mg \text{ சைன் } \alpha$ , அதாவது  $\mu \left( \frac{a^2 + \kappa^2}{\kappa^2} \right) > \tan \alpha$  என்பது ஆகும்; இங்கு,  $\mu$  உராய்வுக் குணகம்.

தளம் பூரண அழுத்தமுடையதாயின்  $F = 0$ ; அப்பொழுது, திண்மத்தின் இயக்கம்

$$m\kappa^2\ddot{\theta} = 0, m\ddot{x} = mg \text{ சைன் } \alpha,$$

அதாவது

$$\ddot{x} = g \text{ சைன் } \alpha.$$

எனவே, உராய்வு இருக்கும் பொழுது திணிவுமையம் G யின் ஆர் முடுகலானது உராய்வில் வழக்கல் உள்ளபோது இருக்கும் ஆர்முடுகலைக் காட்டிலும்

$$\left( \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \right) : 1$$

என்னும் விகிதத்திற் சிறிதாம்.

**வேறுமுறை.**—திண்மமானது தளத்தில் ஓய்வுநிலையிலிருந்து தூரம்  $\frac{1}{2}x$  உருண்டு இறங்குக. அப்பொழுது, அதன் நிலைச் சக்தி  $mgx \text{ சைன் } \alpha$  அளவு குறைகிறது. திண்மத்தின் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\kappa^2\dot{\theta}^2$  அளவு கூடுகிறது; இங்கு, குறியீடுகள் வழக்கமான கருத்துக்களைக் கொண்டிருக்கின்றன. இது,  $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\kappa^2\left(\frac{\dot{x}^2}{a^2}\right)$  ஆகும். பொருளொன்றின் நிலைச் சக்தி, அதன் இயக்கச் சக்தி என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகை ஒரு மாறிலி ஆதலின்,

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\kappa^2\left(\frac{\dot{x}^2}{a^2}\right) = mgx \text{ சைன் } \alpha.$$

$$\therefore \dot{x}^2 = 2gx \text{ சைன் } \alpha \left( \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \right).$$

இதை வகையிட, முன்போலவே

$$2\dot{x}\ddot{x} = 2\dot{x}g \text{ சைன் } \alpha \left( \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \right),$$

அல்லது

$$\ddot{x} = g \text{ சைன் } \alpha \left( \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \right).$$

**பரிசோதனை.**—மேலே கருதியுள்ள சுற்றற்றிண்மமானது சீரான கோளமோ ( $\kappa^2 = \frac{2}{3} \alpha^2$ ), உருளியோ அல்லது தட்டோ ( $\kappa^2 = \frac{1}{2} \alpha^2$ ), அல்லது வட்டவீளியமோ ( $\kappa^2 = \alpha^2$ ) ஆயின், கீழ்வரும் பரிசோதனையை நடத்திப் புனியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

கிடைத் தளத்துடன் சிறு கோணமொன்றை ஆக்கும வகையில் சாய்தளம் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (4 சமீ. விட்டமுடைய) உலோகத்தாலான கோளமொன்று தளத்தின் ஓரங்களை மீறுவண்ணம் அதனில் உருண்டு இயங்கும்பொருட்டுத் தளத்துடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற திருகுகளைப் பயன்படுத்தி அத்தளம் செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. தளத்தின் சாயவுக்கோணத்தை அளக்கும் பொருட்டுத் தளம் மீது நீளமான மரத்துண்டொன்றை வைக்க; மரத்தில் இருக்கின்ற நீண்ட நீர்மட்டமொன்று மரத்தின் கிடையான நிலையாக காட்டும்வரை தெரிந்த தடிப்புக்களுடைய இரு செவ்வகப் பித்தளைத் துண்டுகளைப் பயன்படுத்தி மரத்தை உயர்த்துக. மரத்துண்டானது தளத்தின் உயாசரிவுக்கோட்டுக்குச் சமாந்தரமென உறுதிப்படுத்தல் வேண்டும்; பின்னா மரமும் பித்தளைத் துண்டுகளும் ஒன்றையொன்று தொடும் இடங்களுக்கு கிடையையுள்ள தூரத்தை அளக்க. தேவைப்படும் கோணத்தை எளிதில் மதிப்பிடலாம்.

தளத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் அடி வரை கோளத்தின் உருளலுக்கான காலத்தை நோக்குக (தளத்தின் உச்சிககு அணித்தாயும் அதன் நீளத்துக்குச் செங்குத்தாயும் பொருத்தப் பட்ட மரத்துண்டொன்று கோளம் உருளத் தொடங்குவதற்கு மாட்டேற்றுகுறியொன்றாக உதவும்). மேற்படி தூரமானது (அதாவது, மாட்டேற்றுகுறியிலிருந்து தளத்தின் அடி வரையுள்ள உணமையான தூரம் சய கோளத்தின் ஆரை)  $x$  ஆகுக. அப்பொழுது. ஆர்முடுகல் சீரானது எனக் கொண்டால்

$$\ddot{x} = \frac{2x}{l^3}.$$

தளத்தின் ஒவ்வொரு சாயவுக்கும் இததகைய பல வாசிப்புகளின் சராசரியை எடுக்க; வெவ்வேறு சாயவுகளுக்கான விளைவுத் தொடரொன்றைப் பெறுக; தளத்தின் ஒரு முனையிலுள்ள ஓரே தனித் திருகைப் பயன்படுத்திச் சாயவை மாற்றுக.

$$\ddot{x} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \kappa^2} \cdot g \text{ சைன் } \alpha \text{ ஆதலின்}$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \kappa^2} \cdot g \text{ சைன் } \alpha \cdot t^2 \text{ அல்லது } x \text{ கோசீ} = \frac{1}{2} g \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \kappa^2} \cdot t^2.$$

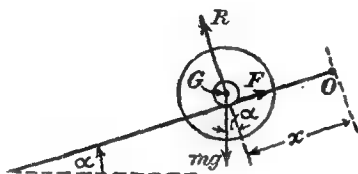
எனவே,  $t^2$  தொடர்பாகக் கோசீ  $\alpha$  என்பதைக் குறித்தால்  $\frac{1}{2} g \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \kappa^2}$  என்னும் சரிவுடைய நேர்கோடொன்று கிடைக்கவேண்டும். இச்சரிவை அளந்து சர்ப்புச் செறிவு  $g$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக.

தளம், கோளம் ஆகியவற்றின் பரப்புக்களில் துணுக்குகளும் நெய்யும் இராவிட்டாற்றான் நம்பத்தகுந்த விளைவுகளைப் பெறமுடியும். தூயமையாகியொன்றைப் பயன்படுத்தி இவற்றை அப்புறப்படுத்துதல் வேண்டும். துப்புரவாகலுக்குப் பின்னர் தூய பட்டுத்துண்டொன்றாலேயே கோளத்தைத் தொடுதல் வேண்டும்.

**சாய்தளமொன்றில் இறங்கும் சில்லுமச்சாணியுமொன்றின் இயக்கத்தைப் பற்றிய ஆராய்ச்சி.**—கிடைத் தளத்துடன் கோணம்  $\alpha$  விலிருக்கும் சாய்தளமொன்றில், திணிவு  $m$  உடைய சில்லுமச்சாணியும் அதனது ஓய்வு நிலையிலிருந்து உருண்டு இயங்கத் தொடங்குகிறதெனக் கொள்வோம். அச்சாணியானது எப்பொழுதும் சாய்தளத்தின் உயர் சரிவுக்கோட்டுக்குச் செவ்வகாக இருக்கிறது எனவும் கொள்வோம். இந்த எடுத்துக்காட்டிலே



சாய்தளம் நீண்ட மரப்பெட்டியொன்றாகும் ; அதன் பக்க ஓரங்கள் செப்பமாக சீவுளி போடப்பட்டிருக்கின்றன. பெட்டியின் ஒவ்வொரு ரேரத்திலும் ஒவ்வொரு புள்ளியாகத் தளத்தின் இரு புள்ளிகளில் அச்சாணி தொட்டுக் கொண்டிருக்கிறது ; தொடும் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும், தளத்துக்குச் செவ்வனாகவும் சமாந்தரமாகவுமுள்ள திசைகளில், தாக்கத்தின் உறுப்புக்கள்



படம் 3.23. சாய்தளம் ஒன்றில் சில்லும் அச்சாணியும்.

முறையே  $R$ ,  $F$  என்க, படம் 3.23. அப்பொழுது, சில்லைத் தாக்கும் விசைகள் அதன் நிறை  $mg$ , தாக்கத்தின் உறுப்புக்கள்  $2R$ ,  $2F$  என்பன ஆகும். உராய்வினை இல்லாமல், சில்லானது நழுவலின்றி உருளுமாயின், இயக்கத்தைத் தீர்மானிக்கும் சமன்பாடுகள்

$$mg \text{ சைன் } \alpha - 2F = m\ddot{x} \dots (i)$$

$$2R - mg \text{ கோசை } \alpha = 0 \dots (ii)$$

மேலும், திணிவுமையம்  $G$  ஐக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால்

$$2Fa = I\ddot{\theta}$$

$$\dots (iii)$$

= கறங்கலச்சைக் குறித்துக் கோண உந்தம் மாறும் வீதம் ;

இங்கு,  $a$  அச்சாணியின் ஆரையும்,  $x$  ஓய்வு நிலையிலிருந்து  $G$  அசைந்த தூரமும்,  $\theta$  ஓய்வு நிலையிலிருந்து சில்லின் எந்த ஆரையும் திரும்பியுள்ள கோணமும் ஆகும். அப்பொழுது,

$$I = \frac{2Fa}{\ddot{\theta}} = \frac{(mg \text{ சைன் } \alpha - m\ddot{x})}{\ddot{\theta}} a.$$

சில்லு, தளம் ஆகியவற்றின் தொடுகைப் புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றும் ஓய்வுக் கணநிலை மையங்கள் ஆதலின்  $\ddot{x} = a\ddot{\theta}$  ; எனவே,  $\ddot{x} = a\ddot{\theta}$  எனவே,

$$I = \frac{(mg \text{ சைன் } \alpha - m\ddot{x})}{\ddot{\theta}} a^2,$$

அல்லது,

$$\ddot{x} = \frac{mga^2 \text{ சைன் } \alpha}{(I + ma^2)} = \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \cdot g \text{ சைன் } \alpha \dots (iv)$$

இங்கு வழக்கம்போல்,  $I = m\kappa^2$ .

**பரிசோதனை.**—தளம் வழியே ஆரமுடிகல் சீரானது என மேற்படி சமன்பாடுகளிலிருந்து தெரியவருகிறது. பரிசோதனைமுறைப்படி இதனை நிலைநிறுத்தும்பொருட்டுத் தளத்தில் சிலனு வெவ்வேறு தூரங்களை உருண்டு இயங்குவதற்கான கால அளவுகளை நோக்குக ; தளத்தின் உயர் சரிவுக்கோடு வழியே தூரங்கள் அளக்கப்படுகின்றன ; வழக்கம்போல், குறிப்பிட்ட ஒவ்வொரு உருண்ட தூரத்துக்கான காலம் மும்முறை நோக்கப்படுகிறது. தூர-நேர வளியியை வரைக. வரைபானது நேர்கோட்டுக்குரிய தலத்தால்தலால இயக்கத்தின் போது வேகம் சீரானதன்று என்பது தெளிவாம். வளியியின் வெவ்வேறு புள்ளிகளிலே

தொடலிகள் வரைந்து அவற்றின் சாய்வுகளை (அதாவது, தளத்தில் சில்லின் வெவ்வேறு நிலைகளுக்கொத்த  $\alpha$  இன் பெறுமானங்களை)க் காண்க. அடுத்து, வரையப்படும் வேக-நேர வளையி நேர்கோடாயின் இயக்கம் சீராய் வளர்ந்த வேகத்துடன் எனக் கொள்ளலாம்.

ஆர்முடுகல சீரானது என நிறுவியுள்ளபின்

$$\alpha = \frac{1}{2} \alpha^2 \quad \dots \dots \dots (v)$$

தேவைப்படும் சடத்துவத் திருப்பத்தை வரைபுமுறைப்படி, பின்வருமாறு துணியலாம். சமன்பாடுகள் (iv) ஐயும் (v) ஐயும் பயன்படுத்த,

$$\text{கோசீ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg\alpha^2}{\alpha (I + m\alpha^2)} \cdot l^2.$$

எனவே,  $\alpha$  இன் நிலையான பெறுமானமொன்றிற்கு  $l^2$  இறகு எதிரே கோசீ  $\alpha$  ஐக் குறித்தால் நேர்கோட்டின் சரிவு

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{mg\alpha^2}{\alpha (I + m\alpha^2)}.$$

இதிலிருந்து I யைக் கணிக்கலாம்.

**வேறுமுறை.**—சிலலானது ஒரு நிலைக்குத்துத் தூரம்  $h$  இயங்கியதும் சில்லின் கோணவேகம்  $\omega$  எனவும், திணிவுமையத்தின் நோவேகம்  $x$  எனவும் கொள்வோம். அப்பொழுது சகதிச் சமன்பாடு

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m x^2$$

அல்லது,  $mgh$  சைன்  $\alpha = \frac{1}{2} \left[ I \left( \frac{x}{a} \right)^2 + m x^2 \right]. \quad [\because \alpha \omega = x] \quad \dots \dots \dots (vi)$

மேற்படி கோவையை நேரம் தொடர்பாக வகைமிட,

$$mgh \text{ சைன் } \alpha = \left[ \frac{I}{a^2} + m \right] x \cdot \dot{x}.$$

இதிலிருந்து, முன்னர்போலவே  $\dot{x} = \frac{mgh \alpha \text{ சைன் } \alpha}{I + m\alpha^2}.$

தளத்தின் கோணத்தைக் காணும்பொழுட்டு, இரு செவ்வக உலோகத்துண்டுகள் தளத்தின் உயர் சரிவுக்கோட்டுக்கு அவற்றின் ஓரங்கள் செங்குத்தாயிருக்க, அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இவற்றின்மீது, உயர் சரிவுக்கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமாகப் பித்தளையாலான நீண்ட நேரான சட்டமொன்று ஏற்றப்படுகிறது. சட்டம் கிடையாக வரும்வரை உலோகத் துண்டுகளின் தானங்கள் செப்பச் செய்யப்படுகின்றன; நீர்மட்டமொன்றைப் பயன்படுத்தி இந்நிபந்தனையை நிறைவேற்றலாம். இனிக் கோணம்  $\alpha$  வைக் காணமுடியும். [தளத்தின் ஒவ்வொரு நிலையிலும் உலோகத்துண்டுகளை வெவ்வேறு இடங்களில் வைத்துப் பரிசோதனையின் இப்பகுதியைக் குறைந்தது மும்முறை என்றாலும் மறுபடி செய்து  $\alpha$  என்பதற்குச் சராசரிப் பெறுமானம் கணிக்கப்படுகிறது.]

### பயிற்சி III

3-01. எந்த ஒரு அச்சையும் குறித்து பொருளொன்றின் சடத்துவத் திருப்பத்திற்கு அப்பொருளின் திணிவுமையம் ஊடாகச் செல்கின்ற சமாந்தர அச்சைக் குறித்த சடத்துவத் திருப்பம், அச்சக்களின் இடைத்தூரம் என்பவை கொண்ட கோவையொன்றைப் பெறுக.

ஒன்று திண்மமானதும், மற்றையது பொள்ளானதும், ஆனால் வெவ்வேறான திரவியங்க ளாலானவையுமான, இரு உலோகக் கோளங்கள் ஒரே திணிவும், புற விட்டமும், வெளித் தோற்றமும் உடையனவாம். கோளங்களைத் தீண்டாமல் எது திண்மமானது, எது பொள்ளா னது என அறிதற்கான எவ்வி முறையொன்றை விவரித்துக்கூறி விளக்குக. (G)

3.02. அச்சொன்றைக் குறித்து விறைப்பான பொருளொன்றின் சடத்துவத் திருப்பத்திற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக. அடர்ப் பொருளொன்றின் தளத்தினுள்ளதும் ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தானதுமான இரு நோக்கோடுகளைக் குறித்து அப்பொருளின் சடத்துவத் திருப்பங்கள்  $I_x$ ,  $I_y$  எனின், கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளி ஊடாகச் செல்கின்ற செங்குத்தான அச்சைக் குறித்த சடத்துவத் திருப்பம்

$$I_z = I_x + I_y$$

எனக் காட்டுக.

ஆரை  $n$  சமீ கொண்ட வட்டத்தட்டு ஒன்றிற்கு அதன் ஆரையொன்றை இருகூறிடுவதும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தானதுமான அச்சொன்றைப் பற்றிச் சுழிப்பானை

$$K = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

எனக் காட்டுக.

3.03. சீரான உருளையொன்று மாறுத் திணிவு  $m$  உடையதாம். அதன் முழு நீளம்  $2l$  உம், குறுக்குவெட்டு ஆரை  $a$  யும் ஆகும். உருளையின் மையம் ஊடாகவும் அதன் நீளத் துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சொன்றைக் குறித்து அவ்வுருளையின் சடத்துவத் திருப் பத்தின் இழிவுப் பெறுமானத்திற்கான  $\frac{I}{a}$  என்னும் விசித்தைக் காண்க.  $[\sqrt{3} : 2\sqrt{2}]$

3.04. திணிவு  $m$  கொண்ட சீரான எந்த முக்கோணவடிவமுள்ள தட்டு ABC என்பதற்கும் A ஊடாகவும் தட்டுக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைப் பற்றிச் சடத்துவத் திருப்பம்

$$\frac{m}{12} [3b^2 + 3c^2 - a^2]$$

எனக் காட்டுக.

3.05. திணிவு  $M$  உம், ஆரை  $a$  யும் உடைய ஈயத்தாலான, சீரான பெரிய கோளமொன்று கிடையான தளமொன்றில் ஓய்வாயிருக்கிறது. திணிவு  $m$  ஐயுடைய சிறு துப்பாக்கிக் குண்டொன்று வேகம்  $u$  உடன் கிடையாகக் கோளத்தினுள் சுடப்படுகிறது; குண டின் இயக்கக்கோடு கோளத்தின் மையத்தை நோக்கி அமைந்திருக்கிறது. தளத்தில் கோளம் நழுவாது எனக் கொண்டு, தளம் மீது  $u$  என்னும் ஓரவேகத்துடன் கோளம் உருளத் தொடங்கும் எனக் காட்டுக; இங்கு,  $\mu$  ஆனது

$$\mu = \frac{5}{7} \frac{m}{M}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தரப்படுகிறது.

3.06. திணிவு  $m$  கொண்ட, சீரான, திண்ம வட்டவுருளையொன்று கிடையாயிருக்கின்ற அதன் அச்சைக் குறித்துச் சுயாதீனமாகச் சுழலமுடியும். உருளையைச் சுற்றியிருக்கின்ற ஈயா இழையொன்றின் துளியில் திணிவு  $m_0$  உள்ள துணிக்கையொன்று தொங்குகிறது. தொகுதி அசையுமாறு விடுவிக்கப்பட்டதும் சீரான ஆர்முடுகல்

$$\frac{2m_0 g}{m + 2m_0}$$

என்பதுடன் துணிக்கை இயங்குகிறது எனக் காட்டுக.

3-07. சேரான சதுரமுகியொன்று, கிடையாயிருக்கின்ற அதன் ஓரமொன்றைக் குறித்து ஊசலாடுகிறது; உயர்வான நிலைகளில் புவிவீர்ப்பு மையமும சமநிலைச்சம் ஒரே மட்டமாக இருக்கின்றன. அச்சின் மீதுள்ள உதைப்பு எப்பொழுதும்  $0.25W$  இற்கும்  $2.5W$  இற்கும் இடையேயுள்ள பெறுமானமொன்றை உடையது என நிறுவுக; இங்கு,  $W$  சதுரமுகியின் திணிவு ஆகும்.

3-08. வீதிவழியாக வேகம்  $\equiv$  உடன் செல்லும் நான்கு-சிலுவ வண்டியொன்றின் இயக்கச் சக்தியானது

$$\frac{1}{2} \left( M + 2 m \frac{K^2}{\alpha^2} \right) u^2$$

எனப்பதற்குச் சமன் எனக் காட்டுக. இங்கு  $M$  ஆனது வண்டி, சிலிலுகள் என்பவற்றின் மொத்தத் திணிவும்,  $mK^2$  அச்சாணியைக் குறித்து ஒவ்வொரு சோடிச் சிலிலின் சடத்துவத் திருப்பமும்,  $\alpha$  ஒவ்வொரு சிலிலின் ஆரையும் ஆகும்.

$F$  என்னும் விசை, மட்டமான பாதையொன்றில் வண்டியைச் செலுத்துமாயின் ஆர்முடுகல்

$$\frac{F}{\left( M + \frac{2mK^2}{\alpha^2} \right)}$$

எனக் காட்டுக.

3-09. செங்குத்தான அச்சுக்கள்  $OA$  யையும்  $OB$  யையும் பற்றித் தட்டொன்று சமச்சீரானதாகும்.  $OA$ ,  $OB$  என்பவற்றின் தளத்தில்,  $OA$  யுடன் கோணம்  $\theta$  ஆக்கும் வண்ணம்  $OC$  என்னும் அச்சொன்று வரையப்படுகிறது.  $OA$  யையும்  $OB$  யையும் குறித்த சடத்துவத் திருப்பங்கள் முறையே  $I_1$  உம்  $I_2$  உம் ஆயின்  $OC$  யைக் குறித்த சடத்துவத் திருப்பம்

$$(I_1 \text{ கோசை}^2 \theta + I_2 \text{ சை}^2 \theta)$$

எனக் காட்டுக.

கிடைத் தளத்துடன்  $\alpha$  சாய்வுடைய சமாந்தரத் தண்டவாளங்கள் மீது, அச்சாணி தண்டவாளங்கள் மேலும் சிலுவ அவற்றிற்கிடையிலும் என்றவாறு, ஒரு சிலுமச்சாணியும் கீழ்முகமாக உருளும். கணிப்புக்குத் தேவையான சூத்திரத்தைப் பெற்று, எவ்வாறு சிலிலின் தளத்துக்குச் செங்குத்தான மையலச்சைக் குறித்து சிலுமச்சாணியும் என்பதற்கான சடத்துவத் திருப்பத்தைத் துணியலாம் என்பதை விளக்குக. (G)

3-10. ஆரை  $\equiv$  ஆன உருளையான மத்தளமொன்று கிடையாயிருக்கின்ற அதன் அச்சைக் குறித்துச் சுயாதீனமாகச் சுழல் முடியும். மத்தளத்தைச் சுற்றியிருக்கின்ற இலேசான கயிறொன்றின் ஒரு நுனி அதனுடன் பற்றப்பட்டிருக்கின்றது. மறுநுனி திணிவு  $m$  ஒன்றைக் காவுகிறது. சுழற்சியச்சைக் குறித்து மத்தளத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  எனின் தொகுதி ஓய்வுநிலையிலிருந்து சுயாதீனமாக அசையும்பொழுது கயிறுநிலுள்ள இழுவை

$$\frac{Img}{(I + m\alpha^2)}$$

என நிறுவுக.

3-11. புவியானது ஆரை  $a$  ஆயுள்ள கோளமொன்று எனவும், அதன் சுழற்சியச்சைப் பற்றி அது சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  உடையது எனவும் கொள்க; அதன் பரப்பிலுள்ள பொருள்கள் யாவும் ஓய்வாயிருக்கும்பொழுது மட்டுமே அதன் கோணவேகம்  $\omega$  ஒரு மாறிவி ஆகும். திணிவு  $m$  கொண்ட புகைவண்டியொன்று ஒரு முனைவில் தொடங்கி மாறுவேகம்  $v$  உடன் நள்வானொன்று வழியே செல்லுகிறது. அது மறு முனைவை அடையும் நேரத்தில் கோளம் திரும்பியுள்ள கோணம்

$$\frac{\pi \omega a}{v} \left( \frac{I}{I + m\alpha^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

என நிறுவுக.

3.12. சில்லுமச்சாணியுமொன்றில் திணிவுகள்  $m_1$  உம்  $m_2$  உம் சமநிலையில் இருக்கின்றன. உராய்வும் பொறியின் சடத்துவமும புறக்கணிக்கத்தக்கனவாயின், திணிவுகளை ஒன்றை மற்றொன்றுடன் மாற்றினால் திணிவு  $m_1$  ஆனது ஆர்முடுகல

$$\frac{m_1(m_1 - m_2)g}{m_1^2 - m_1 m_2 + m_2^2}$$

என்பதுடன் இறங்கும் என நிறுவுக.

3.13. பறப்புச்சில்லொன்று, திணிவு  $m$  இரு. உம் ஆரை  $\alpha$  யும் உடைய சீரான வட்டத் தட்டொன்றாலும் அதத்தட்டின் ஓரத்தில் மெல்லிய படையாகப் பரப்பியுள்ள திணிவு  $M$  இரு என்பதாலும் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.  $t$  செக். இல் கோணவேகம்  $N$  சுற். நிமி.  $-1$  பிறப்பிக்கும் பொருட்டுச் சிலலுமீது பிரயோகிக்கப்படவேண்டிய இணையானது  $3.27 \times 10^{-3} N \alpha^3 (M + \frac{1}{2}m) t^{-1}$  இரு-நிறை-அடி என நிறுவுக. தட்டுக்குப்பதிலாகத் திணிவு  $m$  உம் ஆரை  $\alpha$  யும் உடைய கோளமொன்றைப் பயன்படுத்தித் திணிவு  $M$  ஐச் சுழற்சியச்சுக்குச் செங்குத்தான விட்டத் தளமொன்றில் வைத்தால் எம்மாற்றத்தை மேற்படி கோவை அடையும்?

3.14. உராய்வைப் புறக்கணிக்கத்தக்க வகையிலே கிடையான அச்சொன்றைப் பற்றி சில்லுமச்சாணியுமொன்று சுழல்கிறது. ஆரை  $a$  ஆன அச்சாணியைச் சுற்றியுள்ள ராயா இழையொன்றின் நுனியில் தாங்கப்பட்டிருக்கிற திணிவு  $m$  என்பதின் இறக்கத்தாலேயே இயக்கம் உண்டாகிறது. காலம்  $t$  யில் திணிவு ஓய்வு நிலையிலிருந்து ஒரு தூரம்  $x$  விழுமாயின், சுழற்சியச்சைக் குறித்து சில்லுமச்சாணியும் என்பதின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$m a^2 (g^2 - 2x) (2x)^{-1}$$

எனக் காட்டுக; இங்கு,  $g$  புனியீயப்புச் செறிவு ஆகும்.

3.15. ஒவ்வொரு பக்கமும் நீளம்  $a$  யான,  $n$  பக்கங்கள் உடைய, ஒழுங்கான பல்கோணி யொன்றிற்கு அதன் மையம் ஊடாகவும் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சைப் பற்றி சுழிப்பாரை ( $K$ ) யைக் காண்க. மேலும்,  $n$  முடிவிலியை அணுகும்பொழுதுள்ள  $K$  யின் பெறுமானத்தைப் பெறுக.

$$\left[ K^2 = \frac{1}{12} a^2 \frac{2 + \text{கோசை } 2\pi/n}{1 - \text{கோசை } 2\pi/n} \right]$$

3.16. எவ்வாறு அறவூட் பொறியைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்ட நிலைமொன்றிலுள்ள புனியீப்புச் செறிவைத் துணியலாம் என்பதை விவரித்து விளக்கிக் கூறுக. எவ்வாறு கப்பியின் சடத்துவத்தாலான விளைவை (i) கணிப்பிலிருந்து நீக்கலாம் (ii) கணித்துத் திருத்தமொன்றைப் பிரயோகிக்கலாம் என்பதைக் காட்டுக.

## அதிகாரம் IV

### எளிய இசையியக்கம்

எளிய இசையியக்கம்.—துணிக்கையொன்று, இயக்கக் கோட்டிலுள்ள நிலையான புள்ளியொன்றை நோக்குமுகமாகவும் அப் புள்ளியிலிருந்து அத்துணிக்கையின் தூரத்திற்கு நேர்விதிதசமமாகவும் உள்ள விசையொன்றின் தாக்கத்தால் அசையும் பொழுது, அவ்வசவு எளிய இசையானது எனப்படும்.

நேரம்  $t$  யில், நிலையான புள்ளி  $O$  விலிருந்து துணிக்கையின் தூரம்  $x$  ஆகுக;  $x$  இன் நேரத்திசையில், அதாவது  $x$  கூடுந் திசையில் அதன் ஆர்முடுகல்  $\ddot{x}$  ஆகும்; எனவே அதே திசையிலே தாக்குகின்ற விசை  $m\ddot{x}$  ஆகும். எனவே இயக்கத்தின் வகையீட்டுச் சமன்பாடு

$$m\ddot{x} = -\kappa x,$$

இங்கு  $\kappa$  என்பது துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி அலகொன்றிற்கான விசை ஆகும்;  $x$  இன் போக்குககு விசை எப்பொழுதும் எதிராதலின், சயக்குறி வேண்டியதாம்; அதாவது,  $x$  நேர் எனின் விசை மறை எனவும், இதன் மறுதலை எனவும் உளது.

$\kappa = m\beta$  என எழுதினால் மேற்படி சமன்பாடு  $\ddot{x} = -\beta x$  ஆகின்றது!

$$x = A \text{ கோசை } (\beta^{\frac{1}{2}}t + \alpha)$$

எனபது அதன தீர்வொன்றாகும்; இங்கு  $A$  யும்  $\alpha$  வும் எதேச்சை மாறிலிகள் ஆகும். [இவ்விடத்தில் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி அலகொன்றிற்குரிய ஆர்முடுகல்  $\beta$  என்பது குறித்தற்பாலது.]

எனவே இயக்கம் ஆவர்த்தனமானதாகும்; அதாவது எப்பொழுது அவத்தை  $(\beta^{\frac{1}{2}}t + \alpha)$  என்பது  $2\pi$  அளவு கூடுகிறதோ அப்பொழுது  $x$ ,  $\ddot{x}$  என்பவற்றின் பெறுமானங்கள் மறுபடியும் தோன்றும். ஆவர்த்தன காலம்  $T$  ஆகுக. அப்பொழுது  $t_1$  எனபதால் குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி  $x_1$  எனின்

$$x_1 = A \text{ கோசை } (\beta^{\frac{1}{2}}t_1 + \alpha).$$

மேலும்  $(t_1 + T)$  என்னும் நேரத்தில் துணிக்கை அதே இயக்க நிலையில் திரும்பவும் இருக்கும். எனவே

$$\text{கோசை } (\beta^{\frac{1}{2}}t_1 + \alpha) = \text{கோசை } [\beta^{\frac{1}{2}}(t_1 + T) + \alpha],$$

$$\therefore \beta^{\frac{1}{2}}t_1 + \alpha + 2\pi = \beta^{\frac{1}{2}}(t_1 + T) + \alpha$$

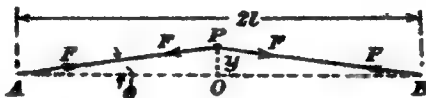
$$\text{அத்துடன்} \quad T = \frac{2\pi}{\beta^{\frac{1}{2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{இடப்பெயர்ச்சி அலகொன்றிற்கான ஆர்முடுகல்}}}.$$

ஆவர்த்தன காலமானது இயக்க வீச்சு  $A$  யைச் சாராதது குறித்தற்பாலது; இத்தகைய அதிர்வுகள் சமகால அதிர்வுகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு (i).—இரு நிலைத்த புள்ளிகளுக்கிடையே ராக்கப்பட்டிருக்கின்ற கம்பியொன்றின் மையப்புள்ளியில் திணிவு  $m$  கொண்ட துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. கம்பியிலுள்ள இழுவை  $F$ . பக்கத்திற்குரிய சிற்றலைவுகளின் ஆவாத்தன காலத்தைக் காண்க.

அதன் ஓய்வு நிலையிலிருந்து குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில், துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சி  $y$  ஆகுக—படம் 4.01 ஐ ஒப. இடப்பெயர்ச்சி சிறிதாயின் கம்பியிலுள்ள இழுவை மாறாது இருக்கும். மேலும் கம்பியின் சடத்துவத்தைப் புறக்கணித்தால், துணிக்கையின் இயக்கம்

$$m\ddot{y} = -2F \text{ சைன் } \theta = -\frac{2Fy}{l}.$$



படம் 4.01. ஈர்க்கப்பட்ட கம்பியொன்றின் மையத்திலுள்ள துணிக்கையின் அலைவுகள்.

இருகு  $2l$  நிலைத்த புள்ளிகளின் இடைத்தூரம். துணிக்கை மீது தாக்குகின்ற மீள்தரு விசையானது  $y$  யைக் குறைக்குமாறு அமைந்திருக்கிறபடியால் மறைக் குறி பயன்படுத்தப்படுகிறது. எனவே ஆவர்த்தன காலம்

$$2\pi \sqrt{\frac{ml}{2F}}.$$

எடுத்துக்காட்டு (ii).—நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரி வில்லொன்றுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்ற பொருளொன்றின் நிலைக்குத்தலைவுகளின் ஆவாத்தன காலத்தைக் காண்க.

இவ்வெடுத்துக்காட்டில் நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து, புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய சுரி வில்லொன்றால், தொங்கும் பொருளின் இயக்கத்தைக் கருதல வேண்டும். பொருளின் திணிவு  $M$  ஆகுக. வில் ஓய்வாயிருக்கும் பொழுது அதன் கீழ்முனை ஏதேனும்பொருள் வரையறுத்த தானத்தைப் பெற்றிருக்கும்.  $M$  உடன் மேலதிகமான சிறு திணிவு  $m$  இணைக்கப்பட்டபொழுது வில்லின் கீழ்முனை இயங்கிய தூரம்  $h$  ஆகுக. வில் கால்கின்ற முழுச் சுமையிலிருந்து திணிவு  $m$  அப்புறப்படுத்தப்பட்டால் வில்லின் கீழ்முனையின் தானம்  $h$  அளவு உயர்த்தப்படும் எனப் பரிசோதனை காட்டுகிறது. மேலும்  $h$  ஆனது  $m$  இரகு நேர்விதிசமம் எனவும் அது தெரிவிக்கிறது.

எனவே, சுமை  $M$  உம் வில் ஈாகப்பட்ட அளவு  $y$  யும் ஆயின், சுமையை அதன் தொடக்க நிலையை மீளச்செய்யுமாறு முயல்கின்ற விசையானது, நிலைக்குத்தாகவும் கீழ் முகமாகவும் தாக்குகின்ற நிறை  $Mg$ , மேல்முகமான இழுப்பு  $\left[M + \frac{m}{h} \cdot y\right]g$  என்பவற்றின்

வினையுள், அதாவது அது  $\frac{mgy}{h}$  ஆகும். எனவே இயக்கம்

$$M\ddot{y} = -\frac{mgy}{h}.$$

அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Mh}{mg}}.$$

இனி  $\frac{Mh}{m}$  என்பது வில்லினிடத்துச் சுமையுடைய  $M$  ஆல் ஆன நிலையியல் நீட்சியாகும். அதை  $\lambda$  எனக். அப்பொழுது,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}};$$

எனவே, ஆவர்த்தன காலமானது  $\lambda$  நீளம் உடைய எளியவൃசுலொனறின ஆவர்த்தன காலத்திற்குச் சமனாகும் [பக. 118 ஐ ஒப].

சுமையேற்றிய வில்லொன்றிற்கு அலைவு நேரத்தைக் கண்டு புவியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணலாம் என மேற்கூறியவற்றிலிருந்து தெளிவாம். எனினும், நடைமுறையில் வில்லின் சொந்தச் சடத்துவ வினைவுக்கான திருத்தமொன்றைப் பிரயோகித்தலவேண்டும். இவ்வினைவு, காவப்படும் சுமையில்  $\Delta M$  அளவு கூடியதாலானது; இது சுமையாலான நீட்சியில் ஒரு  $\Delta \lambda$  ஏற்றத்திற்கு ஒத்ததாகும்.

வில்லுடன் தொடுக்கப்பட்ட திணிவுகள் முறையே  $M_1$ ,  $M_2$  ஆக இருக்கும் பொழுது ஆவர்த்தன காலங்கள்  $T_1$ ,  $T_2$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_1 + \Delta \lambda}{g}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_2 + \Delta \lambda}{g}}.$$

இங்கு  $\Delta \lambda$  நீக்க,

$$g(T_1^2 - T_2^2) = 4\pi^2(\lambda_1 - \lambda_2).$$

வேறு முறையாக,  $\Delta \lambda$  ஐ நீக்கும்பொருட்டு வரைபு முறையொன்றைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு (iii).—கப்பலொன்றில் பெயர்க்கப்பட்ட நீரின் சடத்துவத்தைப் புறக்கணித்து அக்கப்பலின் நிலைக்குத்தியக்கத்தின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.

இடப்பெயர்ச்சியுற்ற நீரின் கனவளவு  $V$  யும், நீரின் அடர்த்தி  $\rho$  யும், நீர்க்கோட்டில் கப்பலின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு  $S$  உம் ஆகுக. குறிப்பிட்ட கணத்திலுள்ள சிறு நிலைக்குத்துப் பெயர்ச்சியை  $x$  எனக் கொள்க. அப்பொழுது இயக்கச் சமன்பாடு

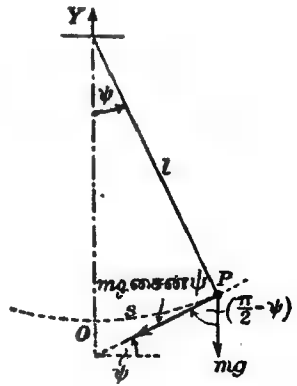
$$\rho V \ddot{x} = -g\rho Sx.$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{V}{Sg}} = 2\pi \sqrt{\frac{z}{g}}.$$

இங்கு,  $z$  சராசரி அமிழ்ப்பு ஆழம் ஆகும்.

எளியவൃசுல் பற்றிய கொள்கை.—எளிய ஊசல் என்பது உண்மையில் கணிதத்திற்குரிய கருத்தொன்றாகும்; அது புவியீர்ப்பின் தாக்கத்தால் நிலைக்குத்தான வட்டமொன்றில் அசையுமாறு, புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய கயிறு அல்லது நாணினால் நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து தொங்கும் ஊசற்குண்டெனக் கொள்ளப்படுகிறது; ஊசற்குண்டை ஒரு துணிக்கை எனக் கருதலாம்.

ஊசற்குண்டு அசைந்த தூரம்  $s$  ஆகுக; இத்தூரமானது ஆடலின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி  $O$  விலிருந்து வட்டத்தின் வில்வழியே அளக்கப்படுகிறது, படம் 4-02.  $O$  ஊடாகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்துக் கோடு  $OY$  யுடன் கயிறு எனது கோணம்  $\psi$  ஆக்குமாயின்  $s = l\psi$ ; இங்கு  $l$  என்பது கயிறின் நீளம். ஊசற்குண்டின் திணிவு  $m$  எனின்,



படம் 4-02. ஓர் எளிய ஊசல்.



அதை ■ கூடுந் திசையில் தாக்குகின்ற விசை  $-mg$  சைன்  $\psi$  ஆகும் ; எனவே, அதே திசையில் அதன் ஆர்முடுகல்  $-g$  சைன்  $\psi$  ஆகும். இயக்கத்தை எடுத்துரைக்குஞ் சமன்பாடு

$$\ddot{s} = -g \text{ சைன் } \psi \text{ அல்லது } \ddot{\psi} = -\frac{g}{l} \text{ சைன் } \psi \dots\dots\dots (i)$$

$\psi$  சிறிதாயின் இது

$$\ddot{\psi} = -\frac{g}{l} \cdot \psi \dots\dots\dots (ii)$$

எனவே, இயக்கம் எளிய இசையானது ; அதன் ஆவர்த்தன காலம்  $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  ஆகும்.

**முடிவுள்ள ஆடல் வில்லுக்குரிய திருத்தம்.**—முடிவுள்ள ஆடல் வில்லுடைய எளிய ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலமானது அவ்வில் நுண்ணளவாயிருக்கும்பொழுதுள்ள ஆவர்த்தன காலத்தைக் காட்டிலும்  $(1 + \frac{1}{2}\pi^2 \psi_0^2)$  மடங்கு பெரிது எனப் பேனாய் என்பவர் 1749 இல் காட்டியுள்ளார் ; இங்கு,  $\psi_0$  என்பது ஊசலின் உயர்வுக் கோணப் பெயர்ச்சி ; அது பெரிதாயிருத்தலாகாது. எளிய ஊசலொன்றைப் பயன்படுத்தி  $g$  யைத் துணியும்போது ஊசலாடலின் வீச்சம் குறைகின்றது ; எனவே இன்னுமொரு திருத்தம் தேவைப்படுகிறது.

$\psi$  ஆனது  $\psi_0$  ஆகிறபொழுது  $\dot{\psi} = 0$  என்பதற்கிணங்க, நிலைக்குத்துக் கோட்டின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும், முடிவுள்ள கோணம்  $\psi_0$  அளவூடாக ஊசலானது ஆடும். அப்பொழுது சமன்பாடு (i) இன் இரு பக்கங்களையும்  $\dot{\psi}$  ஆல் பெருக்கித் தொகையிட,

$$\frac{1}{2} \dot{\psi}^2 = \frac{g}{l} \text{ கோசை } \psi + \kappa.$$

இங்கு  $\kappa$  ஒரு மாறிலி. ஆனால்  $\psi = \psi_0$  என்னுமிடத்து  $\dot{\psi} = 0$  ; எனவே

$$\kappa = -\frac{g}{l} \text{ கோசை } \psi_0.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 = \frac{g}{l} (\text{கோசை } \psi - \text{கோசை } \psi_0) \dots\dots\dots (iii)$$

சமன்பாடு (iii) 'ஐ

$$2 \sqrt{\frac{g}{l}} \int_0^{\psi} dt = \int_{\psi=0}^{\psi=\psi_0} \frac{d\psi}{\sqrt{\text{சைன}^2 \frac{\psi_0}{2} - \text{சைன}^2 \frac{\psi}{2}}}$$

என எழுதலாம் ; இங்கு  $t$  அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தை ஊசல் கடந்து செல்லும் கணத்திலிருந்து அளக்கப்படுகிறது ; தொகையீடானது ஆவர்த்தன காலத்தின் நாலிலொன்றுக்குரியது.

$$\text{சைன் } \phi = \frac{\text{சைன் } \frac{1}{2} \psi}{\text{சைன் } \frac{1}{2} \psi_0}$$

என்னும் தொடர்பால் வரையறை செய்த ஒரு புது மாறி  $\phi$  யைப் புகுத்தினால்  $\psi_0 > \psi$  ஆதலின், சைன்  $\phi$  எப்பொழுதும் ஒன்றிலும் சிறிது எனத் தெளிவாம்; அதாவது  $\phi$  மெய்யானதாம்.  $\psi$  இன் பெறுமானங்களான 0,  $\psi_0$  என்பவற்றிற்கு ஒத்த  $\phi$  யின் எல்லைகள் முறையே 0 வும்  $\frac{\pi}{2}$  உம் ஆகும்.

எனவே,

$$\begin{aligned} 2\sqrt{\frac{g}{l}} \frac{T}{4} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{சைன் } \frac{1}{2} \psi_0 \text{ கோசை } \phi d\phi}{\frac{1}{2} \sqrt{1 - \text{சைன்}^2 \phi \text{சைன்}^2 \frac{\psi_0}{2}} \cdot \sqrt{\text{சைன்}^2 \frac{\psi_0}{2} - \text{சைன்}^2 \phi \text{சைன்}^2 \frac{\psi_0}{2}}} \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 d\phi}{\sqrt{1 - \text{சைன்}^2 \phi \text{சைன்}^2 \frac{\psi_0}{2}}} \end{aligned}$$

$\therefore \psi_0$  பெரிதாயிராதுவிடில்,

$$\begin{aligned} T &= 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\psi_0}{2}\right)^2 \text{சைன்}^2 \phi}} \\ &= 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \left\{ -\left(\frac{\psi_0}{2}\right)^2 \text{சைன்}^2 \phi \right\} + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) \psi_0^4}{1 \cdot 2 \cdot 16} \text{சைன்}^4 \phi + \dots \right] \\ &= 4\sqrt{\frac{l}{g}} \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\psi_0^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\psi_0^4}{16} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + \dots \right], \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{சைன்}^{2n} \phi \cdot d\phi &= \frac{2n-1}{2n} \cdot \frac{2n-3}{2n-2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \text{ ஆதலின்.} \end{aligned}$$

$$\therefore T = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \frac{1}{16} \psi_0^2 \right], \quad \psi_0^4 \rightarrow 0 \text{ எனின்.}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ எனின், } T = T_1 \left[ 1 + \frac{1}{16} \psi_0^2 \right];$$

$$\therefore T_1 = T \left[ 1 - \frac{1}{16} \psi_0^2 \right].$$

$\frac{1}{16} \psi_0^2 = 0.0001$  எனின்,

$\psi_0^2 = \frac{16}{10,000}$  அல்லது  $\psi_0 = 0.040$  ஆரையன்  $= 2^\circ 18'$ .

எடுத்துக்காட்டு.—  $\Pi = 980$  சமீ. செக.  $-2$  என்னுமிடத்து செக்கனாசலின் நீளம்  $99.33$  மீ. (அ) நீளத்தை  $100$  சமீ. இற்குக் கூடச் செய்தால், (ஆ) புலியோட்டிச் செறிவை  $981$  சமீ. செக.  $-2$  இற்குக் கூடச் செய்தால், (இ) இரு மாற்றங்களையும் உடனிகழ்ச் செய்தால், அலைவுகளின் எண்ணிக்கையில் நாளொன்றிற்கான மாற்றத்தைக் காண்க.

ஆவர்த்தன காலம்  $T$  எனின்,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

மடக்கை வகையீட்டால்

$$2 \frac{\delta T}{T} = \frac{\delta l}{l} - \frac{\delta g}{g}$$

ஆவர்த்தன காலம்  $T$  கொண்ட எளிய ஊசல நாளொன்றில்  $N$  அலைவுகளை ஆறறுமாயின்,

$$NT = \text{ஒரு மாநிலி.}$$

$$\therefore \frac{\delta N}{N} + \frac{\delta T}{T} = 0.$$

$$\therefore \frac{\delta N}{N} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\delta g}{g} - \frac{\delta l}{l} \right).$$

(அ)  $g$  மாறாது இருந்தால், அண்ணளவாக

$$\frac{\Delta N}{N} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{0.67}{99.3} = -\frac{0.335}{100}.$$

இனிச் செக்கனாசலொன்றிற்கு  $N = \frac{1}{2} \times 24 \times 60 \times 60 = 43,200$ .

$$\therefore \Delta N = -\frac{(24 \times 60 \times 60)}{2} \cdot \frac{0.335}{100} = -144.8.$$

(ஆ)  $\Pi$  மாறாது இருந்தால்

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{980}.$$

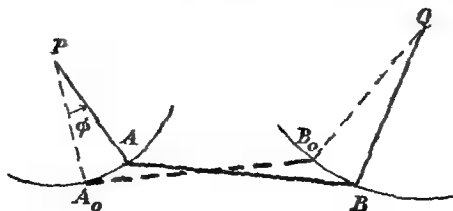
$$\therefore \Delta N = 43,200 \div (2 \times 980) = 22.$$

(இ) இரு மாற்றங்களும் உடனிகழ்மானால்

$$\Delta N = -144.8 + 22 = -122.8.$$

எனவே, செக்கன கழிகாரத்தைக் காட்டிலும் ஊசல நாளொன்றிற்கு  $123$  முழு அலைவுகளைக் குறைவாக ஆற்றுகிறது; அதாவது, நாளொன்றில்  $43,200$  செக்கனகளை இழந்துவிடுகிறது.

ஒரு சுயாதீனப்படிக்கொண்ட தொகுதிகள்.—எப்பொழுதாகிலும் ஆள்கூறு எனப்படும் தனியானவோரா அமிசம் தெரியப்பட்டதும், தொகுதியொன்றின்

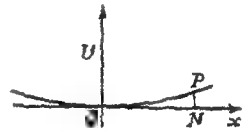


படம் 4-03. ஒரு சுயாதீனப் படிக்கொண்ட தொகுதியொன்று.

உருவமைப்புத் தெரியவரின், அத்தொகுதியானது ஒரு சுயாதீனப் படியை உடையது எனப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக முறையே  $P, Q$  என்னும் நிலைத் புள்ளிகளிலிருந்து இரு நீட்டமுடியாத இழைகளால் தொங்கும் விறைப்பான கோல்  $AB$  ஐக் கருதுவோம், படம் 4.03. வரிப்படத்தில்  $A_0B_0$  என்பது கோலின் நிலையியற் சமநிலைத் தானம் ஆகும்; இரு இழைகளும் நிலைத் புள்ளிகள்  $P, Q$  விற்காகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கட்டப்பட்டு இருக்கின்றன எனக் கொள்வோம். இனித் தொகுதியானது நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து தானம்  $AB$  யிற்குப் பெயர்க்கப் படுக; கோலின் இரு முனைகள் முறையே  $P$  யையும்  $Q$  வையும் மையங்களாகக் கொண்ட வட்டவிறைகள் மீது அசையும்;  $\phi$ , அதாவது கோணம்  $A_0PA$  அறிந்ததும் தொகுதியின் உருவமைப்பை முற்றிலும் அறியலாம்; ஆள்கூறு  $\phi$  யே கூறப்பட்ட நிபந்தனைகளுக்கிணங்குமுகமாகத் தொகுதி கொண்டிருக்கிற தனிச் சுயாதீனப் படியை ஒத்திருக்கிறது.

**நிலைச் சக்தியும் இயக்கச் சக்தியும்.**—ஒரு சுயாதீனப் படியுடைய தொகுதி யொன்று உறுதிச் சமநிலைத் தானம் ஒன்றிலிருந்து பெயர்க்கப்பட்டுப் பின்னர் விடுவிக்கப்பட்டின் அத்தானத்தைக் குறித்து அது அதிரும். தனிச் சுயாதீனப் படியை வரையறுக்கும் ஆள்கூறு  $x$  ஆகுக; அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தில் தொகுதி இருக்கும்பொழுது  $x$  பூச்சியமாகுமாறு உற்பத்தி தெரிந்தெடுக்கப்படுக.

மேற்படிச் சமநிலைத் தானத்தில் தொகுதியின் நிலைச்சக்தி பூச்சியம் எனக் கொள்க; பெயர்க்கப்பட்ட தானத்தில் அது  $U$  ஆகுக.  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $U$  இழிவுப் பெறுமானம் உடையதாதலால்,  $x$  உடன்  $U$  மாறும் வகையைக் காட்டும் வளையி,  $U$ -அச்சிலுள்ள புள்ளியொன்றைக் குறித்துக் குழிவானது என்பது தெளிவாம். இத்தகைய வளையியொன்று படம் 4.04 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; பெயர்ச்சி எதுவாகிலும் அது சிறிதாயிருக்கும் வரை வளையி வட்டவடிவமான தொன்றிலிருந்து உணரத்தக்க வகையில் வேறுபடாது.  $P$  யானது புள்ளி  $(x, U)$  எனின்,  $PN$  ஆனது  $ON^2$  இற்கு விகிதசமமாக இருக்கிறபடியால்



படம் 4.04. சமநிலைத் தானத்தில் நிலைச் சக்தி இழிவானது.

$$U = ax^2.$$

இங்கு  $x$  ஐச் சிறிதாய் வைத்துக்கொண்டால்  $x$  ஒரு மாறிலி ஆகும்.

நேரத்துடன்  $W$  கூடும் வீதம்  $v$  எனின், தொகுதியிலுள்ள துணிக்கை ஒவ்வொன்றின் வேகமும்  $v$  இற்கு விகிதசமமாக இருக்கும்; எனவே தொகுதியின் இயக்கச் சக்தி

$$W = \beta v^2.$$

இங்கு  $\beta$  ஆனது  $v$  யைச் சாராதபோதிலும் அது  $\beta$  ஐச் சாரலாம். இனி வழக்கமாக ஆராயப்படுகின்ற எல்லா அதிருந் தொகுதிகளுக்கும் துணிக்கைகள் ஒவ்வொன்றின் வேகமும் முடிவுள்ளதே ; எனவே  $x$  இன் பெறுமானங்கள் சிறிதாயிருக்குமாறு கட்டுப்படுத்தியிருப்பின்  $x=0$  என்னும் இடத்தில் இருந்ததை, அதாவது நிலையிற் சமநிலைத் தானத்துக்குரியதை இயக்கச் சக்தி என எடுத்துக்கொள்ளலாம். எனவே  $x$  சிறிதாயிருக்கும்பொழுது  $\beta$  வை ஒரு மாறிலி எனக் கருதலாம்.

ஒரு கயாதினப் படியுடைய தொகுதியொன்றின் ஆவர்த்தன காலம்.— அதிருந் தொகுதியொன்றின் முழுச் சக்தியும் ஒரு மாறிலி ஆதலின் (இங்கு, தணித்தல் புறக்கணிக்கத்தக்கது எனக் கொள்ளப்படுகின்றது),

$$U + W = \text{ஒரு மாறிலி.}$$

$$\therefore \frac{dU}{dt} + \frac{dW}{dt} = 0, \text{ அல்லது } \alpha x + \beta v = 0.$$

$v = \dot{x}$  ஆதலின் இச்சமன்பாடு  $\dot{x} + \frac{\alpha}{\beta} x = 0$ . எனவே ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{அலகுவேகமொன்றிற்கான இயக்கச் சக்தி}}{\text{அலகுப்பெயர்ச்சிக்கான நிலைச் சக்தி}}}$$

என இது அடிக்கடி சொற்களாற் கூறப்படுகிறது.

பரிமாணக் கொள்கையின்படி இக்கூற்று சரியன்று ; சரியான கூற்றானது

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\text{இயக்கச் சக்தி})}{(\text{வேகம்})^2} \div \frac{(\text{நிலைச் சக்தி})}{(\text{பெயர்ச்சி})^2}}.$$

இதன் பரிமாணங்கள் நேரத்தினவையாகுமென்பது வெளிப்படல். இக் கோவையில் பெயர்ச்சி என்னும் சொல் ஆளகூற்றை அதாவது  $x$  ஐக் குறிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது ; வேகம் என்னும் சொல் நேரமாற்றத்தின் வீதத்தை உணர்த்துகிறது ; இங்கு பயன்படுத்தியுள்ளவாறு, இச்சொற்கள் முறையே மெய்யான பெயர்ச்சியொன்றையோ மெய்யான வேகமொன்றையோ கட்டாயமாகக் குறிக்கமாட்டா.

எடுத்துக்காட்டாக, எரியவூசலொன்றினிடத்து, நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கயிறு கோணம்  $\psi$  யை ஆக்கும் பொழுது ஊசற்குண்டின் இயக்கச்சக்தி  $\frac{1}{2}m(\dot{\psi})^2$  ஆகும் ; அதே நேரத்தில் அதன் நிலைச் சக்தி

$$\begin{aligned} mgl(1 - \text{கோசை } \psi) &= mgl \cdot 2 \text{ சைன் } \frac{1}{2}\psi \\ &= mgl \cdot \frac{1}{2}\psi^2 \quad (\psi \text{ சிறிதாயின்}). \end{aligned}$$

எனவே, மேலே நிறுவியுள்ள சூத்திரத்தின்படி.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}m\dot{\psi}^2}{(\dot{\psi})^2} \div \frac{mg l(\frac{1}{2}\psi)^2}{(\psi)^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

இது  $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . இம்முறைக்கு வேரோர் எடுத்துக்காட்டாகக் கீழ்வருவதைக் கருதுவோம்.

**சுமையேற்றிய இலேசான சுரில்லொன்றினிடத்துப் புவியீர்ப்பாலான அலைவுகள்.**—படம் 4.05 (a) சுமையேற்றாத வில்லொன்றைக் காட்டுகிறது. திணிவு  $M$  ஐச் சுமையாக வில் காவும் பொழுது அதன் நீட்சி  $\xi_0$  ஆகுக (படம் 4.05 (b) யை ஒப்). வில்லை ஓர் அலகுநீளம் நீர்க்கும் பொருட்டுத் தேவையான விசை  $f$  எனின், அப்பொழுது சமநிலையயிட்டு,

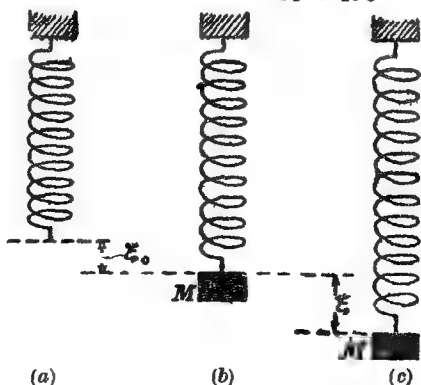
$$f\xi_0 = Mg.$$

இங்கு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவு. இந்நிலையில் வில்லின்கண் சேமிக்கப்பட்டிருக்கும் நிலைச்சக்தி (இது தொகுதியின் நிலைச்சக்தியின் ஒரு பகுதி எனக் கருதப்படுகிறது) அவ்விலீயிது செய்யப்பட்ட வேலைக்குச் சமன், அதாவது

$$\int_0^{\xi_0} (f\xi) d\xi = \frac{1}{2}f\xi_0^2.$$

இனி, வில்லை நீர்த்து நிலைக்குத்துத் தளத்தில் குற்றதிரவுகள் ஆற்று மாறு விடுக. திணிவு  $M$  சுமையேற்றிய வில்லின் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து அளக்கப்பட்ட பெயர்ச்சி  $\xi$  எனின், படம் 4.05 (c) யை ஒப்., அக்கணத்தில் அதிகப்படியாகச் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்ற சக்தி

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}f[(\xi_0 + \xi)^2 - \xi_0^2] &= f\xi_0\xi + \frac{1}{2}f\xi^2 \\ &= Mg\xi + \frac{1}{2}f\xi^2. \end{aligned}$$



படம் 4.05. சுமையேற்றிய இலேசான சுரில்லொன்றினிடத்துப் புவியீர்ப்பாலான அலைவுகள்.

நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தில் புவிமீர்ப்புக் கவர்ச்சியாலான நிலைச்சக்தி பூச்சியம் எனக் கருதப்படின, நிலை  $\xi$  இற்கு ஒத்த நிலைச்சக்தி  $-Mg\xi$ . எனவே முழு நிலைச்சக்தி

$$-Mg\xi + Mg\xi + \frac{1}{2}f\xi^2 = \frac{1}{2}f\xi^2.$$

இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}M\dot{\xi}^2$ . எனவே

$$\frac{1}{2}M\dot{\xi}^2 + \frac{1}{2}f\xi^2 = \text{ஒரு மாறிலி.}$$

$$\therefore \ddot{\xi} + \frac{f}{M}\xi = 0,$$

அதாவது

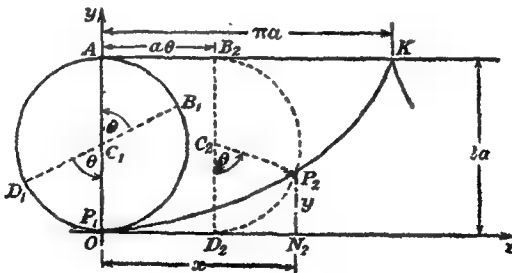
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{g}};$$

இது

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\text{இயக்கச் சக்தி})}{(\text{வேகம்})^2} \div \frac{(\text{நிலைச் சக்தி})}{(\text{பெயர்ச்சி})^2}}$$

என்னும் சமன்பாட்டுடன் இசைகிறது.

**சக்கரப்போலியொன்றிற்கான சமன்பாடு.**—சக்கரப்போலியானது நேர்கோடொன்றின் வழியே உருளும் வட்டமொன்றின் பரிதியிலுள்ள புள்ளி யொன்றால் வரையப்படும் வளைவியாகும். அதன் சமன்பாட்டைக் காணும் பொருட்டு  $y = 2a$  எனனும் நேர்கோட்டின் வழியே உருளும் ஆரை  $a$  கொண்ட வட்டத்தைக் கருதுவோம், படம் 4.06 ஐ ஒப். வட்டத்தின் தொடக்க நிலையில் அதன் மையமானது, அச்ச  $Oy$  யிலுள்ள புள்ளி  $C_1$  இல் இருக்க. தேவைப் படும் வளைவியை வரையும் புள்ளி வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள புள்ளி  $P$  என்க.  $P$  யின் தொடக்க நிலையமானது ஆள்கூற்று உறபத்தியிலுள்ள  $P_1$  ஆகுக.



படம் 4.06. சக்கரப்போலி.

இனி, வட்டத்தின் மையம்  $C_2$  இற்கும், வட்டத்தின் பரிதியில்  $\widehat{AC_1B_1} = \theta$  ஆகுமாறுள்ள புள்ளி  $B_1$  ஆனது வட்டம் உருளும் நேர்கோட்டிலுள்ள புள்ளி  $B_2$  இற்கும் வரும் வரை, அவ்வட்டமானது  $y = 2a$  என்னும் நேர்கோடு

வழியே உருளும். அப்பொழுது  $C_1C_2 = a\theta$  ; அன்றியும்  $B_1$  இற்கு விட்ட வெதிரான புள்ளி  $D_1$  என்பது  $Ox$  இலுள்ள புள்ளி  $D_2$  என்பதுடன் ஒன்று படும். வரையும் புள்ளியின தானம்  $P_2$  இன ஆள்கூறுகள்  $(x, y)$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$\begin{aligned} x &= ON_2 \text{ [இற்கு } N_2 \text{ என்பது } Ox \text{ இல் } P_2 \text{ இன எறியம்]} \\ &= C_1C_2 + C_2P_2 \text{ சைன் } \theta \\ &= a\theta + a \text{ சைன் } \theta = a(\theta + \text{சைன் } \theta). \end{aligned}$$

மேலும்,  $y = P_2N_2 = C_2D_2 - C_2P_2$  கோசை  $\theta$   
 $= a(1 - \text{கோசை } \theta).$

$\theta = \pi$  ஆகுமிடத்து வரையும் புள்ளியானது  $(\pi a, 2a)$  என்னும் புள்ளி  $K$  யில் இருக்கும். அதற்குப் பின்னர் வரையும் புள்ளியானது  $K$  ஊடாகவும்  $y$  அச்சுக்குச் சமநாதரமாகவும் உள்ள நேர்கோட்டில்  $OP_2K$  தரும் விம்ப வளையிப் பகுதி வழியே அசையும்.  $K$  ஒரு கூர் ஆகும்.

**சக்கரப்போலி ஊசல்.**—அதன் வீச்சம் போதியவளவில் சிறிதாயிருந்தாற் றான எளியவூசல் ஒன்றின இயக்கம் எளிய இசையாகும். ஆயினும், வீச்சு மானது குறிப்பிட்டவொரு முடிவுள்ள எல்லையை மீறலாகாது என்னும் நிபந்தனையின் பேரில், புவியீர்ப்பால் அசையும் துணிக்கையொன்றின் இயக்கம் திட்டமாக எளிய இசையாக அமையுமாறு அத்துணிக்கையைக் கட்டுப்படுத்த முடியும்.  $\psi$  யின் எல்லாப் பெறுமானங்களும் இணங்க வேண்டிய வகையீட்டுச் சமன்பாடானது

$$\ddot{s} = -g \text{சைன் } \psi.$$

வளையி வழியே உள்ள, தூரம்  $s$  இல் இருக்கும் புள்ளிக்குரிய தொடலி யானது கிடைக்கோட்டுடன் ஆக்கும் கோணம்  $\psi$  ஆயின், இச்சமன்பாடே உராய்வின்றி எந்த வளையியிலும் இயங்குமாறு கட்டுப்படுத்தியுள்ள துணிக்கையின் இயக்கத்தைத் தருகின்றது. இச்சமன்பாடானது எளிய இசையியக்கத்தை உணர்த்தவேண்டுமாயின் ஆர்முடுகல்  $-\mu s$  ஆக வேண்டும்; இங்கு  $\mu$  ஒரு மாறிலி ஆகும். எனவே

$$s = \frac{g}{\mu} \text{சைன் } \psi.$$

இவ்வளையியின் இயல்பை அறியும் பொருட்டு கீழ்வருமாறு செய்யலாம்.  $s = c$ சைன்  $\psi$  ஆகுக. அப்பொழுது  $ds = c$  கோசை  $\psi$   $d\psi$ .

ஆனால்

$$\frac{dy}{dx} = \text{தான் } \psi; \quad \frac{dy}{ds} = \text{சைன் } \psi; \quad \frac{dx}{ds} = \text{கோசை } \psi.$$

$$\therefore \frac{dy}{d\psi} = \frac{dy}{ds} \frac{ds}{d\psi} = c \text{கோசை } \psi \text{சைன் } \psi.$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} c \text{சைன்}^2 \psi + A; \text{ இங்கு } A \text{ ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி} \\ = \frac{1}{2} c [1 - \text{கோசை } 2\psi], y = 0, \psi = 0 \text{ என்று எடுக்க.}$$



மேலும்,  $\frac{dx}{d\psi} = \frac{dx}{ds} \cdot \frac{ds}{d\psi} = c \text{கோசை}^2 \psi = \frac{1}{2} c (1 + \text{கோசை } 2\psi)$ .

$$\therefore x = c \left[ \frac{\psi}{2} + \frac{\text{சைன் } 2\psi}{4} \right] + B; \text{ இங்கு, } B \text{ ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.}$$

$$= \frac{1}{2} c [2\psi + \text{சைன் } 2\psi], \quad \psi = 0 \text{ ஆகுமிடத்து } x = 0 \text{ எனின்.}$$

எனவே,  $s = c \text{சைன் } \psi$  எனபதால் எடுத்துரைக்கப்பெற்ற வளைவி சக்கரப் போலியொன்றாகும்; அதனைப் பிறப்பிக்கும் வட்டத்தின் விட்டம்  $\frac{c}{2}$ .

**சக்கரப்போலியொன்றின் முதன்மையான ஓர் இயல்பு.**—சக்கரப்போலியொன்றின் சமன்பாடு

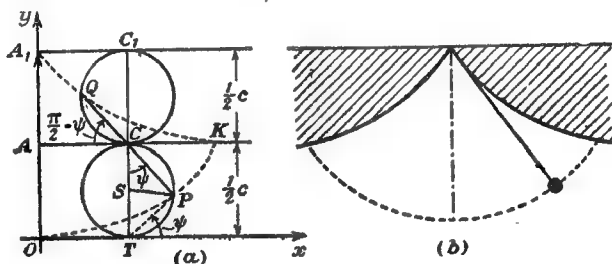
$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} c (2\psi + \text{சைன் } 2\psi) \\ y &= \frac{1}{2} c (1 - \text{கோசை } 2\psi) \end{aligned} \right\}$$

எனின், அதன் வில்லின் நீளம்  $s$  ஆனது உறபத்தியிலிருந்து அளக்கப் பட்டால் அது

$$s = c \text{சைன் } \psi$$

என ஏற்கெனவே கண்டுகொண்டோம். மேற்படி வளையில், P ஒரு புள்ளி ஆகுக, படம் 4.07 (a); வளையின் உச்சியானது, ஆள்கூற்று உறபத்தி O வில் இருக்க; K அதன் முதலாவது கூர் ஆகும். அப்பொழுது P யிலுள்ள வளைவாரை

$$\rho = \frac{ds}{d\psi} = c \text{கோசை } \psi.$$



படம் 4.07. சக்கரப்போலி ஊசல்.

உருளும் வட்டத்தின் விட்டம்  $\frac{1}{2} c$  ஆதலின்,  $\rho = 2 \cdot \frac{c}{2} \text{கோசை } \psi = 2 \text{CP}$

என்பது தெளிவாம்; இங்கு C என்பது வட்டம் உருளுகிற நேர்கோட்டில் அதன் தொடுபுள்ளி. PC = CQ என்றவாறு PC யைக் Q விற்கு நீட்டினால், P யிற்குரிய வளைவு மையம் Q ஆகும். எனவே புள்ளி Q வின் ஆள்கூறுகள்

$$x = \frac{1}{2} c (2\psi + \text{சைன் } 2\psi) - c \text{கோசை } \psi \text{சைன் } \psi = \frac{1}{2} c (2\psi - \text{சைன் } 2\psi),$$

$$y = \frac{1}{2} c (1 - \text{கோசை } 2\psi) + c \text{கோசை } \psi \text{கோசை } \psi = \frac{1}{2} c (2 + 2 \text{கோசை } 2\psi).$$

அடுத்து, ஆள்கூறுகளின் உற்பத்தியை  $(-\frac{1}{2}\pi c, \frac{1}{2}c)$  என்னும் புள்ளியில் அதாவது முதற் சக்கரப்போலியின் மறையான பக்கத்திலுள்ள முதற் கூரில் நிலைமாற்றி வைக்க. புது உற்பத்தி ஊடாகவும், அச்சுக்கள்  $Ox$  இற்கும்  $Oy$  இற்கும் சமாந்தரமாகவும் உள்ள செவ்வகவச்சுக்களைக் குறித்துக்  $Q$  வின் ஆள்கூறுகள்  $X, Y$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$X = \frac{1}{2}c(2\psi - \text{சைன் } 2\psi) + \frac{1}{2}\pi c$$

$$= \frac{1}{2}c \left[ 2\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) + \text{சைன் } 2\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) \right].$$

அத்துடன்  $Y = \frac{1}{2}c[2 + 2\text{கோசை}^2\psi - 2] = \frac{1}{2}c[1 + \text{கோசை } 2\psi]$

$$= \frac{1}{2}c \left[ 1 - \text{கோசை } 2\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) \right].$$

எனவே  $Q$  வின் ஒழுக்கு, பருமனில் முதற் சக்கரப்போலிக்குச் சமனான சக்கரப்போலியொன்றாகும்.

$QC$  ஆனது கிடையுடன்  $QCA = \left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)$  என்னும் கோணமொன்றை ஆக்குகின்றது என்பது வரிப்படத்திலிருந்து தெளிவாம். எனவே,

$$KQ = c\text{சைன்}\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right) = QP.$$

நடைமுறையில் சக்கரப்போலியூசல்.—உண்மையில், சக்கரப்போலியானது மேற்படி இயல்பாலேயே எளிய இசையியக்க ஆராய்ச்சியில் முதன்மை பெறுகிறது. அதன வீச்சம் சிறிதாயிருக்கும் பொழுது மட்டுமே எளிய ஊசலொன்றின் இயக்கம் எளிய இசையாகும் என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. வீச்சம் முடிவுள்ளதாக இருக்கும் பொழுதுள்ள ஆவர்த்தன காலமானது அதே நீளம் ஆனால் குறுகிய வீச்சம் உடைய ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்தினின்றும் வேறுபடுகிறது. எனவே, ஒரு வரையறுத்த ஆடற் கோணத்தினூடாக இரு செக்கன்கள் ஆவர்த்தன காலமுடைய கடிகாரமொன்றின் வீச்சத்தை மாறச் செய்தால் அதன் ஆவர்த்தன காலமும் மாறும்; அதாவது, கடிகாரம் ஒன்றில் முந்தும் அல்லது பிந்தும். அச்ச நிலைக்குத் தாக இருக்கிற சக்கரப்போலியொன்றில் துணிக்கையொன்றை புலியீர்ப்பின் ஆற்றலால் அசையுமாறு கட்டுப்படுத்தின் அதன ஆவர்த்தன காலம் வீச்சத்தைச் சாராது என்னும் செய்தியே சக்கரப்போலி இயக்கத்தின் முதன்மைக்குக் காரணமாகும்; அதாவது, சக்கரப்போலியில் உராய்வின்றி அசையும் துணிக்கையொன்றின் நேரங்குறிக்கும் ஆற்றலானது குற்றமற்றதாம்.

நடைமுறையில், துணிக்கையொன்றை மேற்படி விதத்தில் அசையுமாறு கட்டுப்படுத்தும் மிக எளிய முறையானது முதன்முதல் ஹைகன்ஸ் (1629-1695) என்பவரால் பிரேரிக்கப்பட்டதே. நிலைத்த புள்ளியொன்றிலிருந்து, உலோகத்தாலான இரு தாடைகளைப் போர்க்கக்கூடிய வகையிலே அமைந்திருக்கின்ற நுண்ணொன்றை நுண்ணொன்றால் துணிக்கை தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது; நாணின் நீளம்  $A_1P = 2c$ ; தாடைகளின் வடிவம்  $s = c$  சைன்  $\psi$  என்னும் சமன்பாட்டால் தரப்படுகிறது, படம் 4.07 (b) யை ஒப்.

நிலைத்த வெப்பநிலையொன்றில், மாறா ஆவர்த்தன காலமுடைய ஊசு லொன்றைப் பெறும முயற்சிகளில் ஈடுபட்ட காலத்தில் அமைப்பாளர்களின் கருத்துக்கள் வேறு வழியில் செல்லலாயின. அவர்கள் ஊசல் மீது தக்க ஆள்விசையொன்றைப் பிரயோகித்து வீச்சத்தை ஒரு மாறிலியாக நிலை நிறுத்த முயன்றுள்ளனர்; இங்கு உராய்வு, வளித தணிப்பு என்பவற்றால் ஆகும் சக்தி நட்டம் ஆள்விசை ஊட்டும் சக்தியாற் சரியாக ஈடுசெய்யப்படுகிறது.

**குழிவாடியொன்றின் மீது கோளமொன்றின் அலைவுகள்.**—குழிவுள்ள கோளவாடியொன்றின் பரப்பில் இருக்கின்ற உருக்குக் கோளமொன்று அதன் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து பெயர்க்கப்பட்டுப் பின் விடுவிக்கப்பட்டால் அது முன்னும் பின்னுமாக உருளும்; ஏனெனில் அலைவுகள் போதிய அளவு சிறிதாயிருக்கும் பொழுது, தொட்டுக்கொண்டிருக்கின்ற பரப்புக்களிடையேயுள்ள உராய்வானது **வழுக்கல்** நிகழாதவாறு உறுதிப்படுத்துவதற்கான ஆற்றலுடையதேயாம். வளைந்த ஆடி மீது கோளம் ஆற்றுகின்ற குற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தை நோக்கி  $g$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணலாம். இம்முறையின் விளக்கம் பின்வருமாறு:—

ஆரை  $r$  கொண்ட ஆடியின் வளைவு மையம்  $O$  வும், ஆரை  $a$  கொண்ட கோளத்தின் மையம்  $C$  யும், ஆடியில்  $O$  விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழேயுள்ள புள்ளி  $A_0$  உம், கோளத்துக்கும் ஆடிக்கும் இடையேயுள்ள தொடுகணநிலைப் புள்ளி  $P$  யும் ஆகுக.  $\psi = A_0OP$  ஆகுக. அப்பொழுது அதன் மிகத்தாழ்ந்த தானத்தில் கோளம் இருக்கும்பொழுது,  $A$  என்பது  $A_0$  ஐத் தொடும் கோளப்புள்ளியின் நிலை ஆயின், இயக்கம் தூய உருளுதல் ஆதலின், வில  $PA$  ஆனது வில்  $A_0P$  யிற்குச் சமன். எனவே,  $\phi$  என்பது சுட்டப்பட்ட கோணம் எனின்

$$a\phi = r\psi.$$

நீட்டிய  $CA$  ஆனது  $OA_0$  ஐ  $B$  யில் வெட்டின், அன்றியும்  $\theta = \widehat{OBC}$  எனின்,  $CA$  எனபது கோளத்தில் ஒரு நிலைத்த நேர்கோடு ஆதலால், கோளத்தின் மிகத் தாழ்ந்த நிலையிலிருந்து அது பிரிந்தபின், அதாவது நேரம்  $t$  யிற்குப் பின், அதன் எந்த ஆரையும் திரும்பியுள்ள கோணம்  $\phi$  ஆகும்.

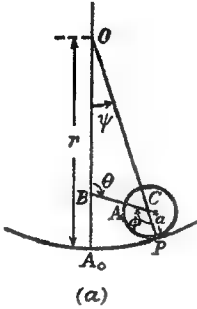
$$\text{இனி } \phi = \psi + \theta; \text{ அதாவது } \theta = \frac{r\psi}{a} - \psi = \left(\frac{r-a}{a}\right)\psi.$$

ஆவர்த்தன காலத்தைக் காணும்பொருட்டுத் தொகுதியின் சக்தியைக் காண்போம். கோளத்தின் மிகத் தாழ்ந்த தானத்தில் நிலைச் சக்தியானது பூச்சியம் எனக் கருதப்படுமாயின், கோளத்தின் திணிவு  $m$  ஆதலால்,

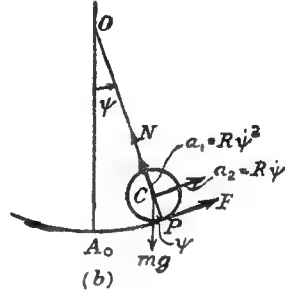
$$\begin{aligned} \text{நி.ச.} &= mg(r-a)(1 - \text{கோசை } \psi) \\ &= \frac{1}{2}mg(r-a)\psi^2, \quad \psi \rightarrow 0 \text{ எனின்.} \end{aligned}$$

$$\theta \text{ தொடர்பாக எடுத்துரைத்தால் இது } \frac{1}{2} \frac{mga^2}{r-a} \cdot \theta^2.$$

$P_1$  யானது ஓய்வின் கணநிலை மையமொன்றாதலின், கருதப்படும் கணத்தில்  $P$  ஊடாகவும் தளம்  $A_0OP$  யிற்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்றைப் பற்றிக் கோளம் சுழலுகின்றது என்னும் செய்தியைப் பயன்படுத்தி இயக்கச் சக்தி கணிக்கப்படுகின்றது.  $C$  ஊடாகவுள்ள கிடையச்சொன்றைப்



(a)



(b)

படம் 4.08. குழிவாடியொன்றின் மீது புவிவீர்ப்பால் கோளமொன்று ஆற்றும் அலைவுகள்.

பற்றி கோளத்தின் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  எனின்,  $P$  ஊடாகவுள்ள சமாந்தரவச்சொன்றைப் பற்றி அதன் சுடத்துவத் திருப்பம்  $(I + ma^2)$  ஆகும். வெளியிடத்தில் நிலைத்தவொரு நேர்கோடு  $OA_0$  உடன் கோளத்தில் நிலைத்த ஒரு நேர்கோடு  $CA$  ஆக்கும் கோணம்  $\theta$ , அதாவது  $\omega = \dot{\theta}$  ஆதலின்,

$$\text{இ.ச.} = \frac{1}{2} (I + ma^2) \dot{\theta}^2.$$

$$\begin{aligned} \therefore T &= 2\pi \sqrt{\frac{\text{இ.ச.}}{(\dot{\theta})^2} \div \frac{\text{நி.ச.}}{\theta^2}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{2} (I + ma^2) \div \frac{1}{2} \frac{mga^2}{r-a}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{7}{5} \left( \frac{r-a}{g} \right)}, \quad [\because I = \frac{2}{5} ma^2]. \end{aligned}$$

எனவே எளிய சமவலுவூசலின் நீளம்  $\frac{7}{5}(r-a)$  ஆகும்.

ந.க. சாய்தளமொன்றில் கோளத்தின் இயக்கத்தைக் கருதியும் மேற்படி கோவையைப் பெற்றுக்கொள்ளலாம். அத்தகைய இயக்கத்திற்கு (ப. 107),

$$\ddot{x} = \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} g \text{ சைன் } \alpha$$

என நிறுவியிருக்கிறோம்.

ஆடியின்மீது  $\psi$  என்பதால் வரையறுத்த நிலையில் கோளம் இருக்கும் பொழுது அது,  $\alpha = \psi$  எனச் சுட்டும் சாய்தளத்தில் ஒரு கணநேரம் இருக்கிறது எனக் கற்பனை செய்யலாம்; எனவே,

$$-(r-a)\ddot{\psi} = \frac{a^2}{a^2 + \kappa^2} \cdot g\psi = \frac{5}{7}g\psi.$$

[இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெறும்பொழுது இயக்கம் தளத்தில் கீழ்முகமாக இருந்தபடியால் சயக்குறி தோற்றுக்கிறது;  $\psi$  கூடுங்காலே P யிலுள்ள தொடலித் தளத்தில் இயக்கம் மேல்முகமாகும்.]

$$\therefore \text{முன்போலவே } T = 2\pi \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{(r-a)}{g}}.$$

மேலும், P ஓய்வின் கணநிலைமையம் ஆதலாலும்,  $\theta$  கோளத்தின் கோணவேகம் ஆதலாலும், சக்திக் காப்புத் தத்துவத்தின்படி

$$mg(r-a)(1 - \text{கோசை } \psi) + \frac{1}{2}m(\kappa^2 + a^2)\dot{\theta}^2 = \text{ஒரு மாறிலி.}$$

ப. 129 ஓப். இனி, முன்போலவே  $a\dot{\phi} = r\dot{\psi}$  உம்,  $\phi = \theta + \psi$  உமாம்; எனவே  $a\theta = (r-a)\psi$ . நேரம் தொடர்பாகச் சக்திச் சமன்பாட்டை வகையிட,

$$g(r-a)\text{சைன் } \psi \cdot \dot{\psi} + (\kappa^2 + a^2)\dot{\theta}\ddot{\theta} = 0.$$

$a\theta = (r-a)\psi$  என்பதைப் பயன்படுத்தி, இச்சமன்பாட்டிலிருந்து  $\dot{\psi}$  யையும்  $\dot{\theta}$  ஐயும் நீக்க,  $\psi \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து

$$(\kappa^2 + a^2)\ddot{\theta} + \left(\frac{a^2}{r-a}\right)g\theta = 0.$$

$\kappa^2 = \frac{2}{5}a^2$  என்பதைப் பயன்படுத்தினால் இது முன்போலவே

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{(r-a)}{g}}.$$

கடைசியாக இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி அலைவுக்காலத்தைத் துணியமுடியும் என்பது குறித்தற்பாலது. கோளத்தை எந்த உராய்வு இணையுந் தாக்காதவாறு P யிலுள்ள மறுதாக்கம் தனி விசையொன்று மட்டுமே எனக் கொண்டு P யைக் குறித்துத் திருப்பங்களை எடுத்தால்

$$m(a^2 + \kappa^2)\ddot{\theta} + mga\text{சைன் } \psi = 0.$$

$\psi \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து

$$(a^2 + \kappa^2)\frac{R}{a}\ddot{\psi} + ag\psi = 0 \quad [\because a\theta = R\psi].$$

$\kappa^2 = \frac{2}{5}a^2$  என்பதைப் பயன்படுத்தினால்,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{7}{5} \cdot \frac{(r-a)}{g}}.$$

குழிவுள்ள கோளமொன்றின் பரப்பில் உருளும் கோளமொன்றிற்கும் அப்பரப்பிற்குமிடையேயுள்ள தாக்கம்.—குழிவுள்ள கோளப் பரப்பொன்றின் மீது கோளம் இயங்கும் பொழுது அது வழக்கமாட்டாது என்பதை உறுதிப் படுத்துவதற்கு வேண்டிய உராய்வுக் குணகத்தின் இழிவுப் பெறுமானத்தைத் துணியும் பொருட்டு,  $\alpha$  என்பது  $\psi$  யின் உயர்வுப் பெறுமானமும், பரப்பு மீது உருளும் கோளமும் அப்பரப்பும் ஒன்றையொன்று தொடும் புள்ளி P யிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் செவ்வன் கூறு N உம், அதன் தொடலிக் கூறு F உம் ஆக, படம் 4.08 (b). அப்பொழுது சக்தித் தத்துவத்தின்படி கோளத்தின் கோணப் பெயர்ச்சி  $\alpha$  ஆகுமிடத்து அது ஒரு கண நேரம் ஒய்வாயிருந்தலால்,

$$mgR(1 - \text{கோசை } \psi) + \frac{1}{2} m (\kappa^2 + a^2) \dot{\psi}^2 = mgR(1 - \text{கோசை } \alpha) + 0 \dots (i)$$

இங்கு  $(r - a) = R$ .

மேலும் C யின் முகமான ஆர்முடுகலின் கூறும் அதற்குச் செங்குத்தான தும், பக். 68 ஐ ஒப்., முறையே

$$a_1 = -(\ddot{R} - R\dot{\psi}^2) = R\dot{\psi}^2, \quad [\because R \text{ ஒரு மாறிலி}]$$

$$a_2 = R\ddot{\psi} + 2R\dot{\psi}$$

ஆதலாலும், எல்லாப் புற விசைகளும் கோளத்தின் மையத்தைத் தாக்கு கின்றன போல் அப் புள்ளியின் நேர்கோட்டு ஆர்முடுகல் அமைந்திருக்கின்ற தாதலாலும்

$$mR(\dot{\psi})^2 = N - mg \text{கோசை } \psi, \quad \dots \dots (ii)$$

$$mR\ddot{\psi} = F - mg \text{சைன் } \psi. \quad \dots \dots (iii)$$

சமன்பாடு (i) இல்  $a\dot{\psi} = R\dot{\psi}$  அல்லது  $a\dot{\psi} = R\dot{\psi}$  ஐப் பயன்படுத்தினால், நேரம் தொடர்பாக வகையிட்டபின்

$$gR \text{சைன் } \psi \cdot \dot{\psi} + (\kappa^2 + a^2) \left(\frac{R}{a}\right)^2 \dot{\psi} \ddot{\psi} = 0,$$

$$\text{அல்லது} \quad \text{சைன் } \psi = -\frac{\kappa^2 + a^2}{ga^2} R \ddot{\psi} \quad \dots \dots (iv)$$

சமன்பாடு (iii) இலும் (iv) இலும் இருந்து  $\dot{\psi}$  ஐ நீக்கினால்,

$$F = mg \left(1 - \frac{a^2}{\kappa^2 + a^2}\right) \text{சைன் } \psi = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + a^2} mg \text{சைன் } \psi.$$

(i) இலும் (ii) இலுமிருந்து, சுற்றுச் சுருக்கியபின்

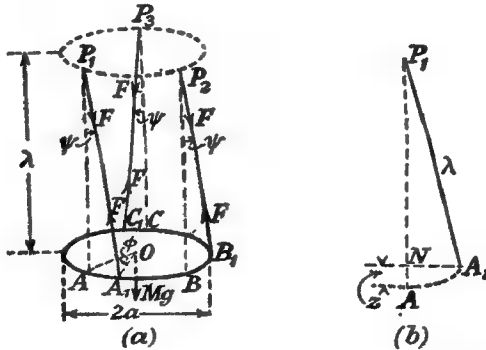
$$N = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + a^2} mg (17 \text{ கோசை } \psi - 10 \text{ கோசை } \alpha).$$

F இன் உயர்வுப் பெறுமானம்  $\frac{\kappa^2}{\kappa^2 + a^2} mg \text{சைன் } \alpha$ ;  $\psi = \alpha$  என்னுமிடத்து N இன் இழிவுப் பெறுமானம் கிடைக்கும்: அந்நிலையில்  $N = mg \text{கோசை } \alpha$ . எனவே  $\frac{F}{N}$  என்பதின் உயர்வுப் பெறுமானம்  $\frac{\kappa^2}{\kappa^2 + a^2}$  தான்  $\alpha$  எனவே, உராய்வுக்குணகம்  $\mu$  ஆனது  $\frac{\kappa^2}{\kappa^2 + a^2}$  தான்  $\alpha$  என்பதை மீறுமாயின், கோளம் ஒருபோதும் வழக்காமல் எப்பொழுதும் உருளும்.

**பரிசோதனை.**—குழிவாடியொன்றின் மீது உருளும் கோளமொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் கண்டு, புவியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம். முதல், ஒளியியல் முறையொன்றால் ஆடியின் முகத்தின் வளைவாரையைத் துணிக். அடுத்து வழக்கம் போல ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணிக்; மாட்டேறறுக்குறியொன்றைப் பயன்படுத்தி அதைக் கோளம் கடந்து போகும் நேரங்களையே துணிதல் வேண்டும் என்பதை மறத்தலாகாது. கோளம் ஓயவாயிருக்கும் பொழுது, அதன் மையத்துக்கு மேலே கிடையாக ஈர்க்கப்பட்டிருக்கின்ற கறுப்பு நூலொன்று வசதியான குறியொன்றாகும். நூலும், ஆடியில் தெறிப்பால் உண்டாகும் அதன் விம்பமும் கிடக்கின்ற அதே தளத்தில் நோக்குநரின் கண் அமைந்திருக்குமாயின் வரையறுத்த நிகழ்ச்சியொன்றிற்கும் அதன் மறுதடவைகளுக்கும் நேரம் காண்பது உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது.

கோளம் நடுவலினறி உருளும்பொருட்டு கோளம், ஆடி எனபவற்றின் பரப்புக்கள் நெய்க்கறையின்றி இருத்தல் வேண்டும்; பரிசோதனையில் வெற்றிகாணும் பொருட்டு இது இன்றியமையாதது. துப்புரவாககியொன்றைப் பயன்படுத்தி இவற்றைத் துப்புரவாக்கல் வேண்டும். அதன்பின்னா அவற்றைக் கையால் தொடலாகாது; கோளத்தை அரக்கிவைக்க நேரிடின் அப்பொழுது துப்புரவான வடிதான் ஒன்றால் அதைப் பிடித்துக்கொள்ளலாம்.

**எடுத்துக்காட்டு.**—மூன்று நிலைத் புள்ளிகளிலிருந்து, ஒவ்வொன்றும் நீளம்  $\lambda$  கொண்ட மூன்று கயிறுகளால், சீரான வட்டத் தடமொன்று தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது. கயிறுகள் நிலைக்குத்தாகவும் தடத்தின் தளம் கிடையாகவும் இருக்கின்றன. தடத்தின் மையம் ஊடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துக்கோடு பற்றி சிறு சுழற்சியிலேவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.



படம் 4.09. சமநிலைக்குடைய மூன்று நிலைக்குத்தான கயிறுகளால் தொங்கும் வட்டத் தடமொன்றின் குற்றிலேவுகள். [(அ) தடத்தின் சிறு ஏற்றம் காட்டப்படவில்லை.]

[படம் 4.09 (a)] ஒவ்வொரு கயிறிலுமுள்ள இழுவை  $F$  உம், தடத்தின் திணிவு  $M$  உம் எனின்,

$$3F \text{ கோசை } \psi = Mg.$$

இரு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $\psi$  நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் ஒவ்வொரு கயிறும் ஆக்கும் கோணமுமாம்.  $\psi$  சிறிதாதலால்,

$$3F = Mg.$$

எதேனுமொரு கணத்தில் தடத்தின் ஒவ்வொரு ஆரையும் கோணம்  $\phi$  யால் பெயர்க்கப்படுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது,  $\psi$  சிறிதாயிருக்குங்காலே  $\phi$  உம் சிறிதாயிருப்பதால்

$$\lambda\psi = a\phi;$$

இங்கு ■ ஆனது தடத்தின் ஆரை சுழற்சியிச்சைப் பற்றி  $\phi$  யைக் கூடச்செய்கின்ற விசைகளின் திருப்பம்

$$-3 (F \text{ --- } \psi) a \text{ --- } -Mg \frac{a^2 \phi}{\lambda}.$$

ஆனால் இது  $I\ddot{\phi} = M\kappa^2\ddot{\phi}$ ; இங்கு  $I$  யும்  $\kappa$  யும் முறையே சுழற்சியிச்சைப் பற்றித் தடத்தின் சுடத்துவத் திருப்பமும் சுழிப்பாரையும் ஆகும். எனவே, தடம் மெல்லியதாயின்  $\kappa \text{ --- } \blacksquare$  ஆதலால்

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\lambda} \phi = 0.$$

எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவாததன காலம்  $2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$  ஆகும்.

**வேறுமுறை.**—நிலைக்குத்துக் கோட்டிலிருந்து ஒவ்வொரு தாங்குகயிற் றினதும் பெயர்ச்சி  $\psi$  ஆனபொழுது மையம்  $O$  ஆனது ஒரு தூரம்  $z$  எழுந்தது எனக்கொள்வோம்.  $\psi$  சிறிதாதலின், வில்  $AA_1$  ஐச் செங்கோண  $\Delta P_1A_1N$  என்பதின் பக்கம்  $NA_1$  என எடுத்துக்கொள்ளலாம். அப்பொழுது

$$\lambda^2 = a^2\phi^2 + (\lambda - z)^2$$

அல்லது ஒன்றைக் காட்டிலும்  $\frac{z}{2\lambda}$  சிறிதாயின்

$$2\lambda z = a^2\phi^2.$$

சக்தித் தத்துவமானது உடனடியாக

$$\frac{1}{2}I\dot{\phi}^2 + Mgz = \text{மாறிலி}$$

அல்லது  $\frac{1}{2}Ma^2\dot{\phi}^2 + Mg \frac{a^2\phi^2}{2\lambda} = \text{மாறிலி}.$

$t$  தொடர்பாக வகையிட,

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\lambda} \phi = 0.$$

எனவே முன்போல,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$$

$T$  ஆனது  $a$  யைச் சாராது என இங்கு குறிக்கப்படும்; மேலும் தாங்கு கயிறுகளின் தொகை 2 இற்குக் கூடுதலாயிருப்பின அத்தொகையையும், கயிறுகள் தடத்தின் சுற்றில் அமைந்திருக்கிற முறையையும் அது சாராது; பின்னையதில் கயிறுகளிலுள்ள இழுவைகள்  $F_1, F_2, F_3, \dots$  என்றவாறு வேறுபடும்; இங்கு,

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = Mg.$$

**எடுத்துக்காட்டு.**—திணிவு  $M$  உம் ஆரை  $a$  யும் கொண்ட சீரான வட்டத் தட்டு, தன் தளம் கிடையாக இருக்குமாறு, அதன் ஓரத்தில் சமச்சீராகப் பற்றப்பட்டிருக்கிற ஒவ்வொன்றும்  $\lambda$  நீளமுள்ள மூன்று நிலைக்குத்தான இழைகளால் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது. இழைகள் மீள்தன்மையற்றவை எனவும், புறக்கணிக்கத்தக்க அளவில் திணிவும் விறைப்பும் உடையவை



எனவும் கொள்ளப்படுகிறது. தட்டானது திணிவு  $m$  கொண்ட வேறொரு தட்டைக் காவுகின்றது; இதனை முகமொன்று பெரிய தட்டுடன் ஒட்டியிருக்கிறது. பெரிய தட்டின் மையமூடாகவுள்ள நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றி புவிமீர்ப்பால் மேற்படி தொகுதி ஆற்றும் குற்றலைவுகளின் ஆவாததனை காலம் யாது? மேற்படி ஒழுங்குமுறையைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு சமாள்தரவச்சுத் தேற்றத்தைப் பரிசோதிக்கலாம் என்பதை விவரித்து விளக்குக."

தொகுதியானது, படம் 4.10 (a) இல் வரிப்படமுறையிலே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. தொகுதியின் நிலைக்குத்தான சுழற்சியசூலிருந்து தூரம்  $r$  இல், தட்டு  $m$  இன் புவிமீர்ப்பு மையம் இருக்கும் பொழுது இழைகளிலுள்ள இழைகள் முறையே  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  ஆகுக. பெரிய தட்டின் ஒவ்வோர் ஆரையும் கோணம்  $\phi$  அசைந்திருக்கும்பொழுது நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் ஒவ்வோர் இழையும் கோணம்  $\psi$  ஆகமுடியின், அப்பொழுது

$$(F_1 + F_2 + F_3) \cos \psi = (M + m)g.$$

$\phi$  யைக் கூடுமாறு தூணும் இணையானது

$$-(F_1 + F_2 + F_3) \sin \psi \cdot a = (M + m)ga \text{ தான் } \psi$$

$$\Rightarrow (M + m)ga^3 \frac{\phi}{\lambda} \quad (\because a\phi = \lambda\psi).$$

எனவே இயக்கச் சமன்பாடானது

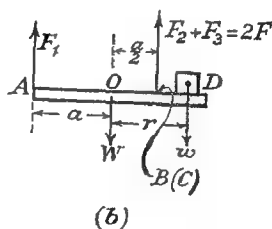
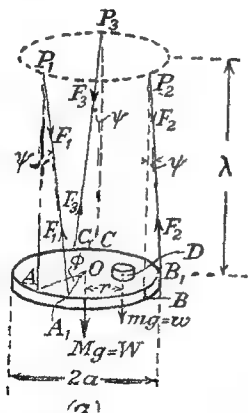
$$I\ddot{\phi} + (M + m)ga^3 \frac{\phi}{\lambda} = 0.$$

இங்கு  $I$  அதன் சுழற்சியசூப பற்றி முழுத தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்.

இத்திருப்பம்

$$\frac{1}{2} Ma^2 + m(\kappa^2 + r^2)$$

என்பதற்குச் சமன.



படம் 4.10. சமாள்தரவச்சுத் தேற்றத்தைப் பரிசோதனை முறைப்படி மெய்ப்பித்தல்.

இங்கு, ■ என்பது அதன் திணிவு மையம் ஊடாகவுள்ள நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றி சிறிய தட்டின் சுழிப்பாரை ஆகும்.

\*இம்முறையை Dr. இ. ஜே. அயேன்ஸ் (E. J. Irons) ஏற்படுத்தினார்.

எனவே  $\frac{\phi}{\phi}$  ஒரு மாறிலி அதாவது, இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவர்த்தன காலம்  $T$ ,

$$T^2 = \frac{4\pi^2 [\frac{1}{2}Ma^2 + m(\kappa^2 + r^2)]\lambda}{(M + m)ga^2}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இச்சமன்பாட்டை

$$\frac{(M + m)ga^2}{4\pi^2\lambda m} \cdot T^2 = (\kappa^2 + r^2) + \frac{1}{2} \frac{M}{m} \cdot a^2$$

என எழுதலாம்.

எனவே, பொருத்தமான நோக்கல் தொடரொன்றைப் பெற்றபின்  $y = \frac{(M + m)ga^2}{4\pi^2\lambda m} \cdot T^2$

என்பதை  $y = r^2$  எனபது தொடர்பாகக் குறித்தால், வரைபானது சரிவு 1 உம்  $y$  அச்சில்  $\frac{1}{2} \frac{M}{m} (a^2 + \kappa^2)$  எனபதற்குச் சமனான வெட்டுத்துண்டும் கொண்ட நேர்கோடொன்றாகும். தட்டு

$m$  இறகுப் பதிலாகத் திணிவு  $M$  ஆய இருக்குமாறு வெட்டப்பட்ட உருளையொன்று, அதன் அச்ச நிலைக்குத்தாக அமையுமாறு வைக்கப்பட்டால் கணிப்பானது அதனுனைத் தொல்லையாயிராது.

மேற்படி உயததறிதல்கள மெய்பயிக்கப்பட்டால், ஆவர்த்தன காலத்தைப் பெறும் பொருட்டுப் பயன்படுத்தியுள்ள சமாந்தரவசுத்தேற்றம் (ப. 78 ஐ ஒப) உம உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள்ளதாகும்.

சில சூழல்களில் பெரிய தட்டானது கிடையாக அமையாது எனபது குறித்தற்பாலது; எடுத்துக்காட்டாகப் படம் 4.10 (b) யில், அதன் அச்ச நிலைக்குத்தாகவும் பெரிய தட்டின் விடம்  $AO$  விலுள்ள புள்ளியொன்று ஊடாகச் செல்லவும் கூடியதாக, சிறிய தட்டு அல்லது உருளையை ஒழுங்குபடுத்துக. அப்பொழுது சமச்சீராயிட்டு  $B$ ,  $O$  என்பவற்றினூடாகச் செலவின்ற கயிறுகளினுள்ள இருவைகள் சமனாக இருந்தபோதிலும், கீழே காட்டியுள்ளவாறு இச்செய்தியை நாம் பயன்படுத்துவதில்லை. அச்ச  $BC$  யைப் பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால், இவ்வசை  $O$  விலிருந்து தூரம்  $\frac{1}{2}a$  யில் இருப்பதால்

$$F_1(a + \frac{1}{2}a) + w(r - \frac{1}{2}a) = W(\frac{1}{2}a).$$

$$\therefore F_1 = \frac{2}{3a} [\frac{1}{2}Wa + w(\frac{1}{2}a - r)].$$

இனி  $F_1$  பூச்சியமாயின் தட்டின் சமநிலை உறுதியற்றதாகின்றது. இது

$$r = \frac{W + w}{w} \cdot \frac{a}{2} = \frac{M + m}{m} \cdot \frac{a}{2}$$

என்னுமிடத்து நிகழும்.

$O$  ஊடாகவுள்ள விட்டத்தில்,  $O$  வின் எதிர்ப் பக்கங்களிற் சமச்சீராக ஒழுங்குபடுத்தியுள்ள இரு சிறு சமனான உருளைகளைப் பயன்படுத்தி மேற்படி உறுதியின்மையைப் பிறப்பிவிக்கக்கூடிய ஏதுகளை நடைமுறையில் தவிர்க்கமுடியும்.

[தட்டிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஒரு தூரம்  $x$  ஏறின், சக்திச் சமன்பாடானது

$$\frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 + (M + m)gx = \text{ஒரு மாறிலி}$$

என எளிதில் காட்ட முடியும்;

இங்கு,  $x = \frac{a^2 \phi^2}{2\lambda}$  (பக். 133 ஐ ஒப.).

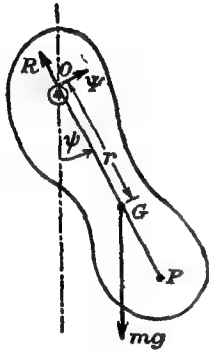
அதாவது இயக்கச் சமன்பாடு

$$\frac{1}{2} [\frac{1}{2}Ma^2 + m(\kappa^2 + r^2)] 2\dot{\phi} \cdot \dot{\phi} + \frac{(M + m)g \cdot a^2 \cdot 2\phi \cdot \dot{\phi}}{2\lambda} = 0$$

இது முன்போலவே. [இதிலிருந்து பிறவுமாம்.]

**கூட்டுசல்.**—நிலைத்த கிடையான அச்சொன்றைப் பற்றிச் சுழலக்கூடிய, எந்த வடிவமும் உள்ளமைப்பும் உடைய விறைப்பான எப்பொருளும் கூட்டுசல்லொன்றை அமைக்கும்; இங்கு புவிப்பீர்ப்பு, பொருளின் மீது அச்சின் தாக்கம் என்பவற்றால் மட்டுமே புற விசைகள் ஆகும்.

ஊசலின் திணிவு  $m$  எனவும், அது  $O$  ஊடாகவுள்ள கிடை அச் சொன்று பற்றி அலைகிறது எனவும் கொள்க, படம் 4-11. திணிவு மையம்



படம் 4-11. ஒரு கூட்டுசல்

$G$  யும்,  $O$  விலிருந்து  $G$  யின் தூரம்  $r$  உம் ஆகுக. அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து ஊசல் பெயர்க்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது  $OG$  ஆனது நிலைக்குததுக் கோட்டுடன் கோணம்  $\psi$  ஆக்குக. அப்பொழுது  $O$  வைப் பற்றி  $\psi$  யைக் கூடுமாறு தூண்டுகின்ற புற விசைகளின் திருப்பம்  $-mgr$  சைன்  $\psi$  ஆகும். ஆனால் இது ஊசலின் கோண உந்தம் மாறும் வீதம், அதாவது  $(I + mr^2) \ddot{\psi}$  அல்லது  $m(\kappa^2 + r^2) \ddot{\psi}$  என்பதற்குச் சமன். இங்கு  $I$  ஆனது  $G$  ஊடாகவும் சுழற்சியச் சுககுச் சமாந்தரமாகவுமுள்ள அச்சொன்றைப் பற்றி பொருளின் சடத்துவத் திருப்பமும்,  $\kappa$  அதற்கு ஓதத சுழிப்பாரையுமாம் [அச்சானது  $G$  யிலிருந்து தூரம்  $r$  இல் இருக்கிறதாதலின்  $(I + mr^2)$  எனபது தொங்கலச்சுப் பற்றி பொருளின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும்—ப. 78 ஐ ஒப்.]

எனவே ஊசலின் இயக்கம்,

$$(I + mr^2) \ddot{\psi} + mgr \text{ சைன் } \psi = 0.$$

அல்லது

$$(\kappa^2 + r^2) \ddot{\psi} + gr \text{ சைன் } \psi = 0 \dots\dots\dots(i)$$

சைன்  $\psi$  இற்குப் பதிலாக  $\psi$  யை இடக்கூடிய வகையிலே  $\psi$  யின் பெறுமானம் சிறிதாயின், அப்பொழுது,

$$(\kappa^2 + r^2) \ddot{\psi} + gr \psi = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது; ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\kappa^2 + r^2}{rg}} \dots\dots\dots(iii)$$

எனவே இவ்வாவர்த்தன காலம் நீளம்  $\left(r + \frac{\kappa^2}{r}\right)$  கொண்ட எளிய

ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்திற்குச் சமன்.  $OP$  = எளிய சமவலு லுசலின் நீளம்  $l$  ஆகுமாறு  $OG$  யைப்  $P$  வரை நீட்டினால்,  $P$  அலைமையம் எனவும்  $O$  தொங்கல் மையம் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. அப்பொழுது

$$OP = l = \frac{\kappa^2 + OG^2}{OG},$$

அதாவது

$$OP \cdot OG = \kappa^2 + OG^2,$$

அல்லது

$$OG (OP - OG) = \kappa^2;$$

இது

$$OG \cdot GP = \kappa^2.$$

P யிற்கு ஊடாகவும் O ஊடாகவுள்ள அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகவுமுள்ள அச்சொன்றிலிருந்து பொருளாத் தொங்கவிட்டால், அப்பொழுது O வே அலைவுமையம் ஆகும் என்ற வகையிலேயே P யும் O வும் அமைந்திருக்கின்றன என இக்கோவை உணர்த்துகிறது. அலைவுமையமும் தொங்கன மையமும் ஒன்று மற்றொன்றுடன இடமாறி அமையக்கூடும் என்க. கூட்டுசெல்லொன்றின் இவ்வியல்பானது ஷைக்கன்ஸ் என்பவரால் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

இனி, ஆவர்த்தன காலத்திற்கான கோவையை

$$r^2 - r \cdot \frac{T^2 g}{4\pi^2} + \kappa^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (iv)$$

என எழுதிக்கொள்ளலாம்.

r இற்கான இவ்விருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் கூட்டுத்தொகை, பெருக்கம் ஆகிய ஒவ்வொன்றும் நேர் ஆதலின், இரு மூலங்களும் நேர் ஆகும்; அதாவது T யின் தரப்பட்ட பெறுமானமொன்றிற்கு,  $r_1$  உம்  $r_2$  உம் எனறவாறு, இச்சமன்பாடானது r இற்குப் பொதுவாக இரு நேர்ப் பெறுமானங்களைத் தருகிறது; அதாவது, T யின் குறிப்பிட்ட எந்தப் பெறுமானத்திற்கும் G யின் அதே பக்கத்தில் O யிற்கு இரு தானங்கள் உள. இதிலிருந்து  $\kappa^2 = r_1 r_2$  என்பது உடனே தெளிவாம்.

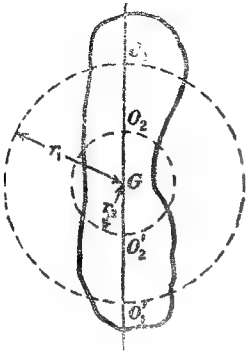
இதுபோலவே, G யின் மறுபக்கத்திலுள்ள அச்சொன்றிலிருந்து ஊசல் தொங்குமாயின், இவ்வச்சானது OG இற்குச் செங்குத்தாகவும் நீட்டிய OG யை வெட்டுமாறும் இருப்பதால், T யின் தரப்பட்ட பெறுமானத்திற்குச் சரியாக அதே இருபடிச் சமன்பாடு கிடைக்கும். எனவே, G ஊடாகச் செல்கின்ற எந்தத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட நேர்கோடொன்றிலும், ஊசலுக்கு அதே ஆவர்த்தன காலம் தரும் தொங்கற் புள்ளிகள் நான்கு உள; இங்கு, தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டுக்குச் சுழற்சியச்ச எப்பொழுதும் செங்குத்தாயிருத்தல் வேண்டும்.

இவற்றுள், G யின் எதிர்ப் பக்கங்களிலும், அதிலிருந்து சமனல்லாத தூரங்களிலும் உள்ள இரண்டின் இடைத்தூரம் h ஆகுக. இவ்விடைத் தூரம் (iv) இன் மூலங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமன்; அதாவது

$$h = \frac{gT^2}{4\pi^2}.$$

ஊனது ஆவர்த்தன காலம் T கொண்ட எளிய ஊசலொன்றின் நீளம் எனக் குறிக்கப்படும்; இதுவே எளிய சமவலுவூசல் என்பதாகும்.

படம் 4.12 இல் இக்குறிப்புக்களை எடுத்துக்காட்டலாம். புவியீர்ப்புமையம் G இலிருந்து தொங்கலச்சின் தூரம் மட்டுமே ஆவர்த்தன காலத்தை வரையறுக்கிறதாதலின், G யைப் பொது மையமாகவும்  $r_1$ ,  $r_2$  களை



படம் 4.12

ஆரைகளாகவும் கொண்ட வட்டங்கள் இரண்டில் ஏதேனுமொன்றின் மீது தொங்கற் புள்ளி இருக்குமாயின் ஊசல் அதே ஆவர்த்தன காலம் உடையதாம். G ஊடாகச் செல்கிறதும் வரிப்படத் தளத்தில் கிடக்கிறதுமான நேர்கோடொன்றில் இத்தகைய இரு புள்ளிகள்  $O_1$  உம்  $O_2$  உம் என்க.

நீட்டிய  $O_1O_2G$  யும் மேற்படி வட்டங்களுக்கும் ஒன்றையொன்று வெட்டுவதால் கிடைக்கப்பெறுகின்ற இன்னுமொரு சோடிப் புள்ளிகள்  $O_1'$ ,  $O_2'$  என்பன அதே நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றுகிறபடியால், G ஊடாகத் தரப்பட்ட நேர்கோடொன்றில் பொதுவாக இருக்கவேண்டிய நான்கு புள்ளிகளுக்கும் ஊசல் அதே ஆவர்த்தன காலத்தை

உடையதாயிருத்தல் வேண்டும். இனி,

$$GO_1 + GO_2' = r_1 + r_2$$

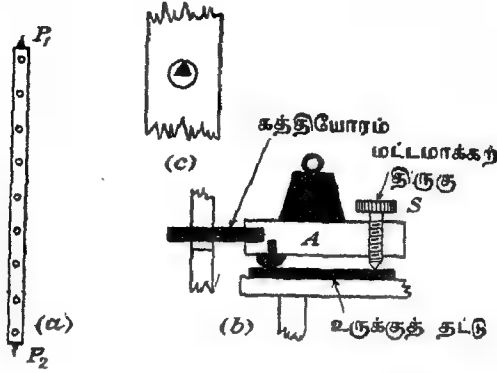
ஆதலின்,  $O_1O_2'$  (அல்லது  $O_2O_1'$ ) எளிய சமவலுவூசலின் நீளம் ஆகும் எனபது தெளிவாம்.

**பரிசோதனை.**—கூட்செலொன்றைப் பயன்படுத்திப் புவியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமான மொன்றைத் துளிர்தல். இப்பரிசோதனையில் மேலே நிறுவப்பட்ட அமிசங்களை பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அதன் நீளம் வழியே வெவ்வேறு புள்ளிகளில் கத்தியோரமொன்றால் தொங்க விடக்கூடியதும் கிட்டத்தட்ட 1 மீற்றர் நீளம் உடையதுமான பித்தளைச் செவ்வகச் சட்டமாக ஊசல் அமைந்திருக்கிறது. விவரிக்கும் பொழுது, சட்டத்தை அடர் எனக் கூறுவோம். அவற்றின் மையங்கள் சட்டத்தின் புவியீர்ப்பு மையமூடாகச் செல்கின்ற நேர்கோடொன்றை கிடக்குமாறு துளைத்தொடரொன்று ஆக்கப்பட்டிருக்குமாயின், மேற்படித் திட்டத்திற்கு ஏற்ப சட்டத்தின் தொங்கல்முறை எளிதாகின்றது, படம் 4.13 (a) யை ஒப்.

கத்தியோரம் கடையமாக மட்டமாயிருத்தல் வேண்டும். அது வழக்கமாக, அதன் ஓரம் கூராக வரும்வரை தேய்த்துள்ள வலலுருக்குத் துண்டொன்றாகும்; மரப்பலகை A யில் அது நிலையாகப்பட்டிருக்கிறது, படம் 4.13 (b). பலகையின் கீழ் முகத்தில் இரு உருண்டைத் தலைத் திருகுகள் நிறுவப்பட்டிருக்கின்றன; அவற்றிற்குப் பின்னால் மட்டமாக்கும் திருகு S இருக்கிறது. கத்தியோரம் மீது சட்டம் வைக்கப்பட்டு அது ஆறும் பொழுது அங்குமிங்குமான அசைவொன்று வழக்கமாகத் தோற்றக்கூறும். சட்டம் ஆறும் பொழுது நிலைக்குத்துத் தளத்தில் மட்டுமே அது அசையுமாறு மட்டமாகும் திருகு பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒவ்வொரு துளியினும் மீண்டும் இச்செய்குசெய்கை நேரிடக்கூறும்.

ஒன்றைவிட்பொரு துளையிலிருந்து, ஒன்றன்பின்னொன்றாகச் சட்டம் தொங்கியிருக்கும் பொழுது நேரமானியொன்றால் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க; இங்கு, திருத்தமிக்க நேரங்காண்முறையொன்றைப் பயன்படுத்த

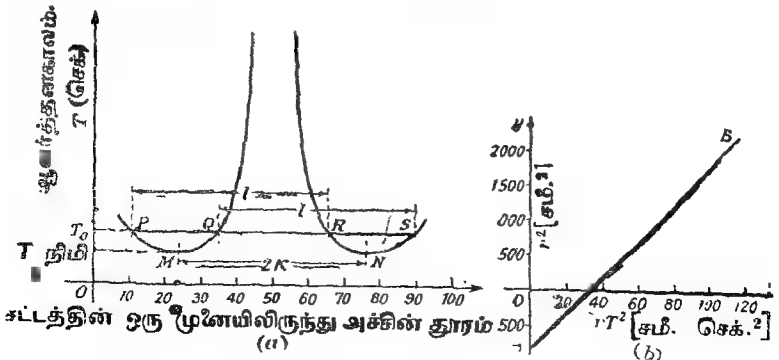
துதல் வேண்டும். ஊசலுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்ற ஊசிகள்  $P_1$ ,  $P_2$  ஐயும் மாட்டேற்றுக் குறியொன்றையும் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்டவொரு



படம் 4.13.  $g$  யைக் காண்பதற்கான கூட்சேல்.

காலவிடையில் ஊசல் ஆற்றியுள்ள முழு அலைவுகளின் தொகையைத் துணியலாம். அடுத்துச் சட்டத்தின் முனையொன்றிலிருந்து பயன்படுத்திய தொங்கற் புள்ளியொவ்வொன்றினதுத் தூரத்தையும் அளத்தல் வேண்டும்.

இவ்வாறு பெற்ற பேறுகளைப் பயன்படுத்தி, ஆவர்த்தன காலங்களை நிலைக் கூறுகளாகவும் சட்டத்தின் முனையொன்றிலிருந்து தொங்கற் புள்ளிகளின் தூரங்களைக் கிடைக்கூறுகளாகவும் கொண்ட வளையியொன்றைக் குறித்தல் வேண்டும். இவ்வளையியானது படம் 4.14 (a) யில் காட்டியுள்ளதைப் போன்றதொன்றாகும். காட்டியுள்ள இழிவுகளை ஆவர்த்தன காலங்கள்



படம் 4.14. கூட்சேலின் ஆவர்த்தன கால நோக்கல்களைப் பயன்படுத்தும் வரைபு முறைகள்.

அணுகும்பொழுது அவற்றிற்கு ஒத்த இடங்களிலுள்ள சட்டத்துளை ஒவ்வொன்றையும் பயன்படுத்தி ஆவர்த்தன காலங்களின் பெறுமானங்களை நுணுக்கமாக ஆராய்தல் வேண்டும்.

காட்டியுள்ள புள்ளிகளில் வளையியை வெட்டுமாறு  $x$  - அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக வரைந்துள்ள நோக்கோடு PQRS ஆகுக. புவியீர்ப்பு மையத்தின் எதிர்ப்புறங்களில் இருக்கின்றனவும், புவியீர்ப்பு மையத்தைக் குறித்துச் சமச்சீரல்லாத வகையில் அமைந்தவையும், அவ்வொவ்வொன்றிலுமிருந்து சட்டத்தை ஒன்றன்பின்னொன்றாகத் தொங்கவிட்டபொழுது அதே ஆவர்த்தன காலத்தைத் தருகின்றனவுமான இரு புள்ளிகளை விறைப்பான பொருளொன்றில் இடங்காணமுடியுமாயின், அப்பொழுது அப் புள்ளிகளின் இடைத்தூரம் அவ்வாறு தொங்கியவூசலின் அதே ஆவர்த்தன காலத்தை உடைய எளியவூசலின் நீளத்திற்குச் சமன் ஆகும் என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. எனவே, P, R உம் Q, S உம் அத்தகைய இரு சோடிப் புள்ளிகளாகும். எனவே, PR, QS ஆகிய ஒவ்வொன்றும் Oy யில் SP தரும் வெட்டுத்துண்டால் குறிக்கப்படும் ஆவர்த்தன காலமுடைய எளியவூசலின் நீளம்  $l$  இற்குச் சமன் ஆகும். அந்த ஆவர்த்தன காலம்  $T_0$  என்க.

$$\text{எனவே, புவியீர்ப்புச் செறிவு } g = 4\pi^2 \frac{l}{T_0^2}.$$

ஆவர்த்தன காலத்தின் பல வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த எளிய சமவலு ஊசல்களின் நீளங்களை அளந்து இவ்வண்ணம் புவியீர்ப்புச் செறிவுக்குச் சராசரிப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக.

சமன்பாடு (iv) ஆனது சம மூலங்கள் உடையது எனபதற்கான நிபந்தனை [ப. 137 ஐ ஒப்.]

$$\left( \frac{T^2 g}{4\pi^2} \right)^2 - 4\kappa^2 = 0.$$

அம்மூலங்கள் ■ என்க.

அப்பொழுது,  $r$  இன் குறிப்பிட்ட பெறுமானம்  $\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{T^2 g}{4\pi^2} \right)$  ஆகும்;

எனவே,  $\alpha = \kappa$ . கருதப்படும் வளையியின் பொதுத் தொடலி MN எனின், அப்பொழுது  $\frac{1}{2} MN = \kappa$ ; இங்கு  $\kappa$  ஆனது திணிவுமையம் G ஊடாகச் செல்கின்றதும் சட்டத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றி சட்டத்தின் சுழிப்பாரை ஆகும். அப்பொழுது, ஆவர்த்தன காலம் ஓர் இழிவு ஆகும்.

அவதானிப்புகளை இவ்வண்ணம் பயன்படுத்திப் புவியீர்ப்புச் செறிவுக்கோ, தேவைப்படும் சுழிப்பாரைக்கோ திருத்தமான பெறுமானமொன்றை ஒரு போதும் பெற முடியாது; ஏனெனில், மேற்படி முடிவுகளைப் பெறுமிடத்து கருவிகளினறிக் கையால் வரையப்படும் வளையி ஒருபோதும் நேர்கோடொன்றுபோல் பயனளிக்கமாட்டாது; அன்றியும், இழிவுப் பகுதிகள் ஓரளவு தட்டையாக இருப்பதால் M ஐயும் N ஐயும் நுட்பமாக இடங்காணமுடியாது.

இப்பரிசோதனையால் கிடைக்கப்பெறும் அவதானிப்புகளிலிருந்து  $g$  இற்குப் பெறுமானங்காணும் வரைபு முறையொன்று கோட்கசன் என்பவரால் தரப்பட்டுள்ளது; ஆனால், இங்கு  $r$  இன் பெறுமானங்களைப் பெறும் பொருட்டு எளிய சமநிலை முறையைப் பயன்படுத்தித் திணிவுமையத்தின் தானத்தை இடங்காண வேண்டியதாகின்றது. இனிச் சமன்பாடு (iv) ஐ (ப. 137 ஐ ஒப்.)

$$\frac{rT^2}{4\pi^2} \cdot g = r^2 + \kappa^2$$

என்று எழுதலாம்; எனவே,  $r^2$  ஐ  $y$  ஆகவும்,  $rT^2$  ஐ  $x$  ஆகவும் குறித்தால் சரிவு  $\frac{g}{4\pi^2}$  உம்  $y$  அச்சில் வெட்டுத்துண்டு  $-\kappa^2$  உம உடைய நேர்கோடொன்றைப் பெறுவோம். எனவே,  $g$ ,  $\kappa$  ஆகிய இரண்டையும் காணலாம்—படம் 4.14 (b) ஐ ஒப்.

**ஒயேனின் சட்டவசல்.**—சட்டவசலொன்றைப் பயன்படுத்தியுள்ள பரிசோதனையொன்றை ஒயேன் என்பவர் விவரித்துக் கூறியிருக்கிறார்; இதில் மேற்படி பரிசோதனையில் பயன்படுத்தியுள்ள ஆய்கருவியின குற்றங்கள் நீக்கப்பட்டிருக்கின்றன. வழக்கமான சட்டவசல் வகையில் உள்ள தொல்லைகள் சட்டத்தின் நீளம் வழியே துளைத்திருக்கின்ற துளைகளாலானவை. இத்துளைகள் தொங்கற் புளளிகளாகப் பயன்படுகிறபடியால், குறுந்தறியின் சிறு நீளம், அதனால் விளையும் இங்குமங்குமான ஆடல் என்னும் காரணங்களால் அலைவுகளை நேரங்காணுமிடத்துப் பருமட்டான திருத்த வரிசையை மட்டுமே எதிர்பார்க்க முடிகிறது; அல்லாமலும், துளைகளின் அச்சுக்கள் சட்டத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாயிருக்கின்றன என்பதை எப்பொழுதும் உறுதிப்படுத்த முடியாது.

ஒடி C என்பதை, படம் 4.15, பயன்படுத்தி மேற்படி குறைகளை நீக்கலாம்; சட்டம் வழியே அசையக்கூடிய இவ்வோடியை எந்தப் புள்ளியிலும் நிலையாக்கலாம். ஒரு கத்தியோரம் K ஓடியால் விறைப் பாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. கத்தியோரம் ஓடியின் இரு பக்கங்களிலும் நீட்டப்பட்டிருக்கிறது. ஆனால் ஓடியினுள் அது அரத்தால் உராயப்பட்டிருக்கிறது. சுவர்த்தாங்கி B யின் மேடை A யின் இரு பக்கங்களிலும் ஏற்றியிருக்கின்ற ஒரு சோடி கண்ணாடித் தகடுகள்  $G_1$ ,  $G_2$  என்பவற்றால் கத்தியோரங்கள் தாங்கப்பட்டிருக்கின்றன. ஊசல், ஒடி ஆகியவற்றின் சுயாதீன அசைவையிட்டு, தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள மேடையின் பகுதி வெட்டி அப்புறப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது. தாங்குங் கண்ணாடிகளின் பரப்புக்கள் அதே கிடைத் தளமொன்றில் இருக்கும் பொருட்டுக் கட்டாயமாகக் குண்டுநூலொன்றைப் பயன்படுத்திச் சுவர்த்தாங்கியைச் செப்பஞ்செய்தல் வேண்டும்.

† *Science Progress*, 22, 461, 1928.

‡ *Proc. Physics. Soc.*, 51, 456, 1939.

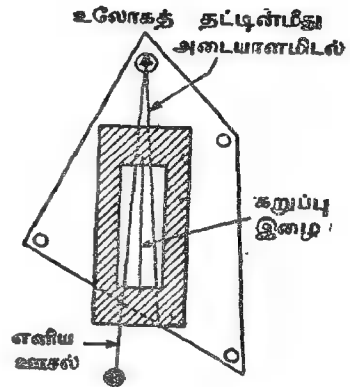




வெவ்வேறான ஊசலாடு நேரங்களைத் திருத்தமாக அளக்கும் பொருட்டு உடனிகழ்ச்சி முறையைப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம். அந்நாளாக துளைகளிலிருந்து ஒன்றன்பின்னொன்றாக அடா தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும்பொழுது, 50 முழு ஊசலாடல்களுக்கான நேரங்களின் அண்ணளவான பெறுமானங்கள் முதன்முதலாகத் துணியப்படுகின்றன. இவ்வாறு கிடைக்கப் பெற்ற மேற்படி நாளாக ஆவர்த்தன காலங்களின் சராசரிக்குக் கிட்டத்தட்டச் சமமான ஆவர்த்தன காலமுடைய எளியவசுலொனது ஆக்கப்படுகிறது. இவ்வசுலின் ஆவர்த்தன காலம் திருத்தமாகத் துணியப்படுகிறது; இவ்வண்ணம் அது நியமநேரத்தைச் செக்கங்களில் தரும் கருவியாகின்றது.

அடுத்து, உலோகத் தகட்டின்முன் எளிய ஊசல் நிறுத்தப்படுகிறது; படம் 4-16 இல் காட்டியுள்ளவாறு, அதன் மேல் முனையும் கத்தியோரமும் அதே மட்டத்தில் இருக்கும்படி செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது. இவ்விரு ஊசல்கள் முன், பிளவுள்ள அட்டைததுண்டொன்று நிறுத்தப்படுகிறது; பிளவின குறுக்கே கறுத்த இழைததுண்டொன்று ஈர்க்கப்பட்டிருக்கிறது; இவ்விழையும், எளிய ஊசல் ஒவ்வாயிருக்கும் பொழுது அதன் கயிறும், உலோகத்தில் தொங்குநிலை ஊடாகச் செல்லுமாறு வரைந்துள்ள நிலைக்குத்தான நோக்கோடொன்றும், ஒருதளமாக இருக்கும்படி ஒழுங்கு செய்யப்படுகின்றது. பரவாயன்மை வழக்களைத் தவிக்கும் பொருட்டுத் தொகுதியை இரண்டு பிறறா தூரத்திலிருந்து, அல்லது தொலைகாட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தி நோக்குதல் வேண்டும்.

இரு ஊசல்களும் கூடி ஊசலாடுமாறு செய்யப்படுகின்றன; அப்பொழுது அவற்றின் வீச்சுகளை அண்ணளவாகச் சமனாக்குதல் வசதியாம். இரு ஊசல்களும் ஒரே ஆவர்த்தன காலமும் ஒரே தொடங்குநேரமும் உடையனவாயின, அவற்றை முன்னா கூறியுள்ளவாறு நோக்கிலை அவை ஒன்றாக இயங்குவதுபோல தோற்றும். ஆவர்த்தன காலங்கள் வேறுபட்டின் ஊசல்களின் இயக்கவினைக்கம் விரைவிற குலையும். இவ்வியக்கத்தைக் கவனமாக நோக்கிலை



படம் 4-16. ஒழுங்கற்ற அடரொன்றின் சுத்துவத் திருப்பம்-பரிசோதனை முறையாகத் துணிதல்.

வதேனுமொரு கணத்தில் உலோகத்திலுள்ள கோடும், எளியவசுலின் கயிறும், நிலைக்குத்தான மாட்டேற்றுக்கோடும் ஒருதளமாக அமைவதையும் இரு பொருள்களும் ஒரே திசையில் அசைவதையும் காணலாம். ஓர் ஊசல் மற்றதைக் குறித்து ஒரு முழு ஆடலால் நயம் அல்லது நட்டம் அடையும் வரை இதற்கிழ்ச்சி மீண்டும் தோனுகது.

$T_1$  ஆவர்த்தன காலமுடைய எளியவசுலானது உலோகத்தகட்டின் ( $n_1 \pm 1$ ) முழு ஊசலாடல்களுக்கான நேரவிடையில்  $n_1$  முழு ஊசலாடல்களை ஆற்றுகின்றது எனக் கொள்க. உலோகத்தகட்டின் ஆவர்த்தன காலம்  $T$  எனின்

$$n_1 T_1 = (n_1 \pm 1) T.$$

எனவே,  $T$  யைக் கணித்துக் கொள்ளலாம். எந்த ஊசல் மற்றதைக் குறித்து நயம் உறுகிறது என்பதை நோக்கி எந்தக் குறியைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும் என்பது பற்றி முடிவு செய்யப்படுகிறது.

மேற்படி செயல்முறையை ஒவ்வொரு துளையிலும் திரும்பத்திரும்பப் பயன்படுத்தி உலோகத்தகட்டின் திணிவுமையம் ஊடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செவ்வகமும் உள்ள கிடைச்சைப் பற்றி அதன் சுழிப்பாரை கணிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு.—கூட்டுசுலொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் எப்பொழுது ஓர் இழிவு ஆகின்றது என்பதைத் துணிக.

திணிவு  $M$  கொண்ட கூட்டுசுலொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் அதன் இழிவுப் பெறுமானம்  $T_0$  ஐ அடையுமாறு சுழற்சியிச்சுத்தானம் செய்பஞ் செய்யப்படுகிறது. புறக்கணிக்கத்தக்க பருமன உடைய, திணிவு  $m$  கொண்ட உலோகத்துண்டொன்று ஊசலின் புவிவீர்ப்பு மையத்தில் இணைக்கப்படுகிறது. (அ) அச்சின் அதே தானத்துக்குரிய புது ஆவர்த்தன காலம், (ஆ) ஆவர்த்தன காலத்தின் புது இழிவுப் பெறுமானம் எனபவற்றிற்குரிய கோவைகளைப் பெறுக.

வழக்கமான குறிப்பீட்டில், சமை ஏற்றப்படுமுன்

$$\frac{g}{4\pi^2} r T^2 = r^3 + \kappa^3.$$

$r$  குறித்து வகையில்

$$\frac{g}{4\pi^2} \left[ T^3 + 2rT \frac{dT}{dr} \right] = 2r.$$

$$\therefore 2rT \frac{dT}{dr} = \frac{8\pi^2}{g} r - T^3 = \frac{8\pi^2}{g} r - 4\pi^2 \left( \frac{r^3 + \kappa^3}{rg} \right).$$

எனவே,  $2r^2 - (r^3 + \kappa^3) = 0$ ; அதாவது  $r = \kappa$  ஆகுமிடத்து

$$\frac{dT}{dr} = 0.$$

அப்பொழுது ஆவர்த்தன காலம் ஓர் இழிவு ஆகும் எனக் காட்டும்பொருட்டு

$$\frac{dT}{dr} = \frac{4\pi^2}{g} \frac{1}{T} - \frac{T}{2r}.$$

$$\therefore \frac{d^2T}{dr^2} = \frac{4\pi^2}{g} \left( -\frac{1}{T^2} \right) \frac{dT}{dr} - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{T}{r^2} \right].$$

மேலும்,  $\frac{dT}{dr} = 0$  ஆகுமிடத்து இக்கோவையானது  $\frac{1}{2} \frac{T}{r^2}$  ஆகிறது; இது உண்மையாக ஒரு

நேர் எண் ஆகும். எனவே, ஆவர்த்தன காலம் ஓர் இழிவு ஆகும். அத்துடன்

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2\kappa}{g}}.$$

$G$  ஊடாகவுள்ள கிடையச்சுப் பற்றிச் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_G$  என்பதைச் சேர்மானத் திணிவு பாதிக்கமாட்டாது.

$$\therefore I_G = M\kappa^2 = (M + m)\kappa_1^2;$$

இங்கு  $\kappa_1$  ஆனது புதுச் சுழிப்பாலை.

$$(a) \therefore \text{அதே அச்சைப் பற்றிப் புதிய ஆவர்த்தன காலம்} = 2\pi \sqrt{\frac{\kappa_1^2 + \kappa^2}{Kg}}$$

[ $\therefore r = \kappa$ ]

$$= T_0 \sqrt{\frac{2M + m}{2(M + m)}}.$$

$$(b) \text{ புது இழிவு ஆவர்த்தன காலம்} = 2\pi \sqrt{\frac{2\kappa_1}{g}} = T_0 \left( \frac{M}{M + m} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

**கூட்டுசல் ; நிலைத்த அச்சொன்றின் மீது தாக்கம்.**— படம் 4.11 [ப. 136 ஐ ஒப்.] இல் காட்டியுள்ளவாறு, O ஊடாகச் செலகின்ற நிலைத்த கிடையச்சொன்று பற்றித் தளமொன்றில், கூட்டுசலொன்று அலைக ; OG ஆனது நிலைக்குத்துக் கோட்டுன கோணம்  $\psi$  ஆக்குக ; இங்கு G புவியீர்ப்புமையம். G ஆனது O விலிருந்து ஒரு நிலையான தூரம்  $r$  இல் இருக்கின்றதென்க. GO வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள திசைகளில் ஊசல் மீது அச்சாணி ஆற்றும் தாக்கத்தின் கூறுகள் முறையே R உம்  $\Psi$  உம் ஆகுக ; இங்கு உராய்வு இணை இல்லை எனக் கொள்ளப்படுகிறது.

இனி, ஊசலின் முழுத் திணிவும் G யில் செறிந்திருக்கிறது ; எல்லாப் புற விசைகளும் G யிலே தாக்குகின்றன என்ற வகையிலேயே G இயங்குகின்றது ; இங்கு விசைகளின் தாக்கக்கோடுகள், அவை உண்மையிலே தாக்குகின்ற கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமாகும்.

பொதுவாக, G யின் ஆரமுடுகலின் ஆரைக்கூறும் குறுக்குக்கூறும் முறையே  $\ddot{r} - r\dot{\psi}^2$  உம்  $r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi}$  உம் ஆகும். இங்கு,  $r$  ஒரு மாறிலி ஆதலால், இவை  $-r\dot{\psi}^2$  உம்  $r\ddot{\psi}$  உம் ஆகின்றன. எனவே, OG வழியே யும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் விசைகளைத் துணிக்க,

$$m(-r\dot{\psi}^2) = mg \text{ கோசை } \psi - R \dots\dots\dots (i)$$

$$m(r\ddot{\psi}) = \Psi - mg \text{ சைன் } \psi \dots\dots\dots (ii)$$

$$\text{மேலும் [ப. 136 ஐ ஒப்.]} \quad \ddot{\psi} = - \frac{gr}{\kappa^2 + r^2} \text{ சைன் } \psi \dots\dots\dots (iii)$$

இங்கு  $\kappa$  என்பது G ஊடாகவும் தொங்கலச்சுக்குச் சமாந்தரமாகவும் உள்ள அச்சப் பற்றிச் சுழிப்பாரை ஆகும்.

(ii), (iii) களிலிருந்து

$$\Psi = mg \left[ 1 - \frac{r^2}{\kappa^2 + r^2} \right] \text{ சைன் } \psi = mg \cdot \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + r^2} \cdot \text{சைன் } \psi. \quad (iv)$$

R ஐத் துணிதற்பொருட்டு  $\psi$  தெரிந்தாகவேண்டும். இதைச் சக்திச் சமன்பாட்டிலிருந்து பெறமுடியும் ; அது, இங்கு

$$\frac{1}{2} m (r^2 + \kappa^2) \dot{\psi}^2 + mgr (1 - \text{கோசை } \psi) = A,$$

A ஒரு மாறிலி. A என்பதைத் துணியும் பொருட்டு, ஊசலின் வீச்சம்  $\psi_0$  எனின், அப்பொழுது,  $\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$  ஆகுமிடத்து  $\dot{\psi} = 0$  ஆகும் என்பதைப் பயன்படுத்த,

$$A = mgr (1 - \text{கோசை } \psi_0).$$

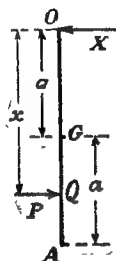
இங்கு கருதியுள்ள சூழலில்  $r$  ஒரு மாறிலி.

$$\therefore \dot{\psi}^2 = \frac{2gr (\text{கோசை } \psi - \text{கோசை } \psi_0)}{r^2 + \kappa^2}.$$

$$\therefore R = mg \left[ \text{கோசை } \psi + \frac{2r^2}{(r^2 + \kappa^2)} (\text{கோசை } \psi - \text{கோசை } \psi_0) \right].$$

**கொட்டல் மையம்.**—நிலைத்த அச்சொன்று பற்றிச் சுழலக்கூடிய விறைப் பான பொருளொன்றின் மீது ஒரேயொரு கணத்தாக்கைப் பிரயோகிக்குமிடத்து அவ்வச்சு மீது கணத்தாக்கு மறுதாக்கம் விளையாதுவிடின், கணத்தாக்கின் கோடு கொட்டற் கோடு எனவும், அக்கோடும் புவிபீர்ப்பு மையம், சுழற்சியச்சு என்பவற்றைக் கொள்ளும் தளமும் ஒன்றையொன்று சந்திக் கும் புள்ளி கொட்டல் மையம் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

எளிய எடுத்துக்காட்டாக, தன் முனையொன்றிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டதும் ஒரு புள்ளி  $O$  வில் கிடையாக அடிபட்டதுமான மெல்லிய சீரான கோல்  $OA$  ஐக் கருதுக, படம் 4·17. அடியாலாகும் கணத்தாக்கை  $P$  எனக் ;  $OQ = x$  என்க.  $2a = OA$  உம் கோல் அடைந்துள்ள கணநிலைக் கோண வேகம்  $\omega_0$  உம் ஆகுக. கோல் மீது அதன் சுழற்சியச்சா லான கணத்தாக்கு மறுதாக்கம்  $X$  ஆகுக.



படம் 4·17.

கொட்டல் மையம்.

இனி,  $G$  ஆனது ஏகபரிமாண வேகம்  $a\omega_0$  உடன் அசையத் தொடங்குகிறது ; மேலும், தொகுதியின் உந்த மும்  $G$  இல் சேர்க்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கருதப்படும் முழுத்திணிவான  $m$  இன உந்தமும் சமன.

$\therefore$  விளையுட் கணத்தாக்கு =  $P - X$

$$= \text{ஏகபரிமாண உந்த மாற்றம்} \\ = m a \omega_0.$$

மேலும், கோலானது அடியைப் பெற்றவுடனே  $O$  பற்றி அதன் உந்தத் திருப்பம்

$$Px = (m\kappa^2)\omega_0.$$

இங்கு,

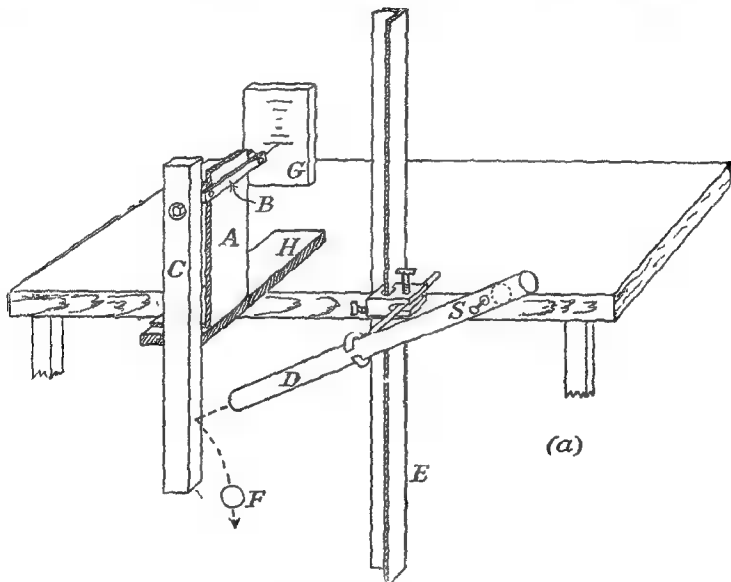
$$\kappa^2 = \frac{4}{3}a^2.$$

$$\therefore X = P - m a \omega_0 = P \left( 1 - \frac{a}{\kappa^2} x \right).$$

எனவே  $x = \frac{\kappa^2}{a} = \frac{4}{3}a$  ஆயின்,  $X = 0$  அதாவது  $O$  வில் கணத்தாக்கு மறுதாக்கம் பூச்சியமாகும் ; அப்பொழுது  $OQ$  ஆனது எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் ஆகும் ; அதாவது, அலைவுமையத்தில் அடி பட்டால்  $O$  வில் கணத்தாக்கு பூச்சியமாகும் ; அதாவது, நிலைத்த சுழற்சியச்சைக் குறித்து கொட்டல் மையம் அவ்வச்சுக்கு ஒத்த அலைவுமையத்துடன் பொருந்துகிறது. [கிறிக்கற்று மட்டையில் பந்து படும்பொழுது சிலவேளைகளில் அதன் கைபிடியில் உண்டாகின்ற அதிர்ச்சியானது பந்து மட்டையை கொட்டல் மையத்திற் படுமாயின் தோன்றமாட்டாது.]

**பரிசோதனை முறைப்படி சட்டலுசுலொன்றின் கொட்டல் மையத்தைத் துணிதல்.**—சட்டலுசுலொன்று தக்கவாறு தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும் பொழுது கொட்டல் மையத்தைப் பரிசோதனை முறைப்படி காணமுடியுமாயின் அப்பொழுது எளிய சமவலுஊசலின்

நீளத்தையும் காணலாம் என முந்திய பந்தியில் கூறியுள்ளதிலிருந்து தெளிவு. இதற்கென சீ.வ. ஹேய்ல்ட் என்பவர் திட்டமிட்ட பரிசோதனைகருவிய ஒழுங்குகொண்டு படம் 4-18 (α) இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அதே கணத்தாக்கைக் கட்டிசெல்லொன்றின் ஒரு பக்கத்திலுள்ள வெவ்வேறு புள்ளிகளில் பிரயோகிககவும், தாங்கியில் தாக்கத்தை அளக்கவும் அது பயன்படுகிறது. மறுதாக்கமின்மைக்கான நிபந்தனை இடைச்செருகல் முறையாற் காணப்படுகிறது. தாங்கி A யானது 0.13 சமீ. தடிப்பு, 9 சமீ. அகலம், 32 சமீ. உயரம் உடைய வல் அலுமினியத்தாலானது; தாங்கியை மரத்துண்டு H உடன் நிருகால் நிலைப்படுத்திவைக்கும் பொருட்டு மேலதிகமாக விடப்பட்ட நீளம் செங்குத்தாக வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. மரத்துண்டு H மேசை மீது பிடிசுருவியால் நிறுவப்பட்டிருந்தால் தேவையான நீட்டல் கிடைக்கும். ஊசலால்



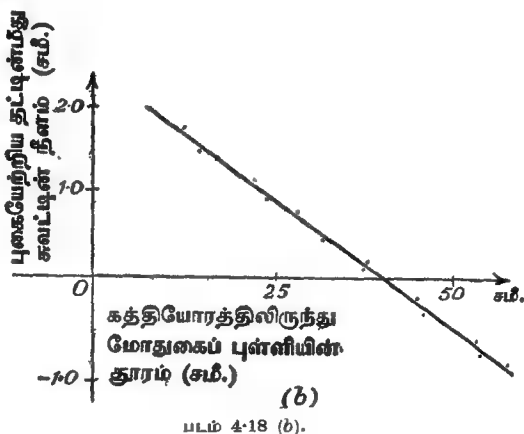
படம் 4-18 (α). சட்டவசுலொன்றின் கொட்டல் மையத்தைப் பரிசோதனை முறையாய்த் துணிதல்.

ஹுக்கான கத்தியோரம் B, ஒன்றோடொன்று இணைக்கப்பட்ட இரு மென்னுருக்குத் துண்டு களாலானது; இவற்றுள் ஒரு துண்டு A யின் ஒரு பக்கத்திலும் மற்றைத் துண்டு அதன் மறு பக்கத்திலும் அமைந்திருக்கின்றன; அன்றியும் ஒன்று கூராக்கப்படும் மற்றையதைக் காட்டிலும் நீட்டப்படும் இருக்கிறது; இதிலே ஊசலின் ஆடலுக்குக் கத்தியோரமாகப் பயன்படுகிறது. நியாயமான விறைப்புடையதும் மிக நீளமாய் இல்லாததுமான தும்பொன்று ஊசலுக்குச் சேய்மையான B யின் முனையுடன் மென்மெழுகால் பற்றப்பட்டு, வாலேப்பிடியியொன்றால் பிடிக்கப்பட்டிருக்கும் கண்ணாடித் தட்டு G யின் புகையேற்றிய பரப்பு மீது இலேசாகப் படுகிறது.

ஊசல் C ஆனது, 4 சமீ.<sup>2</sup> சுதூரக் குறுக்குவெட்டுடைய அலுமினியச் சட்டத்தாலானது; அதன் நீளம் 60 சமீ. ஆகும்; அதன் மேல் முனையிலிருந்து 2-5 சமீ. தூரத்தில் கத்தியோரத்திற்கெனத் துனையொன்று துளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இயல்பான ஆவர்த்தன காலத்தின் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு இப்பரிசோதனையைத் திரும்பத் திரும்பச் செய்யும் பொருட்டு இதுபோன்ற பல துளைகள் ஆக்கப்பட்டிருக்கலாம். கத்தியோரத்தைக் கிட்டத்தட்ட A யின்

அடிவரை தாழ்த்தி, அந்நிலையில் இயல்பான ஆவாததன் காலம் துணியப்படுகிறது ; எனினும் புனியீர்ப்பிற்குப் பெறுமானமொன்று தேவைப்பட்டாற்றான் இதைச் செயதல் வேண்டும்.

2-2-2-3 சமீ. உளவிடமும 45-50 சமீ. நீளமும உடைய பித்தளைக் குழாய் D வழியாக 11 சமீ. விட்டம் உடைய உருக்குருண்டை F ஐ உருளச் செய்து கணத்தாக்குப் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. பெட்டிவகைக் குமிழ்க் குடையொன்றிலுள்ள வாலைப்பிடியினால் இக்குழாய் கௌவப்பட்டிருக்கிறது. குமிழ்க் குடியியானது 2-5 சமீ. வலையை உடைய கோணவிருமபுத் துண்டு E யுடன் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது. எனவே குழாய் D யின் அச்சு, கிடைக்கோட்டுடன் இன்னும் அதே கோணம்  $35^\circ$  இல் இருக்க, அதனை உயர்த்தவோ, தாழ்த்தவோ முடியும். இவ்வாறு, ஊசலின் பக்கமொன்றின் வழியே உள்ள வெவ்வேறு புள்ளிகளில் மாறாக கணத்தாக்கு ஒன்றைப் பிரயோகிக்கலாம். C யின் 'மோதுகை-முகம்' வழியே வெள்ளைக் கடதாசித் துண்டொன்று ஓடப்பட்டிருக்கிறது. அக்கடதாசித் துண்டுகூட கார்பன் கடதாசித் துண்டொன்று பற்றப்பட்டிருக்கிறது. பரிசோதனை முடிவடைந்ததும் கார்பன் கடதாசி அப்புறப் படுத்தப்படுகின்றது. வெள்ளைக் கடதாசி மீதுள்ள குறுறுத்தொடர் மோதுகை நிகழ்ந்த இடங்களைக் காட்டும். அதன் மீது குறுகிய நேற்குறித் தொடரொன்றைப் பெறும் பொருட்டு மோதுகைகளுக்கிடையில் தட்டு C உம் இயக்கப்படுகிறது.

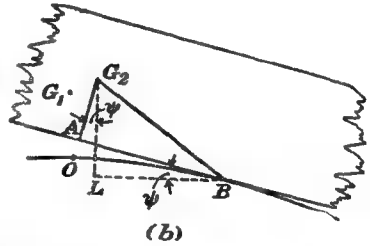
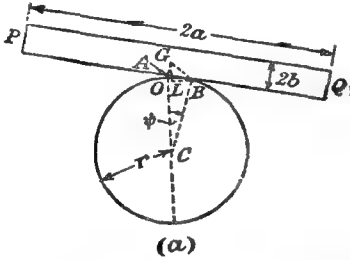


தொடக்கத் தாக்கத்தைக் கத்தியோரத்திலிருந்து மோதுகை மையத்தின் தூரம் தொடர் பாக அடக்கணித்த முறைப்படி குறித்ததற்பொருட்டு அத்தாக்கத்தின் தொடக்கத் திசையை நோக்குதல் வேண்டும். வரைபடம் - அச்சம் ஒன்றைப்பொன்று வெட்டும் புள்ளியால் கொட்டல் மையம் தரப்படுகிறது, படம் 4-18 (b) ஐ ஒப். தாங்கி மீது ஆற்றும் தொடக்கத் தாக்கத்திற்குத் தணித்தல் ஒரு மூறிலி ஆதலின், C மீது வரைந்துள்ள கோடுகளின் நீளங்கள் இத்தாக்கத் துக்கு விதிதம்மம்.

கடையாக, கத்தியோரத்தின் அலைவு மீட்டறன் ஊசலின் அலைவு மீட்டறனைக் காட்டிலும் மிகப் பெரிதாயிருக்கிறது எனவும் ஆனால் கொட்டல் மையத்தை அனுகுமப்பொழுது மோதுகை யின் விளைவாக ஊசலின் வீச்சம் வளர்ச்சியடைகிறது எனவும் சுட்டிக் காட்டவேண்டியதாகிறது. ஈற்றில் இது கத்தியோரத்துடன் இணைக்கப்பட்டுப் பெரிய வீச்சுதையுடைய மந்தமான ஆடல் ஒன்றை விளைவிக்கிறது, இவ்வீச்சுமானது தொடக்கத் தாக்கத்தின் அதிகாட்சியாலானதைக் காட்டிலும் மிகக் நீண்டதாம். ஆகையால் இந்நிலையிலும், இயலுமானால் பரிசோதனை முறறிலும் மந்தவலைவுகள் தொடங்குமுன் தும்புடன் தொடுகையிலிருந்து தகடு C யை ஒதுக்கி வைத்தல் வேண்டும்.

[தும்பொனயிறகுப் பதிலாகக் குழிவாடி போன்ற ஒன்றைத் தகடு A யுடன் இணைத்து வழக்கம் போல ஒழுங்குபடுத்தியுள்ள அளவிடையொன்றில் ஒளிப்புள்ளியொன்றின் முதலாவது திருமபலால் தாக்கத்தை அளக்கலாம், ப. 431 ஐ ஒப.]

கிடையான உருளையொன்றின் மீது உருளும் சீரான ஒரு சட்டத்தின் அலைவுகள்.—படம் 4-19 (a) இல், மையம் C கொண்ட உருளையொன்றின் மீது தாங்கப்பட்டிருக்கும் சீரான ஒரு செவ்வகச் சட்டத்தின் மையக் குறுக்கு வெட்டு PQ ஆகுக. சட்டம் அலையாமல் இருக்கிறபொழுது உருளையை O வில் அதன் புள்ளி A தொடுகிறது எனக்கொள்க. சட்டத்தின் புவியீர்ப்புமையம் G ஆகுக; அதன் நீளமும் ஆழமும் முறையே  $2a$  உம்  $2b$  உம் ஆகுக. மேலும், சட்டத்தின் அச்சு உருளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தான நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அமைந்திருக்கிறது எனவும் கொள்வோம். சட்டம் பெயர்க்கப்பட்டதும் உருளைக்கும் சட்டத்துக்கும் இடையேயுள்ள தொடுபுள்ளி B எனின்,  $\angle OCB = \psi$  என்க. B ஊடாகச் செல்லும் கிடைக்கோட்டை L இற் சந்திக்குமாறு G ஊடாக நிலைக்குத்துக் கோடொன்றை வரைக; இது படம் 4-19 (b) இல் மிக விவரமாகக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு G யின் 'ஓய்வுத்தானம்'  $G_1$  உம் அதன் 'பெயர்க்கப்பட்ட தானம்'  $G_2$  உம் ஆகும்.



படம் 4.19. கிடையான உருளைப் பரப்பின் மீது சீரான ஒரு சட்டத்தின் அலைவுகள்.

அப்பொழுது சட்டம் மீது தாக்கி, அதை அதன் சமநிலைத் தானத்திற்கு மீளுமாறு தூண்டுகின்ற புற விசைகளின் திருப்பம்

$$\begin{aligned} mg.LB &= mg [AB \text{ கோசை } \psi - AG \text{ சைன் } \psi] \\ &= mg [r\psi \text{ கோசை } \psi - b \text{ சைன் } \psi]; \end{aligned}$$

இங்கு  $\psi$  சிறியது. எனவே,  $\psi^2$  உம் அதற்குக் கூடிய  $\psi$  இன் வலுக்களும்  $\psi$  ஐக் குறித்துப் புறக்கணிக்கத்தக்கவை எனக் கொள்ளப்பட

$$= mg (r - b) \psi.$$

சட்டத்தின் இயக்கமானது

$$I\ddot{\psi} + mg(r - b)\psi = 0$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் எடுத்துரைக்கப்படுகிறது; இங்கு, I என்பது B ஊடாகவும் உருளையின் அச்சுக்குச் சமாதரமாகவும் செல்கின்ற அச்சுப்



பற்றி சட்டத்தின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும். ஆனால்  $I = m (\kappa^2 + GB^2)$ , இங்கு  $\kappa$  என்பது  $G$  ஊடாகவும் வரிப்படத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள கிடையச்சுப் பற்றி சட்டத்தின் சுழிப்பாறை ஆகும். மேலும்,

$$GB^2 = GA^2 + AB^2 \\ = b^2 + r^2 \psi^2.$$

$b^2$  ஓடு ஒப்பிடுமிடத்து  $r^2 \psi^2$  புறக்கணிக்கத்தக்கதாயின், இயக்கச் சமன்பாடு

$$\ddot{\psi} + g \left( \frac{r-b}{\kappa^2 + b^2} \right) \psi = 0$$

என ஆகின்றது.

எனவே, இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\kappa^2 + b^2}{g(r-b)}}.$$

ஆனால்,

$$\kappa^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2).$$

எனவே

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + 4b^2}{3g(r-b)}}.$$

**பரிசோதனை.**—மேலே ஆராய்ந்துள்ளவாறு, உருளையொன்றின் மீது சட்டமொன்றின் அலைவுகளைப் பயன்படுத்தி, புலியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணலாம். இதன் பொருட்டுச் சட்டமானது 1 மீற்றர் நீளமும், 2 சமீ. அகலமும், 1 சமீ. ஆழமும் உடையதாக இருத்தல் வேண்டும். உருளையானது 20 சமீ. விட்டமுடைய சில்லொன்றைக் கொண்டிருக்கலாம். திருத்தமான விளைவைப் பெறுமபொருட்டு சிலனும் சட்டமும் ஒன்றையொன்று தொடும் இடங்களில் அவற்றின் பரப்புக்கள் பெரிதும் துப்புரவாயிருத்தல் வேண்டும். எதேனும் மொரு வரையறுத்த நிகழ்ச்சியின் போது அவதானிப்புகளை எடுக்கும்பொருட்டுச் சட்ட முனையில் வெள்ளைக்கோபொன்று வரையப்படுகிறது. இக்கோடு, கிடையாயும் சட்டத்திற்கு அணிததாயும் நிறுவியுள்ள கறுப்பு இழைத் துண்டொன்றைக் குறிப்பிட்ட திசையொன்றில், ஒரு முழு எண் தரம் தாண்டிச் செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம் அளக்கப்படுகிறது.

ஆவாததன காலத்திற்கான சமன்பாட்டை உற்றுநோக்கினால் சட்டத்தின் கீழ்முகத்திலிருந்து அதன் புலியீர்ப்பு மையத்தின் தூரம் தேவைப்படுகிறது எனத் தெரிய வரும். இதை எளிதில் அளத்தல் இயலாது. எனினும், முதலில் சட்டத்தின் ஒரு முகமும் பின்னா அதன் எதிர்முகமும் உருளை மீது தாங்கப்பட்டிருக்கும் பொழுது ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணிதலுக்கான அவதானிப்புகள் எடுக்கப்படுகின்றன எனக் கொள்க. இவ்விரு முகங்களிலிருந்து  $G$  யின் தூரம்  $b_1, b_2$  உம், அவற்றோடொத்த ஆவாததன காலங்கள்  $T_1, T_2$  உம் ஆயின்

$$r - b_1 = \frac{4\pi^2}{3gT_1^2} (a^2 + 4b_1^2) \\ = \frac{4\pi^2}{3gT_1^2} \cdot a^2, \quad \frac{2b_1}{a} \text{ கிறிது எனின்,}$$

அது போலவே,

$$r - b_2 = \frac{4\pi^2}{3gT_2^2} \cdot a^2.$$

$$\therefore g = \frac{2\pi^2 a^2}{3(r-b)} \left( \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \right).$$

**பொருளொன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தைத் துணிதலுக்கான ஒரு முறை.**—பொருளானது சீரான ஓர் ஈர்ப்புப் புலத்தில் இருக்கிறது எனக் கொள்க. அதாவது, அதன் எல்லாத் துணிக்கைகளினதும் நிறைகளின் தாக்கக் கோடுகள் சமாந்தரம் என்க. நடைமுறையில் இதன் கருத்து யாதெனில், இவ்வாராய்ச்சியானது மிகப் பெரிதல்லாத பொருள்களுக்கு மட்டுமே சரி என்பதேயாம்.  $A$  என்பது படம் 4-20 இலே தளம்  $xOy$  யிலுள்ள ஒழுங்கற்ற தள அடரொன்றாகும். ஈர்ப்புப் புலம் கீழ்முகமாகத் தாக்குகிறது எனக் கொள்க.  $(x, y)$  என்னும் புள்ளி  $P$  யைச் சுற்றியுள்ள சிறு பரப்பளவு மூலகம்  $\delta A$  யைக் கருதுக. அடரின் பரப்பளவுலகொன்றின் திணிவு  $\sigma$  எனின்,  $Oy$  பற்றி மேற்படி மூலகத்தினது நிறையின் திருப்பம்  $\sigma g \cdot \delta A \cdot x$  ஆகும்; இங்கு,  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவாகும். இதத்கைய மூலகங்கள் எல்லாவற்றிற்கும்  $Oy$  பற்றி அவற்றின் நிறைகளின் மொத்தத் திருப்பம்  $\sum \sigma g x \cdot \delta A$  ஆகும். அடரின் முழு நிறையும் அதன் புவியீர்ப்பு மையம்  $G$  யில் தாக்குகிறது போலே அப் புவியீர்ப்பு மையம்  $G$ ,  $(\bar{x}, \bar{y})$  அமைந்திருக்கிறபடியால்  $Oy$  பற்றி, இந்நிறையின் திருப்பம்  $\sum \sigma g x \cdot \delta A$  ஆகும். எனவே,

$$(\sum \sigma g \cdot \delta A) \bar{x} = \sum \sigma g x \cdot \delta A$$

அல்லது,

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot \delta A}{\sum \delta A} = \frac{\sum x \cdot \delta A}{A}.$$

அதுபோலவே,

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot \delta A}{\sum \delta A} = \frac{\sum y \cdot \delta A}{A}.$$

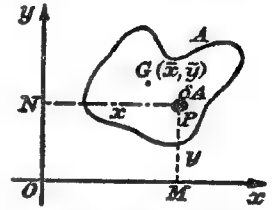
திண்மப் பொருட்களுக்கு இம்முறையை உடனடியாக விரிக்கலாம்.

பொருளொன்றினிடத்துச் சடத்தின் பரம்பல் தொடர்ந்ததாய் அமைந்திருக்குமாயின் நுண்கணிதக் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்த,

$$\bar{x} = \frac{\iint x \cdot dx \cdot dy}{\iint dx \cdot dy} = \frac{\iint x \cdot dx \cdot dy}{A},$$

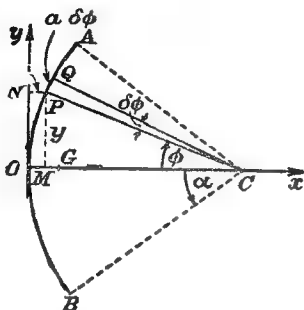
$$\bar{y} = \frac{\iint y \cdot dx \cdot dy}{\iint dx \cdot dy} = \frac{\iint y \cdot dx \cdot dy}{A};$$

இங்கு,  $\delta x, \delta y$  ஆனது  $P$  யிலுள்ள சிறு மூலகத்தின் பரப்பளவு ஆகும்.

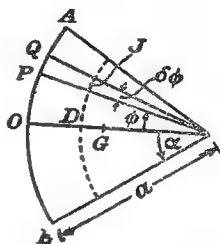


படம் 4-20. சீரான ஈர்ப்புப் புலத்தில் பொருளொன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்.

பௌதிகவியலில் தோன்றும் எடுத்துக்காட்டுகளில் பொதுவாகச் சமச் சீரச்சொன்று உளது எனத் தெரியவரும்; எனவே, மேற்படித் தொகை யீடுகளின் கணிப்பு பெரிதும் எளிதாகின்றது. கீழ்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளால் இம்முறை விளக்கம் பெறுகின்றது.



படம் 4.21. சீரான வட்ட வில்லின் புனியீர்ப்பு மையம்.



படம் 4.22. சீரான வட்ட ஆரைச் சிறையின் புனியீர்ப்பு மையம்.

சீரான வட்டவில்லொன்றினது புனியீர்ப்பு மையத்தின் தானத்தைத் துணிதல்.—AOB ஆனது, படம் 4.21, ஆரை  $a$  யையும், நீளவலகொன்றிருத்த திணிவு  $\mu$  வையுமுடைய வில் ஆகுக; அதன் வளைவு மையம் C யில் இது கோணம்  $2\alpha$  வை எதிரமைக்க. Ox ஐயும் Oy யையும் காட்டியுள்ளவாறு அச்சுக்களாகப் பயன்படுத்துக; திணிவு  $\mu$  PQ கொண்ட சிறு மூலகம் PQ வைக் கருதுக; அதன் தானம்  $(x, y)$  ஆகுக.

$\widehat{OCP} = \phi$  ஆகுக. அப்பொழுது,  $\widehat{PCQ} = \delta\phi$ ;  $PQ = a\delta\phi$ .

இனி,  $x = NP = OC - MC$ ;

இங்கு, M உம் N உம் ஆள்கூற்றச்சுக்கள் மீது P யின் எறியங்களாகும். எனவே,

$$x = a(1 - \text{கோசை } \phi).$$

$\therefore$  Oy பற்றி இம்மூலகத்தினது நிறையின் திருப்பம்

$$(\mu ga \cdot \delta\phi) a(1 - \text{கோசை } \phi).$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} \mu ga^2 (1 - \text{கோசை } \phi) d\phi}{\mu g \int_{-\alpha}^{\alpha} a d\phi}$$

$$= \frac{[2a \int_0^{\alpha} (1 - \text{கோசை } \phi) d\phi] \div 2 \int_0^{\alpha} d\phi}{a \left[ \frac{\alpha - \text{சைன் } \alpha}{\alpha} \right]};$$

மேலும் வில்லானது Ox ஐக் குறித்துச் சமச்சீரானதாதலின்  $\bar{y} = 0$ .

[ந.கு. C யைக் குறித்து வில்லொன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானத் தைக் காண்பதே வழக்கு ; ஆனால், அடுத்துவரும் எடுத்துக்காட்டுக்களில் O யைக் குறித்தே புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானம் தேவைப்படுகிறது ; மேற்படி கணிப்பால் அது நேராகத் துணியப்பட்டுள்ளது.]

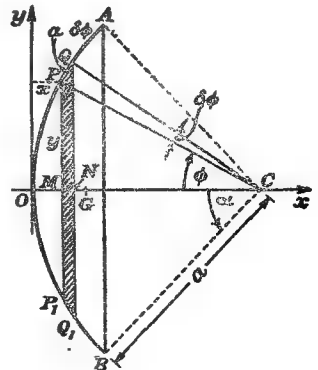
சீரான வட்ட ஆரைச்சிறையொன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானத் தைத் துணிதல்.—AOBC ஆனது, படம் 4.22, ஆரை  $a$  யும், பரப்பளவை கொன்றிறகுத் திணிவு  $\sigma$  உம உடைய இததகைய ஆரைச்சிறையொன்றாகுக; அதன வளைவு மையம் C யில் அது கோணம்  $2\alpha$  வை எதிரமைக்கின்ற தென்க. வில்லின் பரிதியில்,  $\widehat{OCP} = \phi$ ,  $\widehat{PCQ} = \delta\phi$  ஆகுமாறு P யும் Q வும் அடுத்துள்ள இரு புள்ளிகளாகுக. அப்பொழுது, இம்முக்கோண மூலகத்தின பரப்பளவு  $\frac{1}{2}PQ$ .  $QC = \frac{1}{2}a^2\delta\phi$ . அதன புவியீர்ப்பு மையம் J யில் இருக்கும். இங்கு,  $CJ = \frac{2}{3}a$  எனக் கருதப்படும். ஆரைச்சிறைக்குப் பதிலாக ஒவ்வொன்றும் திணிவு  $\frac{1}{2}a^2\sigma\delta\phi$  கொண்டதும், அவை எல்லாம் ஆரை  $\frac{2}{3}a$  கொண்ட வில்லொன்றின் வழியே சீராகப் பரப்பப்பட்டுள்ள னவுமான துணிகளைத் தொடரொன்றைப் பயன்படுத்தலாம். இவ்வில லானது OC யை D யில் வெட்டுமாயின,

$$DG = \frac{2}{3}a \left[ \frac{\alpha - \text{சைன் } \alpha}{\alpha} \right] = \frac{2}{3}a \left[ 1 - \frac{\text{சைன் } \alpha}{\alpha} \right].$$

$$\therefore OG = OD + DG = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}a \cdot \frac{\text{சைன் } \alpha}{\alpha} \\ = a \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\text{சைன் } \alpha}{\alpha} \right].$$

சீரான வட்டத் துண்டொன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானத்தைத் துணிதல்.—AOB ஆனது, படம் 4.23, நாண் AB என்பதால் வெட்டப்பட்ட வட்டத் தட்டொன்றின் வட்டத் துண்டமாகுக.

காட்டியுள்ளவாறு அச்சுக்கள் Ox, Oy எடுக்கப்படுக; AOB யை வில்லாகவுடைய வட்டத்தின் மையம் C ஆகுக.  $\widehat{OCP} = \phi$ ,  $\widehat{PCQ} = \delta\phi$  ஆகுமாறு வட்டத் துண்டத் தின் சுற்றயலில் புள்ளிகள் P யும் Q வும் இருக்க. P, Q களுக்கூடாகவும், Ox இற்குச் செங்குத்தாகவும், இவ்வச்சை M இலும் N இலும், வில் OB யை P<sub>1</sub> இலும் Q<sub>1</sub> இலும் முறையே வெட்டு மாறு நேர்கோடுகளை வரைக.  $\widehat{ACB} = 2\alpha$  ஆகுக. மூலகம் PQQ<sub>1</sub>P<sub>1</sub> ஐக் கருதுக. P யின் ஆள்கூறுகள் (x, y) எனின்,



படம் 4.23. சீரான வட்டத் துண்ட மொன்றின் புவியீர்ப்பு மையம்..

இம்மூலகத்தின் உயரம்  $2y$ ; அதன் அகலம்,

$$MN = PQ \text{ கோசை } \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) \\ = a \text{ சைன் } \phi. \delta \phi.$$

இனி,  $y = a$  சைன்  $\phi$ ; மேலும்,  $y$  அச்சிலிருந்து துண்டு  $PQQ_1P_1$  இன் ஒவ்வொரு புள்ளியின் மிகக் குறுகிய தூரமும்  $OM = a (1 - \text{கோசை } \phi)$  என்பதற்குச் சமன். வரிப்படத்தின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக ஆற்றும் புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  எனின்,  $OY$  பற்றி இத்துண்டின் நிறையின் திருப்பம்,

$$2a \text{ சைன் } \phi. a \text{ சைன் } \phi. \delta \phi. \sigma g a (1 - \text{கோசை } \phi) \\ = 2\sigma g a^3 \text{ சைன்}^2 \phi (1 - \text{கோசை } \phi) \delta \phi;$$

[இங்கு,  $\sigma$  = பரப்பளவலகொன்றின் திணிவு.]

வட்டத் துண்டத்தின் பரப்பளவு  $\frac{1}{2}a^2 (2\alpha - \text{சைன் } 2\alpha)$  ஆகும். எனவே, புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானம்,

$$\bar{x} = \frac{2 \int_0^\alpha a^3 (\text{சைன்}^2 \phi - \text{சைன்}^3 \phi \text{ கோசை } \phi) d\phi}{\frac{1}{2}a^2 (2\alpha - \text{சைன் } 2\alpha)} \\ = \frac{4a \left[ \int_0^\alpha \text{சைன்}^2 \phi d\phi - \int_0^\alpha \text{சைன்}^3 \phi d(\text{சைன் } \phi) \right]}{2\alpha - \text{சைன் } 2\alpha} \\ = \frac{2a}{\alpha - \text{சைன் } \alpha \text{ கோசை } \alpha} \left[ \frac{\alpha - \frac{1}{2} \text{சைன் } 2\alpha}{2} - \frac{\text{சைன்}^3 \alpha}{3} \right] \\ = a - \frac{2}{3} \alpha \left[ \frac{\text{சைன்}^3 \alpha}{\alpha - \text{சைன் } \alpha \text{ கோசை } \alpha} \right]$$

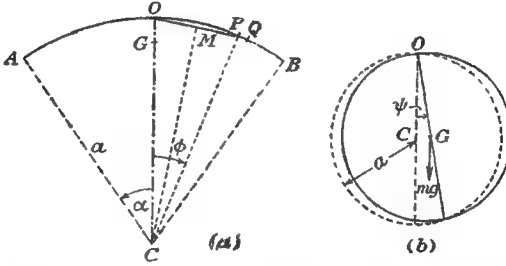
என்பதாலும், வட்டத் துண்டமானது  $Ox$  பற்றி சமச்சீரானதாதலின்  $\bar{y} = 0$  என்பதாலும் தரப்படுகிறது.

இனி, சில கூட்டுசெல்களின் ஆவர்த்தன காலங்களைத் தொடர்ந்து ஆராய முடிகின்றது.

உச்சி ஊடாகச் செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றி சீரான வட்டவில் லொன்றின் குற்றலைவுகள்.—படம் 4-24 (a) யில்,  $AOB$  என்பது நீளவல கொன்றிற்குத் திணிவு  $\mu$  கொண்டதும், அதன் வளைவு மையம்  $C$  யில் கோணம்  $2\alpha$  வை எதிரமைக்கின்றதும், புவியீர்ப்பால் தூண்டப்பட்டு அதன் உச்சி  $O$  ஊடாகச் செல்கின்ற கிடையச்சுப் பற்றி அலைவுகளை ஆற்றுகின்றதுமான சீரான வட்ட வில்லொன்றாகுக. தொங்கலச்சைப் பற்றி இவ்வில்லின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  தேவைப்படுகிறது. நீளம்  $a. \delta \phi$  கொண்ட ஒரு சிறு மூலகம்  $PQ$  வைக் கருதுக; இங்கு  $\delta \phi$  என்பது  $\widehat{PCQ}$  வும்  $\phi$  என்பது  $\widehat{OCP}$  யும் ஆகும்.

இம்மூலகத்தின் திணிவு  $\mu a \cdot \delta\phi$ ; தொங்கலச்சுப் பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $(\mu a \cdot \delta\phi) OP^2 = \mu a \cdot \delta\phi (2OM)^2$ ; இங்கு  $M$  ஆனது  $OP$  யின் நடுப்புள்ளி ஆகும். ஆனால்,  $OM = a \text{சைன் } \frac{1}{2}\phi$ . எனவே, தொங்கலச்சுப் பற்றி முழு வில்லின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$\begin{aligned} I &= 2 \int_0^\alpha \mu a OP^2 d\phi = 8\mu a^3 \int_0^\alpha \text{சைன்}^2 \frac{\phi}{2} d\phi \\ &= 4\mu a^3 \int_0^\alpha (1 - \text{கோசை } \phi) d\phi \\ &= 4\mu a^3 [\alpha - \text{சைன் } \alpha]. \end{aligned}$$



படம் 4.24. புவிப்பிரம்பால் தூண்டப்பட்டு, உச்சியூடாகச் செல்கின்ற கிடையச்சொன்று பற்றி (a) சீரான வட்ட வில் (b) சீரான வட்டத் தடம் என்பன ஆற்றும் குற்றல்கள்.

எனவே, சிறு கோணப்பெயர்ச்சிகளுக்கு ஊசலின் இயக்கம்,

$$I \ddot{\psi} + mgh \psi = 0.$$

இங்கு குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில் ஊசலின் கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  உம்,  $O$  விலிருந்து புவியீர்ப்பு மையத்தின் தூரம்  $h$  உம், ஊசலின் திணிவு  $m = 2\mu a \alpha$  வுமாகும். இதை

$$4\mu a^3 [\alpha - \text{சைன் } \alpha] \ddot{\psi} + 2\mu g a \left[ a \left( \frac{\alpha - \text{சைன் } \alpha}{\alpha} \right) \right] \psi = 0$$

என்று எழுதலாம்.

$$\therefore \ddot{\psi} + \frac{g}{2a} \psi = 0.$$

எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது; மேலும் அதன் ஆவர்த்தன காலமும் இவ்விலலை ஒரு பகுதியாகக் கொண்ட வட்டத்தின் விட்டத்துக்குச் சமமான நீளமுடைய எளியவூசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலமும் ஒன்றே யாம்; அதாவது,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2a}{g}}.$$

இக்காலமானது வில்லின் நீளத்தைச் சாராது என்பது குறித்தற்பாலது ; எனவே, அதன் பரிதியிலுள்ள புள்ளியொன்றிலுடாகச் செல்லும் கிடைச்சப் பற்றி நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் அலைவுகளை ஆற்றுகின்ற முழு வட்டத் தடமொன்றின் அலைவுக் காலமும் இதே சமனபாட்டால் தரப்படுகிறது. இவ்வுண்மையைப் பின்வருமாறு மெய்ப்பிக்கலாம்.

O ஆனது, படம் 4·24 (b), ஆரை  $a$  யையும் நீளவலகொன்றிற்குத் திணிவு  $\mu$  ஐயும் உடைய வட்டமொன்றின் தொங்கற புள்ளி ஆகுக. எனவே, அதன் முழுத்திணிவு  $2\pi a\mu$ ; அதன் மையமூடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சொன்று பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $(2\pi a\mu)a^2 = 2\pi\mu a^3$ . அப்பொழுது தொங்கலச் சுக்கும் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படுத்திய C ஊடாகச் செல்லும் அச்சு C யிற்கும் இடையேயுள்ள தூரம்  $a$  ஆதலின், தொங்கலச்சப் பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $I = 2\pi\mu(a^2 + a^2)$  ஆகும். குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில் ஊசலின் சிறு கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  எனின், அதன் இயக்கம்,

$$I \ddot{\psi} + mga\psi = 0,$$

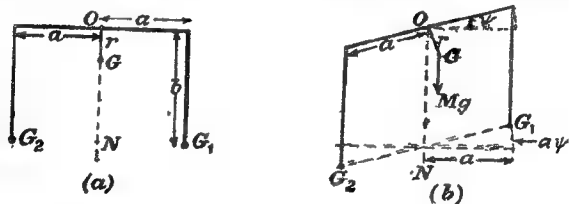
அதாவது

$$4\pi\mu a^3 \ddot{\psi} + 2\pi\mu ga^2 \psi = 0.$$

∴ முன்போலவே,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2a}{g}}.$$

**பௌதிகத் தராசொன்றின் அலைவுகள்.**— எளிமையையிட்டுத் தராசானது நீளம்  $a$  கொண்ட சமப் புயங்களை உடையது எனவும் அதன் மூன்று கத்தியோரங்களும் ஒரே தளமானவை எனவும் கொள்ளப்படும்.



படம் 4·25. சமையேற்றிய பௌதிகத் தராசொன்றின் அலைவுகள்.

தராசின் வளைவினதும் அதைப் பற்றியிருக்கின்ற உறுப்புக்களினதும் திணிவு  $M$  ஆகுக. இத்தொகுதியின் புலியீர்ப்பு மையம் G ஆனது, படம் 4·25 (a) ஐ ஒப்., பொறுதி O விற்குக் கீழ், தூரம்  $r$  இல் இருக்கிறது எனக் கொள்க. தராசுத் தட்டுக்களின் புலியீர்ப்பு மையங்கள்  $G_1$  உம்  $G_2$  உம் ஆகுக. தராசானது நிலையிற் சமநிலையிலிருக்கும்பொழுது இப்புள்ளிகள், O விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தூரம்  $b$  யில் இருக்கின்றன. வளை சுயாதீனமாக ஊசலாடும்பொழுது அதன் சமநிலைத்

தானத்திலிருந்து வளையின் சிறு கணநிலைக் கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  என்க, படம் 4-25 (b) யை ஒப. வளையும் தட்டுக்களும் விறைப்பான தொகுதி யொன்றாக அமையாதபடியால் ஆவர்த்தன காலத்திற்குப் பெறுமான மொன்றைப் பெறும்பொருட்டுக் கோண உந்தம் மாறும் வீதத்தை மீளதரு இணைகருச் சமன்படுத்த முடியாது; ஆனால், தொகுதியின் முழுச் சக்தியையுங் கருதிப் பின்வருமாறு முயலவோம்.

G ஊடாகவும் வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற கிடையச்சுப் பற்றி வளையின் சுழிப்பாரை  $K$  எனின், வளையின் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}M(r^2 + \kappa^2)\dot{\psi}^2$  ஆகும். இனி, ஒவ்வொரு தட்டினதும் புவியீர்ப்பு மையத் தின் இடப்பெயர்ச்சி  $a\psi$  ஆகும்; இது  $b$  யைச் சாராது. இவ்விடப்பெயர்ச்சி மாறும்பொழுது ஒவ்வொரு தட்டினதும் வேகம்  $a\dot{\psi}$  ஆகும்; அதாவது அவ்வொவ்வொன்றினதும் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}\mu a^2\dot{\psi}^2$  ஆகும்; இங்கு,  $\mu$  தட்டின் திணிவு ஆகும். வளையின் நிலையியற சமநிலைத் தானத்தைப் பூச்சிய நிலைச் சக்தித் தானம் எனக் கொள்வோமாயின், வளையின் ஒருச்சரிவு  $\psi$  ஆகும் பொழுது அதன் நிலைச் சக்தி  $Mgr(1 - \text{கோசை } \psi) \approx \frac{1}{2}Mgr\psi^2$  ஆகும். தட்டொன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் இறங்கும் அதே அளவிற்கு மற்றையதின் புவியீர்ப்பு மையம் ஏறகிறபடியால், தட்டுக்களுடன் தொடர்புற்ற நிலைச் சக்தி யின் மொத்த மாற்றம் பூச்சியமாகும். எனவே, தொகுதியின் முழுச் சக்தியும்

$$\frac{1}{2}M(r^2 + \kappa^2)\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}Mgr\psi^2 + 2\left\{\frac{1}{2}\mu a^2\dot{\psi}^2\right\}$$

ஆகும். இது ஒரு மாறிலி. நேரத்தைக் குறித்து இதனை வகையிட,

$$\{M(r^2 + \kappa^2) + 2\mu a^2\}\dot{\psi} + Mgr\psi = 0.$$

எனவே, இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{M(r^2 + \kappa^2) + 2\mu a^2}{Mgr}}.$$

இனி, தட்டு ஒவ்வொன்றும் செறிசுமை  $m$  ஐக் காவுமாயின் தட்டு, அதன் சுமை என்பவற்றின் புவியீர்ப்பு மையத் தானமும் மாறும்; ஆனால், ஆவர்த்தன காலத்திற்கான கோவையில்  $b$  தோன்றாதபடியால், தட்டுக் களில் சமமான சுமை ஏற்றப்பட்டிருக்குமிடத்து அது

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M(r^2 + \kappa^2) + 2(\mu + m)a^2}{Mgr}}$$

எனபதால் தரப்படுகிறது.

இம்முடிவுகளை மெய்ப்பிக்கும்பொருட்டுத் தராசொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் அளக்கப்பட்டது. அடுத்த தட்டுக்களின் தாங்கிகளிலிருந்து சிறு நூல் துண்டுகளால் இரு சமனான 100 கி. திணிவுகள் தொங்கவிடப்பட்டன; திணிவுகளின் மையங்கள் கத்தியோரங்களுக்குக்கீழ் தூரம்  $b_1$  இல் இருந்தன. கடைசியாக கத்தியோரங்களுக்குக்கீழ் தூரம்  $b_2$  இலே தராசுத் தட்டுக்களில், திணிவுகளும் நூல் துண்டுகளும் வைக்கப்பட்டன.  $T_1, T_2$  என்பன இங்கு கிடைக்கப்பெற்ற ஆவர்த்தன காலங்கள் ஆகுக.



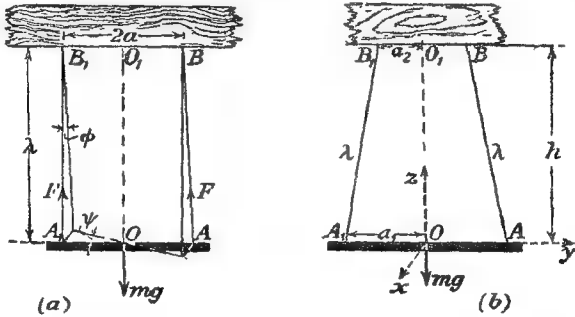
$2a = (13.1 \pm 0.1)$  சமீ. என்னுமிடத்து  $T_0 = (9.50 + 0.06)$  செக்.

$b_1 = (12.5 \pm 0.2)$  சமீ. என்னுமிடத்து  $T_1 = (13.15 + 0.06)$  செக்.

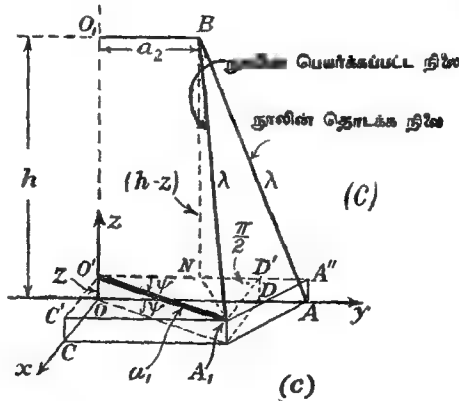
$b_2 = (24.2 \pm 0.2)$  சமீ. என்னுமிடத்து  $T_2 = (13.08 + 0.06)$  செக்.

$T_1, T_2$  என்பவற்றின் பெறுமானங்களை ஒப்பிட்டுப் பார்க்குமிடத்து ஆவர்த்தன காலமானது  $b$  என அழைக்கப்பட்ட கணியத்தைச் சாராது எனத் தெரிகிறது.

**இருநூல் தொங்கல்.**—இருநூற்றொங்கலானது, புவியீர்ப்பால் கிடைத்தளமொன்றில் குற்றிலைவுகளை ஆற்றுமாறு சமநீளமுள்ள, சமச்சீராகச்



படம் 4.26. இருநூற்றொங்கல்கள் (a) சமாந்தர நூண்கள் (b) சமாந்தரமல்லாத நூண்கள்.



படம் 4.26 (c).

செப்பஞ் செய்யப்பட்ட, இரு நூண்கள் அல்லது இரு நூல்களால் தொங்க விடப்பட்ட, பாரமான ஒரு சீரான கோல் அல்லது சட்டம் ஆகும். நிகழ் தகவுடைய இரு எடுத்துக்காட்டுகளைக் கருதுவோம்.

(a) சமாந்தர நாண்கள்.—ஒவ்வொரு நாணினதும் நீளம்  $\lambda$  எனவும், நாண்களின் இடைத் தூரம்  $2a$  எனவும் கொள்வோம். பித்தளையாலான, சீரான குறுக்கு வெட்டும் அடர்த்தியும் உடைய உருளை அல்லது கோல்  $AA_1$  ஐ அவை தாங்குகின்றன என்க, படம் 4-26 (a). அவற்றின் மேல் முனைகள்  $B, B_1$  களில் கிடையான வளையொன்றுடன் நாண்கள் இணைக்கப் பட்டிருக்குமாயின், சட்டத்தின் புவியீர்ப்பு மையமுடாகச் செல்கின்ற ஒரு நிலைக்குத்தச்சு  $OO_1$  பற்றி கிடைத்தளமொன்றில், (நாண்கள் நீண்டவையாகவும் கோணப்பெயர்ச்சி சிறிதாயும் இருக்குமாயின்) புவியீர்ப்பின்கீழ் குற்றலைவுகளை ஆற்றுமாறு சட்டத்தைத் தூண்டலாம்.

மேற்படி அச்சுப் பற்றி ஒரு சிறு கோணம்  $\psi$  அளவாற் சட்டம் சுழல்கிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது, ஒவ்வொரு நாணினதும் கீழ் முனையுறும் பெயர்ச்சி  $a\psi$  ஆகும்; மேலும், நிலைக்குத்துக் கோட்டுன நாண் ஒவ்வொன்றினதும் சாய்வுக் கோணம்  $\phi$  எனின்,

$$\lambda\phi = a\psi.$$

$\phi$  யினால் வரையறுத்த தானத்தில் சட்டம் இருக்கும் பொழுது ஒவ்வொரு நாணிலுமுள்ள இழுவை  $F$  ஆகுக; சட்டத்தின் திணிவு  $m$  உம் புவியீர்ப்பின் செறிவு  $g$  உம் எனின்

$$mg = 2F \text{ கோணம் } \phi;$$

நாண்கள் அண்ணளவில் எப்பொழுதும் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாயின் இது  $\doteq 2F$ .

நிலைக்குத்துக் கோட்டுன நாண்கள் கோணம்  $\phi$  யை ஆக்குமாயின், நாணுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஒவ்வொரு உருளை முனையிலும் உள்ள விசை  $F$  சைன்  $\phi$  ஆகும். இவ்விசைகள் உருளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாகத் தாக்கிக் கோலை அதனது சமநிலைத் தானத்திற்கு மீளுமாறு தூண்டுகின்றன. சுழற்சியச்சுப் பற்றி இவ்விசைகளின் திருப்பம் ( $2F$  சைன்  $\phi$ ) $a$ , அல்லது  $\phi$  சிறிதாயின்  $2F\phi a$  ஆகும்.  $\frac{mga^2}{\lambda}$ .  $\psi$  என்று எழுதக்கூடிய இவ்விணையானது  $\psi$  யின் குறைதலுக்கு எதுவாக இருக்கிறபடியால், உருளையின் இயக்கம்

$$I\ddot{\psi} + \frac{mga^2\psi}{\lambda} = 0$$

என்பதால் எடுத்துரைக்கப்படுகிறது; இங்கு  $I$ , புவியீர்ப்பு மையமுடாகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றி கோலின் சுடத்துவத் திருப்பம் ஆகும். அதே அச்சுப் பற்றிக் கோலின் சுழிப்பாறை  $\kappa$  எனின்,  $I = m\kappa^2$ ; அப்பொழுது மேற்படிச் சமன்பாடு

$$\ddot{\psi} + \frac{ga^3}{\kappa^2\lambda} \psi = 0$$

எனின், ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \frac{\kappa}{a} \sqrt{\frac{\lambda}{g}}.$$

(b) சமாந்தரமல்லாத நூண்கள்.—சமனான நீளங்களுடைய ஆனால் சமாந்தரமல்லாத நூண்களுக்கு, அவை கோலுடன் சமச்சீராய் இணைக்கப் பட்டிருக்கிற இடத்தில் அவற்றின் இடைத்தூரம்  $2a_1$  உம், தொகுதியைத் தாங்கும் கிளையான வளையுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிற இடத்தில் அவற்றின் இடைத்தூரம்  $2a_2$  உம் ஆகுக. படம் 4-26(b) யில் காட்டியுள்ள அச்சுக்கள் பற்றி A யின் தொடக்க ஆள்கூறுகள்  $(0, a_1, 0)$  ஆகுக.  $AA_1, BB_1$  என்பவற்றின் மையப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நோகோடாகிய நிலைக்குத்தச்சு  $OO_1$  பற்றித் தொகுதி ஒரு சிறு கோணம்  $\psi$  இனாடு சுழலுமாயின் இவ்வாள் கூறுகள்

$a_1$  சைன்  $\psi$ ,  $a_1$  கோசை  $\psi$ ,  $z$

ஆகின்றன;  $z$  ஆனது சட்டத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஏறும் தூரம் ஆகும். ஒவ்வொரு கயிறற்றின் நீளம்  $\lambda$  உம் மாறாமல் இருக்கிறபடியால்  $h = OO_1$  எனக் கொண்டும், படம் 4-26 (c) யைப் பயன்படுத்தியும்

$$h^2 + (a_1 - a_2)^2 = \lambda^2 = BN^2 + [(A_1D')^2 + A_1N^2] \\ = (h - z)^2 + a_1^2 \text{சைன்}^2 \psi + (a_1 \text{கோசை} \psi - a_2)^2.$$

$z^2$  சிறிது எனக் கருதப்பட்டுப் புறக்கணிக்கப்படுமாயின் மேற்படிச் சமன்பாடு

$$hz = a_1 a_2 (1 - \text{கோசை} \psi)$$

எனச் சுருங்கும்;  $\psi$  சிறிதாயின்

$$hz = \frac{1}{2} a_1 a_2 \psi^2.$$

எனவே, கோலின் நிலைச் சக்தியின் அதிகரிப்பு

$$mgz = \frac{1}{2} \frac{a_1 a_2}{h} g \psi^2.$$

எனவே, சக்திச் சமன்பாடு

$$\frac{1}{2} m \kappa^2 \psi^2 + \frac{1}{2} \frac{a_1 a_2}{h} g \psi^2 = \text{மாறிலி}.$$

நேரம் தொடர்பாக வகையிட,

$$m \kappa^2 \dot{\psi} + \frac{a_1 a_2}{h} g \dot{\psi} = 0.$$

எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \frac{\kappa}{\sqrt{a_1 a_2}} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

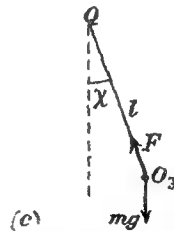
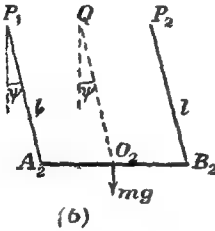
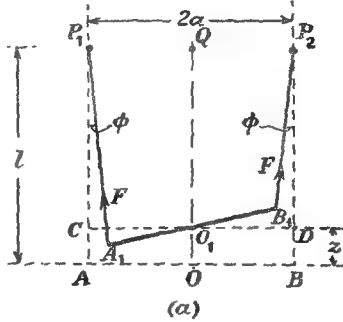
எடுத்துக்காட்டு.—நீளம்  $2a$  உம், திணிவு  $m$  உம் கொண்ட சீரான கோலொன்று ஒவ்வொன்றும் நீளம்  $l$  ஐ உடைய இலேசான நிலைக்குத்தான இரு கயிறுகளால் தாங்கப்பட்டுக் கிளையான நிலையில் தொங்குகிறது. ஒவ்வொரு கயிறற்றினதும் கீழ்முனை கோலின் முனையொன்றோடு இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதன் மேல்முனை தக்க தாங்கியொன்றிலுள்ள நிலையான புள்ளியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அதன் மையமூடாகச் செலின்ற நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றிக் கோலுக்குக் கோண வேகம்  $\omega$  வழங்கப்படுகிறது.  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவு எனின், கோல்

$\frac{\omega^2}{g}$  ஏறும் எனக் காட்டுக; மேலும், நிலையியற் சமநிலைத் தானம்பற்றி குற்றவேவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க; தொகுதியின் வேறிரு இயலுமான அலைவு முறைகளை ஆராய்க.

AB ஆனது, படம் 4-27 (a), கோலின் தொடக்கநிலை ஆகுக; அப்பொழுது, கயிறுகள்  $AP_1$ ,  $BP_2$  என்பன நிலைக்குத்தாக இருக்கும். கோலானது நிலைக்குத்தாகத் தூரம்  $z$  ஏற அதன் அச்சானது கோலம்  $\theta$  இனூடு சுழன்றதும், அதன் நிலை  $A_1B_1$  ஆகுக. அதே கணத்தில் நிலைக்குத்துக் கோலுடன் கயிறுகளின் சாயவு  $\phi$  ஆகுக;  $A_1B_1$  ஊடான கிடைத்தளத்தில்  $P_1$ ,  $P_2$  என்பவற்றின் எறியங்கள் முறையே C, D ஆகுக. சக்திச் சமன்பாடு

$$\frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}mK^2\dot{\theta}^2 + mgz = mg(0) + \frac{1}{2}mK^2\omega^2$$

ஆகும்; இங்கு பயன்படுத்தியுள்ள குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான கருத்துகளை உடையன.



படம் 4-27. சமனான, நிலைக்குத்தாக இரு கயிறுகளால் கிடைப்பாகத் தாங்கப்பட்ட சீரான கோலொன்றின் இயல்புமான மூன்று அதிர்வு முறைகள்.

இனி,  $z = l(1 - \cos\theta)$ ;  $A_1C = 2a$  சைன  $\frac{1}{2}\theta = l$  சைன்  $\phi$ .

$$\therefore \dot{z} = l \text{ சைன் } \phi \cdot \dot{\phi} = \text{தான } \phi \cdot a \text{ கோசை } \frac{1}{2}\theta \cdot \dot{\theta}$$

$$= \frac{a^2 \text{ சைன் } \theta \cdot \dot{\theta}}{[l^2 - 4a^2 \text{ சைன்}^2 \frac{1}{2}\theta]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\therefore \frac{1}{2}a^2\dot{\theta}^2 \left[ \frac{a^2 \text{ சைன்}^2 \theta}{[l^2 - 4a^2 \text{ சைன்}^2 \frac{1}{2}\theta]} + \frac{1}{3} \right] = \frac{1}{2} \frac{a^2}{3} \omega^2 - gz.$$

இது கோலின் எந்த நிலையிலுமுள்ள கோண வேகத்தைத் தருகிறது.  $\theta = 0$  ஆகுமிடத்துக் கோல ஒருகண நேரம் ஓயவில்லிருக்கும்; அதாவது, கோலானது

$$[z]_{\theta=0} = \frac{1}{g} \cdot \frac{a^2 \omega^2}{3}$$

என்பதால் தரப்படும் நிலைக்குத்துத் தூரத்தினூடாக எறியிருக்கிறது.

கோல AB யின் மையம் O வினாடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றி குற்றலைவு ஒன்றினைடத்து, ஒவ்வொரு கயிறறினுமுள்ள இழுவை F எனின

$$2F \text{ கோசை } \phi = mg.$$

இயக்கச் சமன்பாடு

$$m \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \ddot{\theta} + 2F \text{ சைன் } \phi \cdot a = 0.$$

$\theta$  சிறிது எனின்,  $\phi$  உம் சிறிது ஆகும்; அப்பொழுது  $l\phi = a\theta$ ; மேலும்  $2F = mg$ .

$$\therefore m \cdot \frac{a^2}{3} \ddot{\theta} + mg \cdot \frac{a^2}{l} \theta = 0.$$

எனவே, ஆவர்த்தன காலம்

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3g}}.$$

இது, ப. 159 இல் தரப்பட்டுள்ள பொதுவான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கிடைத்த விளைவுடன் ஒத்திருக்கிறது.

கோலைத் தாங்கும் புள்ளிகளே  $P_1P_2$  ஊடான ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலும் அக்கோல அசையக் கூடும். அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தாளத்திலிருந்து இவ்வண்ணம் கோணம்  $\psi$  யிற்றா பெயாகக்கப்பட்டிருக்கின்ற கோலைப் படம் 4-27 (b) காட்டுகிறது.  $P_1P_2$  எனபதின் நடுப்புள்ளி Q வினாடாகச் செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றிக் கோலின் சடத்துவத் திருப்பம் சமாந்தரவசத் தேற்றத்தால்  $m(\frac{2}{3}a^2 + l^2)$  ஆதலின், இயக்கச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\psi} + mgl \text{ சைன } \psi = 0$$

ஆகும். எனவே, இவ்வியக்க வகைக்குரிய குற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{2}{3}a^2 + l^2}{gl}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என வழக்கமான முறையாகக் காண்கிறோம்.

குறிப்பிட்ட எந்தக் கணத்திலும்  $P_1P_2$  ஊடாகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்துத் தளத்திலிருந்து கோலின் ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஒரே தூரத்திலிருக்குமாறு கோல அசையும் பொழுதும் அது அலைவுகளை ஆற்றலாம். நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் ஒவ்வொரு கயிற்றினதுஞ் சாய்வு  $\chi$  எனின, தொகுதியின் முனைப்பார்வை தரும், படம் 4-27 (c) யை ஒப்., கயிறென்றிலுள்ள இழுவை F,

$$2F \text{ கோசை } \chi = mg$$

என்பதாலும், இயக்கச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\chi} + 2F \text{ சைன } \chi = 0$$

என்பதாலும் தரப்படுகின்றன. இங்கு, I ஆனது Q ஊடாகவும் கோலின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகவும் செல்கின்ற அச்சொன்று பற்றிக் கோலின் சடத்துவத் திருப்பமாகும். அதாவது  $I = ml^2$ . இங்கு  $\chi$  சிறிதாயின் உடனடியாகவே

$$\ddot{\chi} + \frac{g}{l} \chi = 0,$$

அதாவது

$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

இங்கு  $T_3$ , இவ்வெடுத்துக்காட்டுக்குரிய ஆவர்த்தன காலமாகும்; தொகுதியானது நீளம் || கொண்ட எளிய ஊசலொன்றைப் போல் ஆற்றுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு.—(a) நீளம்  $2a$  ஐயும் திணிவு  $m$  ஐயும் உடைய சீரான கோலொன்று அதன் முனை A யில் நிலைத்த தாங்கியொன்றுடன் சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அது A ஊடாகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் கூட்சேல்போல் அலைகிறது. அதன் குற்றலைவுகளின் மீடிற்றைக் காண்க.

(b) திணிவு  $\beta m$  கொண்ட துணிக்கையொன்று B யில் கோலுடன் இணைக்கப்பட்டிருப்பின், கோலின் அலைவுகளின் மீடிற்றை காண்க.

$$\sqrt{\frac{1+2\beta}{1+3\beta}} : 1$$

என்னும் விகிதத்தில் குறைக்கப்படுகிறது என நிறுவுக.

(c) கோலானது காலந்தவறாத கடிக்காரமொன்றின் ஊசலாகவும், துணிக்கை இணைக்க அது நாளொன்றிற்கு மூன்றில் ஒரு நிமிடம் பிந்துகிறதாகவும் இருப்பின்,

$$3\beta(3N^2 - 6N + 1) = 6N - 1$$

என நிறுவுக; இங்கு  $N$ , நாளொன்றிலுள்ள நிமிடங்களின் தரும்.

(a) இவ்வெடுத்துக்காட்டில் ஊசலின் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^2 + K}{rg}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + \frac{1}{3}a^2}{ag}} = 2\pi \sqrt{\frac{4a}{3g}} = 4\pi \sqrt{\frac{a}{3g}}.$$

[தேர்வின்போது அடிப்படையாகத் தத்துவங்களிலிருந்தே இச்சூத்திரத்தைப் பெறல் வேண்டும். இம்முறையைப் பல எடுத்துக்காட்டுகளிலும் விவரமாக விளக்கியிருக்கிறபடியால் இச்சூத்திரமானது கூட்சேலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்திற்கான சூத்திரத்திலிருந்து பெறப்பட்டது.]

(b) படம் 4.28 இல் இத்தொகுதியானது காட்டப்பட்டிருக்கிறது. குறிப்பிட்ட கணமொன்றில் கோலின் கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  எனின், இயக்கச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\psi} + \Gamma = 0.$$

இங்கு,  $I$  ஆனது A ஊடாகச் செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றிக் கோலின் சடத்துவத் திருப்பமும்,  $\Gamma$  ஆனது கோலைத் தாக்குகின்ற புற விசைகளாலான மீள்தரு இணையும் ஆகும்.  $\psi$  சிறிது என்னும் நிபந்தனையின் பேரில்

$$\left[ m \left( \frac{a^2}{3} + a^2 \right) + \beta m \cdot 4a^2 \right] \ddot{\psi} + (mga + \beta mg \cdot 2a) \psi = 0.$$

எனவே ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{4}{3}a^2 + 4\beta a^2}{(a + 2\beta)g}} = 2\pi \sqrt{\frac{4(1+3\beta)}{3(1+2\beta)} \cdot \frac{a}{g}}.$$

$\therefore$  மீடிற்றை  $\sqrt{\frac{1+2\beta}{1+3\beta}} : 1$  என்னும் விகிதத்தில் குறைக்கப்படுகிறது.

(c) ஊசல்காலந்தவறாத ஆற்றும்பொழுது ஆவர்த்தன காலம் செக்கன்களில்  $\frac{1}{60}$  ஆக, அதாவது  $\frac{1}{60} = 2$ . அப்பொழுது, அதன் ஆவர்த்தன காலம் நிமிடங்களில்

$$\frac{t}{60} = 2\pi \sqrt{\frac{4a}{3g}} \times \frac{1}{60}.$$

நாளொன்றில்  $N$  நிமிடங்கள் உள எனவும், அதே காலத்தில் கடிக்காரம் நிமிடம் ஒன்றின் மூன்றில் ஒன்று பிந்துகிறது எனவும் ஆயின் மீடிற்றன்களின் விகிதம்



படம் 4.28.

$$\frac{\frac{N}{2} - \frac{1}{6}}{\frac{N}{2}} = \sqrt{\frac{1+2\beta}{1+3\beta}}$$

$$\therefore \left( \frac{3N-1}{3N} \right)^2 = \frac{1+2\beta}{1+3\beta}$$

$$\therefore 3\beta(3N^2 - 6N + 1) = 6N - 1.$$

## பயிற்சி IV

4.01. சீரான வட்ட வில்லொன்றின் திணிவு மையத் தானத்தைக் காண்க.

நிறை  $W$  கொண்ட சீரான சங்கிலியொன்று நிலையான அழுத்தமான கோளமொன்றின் மிகவுயரந்த புள்ளி  $A$  யில் இணைக்கப்பட்டு அக்கோளத்தின் பரப்பில் ஓவவாயிருக்கிறது ; சங்கிலியின் சுயாதீன முனை மையத்தின் அதே மட்டத்தில் இருக்கிறது.  $A$  யிலுள்ள

கிடையான இழுவை  $\frac{2W}{\pi}$  என நிறுவுக.

4.02. நேர்கோடுகள்  $x = a$ ,  $y = mx$ ,  $y = 0$  எனப்பவற்றால் வரையறுத்த முக்கோணி அடரொன்றிற்கு, ஒவ்வொரு புள்ளிக்குமுரிய பரப்பாததியானது உற்பத்தியிலிருந்து அளந்த தூரத்தின் வாககத்துடன் நேராய மாறுகிறது. முக்கோணியின் புவியீர்ப்பு மையத்தையும்  $x = 0$  எனனும் நோக்கோடு பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பத்தையும் காண்க.

$$\left[ \bar{x} = \frac{4}{5}a, \bar{y} = \frac{3}{5}ma \frac{m^2 + 2}{m^2 + 3}; \frac{3}{5}Ma^2 \right]$$

4.03. கோளொன்றின் நோக்கோட்டாததி அதன் முனையொன்றிலிருந்து அளந்த தூரத்துடன் நேராய மாறுகிறது. அதன் திணிவு மையத்தைக் காண்க. கோலின் மையம் பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $\frac{1}{12} ma^2$  என நிறுவுக ; இங்கு, கோலின் நீளம்  $a$  ; அதன் திணிவு  $m$ .

4.04. வட்டம்  $x^2 + y^2 = a^2$  இன் முதலாவது காற்பகுதியில், ஒவ்வொரு புள்ளிக்குமுரிய பரப்பாத்தியானது  $xy$  யுடன் நேராய மாறுகின்றது. இக்காற்பகுதியின் புவியீர்ப்பு மையம்  $\bar{x} = \bar{y} = \frac{3}{15}a$

எனப்பவற்றால் தரப்படுகிறது எனவும், இரண்டில் ஏதேனும்மொரு ஆள்கூற்றச்சுப் பற்றி சடத்துவத் திருப்பம்  $\frac{1}{12} ma^2$  எனவும் நிறுவுக ; இங்கு  $m$ , காற்பகுதியின் திணிவு ஆகும்.

4.05. தன் முனைப் புள்ளிகளை இணைக்கும் விட்டம் பற்றி ஆரை  $\alpha$  யை உடைய அரைவட்ட மொன்று சுழலும்பொழுது செவ்வகவச்சுக்கள் குறித்து அதன் திணிவு மையம்

$$\bar{x} = 0, \bar{y} = \frac{2\alpha}{\pi}$$

ஆகும் என பப்பசின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக ; இங்கு,  $Ox$  அச்சானது மேற்படி விட்டத்துடன் பொருந்தியிருக்கிறது ;  $O$ , அவ்விட்டத்தின் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

மேலும், ஆரை  $\alpha$  கொண்ட, அரைவட்டப் பரப்பளவுடைய சீரான தகட்டுக்கு  $\bar{x} = 0, \bar{y} = \frac{4\alpha}{3\pi}$  எனவும் நிறுவுக.

4.06. சமபக்க முக்கோணி வடிவமுள்ளதும் திணிவு  $m$  கொண்டதுமான சீரான அடரொன்று மூன்று சமனான, நிலைக்குத்தான, இலேசான கயிறுகளால் கிடையான நிலையில் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது ; இங்கு, ஒவ்வொரு கயிறும் கோணப் புள்ளியொன்றாடாகச் செல்லுகிறது. ஒவ்வொரு கயிற்றின் நீளமும்  $2a$  ; இங்கு,  $2a$  எனப்பது சுற்றுவட்டத்தின்

விட்டமும் ஆகும். அதன் தொடக்க நிலைக்கு மேலாக அடரை உயரம்  $2(1-n)\alpha$  யினால் நிறுத்தி வைக்கும் பொருட்டுத் தேவையான இணை  $mg\alpha\sqrt{1-n^2}$  ஆகும் என நிறுவுக; இங்கு  $0 < n < 1$ .

4.07. எளிய இசையான முறையில் ஏதேனுமொரு கணியம் மாறுகிறது என்பதின் பொருள் யாது? வீச்சம், மீட்டர்ன், அவத்தை என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக.

எ.இ.இ. முறைப்படி. நோக்கோடொன்றில் துணிக்கையொன்று அலைவுகளை ஆற்றுகிறது. அதன் உயரவு ஆரமுடுக்கம்  $57\pi^2$  சமீ. செக.<sup>-2</sup> ஆகும்; பூச்சியத் தானத்திலிருந்து 4 சமீ. தூரத்தில் இருக்கும்பொழுது அதன் வேகம்  $37\pi$  சமீ. செக.<sup>-1</sup> ஆகும். துணிக்கையின் ஆவாததன் காலத்தையும் அதன் வீச்சத்தையும் கணிக்க. [2 செக., 5 சமீ.]

4.08. ஓவ்வொன்றும் 25 சமீ. நீளமுடைய இரு நுண்ணிழைகளால் 10 சமீ. விட்டமும், 0.5 சமீ. தடிப்பும் உடைய அலுமினியத் தகடொன்று சமச்சீராகவும் அதன் தளம் கிடையாகவும் இருக்குமாறு தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது; அவற்றின் மேல்முனைகளுக்கு இடையே தூரம் 4 சமீ. உம் கீழ்முனைகளுக்கு இடையே தூரம் 3 சமீ. உம் இருக்குமாறு இழைகள் அமைந்திருக்கின்றன. நிலைக்குத்தரசு பற்றித் தகட்டின் சிறு கோணப் பெயாச்சிகளுக்கான ஆவாததன் காலத்தைக் காண்க. [அலுமினியத்தின் அடர்த்தி  $2.72$  கி. சமீ.<sup>-3</sup> என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.]

ஓவ்வொன்றும் 25 சமீ. நீளமுடையதும், ஓரம் வழியே சமச்சீராக ஒழுங்குபடுத்தியதுமான சமாதரமான மூன்று கயிறுகளால் தகடு கிடைத்தளமொன்றில் தொங்கவிடப்பட்டிருக்குமாயின் அதன் ஆவர்த்தன் காலம் என்ன? [2.05 செக., 0.71 செக.]

4.09. ராச சன்னங்களாற் சமையேற்றிய பரிசோதனைக் குழாயொன்று, அதன் நீளத்தில் 15 சமீ. அமிழ்நதிருக்குமாறு நீரில் மிதக்கிறது. அதன் நிலையிற சமநிலைத் தானத்திலிருந்து நிலைக்குத்தாகப் பெயாக்கப்பட்டபொழுது அதன் அலைவுக் காலம் 0.89 செக. எனக் காணப்பட்டது. இவ்வலைவுக் காலத்துக்கான பெறுமானமொன்றை எவ்வாறு முன்னேரே கூறியிருக்கமுடியும் என்றும், எக்காரணங்களால் நோக்கிய ஆவாததன் காலமானது கணிதத் ஆவாததன் காலத்தினின்றும் வேறுபடுகின்றது என்றும் காட்டுக. [0.78 செக.]

4.10. இலேசான சரி வில்லொன்றின் முனியில் இருக்கின்ற பொருளொன்று புவியீர்ப் பின் தாக்கத்தால் நிலைக்குத்தான அலைவுகளை ஆற்றுகிறது. பொருள் உருளை வடிவமாகவும் அதன் அச்ச நிலைக்குத்தாகவும் இருக்கின்றன; ஓரச்ச உருளையொன்றால் அப்பொருள் சூழப்பட்டிருக்கிறது; இரு உருளைப் பரப்புகளுக்குமிடையில் சிறு அகற்சி உளது. வேகத்துடன் நேராய மாறக்கூடிய தடையொன்று உருளையின் இயக்கத்தைப் பதிக்குமாறு இவ்விடைவெளி மெல்லிய எண்ணெயால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது. நேரம்  $t$  செக. இல், சமநிலைத் தானத்திற்குக் கீழே பொருளின் தூரம்  $x$  எனின், இயக்கச் சமன்பாடு  $m + 0.1x = 0$  ஆகும். இயக்கத்தின் ஆவாததன் காலத்தைப் பெறுக; வீச்சமானது அதன் தொடக்கப் பெறுமானத்தின் மூன்றில் ஒன்று வரை குறைக்கப்பட்ட காலத்தில் எத்தனை முழு அலைவுகள் ஆற்றப்பட்டுள்ளன என்பதைக் காண்க. [3.14 செக., 70.]

4.11. தராசு சுட்டியொன்றின் அடுத்தடுத்த 'திரும்பற் புள்ளிகளை' நோக்கி எவ்வாறு அதன் ஓயவு நிலையை உய்த்தறியமுடியும் என்பதைக் காட்டுக. அளவிடையின் குறுக்கே ஊசலாடும் தராசு சுட்டியொன்றின் துளி தன் பூச்சியத்தை முனையொன்றில் கொண்டிருக்கின்றது. அடுத்தடுத்த திரும்பற் புள்ளிகள் 11, 3, 8 என்னும் பிரிப்புக்களில் நிகழ்கின்றன. ஓயவு நிலையை உய்த்தறிக. [6.08.]

4.12. ஆர  $\alpha$  கொண்ட இலேசான, பரும்படியான, வட்டவருளையொன்று கிடையான தளமொன்றில் ஓயவாயிருக்கின்றது; அதன் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியில் திணிவு  $M$  கொண்ட துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; திணிவு  $m$  கொண்ட துணிக்கையொன்றைக் காவுகின்ற நீளம்  $l$  உடைய கயிறொன்று உருளையின் மிக உயர்ந்த புள்ளியில் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது.  $M > m$  எனின், தொகுதி உறுதியானது என நிறுவுக. தொகுதியின் குற்றலைவுகளுக்கான ஆவர்த்தன் காலம்



$$2\pi \left[ \frac{l}{g} \left\{ 1 + \frac{4a}{l} \cdot \frac{m}{M+m} \right\} \right]^{\frac{1}{2}}$$

எனக் காட்டுக; உருளை, ஊசற்குண்டு என்பவற்றின் வீச்சு விசித்ததைக் காண்க; தொகுதிக் குரு சுயாதீனப் படிக்கள் இருக்கிறபோதிலும் அது ஒரேயொரு சுயாதீனக் காலத்தையே உடையது எனவும் உண்மை பற்றி விவாதிக்க.

4.13. கூட்செல்லொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் இழிவு ஆவதற்கான நிபந்தனையை ஆராய்க. அதன் ஆவர்த்தன காலத்தை இழிவுப் பெறுமானம்  $T_0$  ஐப் பெறுமபொருட்டு திணிவு  $M$  கொண்ட கூட்செல்லொன்றின் சுழற்சியுச்சின் நிலை செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. அடுத்துத் திணிவு  $m$ , ஆனால் புறக்கணிக்கத்தக்க பருமன், கொண்ட உலோகத் துண்டொன்று ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையத்தில் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) அச்சின் அதே நிலைக்குரிய புது ஆவர்த்தன காலம், (b) ஆவர்த்தன காலத்தின் புதிய இழிவுப் பெறுமானம் என்பவற்றிற்கான கோவைகளைப் பெறுக.

$$\left[ r = K \text{ ஆகுமிடத்து இழிவு; (a) } \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{M}{M+m} \right)} \cdot T_0; (b) \left( \frac{M}{M+m} \right)^{\frac{1}{2}} T_0. \right]$$

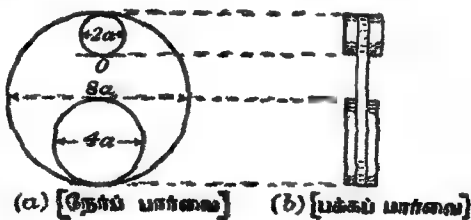
4.14. சீரான தடிப்புள்ள வட்ட வளையமொன்று திணிவு  $m$  ஐ உடையது; அதன் உள்ளாரையும் வெளியாரையும் முறையே  $a$ ,  $b$  ஆகும். அதன் மையமூடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சப் பற்றி வளையத்தின் சடததுவத் திருப்பம்  $0.5 m(a^2 + b^2)$  ஆகும் எனக் காட்டுக.

நிலைகுத்தாக இருக்கிற வளையத்தின் சொந்தத் தளத்தில், அதன் வெளியோரத்திலுள்ள புளளியொன்றுடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள அச்சொன்று பற்றி அலைவுகளை ஆற்றுமாறு வளையம் விடப்படுகிறது. சிறு வீச்சுக்களுக்கு அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்திற்கான கோவையொன்றைப் பெறுக.

(i)  $a \rightarrow 0$ , (ii)  $a \rightarrow b$  ஆகும் பொழுது எவிய சமவலுவூசலின் நீளத்தைக் காண்க.

$$\left[ 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + 3b^2}{2bg}}; (i) \frac{3}{2}b, (ii) 2b. \right]$$

4.15. ஒரே தடிப்பும் அடர்த்தியும் உடைய ஐந்து வட்டத் தட்டுக்கள் படம் 4.29 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒன்றாய்ச் சேர்த்து இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன.



படம் 4.29.

ஆகச் சிறிதான வெளித் தட்டுக்கள் இரு சிடையான, சமாந்தரமான, நழுவலைத் தவிர்ப்புதற்குப் போதிய அளவு பரும்படியான தண்டவாளங்கள் மீது தாங்கப்பட்டிருக்கின்றன. தட்டுக்களின் ஆரைகள், காட்டியுள்ளவாறு,  $a$ ,  $2a$ ,  $4a$  எனின், புவியீர்ப்பின் தாக்கத்தால் ஆற்றப்படும் குற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்  $\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{a}{33g}}$  ஆகும் என நிறுவுக; இங்கு,  $g$  என்பது புவியீர்ப்புச் செறிவு ஆகும்.

## அதிகாரம் V

### புவியீர்ப்புச் செறிவு

**புவியீர்ப்புச் செறிவு.**†—புவியீர்ப்புச் செறிவைத் திருத்தமாகத் துணிவதற்குப் பயன்படுத்திய முறைகளும், புவியின் பரப்பில் அது மாறும் வகையும் இவ்வதிகாரத்தில் ஆராயப்படும். முந்திய அதிகாரமொன்றிலும் வேறு இடங்களிலும் இச்செறிவைத் துணிதலுக்கான வழக்கமான ஆய்கூட முறைகள் விவரித்துக் கூறப்பட்டுள்ளன‡; இங்கு அவற்றைப்பற்றி மீண்டும் எடுத்துக் கூறப்படமாட்டாது. ஆயினும், புவியீர்ப்புச் செறிவின் அளக்கப்பட்ட பெறுமானமொன்றினமீது புவிச் சுழற்சியின் விளைவு ஆராயற்பாலது.

**புவியீர்ப்புச் செறிவின் அளக்கப்பட்ட பெறுமானமொன்றின் மீது புவிச் சுழற்சியாலாகும் விளைவு.**—புவிப் பரப்பிலே, அகலாங்கு  $\phi$  யில், புள்ளி A யிலே இருக்கிற திணிவு  $m$  கொண்ட பொருளொன்றைக் கருதுக, படம் 5·01(a) ஐ ஒப். புவிச்சுழற்சி அச்சிலிருந்து A யின் இழிவுத்தூரம்  $r$  ஆகுக; அதாவது,  $r = AN = a$  கோசை  $\phi$ ; இங்கு  $N$  அச்சமீது A யின் எறியமும்,  $a$  புவியின் ஆரையும் ஆகும். புவிச்சுழற்சியாற் பொருள் அடையும் ஆர்முடுகல்  $\omega^2 r = \omega^2 a$  கோசை  $\phi$  ஆகும்; அது  $AN$  வழியே உளது. இனி, A யில் இருக்கிற பொருள் மீது ஆற்றும் புவிக்கவர்ச்சி புவிச்சுழற்சியைச் சாராது; அதாவது, அது எப்பொழுதும்  $AC$  வழியே அமைந்திருக்கும்; இங்கு  $C$  புவியின் மையம். இவ்விசை  $mg$ ; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவாகும்; பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, அது நேராக அளக்கக் கூடிய கணியமொன்றன்று. A யில், அளக்கப்பட்ட புவியீர்ப்புச் செறிவுப் பெறுமானம்  $g_\phi$  ஆகுக; அதாவது, பொருளின் நிறை  $m g_\phi$  ஆகும், படம் 5·01 (b) யைக் கருதுக; இங்கு ஊசற்குண்டு A யில் இருக்குமாறு அமைந்துள்ள எளியவூசலொன்று பெரிதும் மிகைப்பட்ட அளவிடையில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. புவியைக் குறித்து ஊசல் ஓய்வாயிருக்கும் பொழுது A மீது ஆற்றும் விசைகள் C முகமாக ஈர்ப்புக் கவர்ச்சி  $m g$  உம் கயிற்றிலுள்ள இழுவை  $F = m g_\phi$  உம் ஆகும்.  $AN$  வழியே  $\omega^2 a$  கோசை  $\phi$  என்னும் ஆர்முடுகலைப் பொருளுக்கு அளிக்கும் விளைவுகளேயே இவ்விரு விசைகளும் தரவேண்டும். விசை முக்கோணியொன்றால்

$$(g_\phi)^2 = g^2 + (\omega^2 a \text{ கோசை } \phi)^2 - 2g \cdot \omega^2 a \text{ கோசை } \phi \cdot \text{கோசை } \phi.$$

மேலும்  $g$  யைக் காட்டிலும்  $\omega^2 a$  மிகச் சிறிதாதலால்  $\omega^2$  ஐக் கொண்ட உறுப்பைப் புறக்கணிக்கலாம்; அன்றியும்,  $x \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து  $(1+x)^{0.5} = 1 + \frac{1}{2}x$  எனக் கிடைக்கும் செய்தியைப் பயன்படுத்த,

† முனைர் புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் என்று அழைக்கப்பட்டது; I.P., ப. 27 ஐ ஒப்.

‡ I.P. ப. 30 ஐயும் ப. 45 ஐயும் ஒப்.

$$g_{\phi} = g \left[ 1 - 2 \frac{\omega^2 a}{g} \cos^2 \phi \right]^{0.5} = g - \omega^2 a \cos^2 \phi$$

$$= g - \mu \cos^2 \phi;$$

இங்கு  $\mu = \omega^2 a$ ; இது புவிமீர்ப்புச் செறிவின அளந்த பெறுமானத்தின் குறைவுக்குரிய உயர்வுப் பெறுமானம் ஆகும்.  $\phi = 90^\circ$  ஆகுமிடத்து குறைவு பூச்சியமாகும்; அதாவது  $g_{90} = g$ . எனவே,

$$g_{\phi} = g_{90} - \mu \cos^2 \phi.$$

$$a = 6.37 \times 10^8 \text{ சமீ.};$$

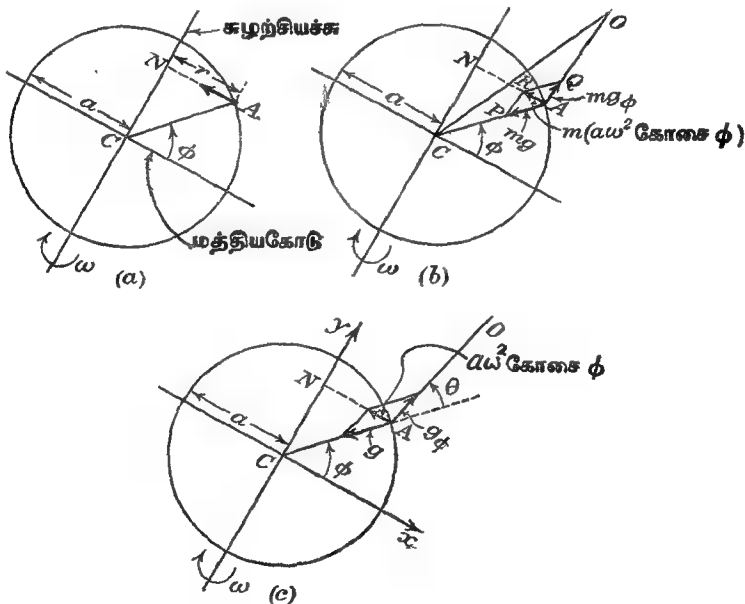
இனி

மேலும்

$$\omega = 2\pi \div (24 \times 3600)$$

$$= 7.27 \times 10^{-5} \text{ ஆரையன், செக்}^{-1}.$$

$$\therefore \mu = 3.37 \text{ சமீ. செக்}^{-2}.$$



படம் 5-01.  $g$  மீது புவிச்சுழற்சி விளைவு.

எனவே, அகலாங்கு  $\phi$  யில், சுயாதீன முறையில் விழும் பொருளொன்றின் ஆர்முடுகலானது முனைவுகளில் விழும் பொருளொன்றின் ஆர்முடுகலைக் காட்டிலும்  $3.37$  கோசை<sup>2</sup>  $\phi$  சமீ. செக்.<sup>-2</sup> கிறிதாாகும்.

மேற்படி சூத்திரத்தின் திருத்தத்தைச் சோதிக்கும் பொருட்டு,  $g_{45}$  இன் பெறுமானம், அதாவது 980.62 சமீ. செக்.<sup>-2</sup> என்பதைப் பயன்படுத்தி,  $g_{90}$  ஐயும்  $g_0$  ஐயும் கணிதது அவ்வழி கிடைக்கின்ற பெறுமானங்களை ஏற்றுக்கொண்ட பெறுமானத்துடன் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned} \text{அப்பொழுது } g_{45} &= 980.62 \text{ சமீ. செக்.}^{-2} = g_{90} - 3.37 \text{ கோசை}^2 45^\circ \\ &= g_{90} - 1.69 \end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore g_{90} = 982.31 \text{ சமீ. செக்.}^{-2}.$$

$$\text{எனவே, } g_0 = 982.31 - 3.37 = 978.94 \text{ சமீ. செக்.}^{-2}$$

இவற்றிற்கு ஒத்ததாக ஏற்றுக்கொண்ட பெறுமானங்கள் முறையே 983.21 சமீ. செக்.<sup>-2</sup> உம் 978.04 சமீ. செக்.<sup>-2</sup> உம் ஆகும். அகலாங்கைக் குறித்துப் புவியீர்ப்புச் செறிவின மாறலை எடுத்துரைக்கும் திருத்தங்கூடிய சூத்திரம்

$$g_\phi = (983.21 - 5.17 \text{ கோசை}^2 \phi) \text{ சமீ. செக்.}^{-2}$$

ஆகும் என்பதை இது உடனடியாய்த் தெரிவிக்கிறது.

மேலே தரப்பட்ட எளிய முறையிலே புவி ஒரு கோளம் எனக் கருதப் பட்டது; இங்கு, விததியாசத்தின் ஒரு பங்குக்கேனும் இது காரணமாகலாம்; அன்றியும் புவியானது உண்மையில் ஒரேதன்மையானதன்று.

அதன் ஊசறகுண்டு ஊடே செல்லும் ஆரையுடன் புவியைக் குறித்து ஒய்வாயிருக்கின்ற ஊசலொன்று ஆக்கும் கோணத்தைத் துணிதறபொருட்படம் 5.01(c) யைப் பயன்படுத்துதல் வசதியாம்; இது படம் 5.01(b) யிற்கு ஒப்பானது; ஆனால் இங்கு விசைகளுக்குப் பதிலாக ஆர்முடுகல்கள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அப்பொழுது AN வழியே இருக்கின்ற ஆர்முடுகல் ( $a$  கோசை  $\phi$ )  $\omega^2$  ஆனது  $g$ ,  $g_\phi$  எனபவற்றின் வினையுள் ஆகும். முறையே  $Ox$ ,  $Oy$  எனடவற்றிற்குச் சமாந்தரமான ஆர்முடுகற் கூறுகளைக் கருத,

$$g \text{ கோசை } \phi - g_\phi \text{ கோசை } (\phi + \theta) = a\omega^2 \text{ கோசை } \phi \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$

$$g \text{ சைன் } \phi = g_\phi \text{ சைன் } (\phi + \theta); \quad . \quad . \quad (ii)$$

இங்கு,  $\theta$  தேவைப்படும் சாய்வு ஆகும்.  $g_\phi$  யை நீக்க,

$$\frac{\text{கோசை } \phi \left(1 - \frac{a\omega^2}{g}\right)}{\text{சைன் } \phi} = \frac{\text{கோசை } (\phi + \theta)}{\text{சைன் } (\phi + \theta)}.$$

$(\phi + \theta)$  வைக் கொண்ட உறுப்புக்களை விரித்து, பின்னர் குறுக்குப் பெருக்கற் செய்ய,

$$\text{சைன் } \theta \left(1 - \frac{a\omega^2}{g} \text{ கோசை}^2 \phi\right) = \frac{a\omega^2}{2g} \cdot \text{சைன் } 2\phi \cdot \text{கோசை } \theta.$$

1 ஐக் காட்டிலும்  $\frac{a\omega^2}{g}$  சிறிதாதலால்

$$\theta \approx \text{தான்}^{-1} \left( \frac{a\omega^2}{2g} \text{சைன் } 2\phi \right);$$

இங்கு  $\phi = \frac{1}{2}\pi$  ஆகுமிடத்து,  $\theta$  உயர்வுப் பெறுமானங் கொள்ளும்.

சமன்பாடுகள் (i), (ii) இலிருந்து  $(\phi + \theta)$  வை நீக்க,

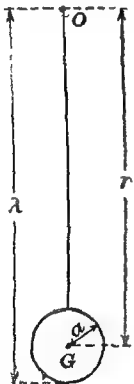
$$g\phi^2 [\text{சைன்}^2(\phi + \theta) + \text{கோசை}^2(\phi + \theta)] \\ = g^2 (\text{கோசை}^2 \phi + \text{சைன்}^2 \phi) - 2ga\omega^2 \text{கோசை}^2 \phi + a^2\omega^4 \text{கோசை}^2 \phi.$$

$\omega^4$  ஐக் கொண்ட உறுப்பைப் புறக்கணித்து

$$g\phi = g \left( 1 - 2 \frac{a\omega^2}{g} \cos^2 \phi \right)^{\frac{1}{2}} \\ \approx g \left( 1 - \frac{a\omega^2}{g} \cos^2 \phi \right)$$

என முன்னர்போலே பெறுகிறோம்.

**போடா, கசினி பரிசோதனைகள்.**—பரிஸ் நகரில் புவிமீர்ப்புச் செறிவைத் துணியும் பொருட்டு போடா (Borda), கசினி (Cassini) ஆகியோர் 1792 இல் எளியவூசுலொன்றைப் பயன்படுத்திப் பரிசோதனைத் தொடரொன்றை நடத்தினர். ஆனால் அவர்களின் முயற்சியைப் பற்றிய விவாதத்தில் இறங்குமுன்னர் முடிவுள்ள பருமனுடைய ஊசற்குண்டால் ஆக்கப்பட்ட ஊசல் இலட்சிய எளியவூசலினின்று எவ்வாறு வேறு படுகிறது என்பதும் ஆவர்த்தன காலத்தின் மீது எளியவூசலின் தலை எனப்படும் கத்தியோரம், அதன் இணைப்புக்கள் ஆகியவற்றின் விளைவும் ஆராயற்பாலன.



படம் 5.02. முடிவுள்ள பருமனுடைய ஊசற்குண்டால் ஆக்கப்பட்ட எளியவூசல்.

**ஓர் எளியவூசல் :** ஊசற்குண்டின் முடிவுள்ள பருமனுக்கான திருத்தம்.—நிலைத்தவொரு புள்ளி O விலிருந்து ஆரை  $a$  யுடைய ஏகவினமான கோளமொன்று தொங்க விடப்பட்டிருக்கின்றதென்க, படம் 5.02. ஊசற்குண்டின் மையம் O ஆகுக;  $OG = r$  என்க; ஊசற்குண்டு ஓயவுநிலையில் இருக்கும் பொழுது O விலிருந்து அதன் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளிவரையுள்ள தூரம்  $\lambda$  ஆகுக. அப்பொழுது, எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம்  $l$ ,

$$l = r + \frac{\kappa^2}{r}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு,  $\kappa$  ஆனது G ஊடான கிடை அச்சொன்று பற்றி ஊசற்குண்டின் சுழிப்பாரை ஆகும்.  $\kappa^2 = \frac{1}{2}a^2$  ஆதலால்,

$$l = r + \frac{2}{5} \cdot \frac{a^2}{r} = (\lambda - a) + \frac{2}{5} \cdot \frac{a^2}{(\lambda - a)}$$

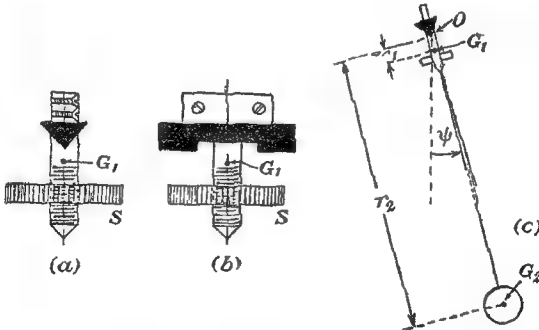
வீச்சமானது முடிவுள்ளது ஆனால் ஆவர்த்தன காலத்தைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்திய நேரவிடையில் அவ்வீச்சம்  $\psi_1$  இவ்ருநது  $\psi_2$  இற்குக் குறைகிறது என்பதற்கான திருத்தத்தைப் புகுத்தினால், ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \left( 1 + \frac{\psi_1 \psi_2}{16} \right) \sqrt{\frac{(\lambda - a) + \frac{2}{5} \cdot \frac{a^2}{(\lambda - a)}}{g}}$$

இங்கு, காலவிடை  $\psi_0$  ஆனது  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  என்பவற்றின் பெருக்கலிடை ஆகும், ப. 119 ஓப்.

ஊசற்குண்டின் முடிவுள்ள பருமனாலாகும் விளைவை ஆராயும்பொருட்டு (i)  $\lambda = 105$  சமீ., (ii)  $\lambda = 405$  சமீ. என்னும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கருதுவோம்; அவ்வொவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும்  $a = 5$  சமீ. எனக்

கொள்க. அப்பொழுது  $\frac{2}{5} \cdot \frac{a^2}{\lambda - a}$  ஆனது (i) இல் 0.1 சமீ. உம் (ii) இல் 0.025 உம் ஆகும் எனவே பயன்படு நீளமானது முறையே  $10^3$  இல் 1,  $10^4$  இல் 1.6 என்னும் அளவில் கூடுகிறது; அதாவது, புவியீர்ப்புச் செறிவைத் திட்டமாகத் துணியுமிடத்து இததிருத்தங்கள் ஒருபோதும் புறக்கணிக்கத் தக்கவையன்று.



படம் 5.03. கத்தியோரத்தின் ஆவர்த்தன காலமும் எளிய ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்தின்மீது அதனால் ஆகும் விளைவும்.

கத்தியோரத்தின் ஆவர்த்தன காலமும் எளிய ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்தின்மீது அதனால் ஆகும் விளைவும்.—கத்தியோரத்துடன் கம்பியை இறுக்கும் முறையொன்றைப் படங்கள் 5.03 (a) உம் (b) உம் உணர்த்துகின்றன. திருகுக் குடும்பி S இன் நிலையை மாற்றி ஊசற்றலையின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் நிலை  $G_1$  ஐச் செப்பஞ் செய்யலாம். தொங்கலச் சுக்குக் கீழேயிருந்து  $G_1$  அணுகும்பொழுது ஆவர்த்தன காலம் கூடுகிறது.

திணிவு  $m_2$  கொண்ட ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையம்  $G_2$  ஆகுக, படம் 5.03 (c) ; அது தொங்கலசக்கருக கீழே தூரம்  $r_2$  இலே இருக்கின்ற தென்க.  $r_1 = OG_1$  ஆகுக. தலைமட்டும அலைவுக்காலம்  $T_1$  ஐ உடையதாயின்,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 k_1^2}{m_1 r_1 g}} = 2\pi \sqrt{\frac{k_1^2}{r_1 g}};$$

இவகு தலையின் திணிவு  $m_1$ , 0 ஊடான கிடையச்சொன்று பற்றி அதன் சுழிப்பாரை  $k_1$ .

இனி, முழுவசலின் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 k_1^2 + m_2 k_2^2}{(m_1 + m_2) r g}}.$$

இங்கு,  $r$  எனபது 0 விற்கும் முழுவசலின் புவியீர்ப்பு மையத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் ஆகும்.

$T = T_1$  ஆகுமாறு திருகு  $S$  இன் நிலை செப்பஞ் செய்யப்பட்டிருக்கு மாயின்,

$$\begin{aligned} \frac{k_1^2}{r_1} &= \frac{m_1 k_1^2 + m_2 k_2^2}{(m_1 + m_2) r} \\ &= \frac{m_1 k_1^2 + m_2 k_2^2}{m_1 r_1 + m_2 r_2}, \quad [\because (m_1 + m_2) r = m_1 r_1 + m_2 r_2]. \end{aligned}$$

எனவே

$$r_1 k_2^2 = r_2 k_1^2.$$

ஆலை, ஏற்கெனவே நிலைநிறுத்தியுள்ள நிபந்தனைக்கேற்பத் தலையில் லாதபோது ஊசலின் ஆவர்த்தன காலம்  $T_2$ ,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{k_2^2}{r_2 g}} = 2\pi \sqrt{\frac{k_1^2}{r_1 g}}$$

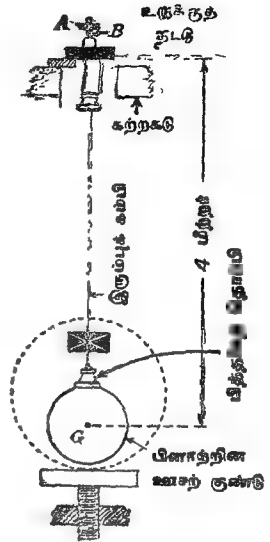
என்பதால் தரப்படுகிறது. எனவே

$$T_2 = T = T_1;$$

அதாவது, அதன் ஆவர்த்தன காலம் முழுவசலின் ஆவர்த்தன காலத்திற் குச் சமனாகுமாறு செப்பஞ் செய்யப்பட்டிருக்குமாயின் பிந்தியது ஊசற்றலை யாற் பாதிக்கப்படமாட்டாது.

செக்கனாலொன்றின் நீளம் பற்றிய போடா, கசினி ஆராய்ச்சி.—செக்க னாலொன்றின் நீளத்தைப் பரிஸ் நகரிலு துணிதறபொருட்டு போடா, கசினி ஆகியோர் (1792) பயன்படுத்திய ஆய்கருவியானது படம் 5.04 இல் வரிப்பட முறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. ஊசற்குண்டு 3.48 சமீ. விட்டமுடைய பிளாற்றினக் கோளமொன்றால் அமைக்கப்பட்டிருந்தது. கோளத்தின் அதே வளைவாரையையுடைய குழிவான அடியுள்ள பித்தளைத் தொப்பியொன்று மெல்லிய உருக்குக கம்பியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருந்தது ; கம்பியின் மேலமுனை கத்தியோரமொன்றுடன் காட்டியுள்ளவாறு நிலையாக்கப்பட்டிருந்

தது. பருத்த சுவரொன்றிலிருந்து நீட்டிக் கொண்டிருக்கின்ற கற்றகடொன் றுடன் உறுதியாக இணைக்கப்பட்ட உருக்குத் தட்டொன்றால் கத்தியோரம் தாங்கப்பட்டிருந்தது. உருகிய மெழுகுப் படலத்தால் தொப்பியுடன் ஊசற் குண்டு இணைக்கப்பட்டது ; இது, கோளத்தைச் சுழற்றிப் பின்பு ஊசலின் ஆவாததன காலத்தை நோக்குவதற்கு வசதியாயி ருந்தது. இவ்வண்ணம் கிடைக்கப்பெற்ற ஆவாததன காலத்தின் சராசரிப் பெறுமான மானது, கோளத்தின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன கேததிரகணித மையம் ஆகிய வற்றின் பொருந்தாமையைச் சாரவிலை. பட்டினால் அல்லது தாவரப்பொருளாலான தொங்கலுக்குப் பதிலாக போடா, கசினி ஆகியோர் உலோகக் கம்பியாலானதொன் றைப் பயன்படுத்தியுள்ளனர் ; ஏனெனில் அதே வலிவுடைய உலோகக் கம்பிகளைக் காட்டிலும் பட்டு அல்லது தாவரப்பொருட்க ளாலான நூல்களே ஊடகத்திற்குக் கூடுத லாகப் பரப்பளவு காட்டுகின்றன என அவர்கள் கணுகொண்டனர். கடைசியாக, இரும்புக் கம்பியொன்றே தெரிந்தெடுக் கப்பட்டது ; மெல்லியதாய் இருந்தபோதி லும் பிளாற்றினம் ஊசற்குண்டால் அது ஈர்க்கப்படவில்லை. அது எளிதில் எகவின மாகப் பெறமுடிந்தபடியால் பிளாற்றினமே ஊசற்குண்டிற்கான திரவியமெனத் தெரிந் தெடுக்கப்பட்டது.



படம் 5-04. போடா, கசினி ஊசல் [கத்தியோரத்திற்கான ஏறுகையை யும் மாட்டேறாக குறியையும் காட் டும் பொருட்டு வரிப்படத்தின் கீழ் அரையும் மேல் அரையும் ஒன்றிற் கொண்டு செங்குத்தான திசைகளி லிருந்து வரையப்பட்டுள்ளன.]

ஊசலின் பயன்படு நீளம், அதாவது கத்தியோரத்திற்கும் ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம், கிட்டத்தட்ட 4 மீ. ஆக இருந்தது. நீளத்தை அளக்கும்படித்துத் தொடர்புபுழு மிகக் குறைந்ததாக இருந்தபடியால் 1 மீ. நீளமுடைய ஊசலைக் காட்டிலும் இதுவே சிறந்த தென இவ்வாராய்ச்சியாளர் முடிவுசெய்தனர். மேலும், அதன ஆவர்த தன காலம் கிட்டத்தட்ட 4 செக. ஆதலால், இவ்வாவர்த்தன காலத்தைச் செக்கன்கள் அடிக்கும் நியமக் கடிகாரமொன்றைப் பயன்படுத்தி உடனி கும்ச்சி முறையால் எளிதாகவும் திருத்தமாகவும் துணியமுடியும். திருகு B யிலுள்ள சுரை A யின் நிலையை மாற்றி, முதலில், முழு ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்திற்கு ஊசற்றலையின் ஆவர்த்தன காலம் சமமாக இருக்குமாறு செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது. பயன்படுத்தியுள்ள கடிகாரத்தின்



ஊசல் இரும்பு-நெய்யரி வகையைச் சேர்ந்தது ; எனவே, அதன் ஆவர்த்தன காலமானது சிறு வெப்பநிலை மாற்றங்களால் பாதிக்கப்படவில்லை.

ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணியும்பொருட்டு அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தை அது கடக்கும் தடவைகளுள் இரண்டின் காலவிடையை அளத்தல் வேண்டும்; இந்நிலையைச் சரியாகக் குறித்திருத்தல் வேண்டும் ; ஏனெனில், புவிவரலாற்றில் இரு வரையறுத்த நிகழ்ச்சிகளுக்கிடையேயுள்ள காலவிடையை மட்டுமே துணியமுடியும். எனவே  $t$  செக்கன்களில்  $n$  முழு ஆடல்கள் ஆற்றப்பட்டிருக்குமாயின்,  $T = \frac{t}{n}$ . ஒரு செக்கனுக்குத் திருத்தத்துடன்  $t$  தெரிந்திருந்தால் ஆவர்த்தன காலத் திருத்தம்  $n^{-1}$  செக்கனிற்கு உடன் தெரியப்படும். [ஊசலானது நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தை உயர்வு வேகத்துடன் கடக்கிறபடியால் ஊசலாடலின் எல்லையைக் காட்டிலும் சமநிலைத் தானமே ஊசலின் கடப்பை நோக்குவதற்குப் பெரிதும் உகந்தது ; இவ்வுண்மையானது, குறித்த நிகழ்ச்சியொன்று அதாவது அம்புக்குறியைக் கடந்து ஊசல் செல்லும் கணத்தை மிகத் திட்டமாக மதிப்பிடுதற்கு உதவுகின்றது.]

ஆவர்த்தன காலத்தை மிகு திருத்தத்துடன் அளக்கும்பொருட்டு போடா என்பவர் உணிகழ்ச்சிமுறை எனப்படுவதைச் செம்மையாக்கினார் ; ஏற்கெனவே, 1737 இல், அனடிஸ் மலைத்தொடரில், ஈர்ப்பு மாறிலி பற்றிய அவர்தம் பரிசோதனைகளில் போகர் (Bouguer) எனபவர் இம்முறையின் ஒரு வகையைப் பயன்படுத்தியுள்ளார், [ப. 256 ஓப்.]. இம்முறையிலே, ஆவர்த்தன காலம் தேவைப்படும் ஊசலுடன் நியமக் கடிகாரமொன்றின் ஊசல் பயன்படுத்தப்படுகின்றது ; அது செக்கன்கள் அடிக்கும் ஒன்றாகும் ; எனவே அதன் ஆவர்த்தன காலம் கிட்டத்தட்ட இரு செக்கன்கள் ஆகும் ; நோக்கு நிலையத்து நளவாணைச் சூரியன் அடுத்தடுத்துக் கடக்கும் நேரங்களை நோக்கி இவ்வாவர்த்தன காலத்தைத் திருத்தத்துடன் துணியலாம். எளிய ஊசலை நியமக் கடிகாரமொன்றின் ஊசலுக்கு நோமுன்னால் நெருங்கிய தூரத்தில் நிலைநிறுத்தி, இரண்டையும் தொலைகாட்டி ஊடே போடா நோக்கினார். கடிகாரவூசலின் ஊசற்குண்டானது கறுத்த பின்னணிமீது வெள்ளைக் குரு சொன்றால் குறியிடப்பட்டிருந்தது. பரிசோதனை ஊசற்கம்பியின் விம்பம் வெள்ளைக்குருசின் விம்ப மையத்துடன் பொருந்தும் கணம் குறிக்கப்பட்டது ; அது போலே, அடுத்த பொருந்தும் கணமும் குறிக்கப்பட்டது. இவ்விரு நிகழ்ச்சிகளுக்கிடையேயுள்ள காலவிடை  $t$  செக்கன்களாக இருந்தால் நியமக் கடிகாரம்  $\frac{t}{2}$  முழு அலைவுகள் ஆற்றியிருக்கிறது ; அதே நேரத்தில்

எளிய ஊசல் ஆற்றியுள்ள அலைவுகள்  $\left(\frac{t}{2} \pm 1\right)$  ஆகும். எனவே

$$T = \frac{1}{\frac{t}{2} \pm 1} = \frac{2t}{t \pm 2} \approx 2 \left[ 1 \mp \frac{2}{t} + \frac{4}{t^2} \right].$$

எந்த ஊசல் மற்றையதைக் குறித்து முந்துகிறது என்பதை அறிந்தால் பயன்படுத்தவேண்டிய சரியான குறி தெளிவாகும்.

இம்முறையில் || பெரிதாயிருப்பின், எப்பொழுது திட்டமான உடனிகழ்ச்சி நிறைவேறுகிறது என்பது பற்றி உறுதியாகக் கூறமுடியாது. உடனிகழ்ச்சி தோற்றுவதற்கும் அதன் அத்தோற்றம் மறைவதற்குமிடையே யுள்ள கால விடை  $\Delta t$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$T = \frac{t + \Delta t}{\left(\frac{t + \Delta t}{2} \pm 1\right)} = \frac{2(t + \Delta t)}{(t + \Delta t) \pm 2} = 2 \left[ \frac{1}{1 \pm \frac{2}{(t + \Delta t)}} \right]$$

$$= 2 \left[ 1 \mp \frac{2}{t + \Delta t} + \frac{4}{(t + \Delta t)^2} \right],$$

[உயர் அடுக்கு உறுப்புக்களைப் புறக்கணித்து]

$$= 2 \left[ 1 \mp \frac{2}{t} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta t}{t}\right)} + \frac{4}{t^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta t}{t}\right)^2} \right]$$

$$= 2 \left[ 1 \mp \frac{2}{t} \left(1 - \frac{\Delta t}{t} + \frac{(\Delta t)^2}{t^2}\right) + \frac{4}{t^2} \left(1 - \frac{2\Delta t}{t}\right) \right]$$

$$= 2 \left[ 1 \mp \frac{2}{t} \pm \frac{2\Delta t}{t^2} + \frac{4}{t^2} \right].$$

$\therefore$  பின்னவரு  $\pm \frac{2\Delta t}{t^2}$  ஆகும்.

எனவே,  $\Delta t = 5$  செக். உம்  $t = 1000$  செக். உம் ஆயின், வழு  $10^5$  இல் 1 ஆகும்.

பரிசோதனை ஊசலின் ஆவர்த்தன காலம் 2 செக். அல்லது  $2n$  செக். ஆக அமைந்திருக்கும்பொழுதே உடனிகழ்ச்சி முறை மிகத் திருத்தமானது; இங்கு,  $n$  ஒரு நேர் முழுவெண் ஆகும். இதன்பொருட்டே போடா என்பவர்  $(\lambda - r) = 400$  சமீ. உடைய ஊசலொன்றைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். நடைமுறையில் இவர் கத்தியோரத்துக்கும் கோளத்தின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளிக்குமிடையேயுள்ள தூரத்தை அளந்து அதிநின்று கோளத்தின் ஆரையைக் கழித்தார்.

ஊசலை போடா  $2^\circ$  பெயர்த்தார்; ஐந்து மணித்தியாலம் கழிந்த பின்னரும் திருத்தமான நோக்கலுக்குப் போதிய அளவில் வீச்சம் இருக்கக் கண்டார். அடுத்தடுத்துள்ள உடனிகழ்ச்சிகளின் காலவிடை 73 நிமிடவரிசையில் இருந்தது; உடனிகழ்ச்சியைத் திட்டமாக மதிப்பிடுதலில் இடர்ப்பட்டபடியால் 30 செக்கன்கள் அளவில் வழு இருந்திருக்கலாம். ஆனால், ஒன்றன்பின்னொன்றாக, இத்தகைய ஐந்து ஆவர்த்தன காலங்கள் நோக்கப்பட்டபடியால் இவ்வழிவந்த வழு பெரிதும் சுருங்கிற்று. பரிஸ் நகரில்  $\gamma$  யின் பெறுமானம்  $980.882$  சமீ. செக்.<sup>-2</sup> என போடா முடிவு செய்

துள்ளார் ; எனவே இங்கு, செக்கனாசலின் நீளம் 99.353 சமீ. ஆகும். ஊசற்குண்டும் நூலும் ஒன்றுசேர்ந்து விறைப்பான பொருளொன்றாக அசைந்துள்ளன என போடாவும் கசினியும் கருதினர் என்பது குறித்தற் பாலது, ப. 177 ஓப். ஆனால், இது சரியன்று ; எனவே, இம்முறையால்  $g$  இற்குக் கிடைக்கப்பெற்ற பெறுமானத்தின் திருத்தமானது ஏற்கெனவே கூறியுள்ள திருத்தவெல்லைகளுள் அபங்கமாட்டாது.

புனியீர்ப்புச் செறிவைத் துணிதலுக்கான மற்றை எளிய ஊசல் முறை கள்.  $g = 4\pi^2 T^{-2}$  ஆதலால்,  $T$  தெரிந்தவிடத்து, புனியீர்ப்புச் செறிவுக்கு நம்பத்தகுந்த பெறுமானமொன்றைப் பெறும்பொருட்டு ! ஐத் திருத்த மாக அளத்தல் மட்டுமே எஞ்சியிருக்கிறது என்பது தெளிவாம். நடை முறையில் இது சற்றுக் கடினமாம் ; எனவே, வைற்றேஸ்த் (Whitehurst) (1787), பெசல் (Bossel) (1826) என்போர் நீளங்கள்  $l_1, l_2$  கொண்ட ஊசல் களைப் பயன்படுத்தி அவற்றின் ஆவர்த்தன காலங்கள்  $T_1, T_2$  ஐத் துணிந் துள்ளனர். இங்கு, சுருக்கிக் கூறப்படும் பெசலின் பரிசோதனைகளில் ஊசற்குண்டொன்று கம்பியால் முதல் ஒரு புள்ளியிலிருந்தும் பின்னர் பிறிதொரு புள்ளியிலிருந்தும் தொங்கவிடப்பட்டது ; இத்தொங்கற் புள்ளி களின் இடைத்தூரம் திருத்தமாகத் தெரிந்திருந்தது. ஒவ்வோர் எடுத்துக் காட்டிலும் நிலையியற் சமநிலைத் தானம் அதுவேயாம். அப்பொழுது

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}};$$

எனவே,

$$\frac{T_1^2 - T_2^2}{4\pi^2} \cdot g = (l_1 - l_2).$$

இவ்வாறாக, ஊசலை இலட்சிய எளியவூசலொன்று எனக் கருதமுடியு மாயின், ஆவர்த்தன காலங்களின் வர்க்கங்களின் வித்தியாசமும் நீளம்  $(l_1 - l_2)$  கொண்ட இலட்சிய எளிய ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தின் வர்க்கமும் ஒன்றேயாம். ஆனால்,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1^2 + \frac{2}{3}a^2}{l_1 g}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2^2 + \frac{2}{3}a^2}{l_2 g}}$$

என்பன திருத்தமிக்கவை என முன்னரே கண்டுள்ளோம் (ப. 171).

$$\therefore \frac{T_1^2 - T_2^2}{4\pi^2} \cdot g = (l_1 - l_2) + \frac{2}{3}a^2 \left[ \frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right].$$

எனவே,  $l_1$  உம்  $l_2$  உம் தேவைப்படுகின்றன ;  $\frac{2}{3}a^2$  சிறிதாதலால் அவை  $(l_1 - l_2)$  இற்குரிய அதே திருத்தத்துடன் தெரிந்திருக்க வேண்டியதில்லை.

ஒரு கத்தியோரம் அல்லது ஒரு சோடித் தாடைக்குப் பதிலாகக் கிடையான உருளையொன்றிலிருந்து பெசல் கம்பியைத் தொங்கவிட்டார் ! கம்பிக்கு உருளையில் சுற்றவோ அதினின்று பிரியவோ முடியும் ; இதன் காரணமாக சிறு அலைவுகளினிடத்து இத்தகைய தொங்கல் ஆவர்த்தன காலத் தைப் பாதிக்கமாட்டாது என அவர் முன்பே அறிமுறைப்படி காட்டி

யுள்ளார். கம்பியின் விறைப்பு, கம்பிக்கும் ஊசற்குண்டிற்கும் இடையே விறைப்புக் குறைவு என்பவற்றிற்கான திருத்தங்களையும் பெசல் கணித்துள்ளார். கம்பியும் ஊசற்குண்டும் ஒரே பொருள்போல் அசையமாட்டா என முதன்முதல் லாப்பிளாஸ் என்பவரே சுட்டிக்காட்டினார்—உண்மையில், கம்பியைக் காட்டிலும் குண்டு சற்றுக் கூடுதலாகத் திரும்புகிறது; ஆனால் ஊசற் குண்டின் ஆரை கம்பியின் நீளத்தைக் காட்டிலும் சிறிதாயிருக்குமானால் இதற்கான திருத்தம் சிறிதாம்.

எளிய ஊசலின் கொள்கையிலும் அதைப் பயன்படுத்தும் முறையிலும் புகுத்தியுள்ள மேற்படிச் சீர்திருத்தங்களுடன் திருப்தியடையாது ஊசல் அலையும் ஊடகத்தால் ஆகும் விளைவைப் பற்றியும் பெசல் மீண்டும் ஆராய்ந்துள்ளார்; இங்கு, ஊடகம் வளி ஆகும். இவ்விளைவின் இயல்பு மூவகைத்து; அவை

- (a) வளியின் மீயுந்தல்,
- (b) ஊசல் ஓரளவு வளியைக் கொண்டு செல்லுகிறபடியால் அதன் திணிவு பயன்படும் வகையில் கூடுகிறது,
- (c) வளியானது சிறு பிசுபிசுப்புடைய ஊடகமொன்றாகும்; இது, ஊசலின் இயக்கத்திற்கு காணப்படும் சிறு தணித்தலின் ஒரு பகுதிக்கேனும் ஏது ஆகும்.

முதன்முதலாக (a), (b) களால் ஆகும் விளைவுகளைக் கருதுவோம். ஊசலின் திணிவு  $m$  உம், தொங்கற் புள்ளியிலிருந்து ஊசற் குண்டின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தூரம்  $r$  உம், ஊசலால் பெயர்க்கப்பெற்ற வளியின் திணிவு  $m_1$  உம், ஊசல் கொண்டு செல்லும் வளியின் திணிவு  $m_2$  உம் ஆகுக. அதன் சுழற்சியைப் பற்றித் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்  $m\kappa^2 + m_2 d^2$  ஆகும்; இங்கு தொங்கற் புள்ளி ஊடே செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றி ஊசலின் சுழிப்புாரை  $\kappa$  உம், ஊசலுடன் செல்லும் வளியால், மேற்படி அச்சுப் பற்றி ஊசலின் சடத்துவத் திருப்பம் கூடுதலை உணர்த்தும் உறுப்பு  $m_2 d^2$  உம் ஆகும். எனவே, இயக்கச் சமன்பாடானது

$$(m\kappa^2 + m_2 d^2)\ddot{\theta} + (m - m_1)rg\theta = 0.$$

இச்சமன்பாட்டின் கடைசி உறுப்பில்  $m_2$  தோன்றுது இருப்பது குறித்தற்பாலது; ஊசலால் காவப்படும் வளியானது வளிமண்டலத்தால் ஆகும் மீயுந்தலால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறபடியால் அதன் நிறை மீள்தரு இணையைப் பாதிக்கமாட்டாது என்பதே இதற்குக் காரணம். எனவே, எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம்

$$\frac{m\kappa^2 + m_2 d^2}{r(m - m_1)} = \frac{\kappa^2 + \frac{m_2}{m} \cdot d^2}{r\left(1 - \frac{m_1}{m}\right)}.$$

ஊசற்குண்டின் தெரிந்த கனவளவு, பரிசோதனையின்போதுள்ள வளியடர்த்தி என்பவற்றிலிருந்து  $m_1$  இன் பெறுமானம் துணியப்படுகிறது. அதே பருமன் உடைய ஆனால் வெவ்வேறு திரவியங்களாலான ஊசற் குண்டுகளைப் பயன்படுத்தி  $m_2$  என்பதின் பெறுமானம் துணியப்படுகிறது; ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் ஆவர்த்தன காலம் அளக்கப்படுகிறது.

மேற்படி கொள்கையானது நியூட்டன் என்பவராலும் டேவாற் (Du Buat) என்பவராலும் முன்பே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது; டேவாற்றும் பெசலும் வளியாலாகும் இரண்டாவது விளைவின் பருமனை அதே முறைப்படி மதிப்பிட்டுள்ளனர்; எனினும் டேவாற்றின் ஆராய்ச்சியைப் பற்றி அவருக்குப்பின் வந்த பெசல் அறிந்திலர். மேற்படி கணிப்பு முற்றிலும் சரியன்று எனப் பெசல் காட்டியுள்ளார்; ஆனால் அவரது கணிப்பு இங்கு எடுத்துக்கூறுவதற்குப் பெரிதும் கடினமாகும்.

ஊசலின் இயக்கத்தில் வளியின் பிசுபிசுப்பாலாகும் விளைவு பெசலால் ஆராயப்பட்டுள்ளது; ஆனால், ஸ்ரோக்ஸ் என்பவர் அக்கொள்கையை விரிவாக்கிவைக்கும் வரை அது உண்மையில் குறைபாடுடையதாகவே இருந்தது. ஊசலின் வேகத்திற்கு விகிதசமமான உறுப்பொன்றை இயக்கச் சமன்பாட்டிற் புகுத்தி விளைவைக் கணிப்பில் சேர்த்துக் கொள்ளலாம் என அவர் காட்டியுள்ளார்; அதாவது, சமன்பாடானது

$$\theta + \alpha\theta + \beta\theta = 0$$

[ப. 37 ஓப்.]

என்னும் வடிவத்தை எடுக்கிறது.

தீர்வு

$$\theta = C \text{ அடுக்கு } (-\frac{1}{2}\alpha t) \text{ கோசை } (\frac{1}{2}\sqrt{4\beta - \alpha^2}t + \phi);$$

இங்கு,  $C$  யும்  $\phi$  உம் மாறிலிகள் ஆகும். தீர்வில்  $\alpha^2 < 4\beta$  எனக் கொள்ளப்படுகிறது; ஆனால் இயக்கமானது சிறிதளவாற்றான் தணிக்கப்பட்டிருக்கிறது என்னுஞ் செய்தி இவ்வெடுகோள் நியாயமானது எனக் காட்டுகிறது. ஆவர்த்தன காலம்

$$T = \frac{4\pi}{\sqrt{4\beta - \alpha^2}} = \frac{2\pi}{\beta^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\beta}}} = \frac{2\pi}{\beta^{\frac{1}{2}}} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{8\beta} \right].$$

பிசுபிசுப்பில்லாதபொழுது ஆவர்த்தன காலம்  $T_0$  ஆகுக. இங்கு  $T_0 = 2\pi\beta^{-\frac{1}{2}}$ . எனவே ஆவர்த்தன காலம்  $\left[ 1 + \frac{\alpha^2}{8\beta} \right]$  மடங்கு பெருக்கப்பட்டிருக்கிறது.

$$\frac{1}{\beta} = \frac{T_0^2}{4\pi^2} \text{ ஆதலால்}$$

$$T = T_0 \left( 1 + \frac{\alpha^2 T_0^2}{32\pi^2} \right).$$

இவ்விளைவின் பருமனை ஆராயும்பொருட்டுப் போடாவின் பரிசோதனைகளுள் ஒன்றைக் கவனிப்போம்; அங்கு  $T_0 = 4$  செக். கிட்டத்தட்ட 4000 செக். கழிந்தபின் வீச்சம் அரையாக்கப்பட்டது. அப்பொழுது

$$2 = \frac{\text{அடுக்கு} (-\frac{1}{2}\alpha t)}{\text{அடுக்கு} \{-\frac{1}{2}\alpha(t + 4000)\}} = \text{அடுக்கு} (2000 \alpha).$$

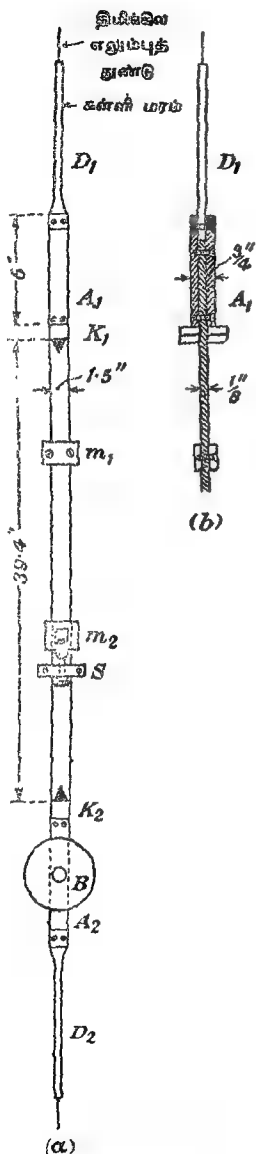
$$\therefore \alpha = \frac{\text{இ.ம. } 2}{2000}.$$

$$\therefore \frac{\alpha^2 T_0^2}{32 \pi^2} = \frac{0.5 \times 16}{4 \times 10^6 \times 320} \\ = 6 \times 10^{-9}.$$

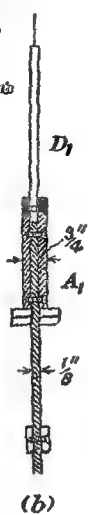
எனவே தணித்தலின் விளைவு புறக்கணிக்கத்தக்கதே.

**கேற்றரின் புறமாற்றத்தக்க ஊசல்.**—எளிய ஊசலொன்றுடன், பத்து லட்சத்தில ஒரு பங்கு அல்லது இரு பங்குகள் என்னும் திருத்த வரிசையில்  $g$  ஐத் துணிதல் மிகக் கடினமாகும்; அது முடியாது என்றும் சொல்லலாம்; ஏனெனில், அது வடிவத்தைப் பொறுத்த மட்டில் சரியாக ஆக்கப்பட்டிருந்தாலும் ஊசற்குண்டின் திரவியத்தில் சிறு அடர்த்தி மாறல்கள் காரணமாக வேண்டிய திட்டத்துடன் துணிய முடியாத அளவிற்கு ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையம் பெயர்க்கப்பட்டிருக்கிறது. 1790 இல் புரோனி (Prony) என்பவர் மூன்று கத்தியோரங்கள் கொண்ட கூட்டேசலொன்றைப் பயன்படுத்தலாம் எனத் தெரிவித்தார்; மேலும் ஊசலாடற் காலம், ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் குறித்துக் கத்தியோரங்களின் நிலைகள் என்பவற்றிலிருந்து தரப்பட்டவோ ஆவர்த்தன காலமுடைய எளிய சமவலுவூசலின் நீளத்தின் கணிப்புக்கான கொள்கை யொன்றையும் விவரித்துள்ளார். இனி, கூட்டேசலொன்றின் தொங்கன் மையம், அலைவுமையம் என்பவற்றின் நிகா மாற்றியலபு பற்றிய ஹைகனின் தேற்றத்தைப் புரோனி அறிந்திருந்தபோதிலும் அதைப் பயன்படுத்திச் செக்கனாசலொன்றின் நீளத்தைத் துணிய முடியும் என்னும் அதன் முதன்மையை அவர் உணர்ந்தார் எனக் கூறமுடியாது. போனென் பேகர் (Bohnenberger) என்பவர் இம்முதன்மைவாய்ந்த முடிவைச் சட்டிக் காட்டினார் (1811); கூட்டேசலொன்றின் இம்முதன்மையான இயல்பை உணர்ந்து அதை நடைமுறையில் பயன்படுத்தியுள்ளவர் கேற்றர் (Kater)<sup>†</sup> என்பவரே. அவரால் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள ஊசல் வரிப்பட முறைப்படிப் படம் 5.05 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அது, நீளம் ஒரு மீற்றருக்குச் சற்றுக் கூடுதலாகவும், அகலம் 1.5 அங். உம், தடிப்பு  $\frac{1}{8}$  அங். உம் உடைய பித்தளைச் சட்டத்தாலானது. முழுலூசலின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் எதிர்ப் பக்கங்களில், ஒன்றையொன்று நோக்கு முகமாக, இரு கத்தியோரங்கள்  $K_1$ ,  $K_2$  என்பன உள்.

<sup>†</sup>கேற்றர், *Phil Trans*, ப. 33 (1818).



(அ)  
படம் 5.05, கேற்றின் புற  
மாற்றத்தக்க ஊசல்.



(b)

கத்தியோரம்  $K_2$  இற்கு அணித்தாகப் பித்தளை யாலான உருளைநிறை B விறைப்பாக இறுக் கப்பட்டுள்ளது; அதன் திணிவு 7 இலா. 7 அவு. உம், விட்டம் 3.5 அங். உம், தடிப்பு 1.25 அங். உம் ஆகும். கத்தியோரங்கள் "ஜுற்ஸ்" என் னும் தனிப்பட்ட உருக்கு வகையொன்றால் இந்தியாவில் ஆக்கப்பட்டது. அவை கூடியமட் டில் வலுவாக்கப்பட்டும் கொதிநீரில் அமிழ்த் தப்பட்டும் பதன் பெற்றுள்ளன. கத்தியோரங் களைத் தட்டையான பரப்பொன்றுடன் பிடித்து அவற்றின் நேரிமை சோதிக்கப்பட்டது; ஓரத் திற்கும் தட்டைப் பரப்பிற்கும் இடையே சற்றேனும் ஒளி தோன்றுதுவிடின் ஓரங்கள் நேரானவை எனக் கருதப்பட்டன.

ஊசலின் முனைகளில் 6 அங். நீளமும் 0.75 அங். தடிப்புமுள்ள பித்தளைத் தட்டுக்கள் உள. ஊசலின் மேற்பகுதியின் பக்கப்பார்வை படம் 5.05 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அவை பித்தளைச் சட்டத்துடன் திருகுகளால் இறுக்கப்பட்டு அதற்கப்பாலும் நீட்டியிருக்கின் றன. இவ்வாறு கிடைக்கப்பெற்ற பிளவுகளில் கள்ளி மரத்துண்டுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன; ஒவ்வொரு துண்டின் முனையிலும் திமிங்கில எலும்புத் துண்டொன்று இருந்தது; ஊசலின் வீச்சத்தை மதிப்பிடுதலில் இது பயன்பட்டது; எனவே, முடிவுள்ள ஆடல்வில் காரணமாக ஆவர்த்தன காலத்திற்குரிய திருத்தமொன் றைப் பிரயோகித்துக் கொள்ளலாம். கற்சுவ ரொன்றினின்றும் நீட்டியிருக்கின்ற மேடையொன்றில், கிடையாக அமைக்கப்பட்ட அகேற் றுத் தட்டுகளால் ஊசல் தாங்கப்பட்டிருந்தது.

இனித் தொங்கன் மையமும் அலைவு மைய மும் நிகர்மாற்றியல்பு உடையன அதாவது, அதன் அலைவுமையம் ஊடே செல்கின்ற கிடையான அச்சு மீது பொருளைத் தொங்க விட்டால் அதன் முந்திய தொங்கற் புள்ளி இப்பொழுது அதன் புது அலைவுமையம் ஆகின்றது; அன்றியும் ஒவ்வொரு நிலையிலும் அதிர்வுக்காலம் அதுவேயாம். ஒவ்வொரு நிலைக்குரிய அதிர்வுக்காலமும் சமமாக இரா

விட்டால், ஊசலின் சட்டத்துடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றதும் அரக்கி வைக்கக் கூடியதுமான திணிவொன்றைப் பெயர்த்து அவற்றைச் சமமாக்கலாம். கேற்றரினூசலில்  $m_1$  கிட்டத்தட்ட 4 அவு. திணிவுடையவொன்றாகும்; அதனினும் சிறிதான  $m_2$  இன் நிலையைத் திருகு S என்பதால் நுணுக்கமாகச் செப்பஞ்செய்யக் கூடியது.

உடனிகழ்ச்சி முறையைப் பயன்படுத்தியே கேற்றர் அதிர்வுக்காலத்தைத் துணிந்துள்ளார். புறமாற்றத்தக்க ஊசல் நியமக் கடிக்காரமொன்றிற்கு முன்னாலே தொங்கவிடப்பட்டது; பிந்தியதின் ஊசற்குண்டில் வெள்ளை வட்டமொன்று வரைந்த கறுப்புக் கடதாசி இணைக்கப்பட்டிருந்தது. இரு ஊசல்களும் ஓய்வாய் இருக்கும்பொழுது பரிசோதனை ஊசலின் வால வெள்ளை வட்டத்தைச் சரியாக மறைத்தது; ஒருசில அடி தொலைவிலுள்ள தொலைகாட்டி ஊடாக இரண்டும் நோக்கப்பட்டுள்ளன. தொலைகாட்டிப் பார்வைத்துண்டின் குவியத்தளத்தில் பிளவொன்று வைக்கப்பட்டிருந்தது; பிளவின் அகலமானது வால் அல்லது வெள்ளை வட்டத்தின் விம்பத்தினது அகலத்திற்குச் சமனாய் இருந்தது. இரு ஊசல்களும் அவற்றின் ஓய்வு நிலைகளைக் கட்டும்பொழுது வெள்ளை வட்டத்தின் எந்தப் பாகத்தின் விம்பமும் தோன்றாதுவிடின் உடனிகழ்ச்சியொன்று நிகழ்ந்துள்ளது எனக் கொள்ளப்பட்டது.

ஏற்கெனவே கூறியுள்ள இடைத்தூரம் 39.4 அங். ஆக அமையுமாறு கேற்றர் கத்தியோரங்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளார்; நாளொன்றில் ஆற்றியுள்ள அதிர்வுகளின் தொகை பயன்படுத்தியுள்ள கத்தியோரத்தைச் சாராதவாறு திணிவுகள்  $m_1$ ,  $m_2$  என்பவற்றின் நிலைகள் செப்பஞ் செய்யப்பட்டுள்ளன. வீச்சத்தையிட்டு ஊசலாடலின் சராசரிக்காலம் திருத்தஞ் செய்யப்பட்டது; மேலும், வெற்றிடத்தில் ஊசலின் திணிவு: வளியில் அதன் திணிவு என்னும் விகிதத்தில் புவியீர்ப்பு குறைக்கப்படுகிறது எனக் கருதிப் பெயர்க்கப்பட்ட வளிக்கும் திருத்தஞ் செய்யப்பட்டது. இனி, புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  யைத் துணிதற்பொருட்டு இரு கத்தியோரங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தை அளத்தல் மட்டுமே எஞ்சியுள்ளது. ஊசலானது ஏதேனுமொரு தனிப்பட்ட வடிவத்தைக் கொண்டிருக்கவில்லை; ஆகவே, ஊசற்றிரவியத்து அடர்த்தியில் ஒழுங்கின்மை அல்லது ஏதேனுமொரு எளிய கேத்திரகணித வடிவத்தினின்று ஊசலின் வடிவ விலகல் என்பதால் இவ்வண்ணம் பெற்றுள்ள பெறுமானம் பாதிக்கப்படவேயில்லை.

இரு கத்தியோரங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தை அளத்தற்பொருட்டுக் கேற்றர் விறைப்பான கருங்காலித் துண்டொன்றின்பீது ஊசலைக் கிடையாக வளர்த்தி, அதன் நிறையிலும் சற்றுக் கூடுதலான விசையொன்றால் அதை ஈர்த்தார்; ஈர்க்கும் விசையானது பொதுவான விற்றுலாக் கோலொன்றால் பிரயோகிக்கப்பட்டது. எனவே நிலைக்குத்து நிலையில் ஊசலைப் பயன்படுத்தி அதைக் கிடைநிலையில் வைத்து ஓரங்களின் இடைத்தூரம் அளக்கப்பட்ட போதிலும் வழுவின் தோற்றத்துக்கு இடமேயில்லை.



கடல்மட்டத்திலே, லண்டன் அகலாங்கிலே, செக்கனூசலின் நீளத்தின் முடிவான பெறுமானம் 39-13929 அங். என இப்பரிசோதனைகள் தந்துள்ளன.

**சமச்சூருசலுக்கான பெசலின் கொள்கை.**—இவ்வாராய்ச்சித் துறையில், சமச்சீரான புறவடிவமுடைய புறமாற்றத்தக்க ஊசலொன்றிற்குப் பெசல் அளித்த கொள்கையே அவரது முதன்மையான செயலாகும். இத்தகைய ஊசல் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் இறங்குமுகமாக அதன் முனையொன்றில் சுமையேற்றி, ஒரு கத்தியோரத்தின் அலைவு மையத்துக்கு அணித்தாக மற்றையது அமைந்திருக்குமாறு, கேற்றரினூசலில் இருக்கிறதுபோல இரு கத்தியோரங்கள் அளிக்கப்பட்டால், வளியின் விளைவைப் பொருட்படுத்தாது செக்கனூசலின் நீளத்தைப் பெறமுடியும் என அவர் நிலைநிறுத்தியுள்ளார்.

கத்தியோரங்கள் உருளைவடிவமானவை எனக் கருத வேண்டும் என்று லப்பிளாஸ் ஏற்கெனவே காட்டியுள்ளார்; மேலும், கத்தியோரங்கள் ஒரே மாதிரியானவை எனின ஊசலைத் தலைகீழாகக் கிணல் இவ்வளைவாலாகும் விளைவு நீக்கப்படுகிறது எனப் பெசல் நிலைநிறுத்தியுள்ளார்; அன்றியும், கத்தியோரங்கள் வேறுபடின, ஒன்றின் இடத்தில் மற்றொன்றை மாற்றி வைத்து, அவ்வொவ்வொன்றிலுமிருந்து ஊசல் ஆடும்பொழுது அலைவுக் காலத்தை மீண்டும் நோக்கி அவ்விளைவு நீக்கப்படுகிறது. இத்தகைய ஊசலொன்றைப் பெறும்பொருட்டு ஊசலின் சட்டத்துடன் இரு உருளைகளை இணைத்தல் வேண்டும் எனவும், அவ்வுருளைகளின் அச்சுக்கள் சட்டவச் சுக்குச் செங்குத்தாகவும் ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமாகவும் இருத்தல் வேண்டும் எனவும் பெசல் தெரிவித்துள்ளார். சட்டத்தின் மையத்தைக் குறித்து உருளைகளைச் சமச்சீராக அமைத்தல் வேண்டும்; ஆனால் ஓர் உருளை திண்மமாகவும் மற்றையது பொள்ளாகவும் அமைந்திருத்தல் வேண்டும். இவ்வுசலின் கொள்கை பின்வருமாறு.

அதன் புவியீர்ப்பு மையமுடாகச் செல்கின்றதும் கத்தியோரங்களுக்குச் சமாந்தரமானதுமான அச்சொன்று பற்றி ஊசலின் சுழிப்பாரை  $\kappa$  ஆகுக. கத்தியோரங்களிலிருந்து ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையம்  $G$  யின் தூரங்கள்  $r_1$ ,  $r_2$  எனவும் அக்கத்தியோரங்களுக்குரிய ஆவர்த்தன காலங்கள்  $T_1$ ,  $T_2$  எனவும் இருப்பின்,

$$\frac{g}{4\pi^2} \cdot T_1^2 = \frac{r_1^2 + \kappa^2}{r_1} \quad \text{உம்} \quad \frac{g}{4\pi^2} \cdot T_2^2 = \frac{r_2^2 + \kappa^2}{r_2} \quad \text{உம் ஆகும்.}$$

$$\therefore \frac{g}{4\pi^2} (r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2) = r_1^2 - r_2^2,$$

$$\text{அல்லது} \quad \frac{4\pi^2}{g} = \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1^2 - r_2^2} \quad \dots\dots (i)$$

$$\frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1^2 - r_2^2} = \frac{A}{r_1 + r_2} + \frac{B}{r_1 - r_2}$$

ஆகுக; இங்கு,  $A$ ,  $B$  என்பவை,  $r_1$  ஐயும்  $r_2$  ஐயும் சாரா.

$$\text{அப்பொழுது, } A = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2}, B = \frac{T_1^2 - T_2^2}{2}.$$

$$\therefore \frac{4\pi^2}{g} = \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1^2 - r_2^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_1^2 + T_2^2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_1^2 - T_2^2}{r_1 - r_2}.$$

இனி, கத்தியோரங்களிடையேயுள்ள தூரம்  $(r_1 + r_2)$  ஆகும். எனவே, மேற்படிக்கோவையின் முதலாவது உறுப்பை அவதானிப்புகளிலிருந்து கணித்துக் கொள்ளலாம். மேலும், ஆவர்த்தன காலங்கள் அண்ணளவிற்கு சமமாக இருக்குமாறு கத்தியோரங்கள் வைக்கப்பட்டிருக்கிறபடியால்  $(T_1^2 - T_2^2) \rightarrow 0$ ; எனவே, மேற்படிக்கோவையில், முதலாவது உறுப்பைக் காட்டிலும் இரண்டாவது சிறிதாகும்; ஆகவே,  $(r_1 - r_2)$  என்னும் கணியத்தை மிகு திருத்தத்துடன் அறியவேண்டிய தேவையில்லை. கத்தியோரமொன்றில் ஊசலைச் சமமாக்கிப் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தானத்தைக் கண்டு,  $r_1$  ஐயும்  $r_2$  ஐயும் வழக்கம்போல் துணிதல் போதியதாகும். கேற்றர் நடாத்தியுள்ள பரீட்சைத் தொடரில் ஆவர்த்தன காலங்கள் சரிசமமாக வரும்வரை ஒன்றன் பின்னொன்றாக ஒவ்வொரு கத்தியோரத்திலிருந்தும் ஊசல் ஆடப்பட்டது; அச்செயல்முறை இங்கு தவிர்க்கப்படுகிறது.

நீளம்  $(r_1 + r_2)$  கொண்ட எளிய ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலம்  $T$  ஆகுக. அப்பொழுது,

$$\begin{aligned} T^2 &= \frac{4\pi^2}{g} (r_1 + r_2) = \frac{1}{2} (T_1^2 + T_2^2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_1^2 - T_2^2}{r_1 - r_2} (r_1 + r_2) \\ &= \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1 - r_2} \dots\dots\dots(ii) \end{aligned}$$

$T$  யைக் கணித்த நேரம் என்போம்.  $r_1$  உம்  $r_2$  உம் திருத்தத்துடன் தெரிந்திருக்கின்றன என இத்தொடர் கொள்கின்றபடியால் அவதானிப்புகளிலிருந்து  $T$  யின் கணித்தலுக்கு அது பயன்படாது; இருந்தாலும், கீழ்வரும் பந்திகளில் தரப்பட்ட கொள்கையின் விருத்திக்கு அது தேவைப்படுகிறது.

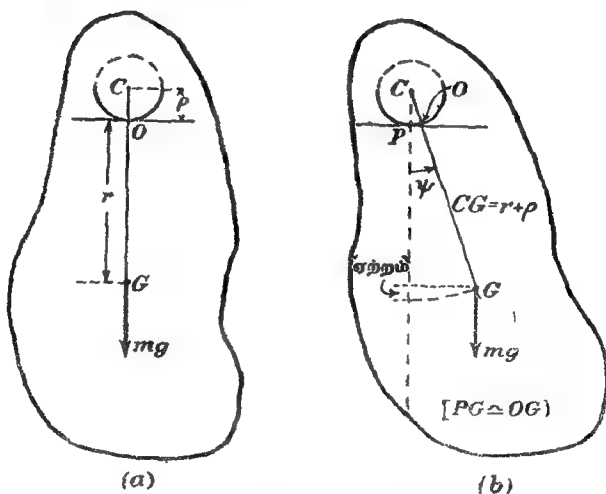
கத்தியோர வளைவாலாகும் விளைவை ஆராயும் பொருட்டுக் கத்தியோரமானது சிறிய ஆனால் மாறா வளைவாரை  $\rho$  உடையது எனக் கொள்வோம். அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தில் இருக்கின்ற அத்தகைய ஊசலொன்றைப் படம் 5.06 (a) காட்டுகிறது. எனவே, ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையம் G எனின், கத்தியோரமும் அக்கத்தியோரத்தைத் தாங்கும் கிடைத்தட்டும் ஒன்றையொன்று தொடும் புள்ளி O விற்குக் கீழேயே அது இருத்தல் வேண்டும். ஊசலானது ஒரு சிறு கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  உற்றால், சுழற்சியின் கணநிலையச்சானது புள்ளி P ஊடே செல்லும், படம் 5.06 (b). இங்கு, P யானது C யின் புதுநிலைக்கு நேராய்க் கீழே இருக்கிறது.  $OG = r$  எனின், இப்பெயர்ச்சியின்போது புவியீர்ப்பு மையம் G ஆனது, தூரம்

$$CG(1 - \text{கோசை } \psi) = (r + \rho)(1 - \text{கோசை } \psi)$$

எழுந்துவிடும். எனவே, ஊசலின் திணிவு  $m$  உம் புவிவீர்ப்புச் செறிவு  $g$  உம் ஆயின், ஊசலின் பெயர்க்கப்பட்ட நிலையில் அதன் நிலைச் சக்தி

$$mg(r + \rho)(1 - \text{கோசை } \psi)$$

ஆகும்; இங்கு, ஊசலின் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தில் இச்சக்தி பூச்சியம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது.



படம் 5.06. ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தில் கத்தியோரமொன்றின் வளைவால் ஆகும் விளைவு.

P யும் O வும் அணித்தாயிருக்கின்றன; எனவே,  $PG = r$  என்பது சரி எனக் கொள்ளமுடியும்வரை, கருதப்படும் கணத்தில் ஊசலின் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}m(r^2 + \kappa^2)\dot{\psi}^2$  ஆகும்; இங்கு  $\kappa$  என்பது G ஊடான கிடையச்சொன்று பற்றி ஊசலின் சுழிப்பாறை ஆகும். ஊசலின் முழுச் சக்தி ஒரு மாறிலி ஆதலால்

$$\frac{1}{2}(r^2 + \kappa^2)\dot{\psi}^2 + g(r + \rho)(1 - \text{கோசை } \psi) = \text{ஒரு மாறிலி.}$$

நேரத்தைக் குறித்து வகையிட,

$$(r^2 + \kappa^2)\ddot{\psi} + g(r + \rho) \text{சைன் } \psi = 0.$$

$\psi$  சிறிதாயிருக்கும்பொழுது, இது ஆவர்த்தன காலம் T கொண்ட எளிய இசையியக்கமொன்றை ஒத்திருக்கும்; இங்கு

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^2 + \kappa^2}{g(r + \rho)}}.$$

இனி புறமாற்றத்தக்க கூட்டுசெலொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்து  $O_1$  உம்  $O_2$  உம் முறையே அதன் தொங்கன்மையமும் அலைவுமையமும் ஆகுக ; அப்பொழுது  $O_1G=r_1$ ,  $O_2G=r_2$ ,  $\rho_1$  உம்  $\rho_2$  உம் கத்தியோரங்களின் வளைவாரைகள் எனவும் கொள்க. முதற் கத்தியோரத்தில் ஊசல் தாங்கப்பட்டிருக்கும்பொழுது அதன் ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  ஆகுக | இதை வசதியாக “ நிமிர்ந்த நேரம் ” எனலாம். அப்பொழுது

$$\begin{aligned}\frac{g}{4\pi^2}T_1^2 &= \frac{\kappa^2 + r_1^2}{r_1 + \rho_1} \\ &= \frac{\kappa^2 + r_1^2}{r_1} \left[ 1 - \frac{\rho_1}{r_1} \right]. \quad \left[ \because \frac{\rho_1}{r_1} \rightarrow 0 \right].\end{aligned}$$

அதேபோலவே, மற்றைக் கத்தியோரத்தினிடத்து, “ தலைகீழ் நேரம் ” எனப்படும்  $T_2$  ஆனது

$$\frac{g}{4\pi^2}T_2^2 = \frac{\kappa^2 + r_2^2}{r_2} \left[ 1 - \frac{\rho_2}{r_2} \right]$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

“ கணித்த ” நேரம்  $T$  இற்குரிய கோவையில் அது  $T_1$ ,  $T_2$  முதலிய வற்றின் தொடர்பில், எனவே  $\kappa$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  எனபவற்றின் தொடர்பில் எடுத்துரைக்கப்பட்டிருக்குமாயின், வீனையவற்றைக் காட்டிலும் சிறிதாயிருக்கிற உறுப்புக்களில்  $r_1 r_2$  இற்கு  $\kappa^2$  சமமெனப் புகுத்தலாம், ப. 183 ஓப. எனவே,

$$\begin{aligned}\frac{g}{4\pi^2}T^2 &= \frac{g}{4\pi^2} \left[ \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1 - r_2} \right] \\ &= \frac{(\kappa^2 + r_1^2) \left[ 1 - \frac{\rho_1}{r_1} \right] - (\kappa^2 + r_2^2) \left[ 1 - \frac{\rho_2}{r_2} \right]}{r_1 - r_2} \\ &= \frac{(r_1^2 - r_2^2) - (\rho_1 - \rho_2)(r_1 + r_2)}{r_1 - r_2} \quad [\because \kappa^2 = r_1 r_2] \\ &= (r_1 + r_2) - \frac{\rho_1 - \rho_2}{r_1 - r_2} (r_1 + r_2).\end{aligned}$$

வேறொரு மாற்றமுமின்றி, ஒன்றின் இடத்தில் மற்றொன்றாகக் கத்தியோரங்கள் மாற்றிவைக்கப்படுகின்றன எனக்கொள்க. இப்பொழுது கணித்த நேரம்  $T'$  எனின்,

$$\frac{g}{4\pi^2} \cdot T'^2 = (r_1 + r_2) - \frac{\rho_2 - \rho_1}{r_1 - r_2} (r_1 + r_2).$$

எனவே,

$$\frac{g}{4\pi^2} \cdot \frac{(T^2 + T'^2)}{2} (r_1 + r_2).$$

ஆகவே, கத்தியோரங்களின் வளைவாரைகளைக் கொண்ட உறுப்புக்கள் மறைந்துள்ளன.

ஊசலுக்குத் தட்டையான போதிகைகளை அளித்தும் நிலைத்த கத்தியோர மொன்றைப் பயன்படுத்தியும் கத்தியோர வளைவாரையாலாகும் விளைவை நீக்கலாம். அப்பொழுது  $p_1 = p_2$ ; எனவே திருத்தத்திற்கான உறுப்பு மறைகிறது. இங்கு ஒரேயொரு குறைதான் உளது; அதாவது, எப்பொழுதும் தட்டைத்தகட்டின் ஒரே பாகம் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பது பற்றிய ஐயமேயாம்; இருந்தாலும், இதற்குமாறாக, கத்தியோரங்களை ஒன்றை மற்றொன்றுடன் மாற்றுதல் வேண்டியதில்லை; தட்டுக்களின் இடைத்தூரம்  $(r_1 + r_2)$  என்பதை மிகு திருத்தமாக அளக்க முடியும் என்னும் உண்மைகளை நிறுவவேண்டும். மேலும், கத்தியோரங்கள் பழுது பட்டால் ஊசலைப் பாதிக்காவண்ணம் அவற்றைத் திருத்திக் கொள்ளலாம்; வழக்கமாகப் பயன்படுத்தப்படும் ஊசல் வகையில் கத்தியோரங்கள் மீண்டும் தேய்க்கப்பட நேரிடின் ஊசல் வேறொன்றாகிறது.

கடைசியாக ஊசல் வெற்றிடமொன்றில் தொங்கவிடப்பட்டிராதபோது, அதனால் செலுத்தப்படும் வளியின் விளைவை எவ்வாறு நீக்கலாம் என்பதை ஆராய்தல் வேண்டும். ஊசலை அதன் நிமிர்ந்த நிலையிற் கருதுக. ஊசலால் பெயர்க்கப்பட்ட வளியின் திணிவு  $\mu$  ஆகுக. அப்பொழுது, பெயர்க்கப்பட்ட ஊசலை அதன் சமநிலைத் தானத்திற்கு மீளச் செய்யும் விசைகளின் திருப்பமானது, பெயர்க்கப்பட்ட வளியின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக மேன்முகமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் ஆற்றுகின்றதும் பருமன்  $\mu g$  உடையதுமான விசையின் திருப்பத்தினது அளவால் குறைக்கப்படுகிறது. சுழற்சியச்சிலிருந்து இப்புள்ளியின் தூரம்  $s_1$  ஆகுக. ஊசலுடன் செல்லு கின்ற வளியின் திணிவானது அதன் சுழற்சி அச்சுப் பற்றி ஊசற் சடததுவத் திருப்பத்தைக் கூடச்செய்கிறது. அது  $\Delta I_1$  என்னும் உறுப்பால் குறிக்கப்படுக. அதைச் சூழும் வளியின் மீயுநதல் காரணமாக உன்செல்லும் வளிக்கு பலித நிறை இல்லை; எனவே அதன் திணிவானது மீள்தரு விசைகளின் திருப்பத்தைப் பாதிக்கமாட்டாது. கோணப்பெயர்ச்சி  $\psi$  சிறிது எனின், ஊசலின் இயக்கம்

$$[m(r_1^2 + \kappa^2) + \Delta I_1]\ddot{\psi} + (mr_1 - \mu s_1)g\psi = 0.$$

எனவே, ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  ஆனது

$$\begin{aligned} \frac{g}{4\pi^2} T_1^2 &= \frac{m(r_1^2 + \kappa^2) + \Delta I_1}{mr_1 - \mu s_1} \\ &= \frac{m(r_1^2 + \kappa^2) + \Delta I_1}{mr_1} \left[ 1 + \frac{\mu s_1}{mr_1} \right] \\ &= \frac{r_1^2 + \kappa^2}{r_1} + \frac{\Delta I_1}{mr_1} + \frac{r_1^2 + \kappa^2}{r_1} \left( \frac{\mu s_1}{mr_1} \right) \end{aligned}$$

என்பவற்றிற்கு இணங்கும் வண்ணம் அமையும்; இங்கு, நடைமுறையில்

மிகச் சிறிதாயிருக்கிற உறுப்பு  $\frac{\Delta I_1}{mr_1} \cdot \frac{\mu s_1}{mr_1}$  புறக்கணிக்கப்படுகிறது.

ஊசல் தலைகீழாக இருக்கும்பொழுது சுழற்சியச்சப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தின்மீது இயக்கி வைக்கப்படும் வளியின் விளைவு வேறாக இருக்கக் கூடும்; அது  $\delta I_2$  எனபதால் குறிக்கப்படுக. ஊசலால் பெயர்க்கப்பட்ட வளியின் திணிவு இப்பொழுதும்  $\mu$  ஆகும். சுழற்சி அச்சிலிருந்து அதன் புவியீர்ப்பு மையத்தின் தூரம்  $s_2$  ஆகுக. அப்பொழுது, ஆவர்த்தன காலம்  $T_2$  முன் போலவே அதே திருத்த வரிசையில்

$$\frac{g}{4\pi^2} \cdot T_2^2 = \frac{r_2^2 + \kappa^2}{r_2} + \frac{\Delta I_2}{mr_2} + \frac{r_2^2 + \kappa^2}{r_2} \left( \frac{\mu s_2}{mr_2} \right).$$

எனவே, முன்னர் போல் சிறிதாயிருக்கின்ற உறுப்புக்களில்  $\kappa^2 = r_1 r_2$  எனப் புகுத்தினால் கணித்த காலம்  $T$  ஆனது

$$\begin{aligned} \frac{g}{4\pi^2} T^2 &= \frac{g}{4\pi^2} \left[ \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1 - r_2} \right] \\ &= r_1 + r_2 + \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2} \cdot \frac{\mu (s_1 - s_2)}{m} + \frac{\Delta I_1 - \Delta I_2}{m(r_1 - r_2)} \end{aligned}$$

என்பதால் எடுத்துரைக்கப்படுகிறது.

அதன் கேத்திரகணித மையமூடே செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றி ஊசலின் புறவடிவம் சமச்சீராக அமைந்திருக்குமானால்  $s_1 = s_2$  உம்  $\Delta I_1 = \Delta I_2$  உம் ஆகும். எனவே,

$$\frac{g}{4\pi^2} T^2 = (r_1 + r_2).$$

எனவே, பரிசோதனையின்போது வளியின் வெப்பநிலையும் அழுக்கமும் மாறாமல் இருக்குமாயின் வளி விளைவு நீக்கப்படுகிறது. இன்று வெற்றிடத் திலேயே ஊசல்கள் ஆடுமாறு வைக்கப்படுகின்றன; எனவே, மிகு திட்டமான பரிசோதனைகள் ஒழிந்த மற்றையவற்றில் வளியின் விளைவுக் கான திருத்தம் புறக்கணிக்கத் தக்கதாகும்.

**றெப்சோல்டின் (Repsold) ஊசல்.**—புறவடிவத்தில் சமச்சீரானதும் புறமாற்றத்தக்கதுமான ஊசலொன்றின் கொள்கையை பெசல் என்பவர் நிலைநிறுத்தியிருந்த போதிலும் அவர் அத்தகைய ஒன்றை ஆக்கவே யில்லை. 1860 இல், அதாவது பெசலின் மறைவுக்குச் சில ஆண்டுகளின் பின்னர், ஆய்கருவி தயாரிப்பவரான றெப்சோல்ட் என்பவர் அத்தகைய முதல் ஊசலொன்றை ஆக்கினார் எனத் தெரியவருகிறது. இந்திய நாடிக் கணித்தலில் பயன்படுத்தியுள்ளதைப் போன்ற அத்தகைய ஒன்று படம் 5.07 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அது கத்தியோரங்கள்  $K_1$ ,  $K_2$  எனபன இணைக்கப்பட்ட சமச்சீரான பித்தளைச்சட்டம் AB யாலானது. சட்டத்தில் இணைக்கப்பட்ட திணிவுகள் திண்மமான உருளையொன்றும் குழிவான உருளையொன்றும் ஆகும்; அவை திருகால் சட்டத்துடன் இறுக்கப்பட்டுள்ளன. இதனால், முழுவதிலும் புவியீர்ப்பு மையம் G ஆனது  $K_2$  ஐக் காட்டி

லும்  $K_1$  இற்கே அணித்தாயிருக்குமாறு திப்மிடப்பட்டது. ஹெல்மேற் (Helmert) என்பவருக்காக ரெப்சோல்டால் ஆக்கப்பட்ட புறமாற்றத்தக்க



படம் 5.07.  
ரெப்சோல்டின்  
ஊசல்.

ஊசலில் கத்தியோரங்கள் இடைமாற்றஞ் செய்யப்படவில்லை;† ஆனால், அதன் கேத்திரகணித மையமூடாகச் செல்லும் கிடையான அச்சொன்று பற்றிச் சட்டமானது சரிசமச்சீராக ஆக்கப்பட்டிருந்தால் C, D என்பவற்றின் நிலைகளின் இடைமாற்றத்தினால் வரும் விளைவும், இடைமாற்றஞ் செய்யப்படும் கத்தியோரங்களுக்கு நேரிடும் விளைவும் ஒரேமாதிரியானது எனக் ஹெல்மேற் கண்டார். இதனால், கத்தியோரங்களிடையேயுள்ள தூரம் மாறுதலு இருந்தது; அன்றியும், ஊசலைத் தாங்கி நிற்கின்ற தட்டைத் தகட்டுணை கத்தியோரங்களின் அதே புளளிகள் எப்பொழுதும் தொடுகை வைத்திருந்தன. இந்திய நாடிக் கணித்தலிற பயன்படுத்தியுள்ள ஊசல் அரைச் செக்கனூசலொன்றாகும்; செக்கனூசலொன்றின் முழுப்பரிமாணங்களைக் காட்டிலும் அதன் பரிமாணங்கள் கட்டாயமாகச் சிறிதாயிருக்கிற படியால் அதை வசதியாக எடுத்துச் செல்ல முடிகின்றது.

முதனமுதலாக ஆக்கப்பட்ட இவ்வூசல் வகைகளில், தாங்கி போதியளவு விறைப்பாக இராததனால், நம்பிக்கையான விளைவுகளைப் பெறமுடியவில்லை. அவ்வாறு இருந்ததும் ஒரு வழியில் நன்றெனக் கருதுதல் வேண்டும்; ஏனெனில் அது தாங்கியின் இளகுதலுக்குத் திருத்தங்கள் இன்றியமையாதது என்பதைச் சுட்டிக்காட்டிற்று.

**ஊசற் குங்கியின் இளகுதல்.**—திணிவு  $m$  கொண்ட கூட்டிசலொன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் G ஆகுக, படம் 5.08 (a); அதன் தொங்கற் புள்ளி O ஆகுக. ஊசல்மீது தாங்கி பிரயோகிக்கும் விசையின் கிடைக்கூறும் நிலைக்குத்துக்கூறும் முறையே X, Y ஆகுக. ஊசலைத் தாக்குகின்ற புறவிசைகள் திசைமாறுதலு ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையத்தில் செறிந்திருக்கின்றன எனக் கருதி அதன் இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெறலாம், படம் 5.08 (b) யை ஒப்.  $OG = r_1$  என்க.

இனி, GO வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் G யின் ஆர்முடுகலுறுப்புக்கள் முறையே  $r_1\ddot{\psi}^2$  உம்  $r_1\ddot{\psi}$  உம் ஆகும்.

$$\therefore G \text{ யின் கிடை ஆர்முடுகல்} = r_1\ddot{\psi} \text{ கோசை } \psi - r_1\ddot{\psi}^2 \text{ சைன் } \psi \\ = r_1\ddot{\psi}, \quad \psi \rightarrow 0 \text{ எனின்.}$$

அதுபோலவே, G யின் நிலைக்குத்து ஆர்முடுகல்

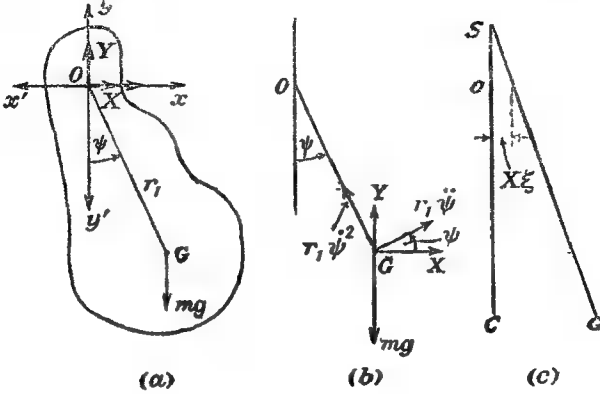
$$= r_1\ddot{\psi}^2 \text{ கோசை } \psi + r_1\ddot{\psi} \text{ சைன் } \psi \\ = r_1\ddot{\psi}^2, \quad \psi \rightarrow 0 \text{ எனின்.}$$

$$\therefore \text{கிடைத் திசையிலுள்ள விசை} = mr_1\ddot{\psi}$$

$$= -mg \frac{r_1^2}{r_1^2 + \kappa^2} \psi, \quad \left[ \because \ddot{\psi} = -\frac{gr_1\psi}{r_1^2 + \kappa^2} \right]$$

† Beiträge zum Theorie des Reversionspendels, Potsdam, 1898.

இங்கு,  $G$  ஊடாகவும் வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள கிடையச்சொன்று பற்றி ஊசலின் சுழிப்பாறை  $\Sigma$  ஆகும். இவ்விசை  $X$  இற்குச் சமன்; அது  $Ox'$  என்னும் திசையில் ஆற்றுகிறது என்பதைச்



படம் 5.08. இளகுதாங்கியுடைய ஊசல்.

சயக்குறி உணர்த்துகிறது. எனவே, நியூற்றனின் மூன்றாவது இயக்கவிதிப் படி ஊசலானது தாங்கியீது திசை  $Ox$  இல், பருமன்  $X$  கொண்ட விசையொன்றைப் பிரயோகிக்கிறது. தாங்கி விறைப்பாக இராவிட்டால் அதன் பூச்சிய நிலையினின்றும் அது பெயர்க்கப்படும்.

திசை  $Ox$  இல் ஆற்றும் அலகுவிசையொன்றால் தாங்கியானது அதே திசையில் பெயர்ச்சி  $\xi$  அடைக.  $OC$  ஆனது, படம் 5.08 (c), ஊசலின் பூச்சிய நிலையைக் குறிக்க; கிடைத்திசையில் தாங்கியானது  $OA$  அளவால் இளகியிருக்கும்பொழுது ஊசலின் நிலையை  $AG$  குறிக்கின்றதென்க; இங்கு,

$$OA = |X| \xi = mg \left[ \frac{r_1 \psi}{r_1 + r_2} \right] \xi, \quad [\because \kappa^2 = r_1 r_2, \text{ ப. 137 ஐ ஒப்].$$

இனி, நீட்டிய  $GA$  யும்  $O$  ஊடே செல்லும் நிலைக்குத்துக் கோடும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியால் இயக்கக் கணநிலை மையம்  $S$  தரப்படுகிறது. எனவே,

$$AS = OS = \frac{OA}{\psi} = mg \cdot \frac{r_1}{r_1 + r_2} \xi;$$

அதாவது, சுழற்சியாச்சிலிருந்து  $G$  யின் பலிதத் தூரம்

$$r_1 \left[ 1 + \frac{mg \xi}{r_1 + r_2} \right] \text{ ஆகும்;}$$

அது  $r_1 + \sigma_1$  என்க.



நிமிர்ந்த ஊசலினிடத்து ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  எனின்

$$\frac{g}{4\pi^2} T_1^2 = \frac{(r_1 + \sigma_1)^2 + \kappa^2}{r_1 + \sigma_1} = (r_1 + \sigma_1) + \frac{\kappa^2}{r_1 + \sigma_1}.$$

அதுபோலவே, தலைகீழ்சலினிடத்து

$$\frac{g}{4\pi^2} T_2^2 = (r_2 + \sigma_2) + \frac{\kappa^2}{r_2 + \sigma_2}.$$

எனவே, கணித்த ஆவர்த்தன காலம்  $T$  ஆனது

$$\begin{aligned} \frac{g}{4\pi^2} T^2 &= \frac{g}{4\pi^2} \left[ \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1 - r_2} \right] \\ &= \frac{1}{r_1 - r_2} \left[ r_1^2 + r_1 \sigma_1 + \frac{\kappa^2 r_1}{r_1 + \sigma_1} - r_2^2 - r_2 \sigma_2 - \frac{\kappa^2 r_2}{r_2 + \sigma_2} \right] \end{aligned}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இக்கோவையின்கண்,  $\kappa^2$  அபங்கியிருக்கிற உறுப்புக்களில், அண்ணளவாகக்  $\kappa^2 = r_1 r_2$  எனப் புகுத்தினால்,  $\frac{1}{1 + \frac{\sigma_1}{r_1}}$  முதலியனவற்றை  $1 - \frac{\sigma_1}{r_1}$

என்றவாறு எழுத முடியும் அளவிற்கு,

$$\frac{g T^2}{4\pi^2} = r_1 + r_2 + \frac{1}{r_1 - r_2} \left[ r_1 \sigma_1 - r_2 \sigma_2 + r_1 r_2 \left( 1 - \frac{\sigma_1}{r_1} \right) - r_1 r_2 \left( 1 - \frac{\sigma_2}{r_2} \right) \right].$$

$$\sigma_1 = \frac{m g r_1^2}{r_1 + r_2}, \text{ முதலியன ஆதலின்,}$$

$$\frac{g T^2}{4\pi^2} = r_1 + r_2 + \frac{1}{r_1 - r_2} [(r_1 - r_2) \sigma_1 + (r_1 - r_2) \sigma_2]$$

$$= r_1 + r_2 + m g^2.$$

தாங்கி இளகுதலால் எளிய சமவலு ஊசலின் பலித நீளம் கூடுகிறது எனவும் இக்கூடுதலானது ஊசலின் நிறையின் கிடைப் பிரயோகத்தால் ஆகும் பெயர்ச்சிக்குச் சமன் எனவும் மேற்படி கோவை உணர்த்துகிறது.

தாங்கியின் சடத்துவமும், தாங்கியீது மாறும் நிலைக்குத்து விசையொன்றின் தாக்கமும் மேற்படி கொள்கையில் புறக்கணிக்கப்பட்டுள்ளன என்பது குறித்தற்பாலது. இந்நிலைக்குத்து விசையின் மாறும் பகுதி  $y$  யின் இரண்டாவது வரிசையிற் படுகின்றமையால் கிடைத்திசையில் இளகுதலால் ஆகும் விளைவுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்பொழுது அதன் விளைவு சிறிதெனக் காட்டலாம்.

எளிய ஊசலொன்றிற்குத் தாங்கியின் இளகுதலைப் பரிசோதனை முறைப்படி ஆராய்தல்.—முதன்முதலாக, இலேசான நூல், ஊசற்குண்டு என்பவற்றால் ஆகும் ஊசலொன்றைக் கூட்டுசெலனக் கருதுவோம்.

ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையத்திலிருந்து தாங்கியின் தூரம்  $l$  எனின் அப்பொழுது, வழக்கமான குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்த,

$$(r_1 + \sigma_1) + (r_2 + \sigma_2) = l,$$

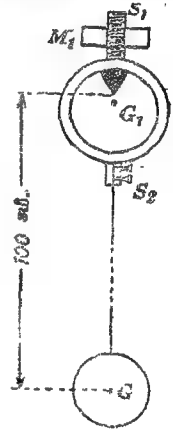
$$(r_1 + \sigma_1)(r_2 + \sigma_2) = \kappa^2 \rightarrow 0.$$

இங்கு, ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையமும் ஊசலின் புவியீர்ப்பு மையமும் அதுவேயாம்.

$r_1$  முடிவுள்ளதாதலால்  $(r_2 + \sigma_2) \rightarrow 0$  என்பது தெளிவாம்; மேலும், இக்கோவையிலுள்ள ஒவ்வொரு கணியமும் நேராதலால்  $r_2$  உம்  $\sigma_2$  உம் பூச்சியத்தைத் தனித்தனியே அடையும் இயல்புடையன. இவ்வூசலினிடத்து  $\sigma_1$ , ஊசலின் நிறைக்குச் சமமான விசையொன்றின் தாக்கத்தால் தாங்கி கிடையான அதே திசையில் அனுபவிக்கும் பெயர்ச்சிக்குச் சமன்.

இளகுதாங்கியொன்றில் அதிரும் கூட்டுசலொன்றிற்கெனத் தாபித்த கொள்கையிலே  $\sigma_1$  உம்  $\sigma_2$  உம் சிறிதாயிருக்குமாறு கட்டாயப்படுத்தியுள்ள போதிலும், எளிய ஊசலொன்றினிடத்து  $r_2$  கண்டிப் பாய் மிகச் சிறிதாக இருப்பதால்,  $\sigma_1$  முடிவுள்ளதாக இருக்கக்கூடும் என மேற்படி விவாதம் மிகத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

$\sigma_1$  ஐப் பரிசோதனை மூலம் துணியும்பொருட்டு எளிய ஊசலொன்று கீழ்வருமாறு ஆக்கப்படுகிறது. படம் 5-09 ஊசலைக் காட்டுகிறது; இங்கு, கத்தியோரத் தைக் காவுகின்ற உலோகச் சட்டம் கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. விட்டமுடைய வட்டவளையமொன்றொலானது; சட்டத்தின் விளிம்பு 1 சமீ. தடிப்பும் 1 சமீ. அகலமும் உடையது. இவ்விளிம்புடன் கத்தியோரம் நிலையாக் கப்பட்டிருக்கிறது; அதற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே அசைத்து வைக்கக்கூடிய திணிவு  $M_1$  ஐக் காவும் திருகு  $S_1$  உளது. இதற்குக் கீழாகப் பிடிதிருகுகள்  $S_2$  அளிக்கப்பட்ட உலோகத்தாடைச் சோடியொன்று உளது; இது மெல்லிய கம்பியையும் ஊசற்குண்டையும் காவுகிறது. ஊசற்குண்டின் நிறையானது ஏறத் தாழ் 5 கிசி. ஆக இருத்தல் வேண்டும்.



படம் 5-09. இளகு தாங்கியொன்றில் எளிய ஊசல்.

முதலாவதாகக் கம்பியையும் ஊசற்குண்டையும் நீக்கி, கத்தியோரத் தைக் காவும் சட்டத்தின் ஆவர்த்தன காலமானது அமைக்க வேண்டியுள்ள ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்திற்கு அண்ணளவாகச் சமனாக வரும்வரை  $M_1$  இன் நிலையைச் செப்பஞ்செய்க. இது ஒரு செக்கனாசலாகுக. சட்டத்தின் ஆவர்த்தன காலம் பெரிதாயிருக்கும்பொழுது அதன் புவியீர்ப்பு மையம்  $G_1$  ஆனது கத்தியோரத்திற்குச் சற்றுக் கீழேயே இருக்கும்; ஆயினும், தரப்பட்ட ஆவர்த்தன காலம் எதுவாகிலும் அம்மையத்தின் நிலையைப் பரிசோதனை முறைப்படியே துணிதல்வேண்டும்.

அடுத்ததாகக் கம்பியும் ஊசற்குண்டும் நிலைபெறுகின்றன ; கத்தியோரத்திற்கும் ஊசற்குண்டின் புவியீர்ப்பு மையத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரமானது கிட்டத்தட்ட 100 சமீ. ஆக இருக்குமாறு செய்யப்படுகிறது. இப்பொழுது, ஊசலின் ஆவர்த்தன காலம் கிட்டத்தட்ட ஒரு செக்கன் ஆகும். இங்கு நிர்ணயிக்கப்பட்ட சூழலில், கத்தியோரங் காவுஞ் சட்டத்தின் இருப்பால் இவ்வாவர்த்தன காலம் பாதிக்கப்படமாட்டாது.

அடுத்து, ப. 143 இல் காட்டியுள்ள முறையைப் பயன்படுத்தி, (a) விறைப்பான தாங்கியில், (b) இளகுதாங்கியில், ஊசல் ஏறியிருக்கும் பொழுது அதன் ஆவர்த்தன காலம் துணியப்படுக. பிந்தியது 50 சமீ.  $\times$  1 சமீ.  $\times$  0.5 சமீ. ஆன பித்தளைச் சட்டத்தால் ஆனதாகலாம் ; அதன் குறுகிய விளிம்பில் ஊசலைக் காவுஞ் சட்டம் தாங்கப்பட்டிருக்குமுகமாக அது பேரிடுக்கியொன்றில் கிடையாகப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

இவ்விரு எடுத்துக்காட்டுக்களில், ஊசலின் ஆவர்த்தன காலங்கள்  $T_1$ ,  $T_2$  ஆகுக. ஊசலின் நீளம்  $r$  உம் விறைப்பில்லாத தாங்கியால்  $r$  இல் ஆகும் நீட்சி  $\sigma$  உம் எனின், அப்பொழுது,  $T_1^2 = \frac{4\pi^2}{g} r$  உம்  $T_2^2 = \frac{4\pi^2}{g} (r + \sigma)$  உம் ஆகும் ; எனவே  $\sigma$  வைத் துணியலாம். ஊசலின் நிறைக்குச் சமனான கிடைவிசையால் தாங்கி அனுபவிக்கும் பெயர்ச்சியுடன் இவ்வண்ணம் கிடைக்கப்பெற்ற பெறுமானத்தை ஒப்பிடுதல் வேண்டும்.

### புவியீர்ப்பின் தனியளத்தல்பற்றி இந்நாளைய வேலை

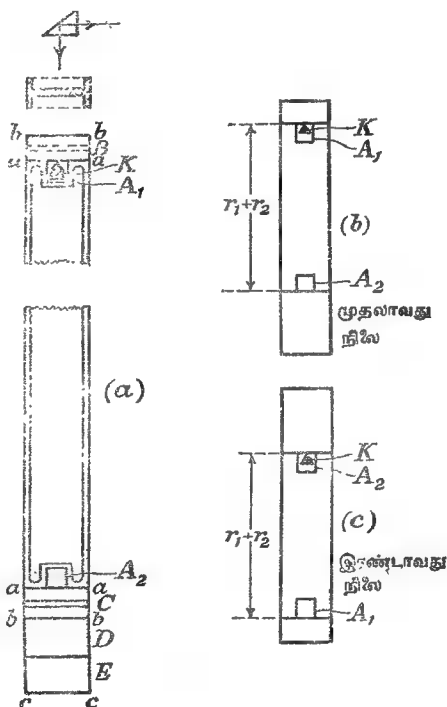
**முன்னுரை.**—தனியலகுகளிற புவியீர்ப்புச் செறிவைக் காண்பதற்கான முதன்மையான காரணங்களுள், தெரிந்த திணிவுடைய பொருளொன்றின் மீது புவி பிரயோகிக்கும் ஈர்ப்புக் கவர்ச்சியானது வசதியான நியமவிசையொன்றைத் தருவதும் ஒன்றாகும். மேலும், தனியலகுகளில் மின்னோட்டமொன்றை அளப்பதற்கு மின்னோட்டத் தராசொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்து, மின்னோட்டமொன்றைக் காவும் இரு சுற்றுக்களிடையேயுள்ள கவர்ச்சியும் தெரிந்த திணிவுடைய பொருளொன்றின் மீதுள்ள ஈர்ப்பு இழுப்பும் சமநிலையாக்கப்படுகின்றன. அன்றியும், புரோத்தனின் சுழி காந்த விகிதத்தைத் துணிதற்கான பரிசோதனையொன்றிலே மின்னோட்டமொன்றைக் காவுஞ் சுற்றொன்றின் மீதுள்ள விசையும் முன்னர் போன்ற ஈர்ப்பு விசையொன்றும் சமநிலையாக்கப்பட வேண்டியதாகின்றது. இவ்வெடுத்துக்காட்டுக்களிலும் இவைபோன்றவற்றிலும் பரிசோதனை செய்யப்படும் இடத்தில்  $g$  யின் பெறுமானத்தை  $10^5$  இல் 1 அல்லது 2 எனனும் திருத்தவரிசையில் தெரிந்திருததல் வேண்டும் ; ஆனால், பாரமானியுரத்திலிருந்து அமுக்கத்தைக் கணிக்குமிடத்து  $g$  யிலுள்ள வழுவானது  $10^6$  இல் 1 ஐ, அதாவது 10 லட்சத்தில் ஒன்றை மீறலாகாது. இம்மிகுவுயர் திருத்தம் இருந்தாறறான் சர்வதேச வெப்பநிலையளவுத்

திட்டத்தை மீள எடுத்தாளும் பொழுது செம்மையான நுட்பத்தைப் புகுத்த முடிகின்றது ; ஏனெனில்,  $100^{\circ}\text{C}$ . நிலையைத் தாபித்தற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நீரின் கொதிநிலைகாண் ஆய்கருவியிலுள்ள அழுக்கத்தை அளப்பது இன்று நுட்பத்தைக் குறைக்கின்ற காரணங்களால் ஒன்றாகும். இவ்வெப்ப நிலையை  $10^{-4}^{\circ}\text{C}$ . திருத்தத்துடன் தெரிந்திருக்க வேண்டுமாயின் அழுக்கம்  $10^6$  இல 3 என்னும் திருத்த வரிசையில் இருக்கவேண்டும். இன்று இரு நியமவளவுகாண் பரிசோதனைச்சாலைகளில்  $g$  யை அளந்து அவ்வழி வரும் பெறுமான வேற்றுமையானது வேறிரு பரிசோதனைச்சாலைகளில் நியமவளவாக்கப்பட்ட ஈர்ப்புமானியொன்று பதிவுசெய்யும் வேற்றுமை யுடன் ஒத்திராதது வருந்தத்தக்கது.

விஞ்ஞானம் முன்னேற்றம் அடைந்திருக்கும் இந்நாட்களில் கேற்றர் என்பவரின் விளைவுகளை நோக்குமிடத்து அவை மதிப்பற்றவை எனலாம் ; ஏனெனில், ஊசலைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற வளியாலாகும் விளைவுகள், ஊசல் அதன் தாங்கி ஆகியவற்றின் மீள்தன்மை என்பவற்றைப் பற்றி அவர் காலத்தில் நனகு உணரப்படவில்லை என்பதேயாம்.

**கிளாக்கினது புறமாற்றத்தக்க ஊசல்.**— 1906 இல், பொட்ஸ்டாம் என்னும் நகரில், ஃபூர்ட்வெங்கிளர் (FURTWÄNGLER), கியூனன் (KÜHNEN) என்போர் புவியீர்ப்புச் செறிவின் பெறுமானமொன்றைத் துணிந்துள்ளனர். இவ்வாராய்ச்சியாளர்களாற் பயன்படுத்தப்பட்ட புறமாற்றத்தக்க ஊசல்களில் கத்தியோரங்கள் ஊசற் கோல்களுடன் இணைக்கப்பட்டிருந்தன ; எனவே, அவ்வோரங்களிடையேயுள்ள தூரத்தைத் திட்டமாக அளப்பது பெரிதும் சிக்கலாயிற்று. கத்தியோரங்கள் ஊசற்றாங்கியின உறுப்புக்களாக அமைந்திருக்க, அக்கத்தியோரங்கள் மீது ஒன்றன்பின் னொன்றாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கும் தட்டையானதும் சமாந்தரமானதுமான பரப்புடைய இரு தட்டுக்கள் புறமாற்றத்தக்க ஊசலாலேயே காவப்பட்டு இருக்குமாயின் மிகுபார் திருத்தத்துடன் மேற்படி நீளவளத்தலை நடத்தமுடியும் என்னும் கருத்தைப் பிற்பட்ட பரிசோதனைகள் உறுதிப்படுத்தியுள்ளன. இத்தகைய இரு பரப்புக்களிடையேயுள்ள தூரத்தை இன்று உயர்ந்திருத்தத்துடன் தலையீட்டுமானி முறைப்படி அளத்தல் இயலும். ஆதலால் கிளாக் (1938) பொருத்தமான ஊசலொன்றைத் திட்டமிட்டுப் பயன்படுத்தியுள்ளார். இவ்வார் உருக்காலான ஊசலொன்றைப் புவியின் காந்தப் புலம் உணரத்தக்க அளவில் தாக்குகிறது என இன்று தெரியவருகிறது ; எனவே, காந்தமில்லா இலேசான கலப்புலோகமொன்றான ஊசற்கோலொன்றையே கிளாக் பயன்படுத்தியுள்ளார். அது படம் 5·10 (a) யில் வரிப்பட முறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. I-வெட்டுடையதாய் இருகருமாறு உலைகளபயபட்ட அலுமினியக் கலப்புலோகத்திணமச் சட்டமொன்றிலிருந்து அது இயந்திர சாதனத்தால் உருவாக்கப்பட்டது. செவ்வகத் துண்டுகளை இணைக்கக்கூடியதாய் ஊசலின் முனைகள் பலப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. ஊசல் ஆடுகிற கத்தியோரத்தை உட்செலுத்துவதற்கு இடமளிக்கும்பொருட்டு இப்பலமளிக்கும் சாதனங்கள்  $A_1$ ,  $A_2$  ஆகிய

இடங்களில் வெட்டி வெளியாக்கப்பட்டுள்ளன. நிறைமிருந்த குற்றியானது, C, D, E என்னும் மூன்று கூறுகளால் ஆக்கப்பட்டது. C யும் நிறைகுறைந்த குற்றி B யும் சர்வசமன் ; இவ்வொவ்வொன்றினதும் எதிரான முகங்கள் aa, bb என்பன குரோமியத்தால் மின்முலாம் பூசியும் பின்னர் தேய்த்துத் தட்டையாக்கிச் சமாந்தரமாக்கப்பட்டுமுள்ளன. B யின் முலாம் பூசியுள்ள இரு பரப்புக்கள் aa என்பவற்றுள் ஒன்று கத்தியோரம் K மீது இருக்கின்ற தளமாகவும் மற்றையது ஊசலின் வீச்சத்தை நோக்குவதற்கான தளவாடியாகவும் பயன்படுகின்றன. மீண்டும் மீண்டும்



படம் 5-10. கிளக்கினது புறமாற்றத்தக்கவசுல்.  
(தே. பொள. ஆ.)

பரீட்சித்துக் கத்தியோரத்துக்கு மேலே பாரமான முனை அல்லது இலேசான முனை எது இருந்தபோதிலும் ஊசல் கிட்டத்தட்ட அதே ஆவர்த்தன காலத்துடன் ஊசலாடும் வரை குற்றி D யின் நீளம் குறைக்கப்பட்டது ; இதற்கான ஏற்பாடுகள் படம் 5-10 (b) யிலும் (c) யிலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. E யின் கீழ்முகமானது ஒரேயொரு பரப்பிலே, அதாவது

cc யிலே தான் முலாம் பூசப்பட்டிருந்தது ; எனவே, ஊசல் தலைகீழாக இருக்கும் பொழுது வீச்சத்தை நோக்குவதற்கு அது தளவாடியாகப் பயன்பட்டுள்ளது. கத்தியோரம் மீது இறக்கிவைக்கப்படும் நேரம் வரும்வரை ஊசல் தக்க தாங்கியொன்றின்மீது ஓய்வாயிருக்கும் பொருட்டுக் குற்றிகள் B, C ஒவ்வொன்றும் குறுக்கே துளைக்கப்பட்டிருந்தன.

ஊசலின் தாங்கி வார்ப்பிரும்பாலான முண்டித்த கூம்பகமொன்றாகும். உயர்வெற்றிடத்தினுள்ளே ஊசல் அடைக்கப்பட்டிருந்தது ; மக்கிளொளட் மானியொன்றையும் பிரானிமானியொன்றையும் பயன்படுத்தி எச்சவழக்கம் அளக்கப்பட்டுள்ளது, ப. 824 ஐயும் தொ.பக். ஐயும் ஒப். ஊசற் கோலின் சராசரி வெப்பநிலையைத் துணிவதற்கு மூன்று பிளாற்றினத்தடை வெப்பமானிகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. 0.0002 செக்கன் திருத்தத்துடன் நேரத்தை அளப்பதற்குத் திட்டமான நேரப்பதிகருவியொன்று இருந்தது. அளக்கவேண்டிய எந்த நேரவிடையின் தொடக்கத்திலும் அதன் ஈற்றிலும் தேவைப்படும்பொழுது ஒரு குறுகிய காலத்திற்குத் தொழிற்படுமாறு செய்யக்கூடிய மின்னூபகரணமொன்று அன்றுவரை முடியாத குறுகிய காலத்தினுள் சராசரி ஆவர்த்தன காலத்தின் பெறுமானமொன்றை மிகுபார் திட்டத்துடன் பெறுவதற்கு உதவிற்று.

கத்தியோரம் வல்லுருக்காலானது ; பல அத்தகைய ஓரங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன ; மிகக்கூரானதின் ஆரை  $20 \mu$  (0.0008 அங்.) இற்குக் குறைவாகவே இருந்தது.  $g$  யின் தோற்றப் பெறுமானங்கள், அ-து.  $g_p$  ஆனது  $p$  வின் பெறுமானத்துடன்

$$g_p = g_{p=0} [1 + 0.65p \times 10^{-7}]$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தொடர்புபடுத்தப்பட்டிருக்கின்றன எனக் கிளாக் கண்டார் ; இங்கு,  $p$  ஆனது மைக்கிரன்களில் கத்தியோரத்தின் வளைவாரை. மேற்படி சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி  $g_{p=0}$  என்பதற்குப் பெறுமானம் துணியப்பட்டது.  $p$  வுடன்  $g$  யின் கூடுதலானது கத்தியோரம், தளம் என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள உராய்வால் நேரிடும் புறமாற்ச சக்திநட்டத்தால் ஆகிறது எனக் கிளாக் கருதுகிறார்.

வெப்பநிலை மாறுவதால் கோலின் நீளத்தில் உண்டாகும் மாற்றம், பூச்சிய வீச்சத்தினின்றும் விலகல், ஆவர்த்தன காலத்தில் எச்ச வளி அழுக்கத்தாலான விளைவு, நியமக் கடிகாரத்தின் ஓட்ட வீதத்தினுள்ள சீரின்மை என்பவற்றையிட்டுத் திருத்தங்கள் செய்யப்பட்டுள்ளன.

அலைநீள ஒப்பீட்டுமரணி ஒன்றைப் பயன்படுத்திப் பரல் (Barrell) என்பவர் ஊசலின் நீளத்தை அதாவது  $(r_1 + r_2)$  என்பதை அளந்துள்ளார், தொ. III ப. 556 ஐ ஒப் ; 0.36 சமீ. விட்டமுடைய உருக்குக் கம்பித் துண்டொன்றில் ஊசலைக் கிடையாகச் சமநிலைப்படுத்தி  $r_1, r_2$  என்பவற்றின் பெறுமானங்கள் துணியப்பட்டுள்ளன ; இக்கணிப்புகளில், ப. 183 ஐ. ஒப்., பயன்படுத்தப்பட்ட சமன்பாடு

$$\frac{8\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{r_1 + r_2} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{r_1 - r_2}$$

இலுள்ள கடைசி உறுப்பானது,  $(r_1 + r_2)$  ஐக் கொண்டுள்ள உறுப்பைக் காட்டிலும் மிகச் சிறிதாதலின் மேற்படி தூரங்களைப் போதிய திருத்தத் துடன் அளப்பதற்கு உருக்காலான மீற்றர் அளவிடையொன்று பயன்பட்டது.

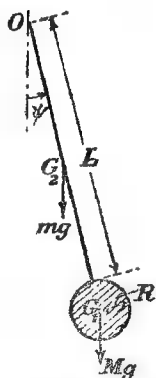
$$g \text{ தே. பெள. ஆ.} = 981.1815 \text{ சமீ. செக்.}^{-2}$$

எனக் கிளாக் கண்டுகொண்டார்; இதில், நிகழ்தகு வழு  $\pm 1.6$  மி.கல். ஆகும், ப. 208 ஓப். மீளதன்மையையிட்டுக் கிளாக் பிரயோகித்த திருத்தம் பிழையான குறியுடன் இருந்தபடியால் யெஃபிரீஸ் (Jeffreys) என்பவர் அதை மீண்டும் கணித்து,

$$g \text{ தே. பெள. ஆ.} = 981.1832 \text{ சமீ. செக்.}^{-2} \\ = 981183.2 \text{ மி.கல்.}$$

எனத் தெரிவித்துள்ளார்.

1946 இற்குப் பின்னர் அஜெலெற்ஸ்க்கி (Ageletski), ஏகோரோவ் (Egorov) ஆகியோர் உருகிய சிலிக்காவாலான மூன்று ஊசல்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளனர்; அவர்களின் முடிவுகள் கிளாக் என்பாரின் முடிவுகளுடன் நன்கு ஒத்திருக்கின்றன.



படம் 5.11. ஐவனோவின் நீண்ட ஊசல்.

**நீண்டஊசல்.**— நீண்டஊசலொன்றின் தாங்கி மீதுள்ள விசைகளாற் செய்யப்படும் வேலையானது தொகுதியின் முழுசக்தியைக் காட்டிலும் மிகச்சிறிது எனபதே அவ்ஊசல் முறையின் தத்துவமாகும். 1936 இல், ஐவனோவ் (Ivanoff) என்பவர் 20 மீ., 30 மீ. நீளங்களைக் கொண்ட ஊசல்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். கம்பியின் திணிவு  $m$  இற்கான திருத்தத்தைச் செய்யும்பொருட்டுப் படம் 5.11 ஐக் கருதுக; நீளம்  $L$  கொண்ட கம்பியின் முனையில் விட்டம்  $2R$  உம் திணிவு  $M$  உம் கொண்ட கோள மொன்று தாங்கப்பட்டிருப்பதை இப்படம் காட்டுகிறது;  $G_1$  உம்  $G_2$  உம் முறையே கோளம், கம்பி ஆகியவற்றின் மையப்போலிகள் ஆகும். தொங்கற் புள்ளி  $O$  எனின்,  $O$  ஊடாகவும் வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள கிடைச்சொன்று பற்றி தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$M \left[ \frac{2}{5} R^2 + (L + R)^2 \right] + m \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{L}{2} \right)^2 + \left( \frac{L}{2} \right)^2 \right] = I \text{ என்க.}$$

ஊசலின் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து அதன் சிறு கோணப் பெயர்ச்சி  $\psi$  எனின், இயக்கச் சமன்பாடானது

$$\left[ M \left\{ \frac{2}{5} R^2 + (L + R)^2 \right\} + m \frac{1}{3} L^2 \right] \ddot{\psi} + \left\{ m \frac{L}{2} + M(L + R) \right\} g \psi = 0;$$

எனவே, இயக்கம் எளிய இசையானது ; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(L+R) + \frac{2}{5} \frac{R^2}{L+R} + \frac{m}{M} \cdot \frac{L^2}{3} \cdot \frac{1}{L+R}}{\left(1 + \frac{m}{2M} \cdot \frac{L}{L+R}\right)g}}$$

எனவே, எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் ! ஆனது

$$\begin{aligned} l &= \frac{L+R + \frac{2}{5} \frac{R^2}{L+R} + \frac{m}{M} \cdot \frac{L^2}{3} \cdot \frac{1}{L+R}}{1 + \frac{m}{2M} \cdot \frac{L}{L+R}} \\ &\simeq \left[ (L+R) + \frac{2}{5} \cdot \frac{R^2}{L+R} + \frac{m}{M} \cdot \frac{L^2}{3} \cdot \frac{1}{L+R} \right] \left[ 1 - \frac{m}{2M} \cdot \frac{L}{L+R} \right] \\ &= L+R + \frac{2}{5} \cdot \frac{R^2}{L+R} + \frac{m}{M} \left[ \frac{L^2}{3(L+R)} - \frac{L}{2} - \frac{1}{5} \cdot \frac{R^2 L}{(L+R)^2} \right] \\ &= \dots + \frac{m}{M} \left[ \frac{1}{3} (L-R) + \frac{R^2}{3(L+R)} - \frac{1}{2} L - \frac{1}{5} \frac{R^2 L}{(L+R)^2} \right] \\ &= \dots - \frac{m}{M} \left[ \frac{3L-2L+2R}{6} - R^2 \left\{ \frac{5(L+R)-3L}{15(L+R)^2} \right\} \right] \\ &= \dots - \frac{m}{M} \left[ \frac{L+2R}{6} - \frac{2}{15} \frac{R^2(L+\frac{1}{2}R)}{(L+R)^2} \right] \\ &= L+R + \frac{2}{5} \cdot \frac{R^2}{L+R} - \frac{m}{M} \left[ \frac{L+2R}{6} - \frac{2}{15} \cdot \frac{R^2}{L+R} \right]. \end{aligned}$$

இப்பரிசோதனைகளின்போது கம்பியானது தாங்கியுடன் விறைப்பாக இறுக்கப்பட்டிருந்தது ; எனவே கம்பியின் மீள் தன்மைக்குரிய திருத்த மொன்றைப் பிரயோகித்தல் வேண்டும். ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்திற்குச் சமனான சுயாதீனமான காலமுடைய கத்தியோரமொன்று பியோ (Biot) என்பவரால் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது ; அவரது உபகரணத்தை இங்கு பயன்படுத்தியிருந்தால் திருத்தம் பெரிதும் குறைக்கப்பட்டிருக்கும். இனிக் கம்பியோரமாகத் தொங்கும் அளவுநாடாவொன்றால்,  $10^6$  இல் 1 என்னும் திருத்த வரிசையில், தூரம்  $L$  ஐ அளத்தல் முடியும் ; ஆனால், இதன் பொருட்டுக் கம்பியின் சராசரி வெப்பநிலையை  $0.1^\circ$  ச. திருத்தத்துடன் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும். நீர் சுற்றி ஓடுகின்ற இரட்டைச் சுவருடைய குழாயொன்றினுள் ஐவனோவால் பயன்படுத்தியுள்ள ஊசலானது ஏற்றப் பட்டிருந்தது. கோளங்கள் காந்தமல்லாதவையாக இருந்தன ; ஆனால், தப்பாக உருக்குக் கம்பி பயன்படுத்தப் பட்டிருந்தது ; எனவே, காந்தப்



புலமொன்றில் அக்கம்பி இருப்பதால் உண்டாகின்ற சிறு விசைகள் எவ்வகையிலும் புறக்கணிக்கத்தக்காத வழக்களைப் புகுத்தியிருக்கக்கூடும்.

$$\text{|| லெனின்கிராட்} = 981 \cdot 928 \text{ கல்.}$$

என ஐவனோவ் கண்டார்.

**சுழலும் திரவ முறை.**—நிலைக்குத்தச்சொன்று பற்றி, சீரான கோண வேகம்  $\omega$  உடன் திரவமொன்று சுழலுங்கால் அதன் சுயாதீனப் பரப்பானது குவியத்தூரம்  $f$  கொண்ட சுற்றற் பரவளைவுருவை எடுக்கிறது என அதி. XII ப. 710 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது ; இங்கு,

$$f = \frac{g}{2\omega^2}.$$

இனி, மேற்படி பரப்பில் பரப்பிழுவையாலாகும் இடர் சிறிது எனவும் அது எல்லைக்கு அணித்தாயுள்ள கங்கணத்தில் மட்டுமே தோன்றும் எனவும் காட்டலாம். இச்செய்திகளை அறிந்திருந்த மேடி (Medi) என்பவர் மேலே விவரித்துக் கூறியுள்ளவாறு இரசம் சுழலும்பொழுது உண்டாகின்ற பரவளைவுருவினது பரப்பின் குவியத்தூரத்தை அளந்து அதிலிருந்து  $g$  யின் பெறுமானத்தைத் துணியத் திட்டமிட்டார். குவியத்தூரம் அனேகமாகப் 10 சமீ. வரிசையில் இருக்கும் ; இத்தகைய நீளத்தை  $10^6$  இல் 1 என்னும் திருத்தத்துடன் அளக்க முடிந்தபோதிலும் அவ்வளத்தலுக்குத் தேவையான தெளிவைக் குவியம் காணுமற் கொண்டிருக்கவும் கூடும். திட்டமிட்ட இப்பரிசோதனையில், இரசப் பரப்பின் கறைப்படுத்தலானது அதன் ஒழுங்கான புறவுருவக்கோட்டை அழிக்கலாம் ; எனவே, இங்கு புள்ளிக் குவியம் என்பது பொருந்தாது. **மைக்கெல்சன்** தலையீட்டுமானியைப் பயன்படுத்திக் குவியத் தூரத்தையும், தட்டின் அச்சுடன் பொருத்தியுள்ளதும் சுற்றொன்றிற்குப் 10,000 துடிப்புக்கள் தருகின்றதுமான துடிப்புப் பிறப்பாக்கியொன்றைப் பயன்படுத்திக் கோணவேகத்தையும் அளக்கத் திட்டமிடப்பட்டிருந்தது.

இம்முறையால் கிடைக்கப்பெற்ற திருத்தமான முடிவுகள் இன்னும் வெளியிடப்படவில்லை ; **வூட் (Wood)** என்பவர் (1909) முதன்முதலாகத் தெரிவித்தவாறு அங்குள்ள மற்றைப் பிரச்சினைகளை ஞாபகப்படுத்தினால் வெளியிடாதது வியப்பன்று. **வூட்** வானியற் தேவைகளையிட்டுச் சுழலுங் கிண்ணமொன்றிலிருந்த இரசத்தின் பரப்பைப் பயன்படுத்த முயன்றபோது சுழற்சி வேகத்தின் ஆவர்த்தன மாறல்களால் குவியமும் ஆவர்த்தன மாற்றம் அடைகிறது என்றும், இதன் காரணமாகக் கிண்ண ஓரங்களிலுள்ள ஒழுங்கினைகளிலிருந்து குற்றலைகள் தோன்றிப் பரவுகின்றன என்றும் கண்டுள்ளார். மேலும், சுழற்சியச்சு சரியாக நிலைக்குத்தாகவும் கிண்ணத்தின் அடிமட்டம் தட்டையாகவும் சரியாகக் கிடையாகவும் அமைந்திராவிட்டால் இரசத்தில் சுழலலையொன்று உற்பத்தியாகும் என்றும் **வூட்** கண்டுகொண்டார்.

பொருளொன்றின் சுயாதீன வீழ்வைப் பயன்படுத்தும் முறைகள்.— சுயாதீனமாக விழுகின்ற கோட்டுநியமமொன்றை உயர்வேக ஒளிப்பட முறையாற் பதிவுசெய்து  $g$  யின பெறுமானத்தைக் காணமுடியும் என வோலே (Volet) என்பவர் 1946 இல் தெரிவித்தார். ஒளிப்படக்குழம்பு பூசியுள்ள எளிய சட்டமொன்றைப் பயன்படுத்தி அம்முறையை ரீக்மான் (Rieckmann) என்பவர் செம்மையாக்கினார்; அளக்கப்பட்ட நேரங்களில் தோற்றுவிக்கப்படும் பளிச்சீடுகளால் பிரகாசிப்பித்த நுண்பிளவொன்றின் விம்பங்கள் இச்சட்ட மீது உண்டாக்கப்பட்டன. அதேபோல் பூசியுள்ள படிகக் கோலொன்றைப் பயன்படுத்தி மாட்சின்யாக் (Martsinyak) என்பவர் அதுபோன்ற ஆராய்வொன்றை நடாத்தினார்.

நீடிக்கும் நேரம்  $0.2 \mu$  செக். இலும் குறைவான பளிச்சீடுகளைக்கொண்ட விளக்குகள் கிடைக்குமாதலால் இப்பரிசோதனைகளிடத்து நேரவிடையைத் திட்டமாக வரையறுக்கலாம்; இவ்விளக்குகள் படிக அலையமொன்றால் ஆளப்பட்டுள்ளன. ஆயினும், தூரத்தை அத்தகைய திருத்தத்துடன் அளக்கமுடியுமா முடியாதா என்பது ஐயத்துக்குரியதாகும். மேலும், சட்டத் தின் வெப்பநிலையை அறிந்திருத்தல் வேண்டும். அல்லாமலும், புவியீர்ப்பு ஒழிந்த விசைகள் சட்டம் மீது பிரயோகிக்கப்படவும் கூடும்; இவை, காந்த, மின புலங்களில் சட்டத்தின் இயக்கத்தாலும் வளியிலிருந்தும் எழும்.

விழுஞ் சட்டத்தைப் பயன்படுத்தும் பரிசோதனைகளில் கீழ்வரும் குறைபாடுகள் உள. ஒளிப்படத் தட்டில் பிரகாசிப்பித்த பிளவின் இரு விம்பங்களும் சமமாகவும் நன்கு வரையறுக்கப்படும் இருப்பதில்லை; அத்துடன் தூரங்கள் தலையீட்டுமானியால் அளக்கப்படவுமில்லை. எனவே, தேசிய பெளதிக ஆய்கூடத்திலே, ரூக் என்பவர் கீழ்வரும் கருத்துக்களுக்கு இணங்குமுகமாகப் பரிசோதனைகளை நடாத்துகிறார்.

குண்டொன்று மேல்நோக்கி எறியப்படுக; தூரம்  $s$  ஆயிடையுள்ள இரு தளங்களைக் குண்டு கடக்கும் நேரங்கள் அளக்கப்படுக. தாழ்ந்த தளத்துக்குக் குறுக்கே மேலும் கீழுமாக அடுத்தடுத்து நிகழும் கடப்புக்களின் கால இடை  $\Delta t_1$  ஆகுக. மேற்றளத்திறகு அதற்கு ஒத்தகால இடை  $\Delta t_2$  ஆகுக. குண்டின் ஓய்வுக் கணநிலையானது மேற்றளம் குறித்து உயரம்  $s_0$  இல் இருக்குமாயின்

$$s + s_0 = \frac{1}{2}g[\Delta t_1]^2,$$

$$s_0 = \frac{1}{2}g[\Delta t_2]^2.$$

$$\therefore g = \frac{8s}{(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2}.$$

உண்மையில், இம்முறையானது இரு முதன்மையான நயங்களை உடையதாகும்.

(1) தளமொன்றைப் பந்து மேலும் கீழுமாக ஒரே வேகத்துடன் கடக்கிறபடியால்  $\Delta t$  ஆனது சமதிட்டத்துடன் தோன்றும் இரு நிகழ்ச்சிகளின் கால வித்தியாசமாகும்.

(2) தூரத்தை வரையறுக்கும் தளங்கள் நிலையானவை ; அவற்றின் இடையீட்டைத் தலையீட்டு மானியால் அளக்கமுடிகின்றது.

கோளம் பிசுபிசுப்பு ஊடகமொன்றில் இயங்குகிறபடியால் அதன்பாலுள்ள விளைவை ஆராயும்பொருட்டுக் கீழ்முகமாக அளந்துள்ள தூரங்கள்  $x$  என்பதால் குறிக்கப்படுக. பிசுபிசுப்பால் ஆகும் விசையானது வேகத்துடன் நேர் விசிதசமமாயிருக்குமாயின், கீழ்முகமான இறக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடு

$$m\ddot{x} = mg - kx,$$

அல்லது

$$\ddot{x} + \alpha x = g;$$

இங்கு  $k$  யும்  $\alpha$  வும் மாறிலிகள் ஆகும். நேரம், உயரம் ஆகியவற்றின் உற்பத்தியானது கடவையின் உயர்வான புள்ளியில் எடுக்கப்படுக; அதாவது  $t=0$ , ஆகுமிடத்து,  $\dot{x}=0$ ,  $x=0$ .

$\dot{x}=v$  என எழுத,

$$v + \alpha v = g.$$

எனவே, அடுக்கு  $\int \alpha v dv =$  அடுக்கு  $\alpha x$  என்பதைத் தொகையீட்டுக் காரணியாகப் பயன்படுத்த,

$$v = \text{அடுக்கு } (-\alpha t) \left[ \frac{g}{\alpha} \text{ அடுக்கு } \alpha t - \frac{g}{\alpha} \right].$$

இங்கு, தொகையீட்டு மாறிலியானது  $-\frac{g}{\alpha}$  அடுக்கு  $(-\alpha t)$  ஆகும்.

மீண்டும் தொகையிட,

$$x = \frac{g}{\alpha^2} \text{ அடுக்கு } (-\alpha t) + \frac{gt}{\alpha} + B;$$

இங்கு,  $t=0$ ,  $x=0$  இல் ஆகுமிடத்து  $B = -\frac{g}{\alpha^2}$  ஆதலால்.

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{g}{\alpha^2} \left\{ \text{அடுக்கு } (-\alpha t) - 1 \right\} + \frac{gt}{\alpha} \\ &= \frac{g}{\alpha^2} \left\{ -\alpha t + \frac{\alpha^2 t^2}{2!} - \frac{\alpha^3 t^3}{3!} + \dots \right\} + \frac{gt}{\alpha} \\ &= g \left\{ \frac{t^2}{2!} - \frac{\alpha t^3}{3!} + \frac{\alpha^2 t^4}{4!} - \dots \right\} \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

வெற்றிடத்தில், பொருளானது தூரம்  $x$  ஐ இறங்குவதற்குத் தேவைப்படும் நேரம்  $t_0$  ஆகுக; அதாவது  $t_0 = \sqrt{\frac{2x}{g}}$ ; மேலும், பிசுபிசுப்பைச் சிறிதளவில் உடைய ஊடகமொன்றில் அதே இறக்கத்துக்கான நேரம்  $t_0 + \tau$  ஆகுக.  $\alpha$  சிறிதாயின்  $\tau \ll t_0$ . (i) இல் பிரதியிட,

$$\frac{1}{2}gt_0^2 = g \left\{ \frac{1}{2}(t_0 + \tau)^2 - \frac{1}{6}\alpha(t_0 + \tau)^3 + \dots \right\},$$

இரண்டாம் வரிசையில்  $\tau$  வையும்  $\tau$  வையும் கொண்டுள்ள உறுப்புக்களைப் புறக்கணித்தால்

$$\frac{1}{2}gt_0^2 = g\left\{\frac{1}{2}(t_0^2 + 2t_0\tau) - \frac{1}{6}\alpha_0^3\right\}$$

அல்லது, 
$$\tau = \frac{\alpha_0^2}{6}.$$

எனவே, 
$$t_0 + \tau = t_0 \left(1 + \frac{\alpha_0}{6}\right).$$

அதுபோலவே, ஏற்றத்தின்போது இயக்கச் சமன்பாடு

$$\ddot{x} = -g - \alpha$$

ஆகும்; இங்கு  $x$  மேல்முகமாக அளக்கப்படுகிறது;

அதாவது  $x = -z + A$ ; இங்கு  $A$  ஒரு மாறிலி. எனவே

$$\ddot{x} - \alpha = g;$$

ஆகவே, ஏற்றத்திற்கான நேரம் அண்ணளவாய்

$$t_0 \left(1 - \frac{\alpha_0}{6}\right)$$

ஆகிறது.

எனவே,  $\alpha$  ஆனது முதல் வரிசையிற் படுமாயின், பறப்புக்கான முழுநேரம்

$$2 \left(\frac{2x}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ஆகும்; இது  $\alpha$  வைச் சாராது; தணித்தல் சிறிதாதலின் என்க.

உயரத்துடன் புவியீர்ப்பின் மாறலை ஆராயும்பொருட்டு,  $t$  யிற்கும்  $x$  இற்கும் முன்னர்போலவே உற்பத்தியை எடுத்து,  $x = 0$  ஆகுமிடத்து புவியீர்ப்புச் செறிவின் பெறுமானம்  $g$  எனக் கொள்ளின், ஆழம்  $x$  இல் அதன் பெறுமானம்

$$g + \beta x$$

ஆகும்; இங்கு,  $\beta$  ஆனது  $0.309$  மி.கல்.மீ.<sup>-1</sup> அல்லது  $0.31 \times 10^{-8}$  சமீ.செக்.<sup>-2</sup> மீ.<sup>-1</sup>, அதாவது  $0.31 \times 10^{-8}$  செக்.<sup>-2</sup> ஆகும். எனவே,

$$\ddot{x} = g + \beta x$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டுக்கு, அதாவது

$$\ddot{x} - \beta x = g$$

என்பதற்குத் தீர்வுகாண வேண்டியதாகின்றது.

மூலி ஆனது

$$x = A \text{ அகோசை } (\beta^{\frac{1}{2}}t + \phi)$$

ஆகும்; இங்கு,  $A$  யும்  $\phi$  யும் மாறிலிகள் ஆகும்: அதேநேரம்,

குறிப்பிட்ட தொகையீடானது

$$\frac{g}{D^2} - \beta = -\frac{g}{\beta}. \quad [\text{ப. 39 ஐ ஒப்.}]$$

$t=0$  ஆகுமிடத்து  $\dot{x}=0$  ஆதலின்  $\dot{\phi}=0$ ; மேலும்  $t=0$  ஆகுமிடத்து

$x=0$  ஆதலின்  $A=\frac{g}{\beta}$ . எனவே, பொருத்தமான தீர்வானது

$$x = \frac{g}{\beta} \cdot \text{அகோசை } \beta t - \frac{g}{\beta} \quad \dots\dots\dots(ii)$$

புவியீர்ப்புச் செறிவின மாறலைக் கருதுமிடத்து, இச்சமன்பாட்டில் இறக்கத் திற்கான நேரம்  $t_0+t'$  ஆகுக.  $t' \ll t_0$  உம்  $\beta \ll g$  உம் ஆனபடியால், (ii) இல்  $t=t_0+t'$  எனப் பிரதியிட,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}gt_0^2 &= \frac{g}{\beta} \left\{ \frac{\beta(t_0+t')^2}{2!} + \frac{\beta^2(t_0+t')^4}{4!} + \dots \right\} \\ &\doteq g \left\{ \frac{1}{2}(t_0+2t_0t') + \frac{1}{24}\beta t_0^3 \right\}; \end{aligned}$$

இங்கு,  $\beta, t'$  என்பவற்றை இரண்டாவது வரிசையில் கொண்டுள்ள உறுப்புக்கள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன.

$$\therefore t_0t' \doteq -\frac{1}{24}\beta t_0^3 \quad \text{அல்லது} \quad t' \doteq -\frac{\beta t_0^3}{4!}.$$

$$\therefore t_0+t' = t_0 \left( 1 - \frac{\beta t_0^2}{4!} \right).$$

அதுபோலவே, மேல்முகமான பறப்புக்குத் தேவைப்படும் நேரமும்  $t_0+t'$  ஆகிறது. எனவே,  $\beta$  வின் முதல் வரிசையைப் பொறுத்தமட்டில், பறப்புக்கான நேரம்

$$\Delta t = 2t_0 \left( 1 - \frac{\beta t_0^2}{24} \right) = 2 \sqrt{\frac{2x}{g}} \left( 1 - \frac{\beta x}{12g} \right).$$

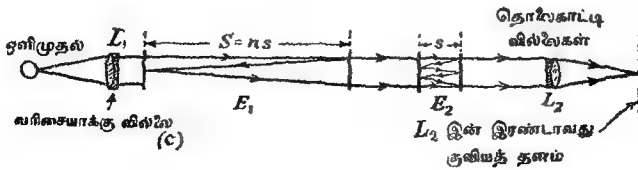
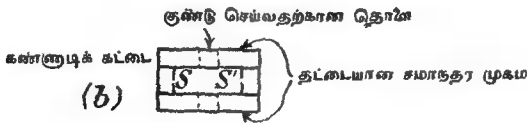
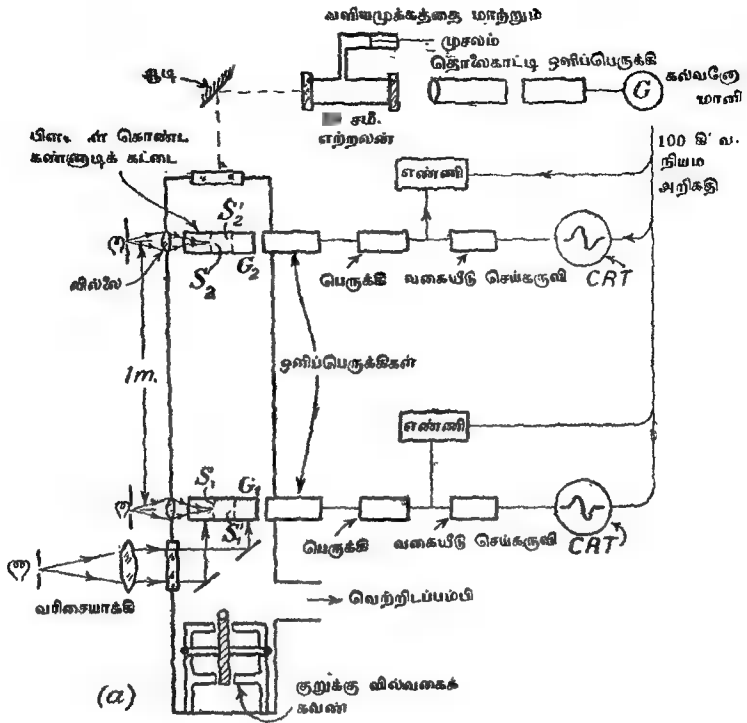
$$\therefore (\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2 = \frac{8(x_1 - x_2)}{g} \left\{ 1 - \frac{\beta}{g} \cdot \frac{x_1 + x_2}{6} \right\};$$

அதாவது, புவியீர்ப்புச் செறிவுக்கெனத் துணியப்பட்ட பெறுமானம் கடவையின் உச்சத்திலிருந்து தூரம்  $\frac{1}{6}(x_1+x_2)$  கீழேயுள்ள புள்ளியை ஒத்திருக்கிறது.

பரிசோதனைக்கு உகந்த பொருள் குண்டு மட்டுமே; ஏனெனில், குண்டை மேல்முகமாக எறிந்தபொழுது அதற்கு அளிக்கப்பட்ட எந்தச் சுழற்சியும் மாட்டேற்றுத் தளங்களை அது கடக்கும்போது எடுக்கப்படும் நோக்கல்களைப் பாதிக்கமாட்டாது. எனவே, காந்த, மின புலங்களாலாகும் விசைகள் புறக் கணிக்கத்தக்க அளவில் இருக்கும்பொருட்டு மிகுதர் பண்புடைய ஒளியியற் கண்ணாடியாலான குண்டே பயன்படுத்தப்படுகிறது; தளமொன்றைக் குறித்துக் குண்டின் மையத்தின் நிலையை  $1\mu$  விலும் மேலான திருத்தத் துடன் உணரும் பொருட்டுக் கீழ்வரும் முறை கையாளப்பட்டது.

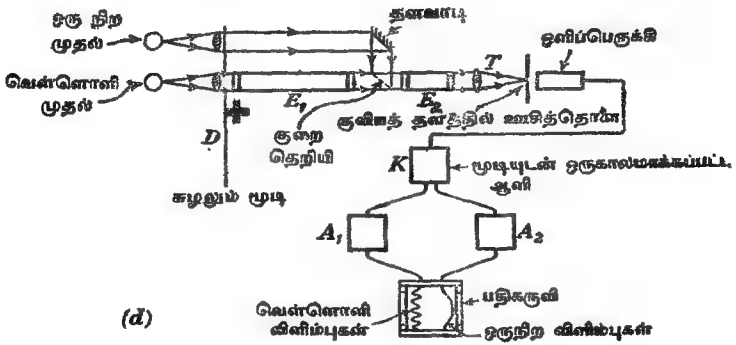
ஆய்கருவியின் அடிப்படையான பகுதிகள் படம் 5·12 (a) இல் காட்டப்பட்டுள்ளன ; இந்நூலின் முகப்புப் பக்கத்துக்கு எதிரேயுள்ள படத்தில் விவரங்கள் இன்னும் தரப்பட்டிருக்கின்றன.  $G_1$  உம்  $G_2$  உம் கண்ணாடிக் குற்றிகள் ஆகும் ; அவற்றிற்கு எதிர்த்தாற்போலுள்ள முகங்கள் சரியாகச் சமாந்தரமாகவும் கிடைபாகவும் இருக்கின்றன ; அமமுகங்களிடையேயுள்ள தூரம் தலையீட்டுமானி முறைப்படித் துணியப்படுகிறது. அக்குற்றிகளுள் ஒன்று படம் 5·12 (b) யில் அதிக விவரத்துடன் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. S உம் S' உம் நுண்ணிய பிளவுகள் ஆகும் ; அவை அமைந்திருக்கும் தளத்தைக் கண்ணாடிக் கோளம் தாணடுங்காலே, பிளவுகளுக்கிடையே அது சமச்சீராக இருக்கும் நேரத்திலே, S இன் விம்பம் S' மீது குவியச் செய்யப்படுகிறது. இவ்வண்ணம், இரண்டாவது பிளவுக்குப் பின்னால் வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஒளிப்பெருக்கியொன்றில் ஒளிப் பளிச்சிடொன்று படுகிறது ; ஒளிப்பெருக்கி அடுத்தடுத்துத் தருகின்ற அறிகுறிகளின் காலவிடை அளக்கப்படுகின்றது. இதன் பொருட்டு ஒளிப்பெருக்கியிலுள்ள மின்னோட்டம் பெருக்கப்பட்டு, 100 கிலோவாட்டம் செக்.<sup>-1</sup> நியம நிகழ்வெண் அறிகுறிப் பிறப்பாக்கியொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் குறித்து எண்ணியொன்றில் அக்காலவிடை அளக்கப்படுகிறது. பறக்கும் அதன் கோளமே இந்நியம அலையத்தைத் தொடக்கியும் நிறுத்தியும் வைக்கிறது. பறப்பின் தொடக்கத்திலும் முடிவிலும் உள்ள ஆவர்த்தன காலத்தின் பின்னத்தைக் கோளத்தினால் அளக்கும் பொருட்டு கதோட்டுக் கதிர்க்குழாயொன்றுடன் இணைக்கப்பட்ட வகையீட்டுச் சுற்றொன்று பயன்படுத்தப்படுகிறது ; இங்கு சுற்றானது, முதன்மை வளையியிலுள்ள உயர்வுகளின் பெறுமானங்கள் வகையீட்டு வளையியில் பூச்சியமாகுமாறு உள்ளது. உயாவுநிலைகளைக் காட்டிலும் பூச்சிய நிலைகளாகிய இவற்றையே திருத்தத்துடன் காணமுடியும்.

குறுக்கு வில் வகையான கவண ஒன்றைப் பயன்படுத்தி உயர்வெற்றிடத்தில் கோளத்தின் பறப்புத் தொடக்கி வைக்கப்படுகிறது. வெப்பநிலை மாற்றத்துக்கான எல்லாத் திருத்தங்களையும் நீக்கும்பொருட்டு  $G_1$ ,  $G_2$  என்பவற்றின் எதிர்த்தாற்போலுள்ள முகங்களின் இடைத்தூரமானது கோளம் பறக்கும் காலேயே அளக்கப்படுகிறது. இதன் பொருட்டு, 20 சமீ. எற்றலன் ஒன்றிலுள்ள ஒளியியல் பாதையில் இவ்விடைதூரம் உணர்த்தப்படுகிறது. இங்கு அபங்கியுள்ள தத்துவத்தை விளங்கும்பொருட்டு, குறைத் தெறிப்புப் பரப்புக்களைக் கொண்ட இரு சோடித் தட்டுக்கள படம் 5·12 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன எனக் கொள்க ; இங்கு, ஒரு சோடித் தட்டுக்களின் ஆயிடை S ஆனது மறறைச சோடியின் ஆயிடை S இன் ஒரு சிறு மடங்கு n ஆகும். நேர்வரிசையாக்கப்பெற்ற ஒளிக் கற்றையொன்று தட்டுக்கள் மீது செங்குத்தாகப் படும்பயின், முதற் சோடியில் இருமுறை தெறிக்கப்படுகின்ற ஒளியும் இரண்டாவது சோடியில் 2n முறை தெறிக்கப்படுகின்ற ஒளியும் ஒரேகால தாமதத்தை அனுபவிக்கின்றன. அவ்விரு கற்றைகளும் தலையீட்டு விளிம்புகளைத் தோற்றுவிக்கின்றன.

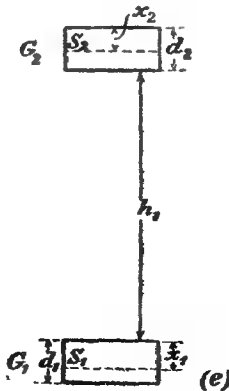


படம் 5-12. புவியீர்ப்புச் செறிவைத் தூணிவதற்குரிய குக்கின் திட்டமான முறை.

கின்றன; மேலும், இங்கு பாதைவேற்றுமை பெயரளவில் பூச்சியம் ஆதலால் வெள்ளொளியைப் பயன்படுத்தியும் விளிம்புகளைப் பெறமுடியும். இத்தகையனவே புறாஸ்ரரின் (Brewster) விளிம்புகள், தொகுதி III ப. 533 ஐ ஒப்; மேலும், தலையிடுகின்ற இரு கற்றைகளின் செறிவுகள் வேறுபடுகின்றபடியாலும் கறுப்பல்லாத பின்னணியிலே விளிம்புகளை நோக்க வேண்டியிருத்தலாலும் கண்ணால் பார்க்குமிடத்துச் சிலவேளைகளில் விளிம்புகளின் தோற்றம் தெளிவற்றதாகக் காணப்படுகிறது. குக், ரிச்சேட்சன், (Cook, Richardson) என்பவர்கள் (1959) விளிம்புகளை ஒளிமின்னியல் முறைப்படிச் சோதித்துள்ளனர்; அதே நேரத்தில் இங்கு தொடர்புள்ள பாதைவேற்றுமைகள் சரியான விசித்ததை அடையும் வரை சிறு எற்றலனிலுள்ள வளியின் அழுக்கத்தையும் அதன் விளைவாக அவ் வளியின் முறிவுக் குணகத்தையும் மாற்றி பரிசோதனையை நடத்தினர்.



(d)



(e)



பயன்படுத்தியுள்ள ஒளியியற்றொகுதியின் அடிப்படையான தத்துவங்கள் படம் 5.12 (d) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. பெரிய எற்றலனின் நீளம் 1 மீற்றர் ஆகும்; 20 சமீ. எற்றலனின் அச்சானது, நோக்குந் தொலை காட்டியின் குவியத் தளத்திலுள்ள 0.8 மிமீ. விட்டமுடைய ஊசித்தொளை யொன்றால் வரையறுக்கப்பட்டவாறு, அத்தொலைகாட்டியின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக இருந்தது. ஆரைச்சிறை வடிவமுள்ள தட்டையான மூடி D யைச் சுழற்றிப் படுவொளியானது 200 வட்டம் செக்.<sup>-1</sup> வீதத்தில் குழப்பப்பட்டது. ஊசித்தொளை வழியாகச் செல்லும் ஒளியானது ஒளிப் பெருக்கியொன்றில் பட்டது; இதன் பயப்பானது ஊசித்தொளையை அடையும் ஒளிச்செறிவுக்கு விகிதசமமான நேரோட்டமொன்றைத் தருமாறு பெருக்கிச் சீராக்கப்பட்டது. நியம அலைநீளத்தைக் குறித்துப் பெரிய எற்றலனின் நீளத்தை அளக்க இத்தொகுதியைப் பயன்படுத்த வேண்டுமாயின், ஊசித் தொளையில் மைய வெள்ளொளி விளிம்பு படுவதற்குத் தேவையான அழுக்கத்தில் இந்த நியம அலைநீளத் தின் தொடர்பில் சிறிய எற்றலனின் ஒளிப்பாதையைத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்; இதன்பொருட்டு, அழுக்கத்தை, வழுவானது மில்லிபாரொன் றின் ஆயிரத்தின் ஒருசில பங்குகளை மீறுதவாறு அளக்க வேண்டும். வெள்ளொளியைப் பயன்படுத்தி ஒப்பிடப்படும் அதே நேரத்தில் நியம அலைநீளத்தின் தொடர்பில் சிறிய எற்றலனின் நீளத்தை அளப்பதால் இத்தகைய கடினமான செயன்முறையானது தவிர்க்கப்படுகிறது; எனெ னில், சிறிய எற்றலனிற்குரிய தலையீட்டு வரிசையிலுள்ள முழுவெண்ணிற பகுதியைக் காண்பதற்கு மட்டுமே அழுக்கத்தின் பெறுமானம் தேவைப் படுகிறபடியால் அவ்வழுக்கத்தில் ஒரு மில்லிபார் அளவிலும் வழு இருக் கலாம்.

ஒளிமுதல்களை மறைக்கும் மூடியுடன் நேரவிசைவு செய்யப்பட்ட ஆளி K யினால் ஒளிப்பெருக்கியின் பயப்பு வாயிலானது பெருக்கிகள்  $A_1$ ,  $A_2$  எனபவற்றுடன் மாறிமாறித் தொடுக்கப்படுகின்றது; எனவே, ஒரு பெருக்கியின் பயப்பானது வெள்ளொளியின் செறிவுக்கும் மற்றைய தின் பயப்பு ஒருநிறவொளியின் செறிவுக்கும் விகிதசமமாகும். இரு பயப்புகளும் ஒரே நேரத்தில் பதிவுசெய்யப்படுகின்றன; வளியின் அழுக் கத்தை மிகு திட்டமாக அறியவேண்டாது, இவ்விணைந்த பதிவிலிருந்து மைய வெள்ளொளி விளிம்புக்கொத்த ஒருநிறவொளித் தலையீட்டு வரிசையைக் காணமுடிகின்றது.

பிளவுகள் அமைந்திருக்கின்ற கிடைத் தளங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தை நேராக அளக்க முடியாது; எனவே, கீழ்த்தரப்பட்ட செயன் முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. குற்றிகள்  $G_1$ ,  $G_2$  என்பவற்றின் அண்ணிய பரப்புக்களிடையேயுள்ள தூரம்  $h_1$  ஆகும்; இதுவே படம் 5.12 (e) யில் உள்ளவாறு குற்றிகள் அமைந்திருக்கும்பொழுது தலையீட்டுமானி முறை யால் அளக்கப்படும் தூரமாகும். அப்பொழுது, குற்றிகளின் தடிப்புகள்  $d_1$ ,  $d_2$  எனவும், அவற்றிற்கொத்த குற்றிகளின் மேற்பரப்புக்களிலிருந்து

பிளவுகளின் தூரங்கள்  $x_1, x_2$  எனவும் ஆயின்,

$$s_1 = h_1 + x_1 + (d_2 - x_2);$$

இங்கு  $s_1$ , பிளவுகளிடையேயுள்ள நிலைக்குத்தான தூரமாகும்.

$G_1$  தலைகீழாக்கப்பட்டபோது பிளவுகளிடையேயுள்ள தூரம்  $s_2$  ஆகிறது என்க; இந்நிலையில் இரு குற்றிகளின் அணித்தாயுள்ள பரப்புக்களின் இடைத்தூரம்  $h_2$  எனின

$$s_2 = h_2 + (d_1 - x_1) + (d_2 - x_2);$$

$G_2$  உம் தலைகீழாக்கப்பட்டால்

$$s_3 = h_3 + (d_1 - x_1) + x_2.$$

ஆனால்,  $G_1$  அதனது தொடக்கத் தானத்தை மீண்டும் அடைய  $G_2$  மட்டுமே தலைகீழாக்கப்பட்டால்

$$s_4 = h_4 + x_1 + x_2.$$

$$\therefore s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 4\bar{s} \quad (\text{என்க})$$

$$= h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + 2d_1 + 2d_2,$$

அதாவது

$$\bar{s} = \bar{h} + \frac{1}{2}(d_1 + d_2);$$

இங்கு,

$$4\bar{h} = h_1 + h_2 + h_3 + h_4.$$

இனி,  $s, \Delta t_1, \Delta t_2$  என்பவற்றில்  $g$  ஐக் குறிக்க,

$$g[(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2] = 8s,$$

அதாவது  $g[(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2]$  இன் சராசரிப் பெறுமானம்]

$$= 8[s \text{ இன் சராசரிப் பெறுமானம்}]$$

$$= 8\bar{s}.$$

ஈற்றில் இச்சுத்திரத்திலிருந்தே  $g$  மதிப்பிடப்படுகிறது. இப்பரிசோதனைகளின் இறுதி முடிவு இன்னும் (பூலை, 1960) கிடைக்கவில்லை.

## புவியீர்ப்பு அளவைகள்

முகவுரையும் முன்னுளைய ஆராய்ச்சிகளும்.—புவியீர்ப்பு அளவையின் முதனமையான நோக்கானது கடல்மட்டப் பரப்பில் ஈர்ப்பைத் துணிதலாகும்; கடல்மட்டப் பரப்பு என்பது வற்றுப்பெருக்கு இல்லாதபோது சமுத்திரத்திற்கு எல்லையாக விளங்கும் பரப்பு என வரை விலக்கணம் கூறலாம். கிட்டத்தட்ட எல்லாக் கருவிகளும் நிலைய மொன்றிலுள்ள புவியீர்ப்புப் புலத்தின் நிலைக்குத்துக் கூறையே அளக்கின்றன; இந்நிலைக்குத்துக் கூறே  $g$  ஆல் குறிக்கப்பட்டுப் புவியீர்ப்பு என அழைக்கப்படுகிறது. மேலும் சிறு திருத்தங்கள் (ப. 222) செய்யப்பட்ட பின்னர் புவியீர்ப்பிலுள்ள தெளிவாகின்ற சிறு இடமாற்றங்களுக்கும் அளவை செய்யப்பட்ட பரப்பிற்குக் கிட்டத்தட்ட அடுத்துக் கீழேயுள்ள வரையறுக்கப்

பட்ட புவிச்சரித அமைப்புக்களுக்கும் இடையே மிக நெருங்கிய தொடர்பு உண்டு என இன்று நன்கு நிறுவப்பட்டிருக்கிறபடியால், கிடைக்கப் பெற்ற முடிவுகளிலிருந்து எவ்வாறு புவிப்பரப்பின் கீழ் சப்பொருள் பரம்பியிருக்கிறது என்பது பற்றிய ஆராய்ச்சியை நடாத்துவது இரண்டாவது நோக்காகும்.

இத்துறையில் முன்னர் ஈடுபட்டவர்கள் புறமாற்றத்தக்க ஊசல்களைப் பயன்படுத்திப் புவியீர்ப்பைத் தனி நிர்ணயஞ் செய்துள்ளனர். இன்று, புறமாற்றத்தக்க ஊசல்கள் பயன்படுத்தப்படும் பரிசோதனைகளைக் காட்டிலும் ஈர்ப்புமானிகள் என்னும் கருவிகள், சிறு புவியீர்ப்பு மாறல்களை மிகக் குறுகிய காலத்துள்ளும், தொல்லை பெரிதும் குறைந்த வழியிலும் துணியப் பயன்படுகின்றன.

கல்லும் மில்லிக்கல்லும் (Gal and milligal).—சில ஆண்டுகளாக 1 சமீ. செக்.<sup>-2</sup> பெறுமானமுள்ள ஆர்முடுகலானது ஒரு கல் என அழைக்கப்பட்டு வருகிறது. புவிப் பௌதிகவியலில், புவியீர்ப்புச் செறிவில் தோன்றும் சிறு வேற்றுமைகளை மில்லிக்கல் என்னும் அலகால் குறித்தல் வழக்காகும். எனவே,

$$1 \text{ மி.கல்.} = 10^{-3} \text{ கல்} = 10^{-3} \text{ சமீ.செக்.}^{-2}.$$

ஈர்ப்புமானிகள்.—புவியீர்ப்பில் காணப்படும் சிறு மாறல்களைத் துணியவதற்கு இன்று மூன்று அடிப்படையான கருவிவகைகள் உள் ; அவை முறையே இயக்கவியல், வாயுவழுக்க அல்லது நிலையியல் தத்துவங்களைப் பொறுத்துள்ளன. பிறகு, நிலையியல் ஈர்ப்புமானி வகையை இரு வகுப்புக்களாகப் பிரிப்பது வசதியாயிருக்கும். இவை, முறையே நிலையின்மையேற்றப்பட்ட வகுப்பு எனவும் நிலையின்மை ஏற்றப்படாத வகுப்பு எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. ஆரம்பத்தில் உறுதியற்ற, உறுதியுள்ள என்னும் சொற்களே வழக்கில் இருந்தன ; ஆனாலும், கருவியைப் பயன்படுத்த முடிவது அது உறுதியின்மையை அடையப்போகும் நேரத்திலேயேயன்றி அது உறுதியின்மை அடைந்தபின்னர் அன்று ; ஆதலால் மேலே கூறியுள்ள திட்டமிக்க சொற்களே கையாளப்படுகின்றன.

இயக்க ஈர்ப்புமானிகள்.—எல்லா ஊசல்களையும் இயக்க ஈர்ப்புமானிகளாகப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம் ; ஆனால் அவை புவியீர்ப்பிலுள்ள சிறு மாற்றங்களை உணரமாட்டா. இன்றைய இயக்க ஈர்ப்புமானிகள் பலவற்றில் ஹொல்வெக்-லெஜே (Holweck-Lejay) தலைகீழ் ஊசல் பயன்படுத்தப்படுகிறது ; அதன் அடிப்படைக் கொள்கை பின்வருமாறு.

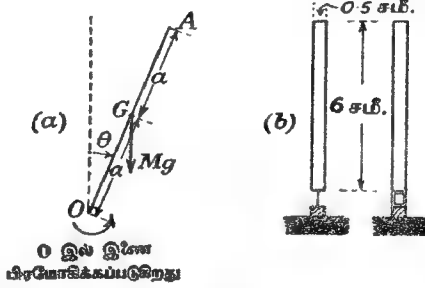
நீளம் 2a யும் திணிவு M உம் கொண்ட, விறைப்பானதும் சீரானதுமான கோல் OA யின் புவியீர்ப்பு மையம் G ஆகுக, படம் 5.13(a). கோல்மீது Cθ + D என்னும் இணையொன்று தாக்கும்பொழுது அக்கோலின் அச்ச நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கோணம் θ வையும் ஆக்குக ; இங்கு, C, D என்பன மாறிலிகள் ஆகும். θ வைக் குறைக்குமுகமாகவே இணையின் போக்கு அமைந்திருக்கிறது.

கோலானது சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது இணை  $C\theta_0 + D$  ஆகுக :  
அப்பொழுது

$$Mga \text{ சைன் } \theta_0 = C\theta_0 + D$$

இங்கு,  $\theta_0$  ஆனது  $\theta$  வின் சமநிலைப் பெறுமானமும்,  $g$  ஆனது புவியீர்ப்புச் செறிவும் ஆகும். ஆகவே,  $\theta_0$  சிறிது எனின்,

$$D = Mga \text{ சைன் } \theta_0 - C\theta_0 \\ = (Mga - C)\theta_0.$$



படம் 5-13. ஓர் இயக்க ஈர்ப்புமளவி.

சிறுகோண அலைவுகளுக்கு இயக்கச் சமன்பாடானது

$$I\ddot{\theta} = Mga\theta - (C\theta + D)$$

அல்லது

$$I\ddot{\theta} + (C - Mga)(\theta - \theta_0) = 0.$$

$$\ddot{\theta} = \frac{d^2}{dt^2} (\theta - \theta_0) \text{ ஆதலின் } \theta - \theta_0 = A \text{ சைன் } \sqrt{\frac{C - Mga}{I}} t$$

என்பது மேற்படி சமன்பாட்டின் தீர்வொன்றாகும் ; இங்கு,  $t=0$  ஆக  
மிடத்து  $\theta = \theta_0$  உம்  $A$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலியும் ஆகும். எனவே  
அலைவு, கிட்டத்தட்ட  $\theta = \theta_0$  ஆகவும்,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C - Mga}}$$

என்பதால் தரப்படும் ஆவர்த்தன காலத்துடனும் அமைகிறது. மடக்கை  
முறைப்படி வகையிட,

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{Ma}{C - Mga} \cdot \delta g \\ = \frac{1}{2} \frac{Mga}{C - Mga} \cdot \frac{\delta g}{g}.$$

எளிய ஊசலொன்றுக்கு

$$\frac{\delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\delta g}{g}.$$

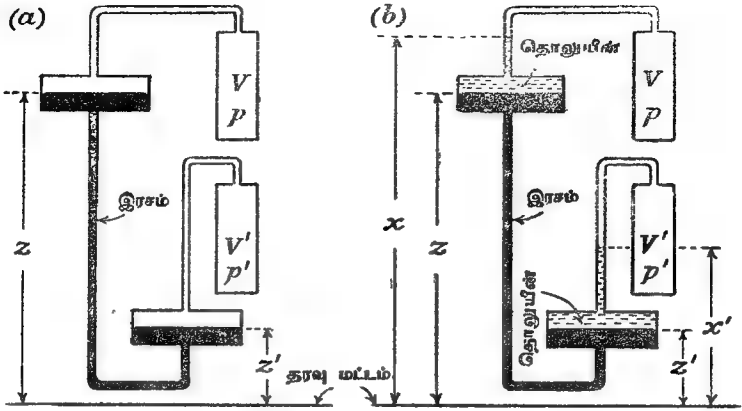
எனவே, தலைகீழ் ஊசலின் உணர்திறனானது, அதே ஆவர்த்தன காலம் உடைய எளிய ஊசலொன்றின் உணர்திறனின்  $\left| \frac{Mga}{C-Mga} \right|$  மடங்கு

ஆகும்.  $C-Mga \rightarrow 0$  ஆகும் வண்ணம், கோலைத் தாங்குகிறதும் அது பெயர்க்கப் பட்டபோது அதன்மீது இணையொன்றை உற்றுக்கின்றதுமான அடரின் மீள்தன்மை மாறிலிகளைத் தக்கவாறு தெரிந்தெடுத்து இவ்விதி தத்தை மிகப் பெரிதாக்க முடியும். இருந்தாலும், நடைமுறையில்,  $C-Mga$  யை மிகச் சிறிதாக ஆக்கமுடியாது; ஏனெனில், அப்பொழுது அடரானது அவ்வளவு மெல்லியதாகிறபடியால் அதில் திருகலொன்று எளிதில் உண்டாகக்கூடும்; அந்நிலையில் கோலின் இயக்கமானது ஒரு போதும் எளிய இசையாக இருக்க முடியாது.

லெஜே அவர்கள் மேற்படி பின்னம் 200 என்னும் பெறுமானத்தை மீறலாகாது எனக் கண்டார்; அத்தகைய பெறுமானமொன்றிற்கு புவியீர்ப்பில் 1 மி. கல் மாற்றத்தை, அதாவது  $\frac{\delta g}{g} \approx 10^{-6}$  எனபதை உணரும் பொருட்டு, காலவிடை  $T_0$  என்பதில் அதற்கு ஒத்த மாற்றம்  $10^{-4} T_0$  உணர்ந்தாகவேண்டும். எனவே, காலவிடை 1000 செக் கன்கள் எனின், வேண்டிய திருத்தத்தைப் பெறும்பொருட்டு அக்கால விடையை 0.1 செக்கனை மீறத் திருத்தத்திற்கு அளந்தால் போதிய தாகும்.

**ஹொல்வெக் — லெஜே** ஆகியோர்களால் திட்டமிடப்பட்ட ஊசலானது நீளம் 6 சமீ. உம் விட்டம் 0.5 சமீ. உம் கொண்ட படிக்க கோலொன்றானது; அக்கோலானது, அதன் கீழ் முனையில், எலின்வாராலான மெல்லிய அடரொன்றால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. அடரின் அகலம் படிக்க கோலின் விட்டத்துக்குச் சமன்; ஆனால் அதன் தடிப்பு சமீ. ஒன்றின் ஆயிரத்தில் ஒரு சில பங்குகள் மட்டுமே. படம் 5.13 (b) ஆனது ஊசலின் இரு பக்கப் பார்வைகளைக் காட்டுகிறது; அவற்றுள் ஒன்று, எலின்வாராலான விலலடர் வளைந்திருக்கும் நிலையில், அது படிக்ககோலின் மீது ஓர் அலகு கோணப் பெயர்ச்சிக்குரிய இணையால் தாக்குவதைக் குறைக்குமுகமாக அவ்வடரின் ஒரு பகுதி நீக்கப்பட்டிருக்கிறது என்பதை வெளிப்படுத்துகிறது. படிக்க கோல் இரு பகுதிகளை உடையது; ஒன்று, கோலையும் பெரிய திணிவையுங் கொண்ட ஊசலின் முதன்மையான பகுதியாகும்; மற்றையது. ஈற்றில் ஊசலை நன்றாக வெறுமையாக்கிய கண்ணாடிக் குமிழொன்றினுள் அடைத்து வைக்குமுன் அதன் ஆவர்த்தன காலம் ஒரு பொருத்தமான பெறுமானத்தை அடையுமாறு செப்பஞ் செய்வதற்குரிய இலேசான பகுதியாக உதவுகிறது. இவ்வாறு செய்வதால் ஆவர்த்தன காலத்தைத் திருத்தமாக அளப்பதற்குப் போதிய நீண்டகால இடையூடாக ஊசலானது அலைய முடிகிறது.

நிலைமின்னாலாகும் விளைவுகளை நீக்கும்பொருட்டுப் படிக்கக்கோல் வெள்ளி மூலம் பூசப்பட்டு, ஊசல் பரடே உருளையொன்றினால் அமைந்திருக்கிறது.



படம் 5-14. ஹால்க் என்பவரின் வாயுவழுக்க ஈர்ப்புமானியின் கோட்பாடு.

புவியீர்ப்பின் பெறுமானங்கள் திருத்தமாகத் தெரிந்துள்ள இரு நிலையங்களிற் கருவியை நிறுவியும் அவ்வொவ்வொன்றிலும் ஆவர்த்தன காலங்களைக் கண்டும் அது நியமவளவாக்கப்படுகிறது. எனின்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C - Mg\alpha}}$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தை

$$g = g_0 - \frac{\alpha}{T^2}$$

எனவும் எழுதிக் கொள்ளலாம் ; இங்கு,  $g_0$  உம்  $\alpha$  வும் மாறிலிகள் எனவே, இரு நிலையங்களில் எடுக்கப்படும் நோக்கல்கள் கருவியை நியம வளவாக்குதற்குத் தகுதியுள்ளதாயிருக்கிற போதிலும் புவியீர்ப்பின் தனிப் பெறுமானங்கள் தெரிந்திருக்கும் வேறு நிலையங்களில் எடுக்கப்பட்ட நோக்கல்களைப் பயன்படுத்தி நியமவளவாக்கலைச் சரிபிழை பார்த்தல் எப்பொழுதும் அறிவுடைத்து.

**வாயுவழுக்க ஈர்ப்புமானிகள்.**—ஹால்க் (Hallck) என்பவரால், 1935 இல், திட்டமிடப்பட்ட வாயுவழுக்க ஈர்ப்புமானியில் புவியீர்ப்பாலாகின்ற விசையை எதிர்க்குமுகமாக வாயுவொன்றின் மீடினன் இயல்புகளைப் பயன்படுத்தி விசையொன்று பிரயோகிக்கப்படுகிறது. அக்கருவியின் தத்துவங்ளை நனகு உணரும்பொருட்டுக் கனவளவுகள் முறையே  $V$  யும்  $V'$  உமுடைய இரு கண்ணாடிப் பாத்திரங்களைக் கருதுவோம், படம் 5-14 (a) ஐ ஒப். ; அவற்றில்

அழுக்கமானது முறையே  $p$  யும்  $p'$  உமாக இருக்குமாறு வாயுவொன்று புகுத்தப்பட்டிருக்கிறது ; இரசம் நிரம்பியுள்ள குழாய்களின் தொடரொன்றால் அவை தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. தரவு மட்டமொன்றைக் குறித்து இரசப் பரப்புக்களின் உயரங்கள்  $z, z'$  ஆகுக ; வெப்பநிலையானது மாறாதது ஆகுக. அப்பொழுது, இரசத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  எனின்,

$$p + g\rho(z - z') = p'.$$

இதை வகையிட,

$$\delta p + g\rho(\delta z - \delta z') + \rho(z - z')\delta g = \delta p'.$$

$pV$  என்பது ஒரு மாறிலி ஆதலால்

$$\delta p = -\frac{p}{V} \delta V ;$$

$\delta p'$  இற்கும் இதுபோன்ற கோவையொன்று உண்டு. இரச நிரலின் மேல், கீழ் மட்டங்களில் உள்ள குழாய் ஒவ்வொன்றினதுங் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பு  $S$  எனின்,

$$\delta V = -S \delta z ; \quad \delta V' = -S \delta z'.$$

$$\therefore \frac{pS}{V} \delta z + g\rho(\delta z - \delta z') + \rho(z - z')\delta g = \frac{p'S}{V'} \delta z'.$$

$$\begin{aligned} \therefore \delta g &= \frac{1}{\rho(z - z')} \left[ \left( \frac{p'S}{V'} + g\rho \right) \delta z' - \left( \frac{pS}{V} + g\rho \right) \delta z \right] \\ &= \frac{g}{p' - p} \left[ \left( \frac{p'S}{V'} + g\rho \right) \delta z' - \left( \frac{pS}{V} + g\rho \right) \delta z \right]. \end{aligned}$$

அடுத்து, ஹால்க் ஒவ்வொரு இரசப் பரப்பு மீதும் அடர்த்தி  $\sigma$  கொண்ட தொலுயீனை வைத்துப் படம் 5-14 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு வாயுவுடன் தொடுகை வைத்திருக்கும் தொலுயீன் பரப்புக்கள் மயிர்த்துளைக் குழாய்களுள் இருக்குமாறு ஒழுங்கு செய்துள்ளார். தரவு மட்டத்தைக் குறித்து இப்பரப்புக்களின் உயரங்கள்  $x, x'$  ஆகவும், ஒவ்வொரு மயிர்த்துளைக் குழாயின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு  $s$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது,

$$p + g\sigma(x - z) + g\rho(z - z') = p' + g\sigma(x' - z').$$

$$\therefore \left\{ \begin{aligned} \delta p + \delta g \cdot \sigma(x - z) + g\sigma(\delta x - \delta z) \\ + \delta g \cdot \rho(z - z') + g\rho(\delta z - \delta z') \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} \delta p' + \delta g \cdot \sigma(x' - z') \\ + g\sigma(\delta x' - \delta z') \end{aligned} \right\}.$$

முன்னர்போலவே

$$\delta p = -\frac{p}{V} \delta V, \quad \delta p' = -\frac{p'}{V'} \delta V'.$$

மேலும்

$$\delta V = -s \delta x = -S \delta z,$$

$$\delta V' = -s \delta x' = -S \delta z'.$$

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} -\frac{p}{V} \delta V + \delta g \cdot \sigma(x-z) + g\sigma\left(1 - \frac{s}{S}\right)\delta x \\ + \delta g \cdot \rho(z-z') + g\rho \cdot \frac{s}{S}(\delta x - \delta x') \\ - \delta g \cdot \sigma(x'-z') - g\sigma\left(1 - \frac{s}{S}\right)\delta x' \end{array} \right\} = -\frac{p'}{V'} \delta V'.$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{p}{V} s \delta x - \frac{p'}{V'} s \delta x' + \delta g \{ \sigma(x-z) + \rho(z-z') + \sigma(x'-z') \} \\ = g \left[ \sigma \left( \frac{s}{S} - 1 \right) \delta x + \rho \cdot \frac{s}{S} (\delta x' - \delta x) - \sigma \left( \frac{s}{S} - 1 \right) \delta x' \right] \\ = g \left[ \sigma \left( \frac{s}{S} - 1 \right) - \rho \frac{s}{S} \right] (\delta x - \delta x'). \end{aligned}$$

$$\therefore \delta g = C \delta x - C' \delta x';$$

இங்கு, C, C' என்பன கருவி மாறிலிகளாம். மயிர்த்துளைக் குழாய்களைச் சாய்த்தால் கருவி உணர்வுமிக்கதாகின்றது; இருந்தபோதிலும் வழவானது 3 அல்லது 4 மி.கல். இற்குக் குறைவாக அரிதாய்த்தான் இருக்கும். எனினும் அது ஒரு மாபெரும் நயமாகும், அதாவது கடல்மீது புவியீர்ப் பில் மாற்றங்களைப் பதிவுசெய்யும் ஆற்றல் உடையது.

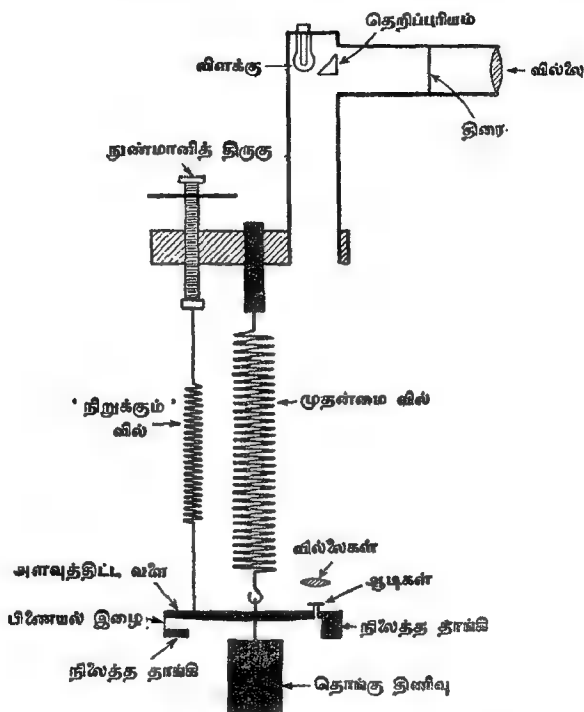
**நிலையியல் ஈர்ப்புமானிகள்.**—இவ்வகையைச் சேர்ந்த ஈர்ப்புமானியானது, ஒன்றில் (நிலையின்மை ஆக்கப்படாத) விற்றராசு அல்லது (நிலையின்மை ஆக்கப்பட்ட) நிலையிற்றராசு என்பதின தத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது.

(a) **நிலையின்மை ஆக்கப்படாத ஈர்ப்புமானிகள்.**—சுரி வில்லொன்றி லிருந்து திணிவொன்று தொங்கவிடப்பட்டிருக்குமாயின் g யின் மாறல் களுடன் அவ்வில்லின் நீளமும் மாறும். புவியீர்ப்புப் பெரிதாயின் வில்லின் நீளம் மிகும். வில்லின் நீளமாறல்கள் உண்மையில் மிகச் சிறிதே; எனவே திருத்தியளிக்கக்கூடிய எந்த ஈர்ப்புமானியும் 0.1 மி. கல். வரிசையில் g யின் மாறல்களை உணரும் ஆற்றலை உடையதாய் இருத்தல் வேண்டும். அதாவது, ஒளியின் அலைநீளமொன்றின் 50 இல் 1 போன்ற அளவுள்ள நீளமாறல்களையே வில்லில் அளக்க வேண்டிய தாகின்றது. எனவே தேவையான பெரிதாக்கலைப் பெறும்பொருட்டு ஒளியியல் அல்லது பொறியியல் அல்லது மின்னியல் முறைகளைப் பயன் படுத்துதல் வேண்டும்; ஆனால் செயன்முறைப் பிரச்சினைகள் காரணமாக ஏற்ற இத்தகைய கருவியொன்றை விற்பனைக்குக் கொண்டுவரப் பல்லாண் டுகள் வேண்டியதாயிற்று.

**ஹாற்லி (Hartley) ஈர்ப்புமானி.**—படம் 5.15 இல் வரிப்படமுறைப்படி காட்டியுள்ள இக்கருவி 1932 இல் திட்டமிடப்பட்டது; இது முதன் முதலிலே ஆக்கப்பட்டு வெற்றியுற்ற கருவிகளுள் ஒன்றாகும். இதற்குமுன் இடப்பட்ட



திட்டமொவ்வொன்றிலும் உறுதியில்லாச் சமநிலையை நெருங்கியிருக்கும் பொறிமுறை உபகரணம் ஏதேனுமொன்றைப் பயன்படுத்தி உயர்வுமிக்க உணர்திறனைப் பெறுவதற்கான முயற்சிகள் எடுக்கப்பட்டன ; இவ்வுறுதியில்லா நிலையில் குழப்பஞ்செய்யும் எல்லா ஆற்றல்களும் மிகைப்படுத்தப்



படம் 5-15. ஹாறலி ஈர்ப்புமானியின் தத்துவம்.

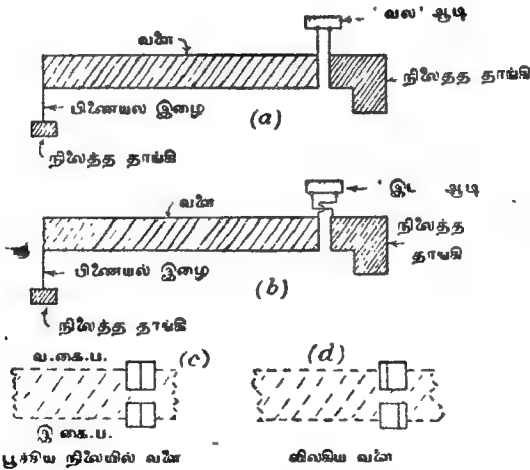
பட்டிருந்தன என்பதே தவிர்க்க முடியாத தோல்விக்குக் காரணமாய் இருந்தது. ஹாறலி என்பவரின் கருவி உயர் உறுதிப்பாட்டை முன்னிட்டே திட்டமிடப்பட்டது ; 9 யின் மாறல்களாலாகும் சிறு பெயர்ச்சிகள் ஒளியியல் முறைகளால் பெருக்கப்படுகின்றன.

இங்கு, அடிப்படைத் தத்துவம் பின்வருமாறு : தொங்கும் திணிவு ஒன்றில் அதன்மீதுள்ள புவியீர்ப்புக் கவர்ச்சிக்குச் சரிசமமாகாத, ஆனால் அதற்குக் கிட்டத்தட்டச் சமமான மேனமுக விசையொன்றைப் பிரயோகிக்க முடியுமாயின், தொகுதியைச் சமநிலையில் வைத்துக்கொள்ளும் பொருட்டு அதிகப்படியாய்த் தேவைப்படுகின்ற சிறு விசையில் தோன்றும் சிறு மாறல்களை அளப்பது, ஒத்திட்டுப் பார்க்குமிடத்து இலகுவாகும். முதன்மை

வில்லானது தங்கிதன், தாந்தலம் என்பவற்றின் கலப்புலோகத்தாலானது; அது சுமையின் நிறையில் கிட்டத்தட்ட 99.9 சதவீதத்தைக்காவுகிறது. வில்லை ஆக்குவதற்குப் பயன்படுத்தியுள்ள கம்பி கம்பியளவுத்திட்டத்தில் நியாயமான வலுவுடையதாய் இருந்தது; உயர் நம்பிக்கையையிட்டு வில்லானது அதன் தோற்ற மீளதன்மை எஸ்ஸையின் 20 சதவீதத்தை மீளுவண்ணம் தகைப்புறுத்தப்பட்டது. வில்லுக்கும் சுமைக்கும் இடையில் மிக இலேசான வளையொன்று, தக்க வளையுந் தன்மையுடைய நார்களால் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இடப்பக்கத்தில் நிலையான தாங்கியொன்றில், வளை பிணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; மறுமுனையில் அது இரு சிறு ஆடிகளைக் காவுகிறது.

ஆடிகளை ஏற்றுவது பற்றி வெளியிடப்பட்ட விவரங்கள் மிகச் சிறிதளவில் இருக்கிறபோதிலும் அது கிட்டத்தட்டப் பின்வருமாறு செயலாற்றுகிறது என எதிர்பார்க்கலாம்.

அதன் இடப்பக்க முனையில் வளையானது நார்வகைத் தொங்கலொன்றை பிணைக்கப்பட்டுள்ளது; அதன் எதிர்முனையில், ஆடிகளின் ஏற்றுகையைத் தவிர்த்து அது முற்றிலும் சுயாதீனமாக இருக்கிறது. வளையின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் ஒவ்வொருக அமைந்திருக்கிற ஆடிகள் வளையின் சுயாதீன முனைக்கும் வேறான நிலைத்த தாங்கியொன்றிற்கும் இடையே நுண்ணிய



படம் 5-16. ஹார்ஸ் ஈப்புமானியொன்றில் எதிர்பார்க்கக்கூடிய சில விபரங்கள்.

நார்களால் ஏற்றப்பட்டுள்ளன. படங்கள் 5-16 (a) யிலும் (b) யிலும் காட்டியுள்ளவாறு வளையின் எதிர்ப் புறங்களிலுள்ள ஆடிகளுக்கு ஆடிகளைத் தாங்கும் இழைகளின் ஒழுங்குமுறை வேறுபடுகிறது. எனவே, வளையின் கீழ்முகமான அசைவொன்றிற்கு வலக்கைப் பக்க ஆடி இடஞ்

சுழியாகவும் இடக்கைப்பக்க ஆடி வலஞ்சுழியாகவும் சாய்கின்றன. [ஒவ் வோரிடத்திலும் நிலைத்த தாங்கிக்குச் செல்லும் நாரானது வளைக்குச் செல் லும் நாரைக் காட்டிலும் வலிமைமிகதாய் இருந்திருக்கக்கூடும்; மேலும் முந்தியது சிறு சுழற்சிக்கு இடங்கொடுக்கும் பட்டையொன்றுடே சென்று ஆடியுடன் பொருத்தப்பட்டிருந்தது எனபதையும் எதிர்பார்க்கக்கூடும். அது கண்டிப்பாய் வேண்டியதன்று; ஆனால் அது ஒருவேளை பெருமளவில் ஒப்பத்தை அளிக்கக்கூடும். ஒவ்வோரிடத்திலும் நிலைத்த தாங்கியினின்று செல்லும் நார் ஆடியின் மையத்துடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கக்கூடும்.]

இவ்விரு ஆடிகளும் ஒளியியல் நெம்பொன்றின் பகுதியாக அமையும்; வளையின் நிலைக்குத்துப் பெயர்ச்சியின்போது அவை கிடைச்சுக்கள் பற்றி எதிர்த் திசைகளில் சுழலுமாறு ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றன. இம்முறையானது உருப்பெருக்கத்தை இரு மடங்காக்குகிறது மட்டுமன்றி அது ஒளியியல் தொகுதியில் மாட்டேற்றுப் புள்ளியொன்றின் தேவையையுந் தவிர்க்கிறது. இரு ஆடிகளும் ஒரே தளத்தில் இருக்குமபொழுது ஒளியியல் தொகுதியின் ஏனைய பாகங்கள் எச்சிறிய பெயாச்சி உற்றபோதிலும் விளக்கு இழையின் இரு விம்பங்களும் நேர்கோடொன்றிலுள்ளதாய் அமையும். காட்டியுள்ள இடத்தில் மிக இலேசான “நிறுக்கும் வில்லொன்று” வளையுடன் தொடுக் கப்பட்டிருக்கிறது; மேலும் திருகு நுண்மானியொன்றைப் பயன்படுத்தி இவ்வில்லிலுள்ள இழுவையைச் செப்பஞ்செய்யலாம். பிணைச்சல் நாரில் இழுவையிருக்குமாறு இரு விற்களிலுள்ள இழுவைகளின் கூட்டுத்தொகை யும் சுமை, வளை என்பவற்றின் நிறையின் பருமனும் அமைந்திருக் கின்றன. வளையானது உறுதியாக இருப்பதற்கு இது இன்றியமையாதது.

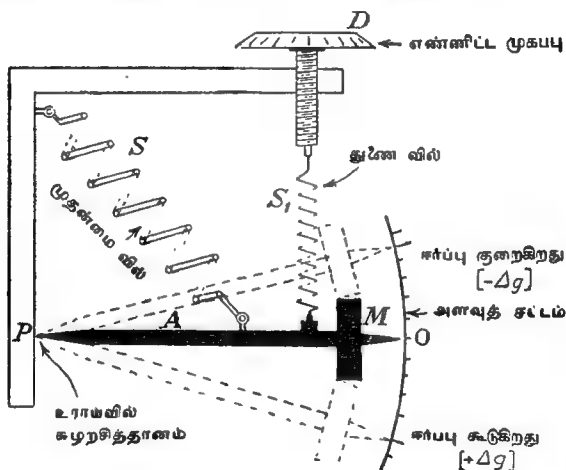
பூச்சியத் தானத்தைப் பெறுவதற்கு மட்டுமே ஒளியியல் தொகுதியானது பயன்படுத்தப் படுகின்றபடியால் அளவீடுகள் அவற்றிற்கான வில்லிலேயே எடுக்கப்படுகின்றன. பூச்சியத் தானத்தினின்று வளையின் விலகலால் ஆகும் சிறு குவிய அழிவானது ஒரு சிறு நட்பத்தை மட்டுமே தரும். 9 மாறுங்கால் உண்டாகின்ற பார்வைப்புல் மாறல்கள் படங்கள் 5·16 (c) யிலும் (d) யிலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

இழையின் இரு விம்பங்களும் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறு கருவி குறிப்பிட்டவொரு தானத்தில் செப்பஞ் செய்யப்பட்டது. இரண்டாவது நிலை யமொன்றிற்கு இக்கருவியை எடுத்துச்சென்றால் புவியீர்ப்புச் செறிவின் பெறுமானத்திலுள்ள மாற்றம் காரணமாக இரு விம்பங்களிலும் ஒரு சிறு பெயர்ச்சி உண்டாகிறது. நுண்மானித் திருகைப் பயன்படுத்தி இப்பெயர்ச்சி பூச்சியமாக்கப்படுகிறது; நுண்மானி முகப்பிலுள்ள இரு வாசிப்புகளினதும் வேற்றுமைமானது அவ்விரு நிலையங்களிலுள்ள புவி யீர்ப்புச் செறிவு வேற்றுமைக்கான அளவாகும். வேற்றுமை தெரியப்பட் டிருந்தால் கருவி உடனடியாகவே நியமமாக்கப்பட்டுவிடும்.

அலுமினியம், உலோகக்கட்டியுருக்கு என்பவற்றாலான கோல்களைப் பயன் படுத்தி, விற்றொகுதியைக் காவுஞ் சட்டமானது வெப்ப நிலைமாறல்களுக்கு

ஓரளவு ஈடு செய்யப்பட்டிருந்தபோதிலும், நடைமுறையில் வளிநுழையவியலாத, உருளை வடிவமுள்ள, மாறு வெப்பநிலை அடைப்பொன்றில் கருவியை வைக்க வேண்டி இருக்கிறது. கருவியானது  $g$  யின் ஒரு மில்லிகல் அளவான மாறல்களை உணரும்.

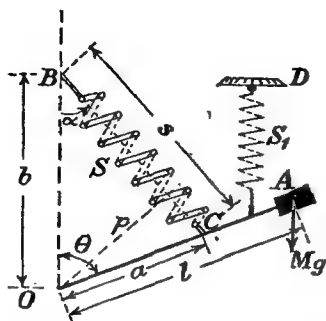
(b) நிலையின்மையேற்றப்பட்ட ஈர்ப்புமானிகள். இத்தகைய ஈர்ப்புமானியொன்றிற்குரிய திட்டக்குறிப்பு.—வளை  $A$ , திணிவு  $M$  என்பன எவ்வாறு விறைத்த சட்டப்படலொன்றுடன் பொருத்தப்பட்டுள்ள இரு விற்கள்  $S$ ,  $S_1$  என்பவற்றால் தாங்கப்பட்டிருக்கின்றன என்பதைப் படம் 5.17 காட்டுகிறது;  $P$  யிலுள்ள உராய்வில் சுழலையொன்று வளைக்கும் சட்டத்திற்கும் இடையே தொடுகையை ஏற்படுத்துகிறது. புவியீர்ப்பின் தனிப் பெறுமானம் தெரிந்த நிலையமொன்றில் ஈர்ப்புமானி இருக்கும்பொழுது  $A$  யுடன் பொருத்தப்பட்ட சுட்டியானது பூச்சிய வாசிப்பைக் காட்டுமாறு விற்களிலுள்ள இழுவைகள் செப்பஞ்செய்யப்படுகின்றன. பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, வேறொரு நிலையத்தில்  $g$  வேறாயிருக்கும்; எனவே,



படம் 5.17. நிலையின்மையேற்றப்பட்ட ஈர்ப்புமானியொன்றிற்குரிய திட்டக் குறிப்பு.

கருவியை அங்கு எடுத்துச்சென்றால், வளைமீது  $M$  இன் நிறையால் ஆகும் இணை மாறும். அதன் விளைவாக விற்களிலுள்ள இழுவைகளில் அதற்கொத்த மாறல்கள் பிறப்பிக்கப்படும். வில்  $S_1$  ஐ ஆளும் எண்ணிட்ட வாசிப்புத் தரு முகம்  $D$  ஐச் சுற்றுவதைக் கொண்டு திணிவு  $M$  ஐ அதன் தொடக்க நிலையை மீளச்செய்யலாம்.  $D$  மீது வாசிப்புகள் நியமமாக்கப்பட்டிருக்குமானால்  $\Delta g$  இற்குரிய பெறுமானமொன்றை எளிதிற்பெறுமுடிகின்றது. இத்தத்துவமே வோர்டன் (Worden) ஈர்ப்புமானியின் அடிப்படை; அதன் வகுப்பில் மிகச் சிறந்தவற்றுள் அது ஒன்றாகும்.

வோடின் ஈர்ப்புமானியின் அடிப்படைக் கொள்கை.—படம் 5.18 இல் O ஊடாகச் செல்லும் கிடைச்சொன்று பற்றிச் சுழலக்கூடிய இலேசான



படம் 5.18. வோடின் ஈர்ப்புமானியின் தத்துவம். (லா கொஸ்ரேயின் பூமிநடுக் சம்பதிகருவியை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளது.)

திருப்பம்  $ksp$ ;  $k$  ஆனது வில்லின் மாறிலி. ஆனால்,  $\triangle BOC$  யிலிருந்து

$$\frac{s}{\text{சைன் } \alpha} = \frac{a}{\text{சைன் } \alpha}.$$

$$\therefore ksp = k.a. \frac{\text{சைன் } \theta}{\text{சைன் } \alpha}. b \text{ சைன் } \alpha = kab. \text{சைன் } \theta.$$

தொகுதியானது சமநிலையிலிருக்கும்பொழுது துணைவில்  $S_1$  என்பதால் ஆகும் இணை  $S_0$  ஆகுக; அதாவது நெம்புமீதுள்ள முழு முறுக்கமும்

$$(kab - Mgl) \text{ சைன் } \theta + S_0;$$

இது பூச்சியமே. உண்மையில், கருவிகளில்  $a = b$ ; எனவே

$$(ka^2 - Mgl) \text{ சைன் } \theta + S_0 = 0.$$

அடுத்து அதன் பூச்சிய நிலையினின்றும் வளையானது சிறிதளவு பெயர்க் கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க; அதாவது  $\theta$  என்பது  $\theta + \beta$  என்பதாகிறது; இங்கு  $\beta$  சிறிது.  $S_1$  ஆல் ஆகும் மீள்தரு இணையானது  $Z\beta$  அளவு கூடினால்,

$$\frac{d^2}{dt^2}(\theta + \beta) = \beta$$

ஆனபடியால் இயக்கச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\beta} + (ka^2 - Mgl) \text{ சைன் } (\theta + \beta) + (S_0 + Z\beta) = 0.$$

இங்கு  $Z$  ஒரு மாறிலி எனக் கருதப்படுகிறது; O ஊடாக கிடைச்சொன்று பற்றி  $M$  இன் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  ஆகும்.

சைன்  $(\theta + \beta)$  என்பதை விரித்து,

$$(ka^2 - Mgl) \text{ சைன் } \theta + S_0 = 0$$

என்பதைப் பயன்படுத்த

$$I\ddot{\beta} + \{ (ka^2 - Mgl) \text{ கோசை } \theta + Z \} \beta = 0 ;$$

இங்கு  $\beta$  சிறிதாயிருக்கும்பொழுது சைன்  $\beta$  விற்குப் பதிலாக அதைப் போடலாம். எனவே தொகுதியின் சிற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \left[ \frac{MI^2}{(ka^2 - Mgl) \text{ கோசை } \theta + Z} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad [\because I = MI^2.]$$

பெயர்க்கப்படுமுன் தொகுதியொன்று சமநிலையில் இருக்குமிடத்து, அத் தொகுதியைத் தாக்கும் இணை  $\Gamma$  ஆனது  $f(\theta)$  எனின், அப்பொழுது  $\theta$  ஆனது  $\theta + \beta$  ஆகில்,

$$\begin{aligned} f(\theta + \beta) &= f(\theta) + \beta f'(\theta) \text{ [ரெயில்ரின் தேற்றம்.]} \\ &= 0 + \beta f'(\theta). \end{aligned}$$

இங்கு  $\beta$  என்பது சிறிது.

$$\ddot{\beta} = \frac{d^2}{dt^2}(\theta + \beta)$$

ஆதலால், இயக்கச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\beta} + f'(\theta) \beta = 0.$$

இப்பொழுது

$$S_0 + Z\beta \equiv S_0 + \frac{\partial S_0}{\partial \theta} \cdot \beta,$$

எனவே,

$$Z = \frac{\partial S_0}{\partial \theta}$$

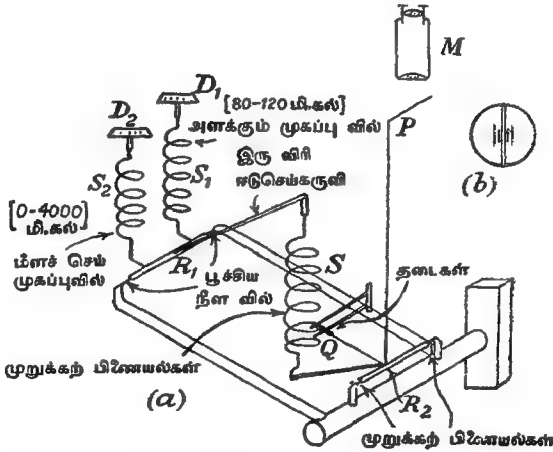
என்பதை ஞாபகப்படுத்தினால் இயக்கச் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\partial^2 S_0}}$$

இது முன்கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுடன் ஒத்திருக்கிறது.

**வோடின ஈர்ப்புமானி.**—உருகிய படிசுத்தால் இக்கருவி கிட்டத்தட்ட முற்றிலும் ஆக்கப்பட்டுள்ளது; படம் 5-19 இல் வரிப்படமுறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அத்தகைய மூன்று கோல்கள் செவ்வகச் சட்டமொன்றின் பகுதியை அமைக்கின்றன. சட்டத்தின் நான்காவது புயம் சிறு படிக்கோல்  $R_1$  ஐக் கொண்டது; அது படிசுத்தாலேயே ஆன இரு முறுக்கல் நாரர்களாற் சட்டத்தின் மீதியுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. சட்டத்தின் கிடைமுகமான சாய்வைச் செப்பஞ் செய்யக்கூடிய வகையிலே ஆக்கப்பட்ட தாங்கியொன்றுடன், செவ்வகத்தில்  $R_1$  ஐக் காவும் புயத்துக்கு எதிரான

புயம் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வீர்ப்புமானியில் இது பெரிதும் விரும்பத்தக்க அமிசமொன்றாகும்; ஏனெனில், மீள்தன்மைப் படிக்கத் தொகுதியின் அமைப்புக் காரணமாகப் புவியீர்ப்பு மாறல்களாலாகும் ஈர்ப்பு மானியின் தூண்டற்பேறானது ஒருச்சரிவுக் கோணத்தின் கோணனுடன் நேர்விகிதசமமாக இருக்கிறபடியால் திட்டமான அளவுகோட்டுத் திருத்த முறையொன்று கிடைக்கப்பெறுகின்றது என்பதேயாம்.  $R_2$  என்பது இன்னுமொரு படிக்கோல் ஆகும்; இரு முறுக்கல் நாள்களால் அது தாங்கப்பட்டு ஒரு நீண்ட சுட்டி P யைக் காவுகிறது; சுட்டியின் மேல் முனை கிடையாக உள்ளது. ஒளியால் விளங்குகின்ற இம்முனையே நுணுக்குக்காட்டி M இனால் நோக்கப்படும். கோணல் மாதிரிப்படத்தில் மையவிளிம்பாக அமைந்து சங்கற்பக் குறியாகப் பயன்படுகிறது; பார்வைப் புலம் படம் 5-17 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு குறுகிய கோடுகள் பார்வைத் துண்டிலுள்ள கண்ணாடித் தட்டொன்றில் ஆக்கப்பட்ட கீறுகள் ஆகும்; இரு மெல்லிய நீண்ட கோடுகளுக்கிடையேயுள்ள ஆயிடை கோணல் மாதிரிப் படத்தின் மைய வெள்ளொளி விளிம்பைக் குறிக்கிறது.



படம் 5-19. வோடூன் ஈர்ப்புமானியின் அமைப்பு; இது வரிப்படமுறைப்படியே வரையப்பட்டுள்ளது, அளவுத்திட்டத்திற்கன்று.

படிக்கச் சுமை Q என்பது  $R_2$  உடன் விறைப்பாக நிலையாக்கியுள்ள நெம்பொன்றற் காவப்படுகிறது; இச்சுமையின் திணிவு கிட்டத்தட்ட 5 மிகி. குறுகிய வீச்சொன்றை மீறி அது அசையாதவாறு தடைகள் அமைந்திருக்கின்றன. Q வின் திணிவு சிறிதாகவும் படிக்கத்தின் மீள்தன்மை இயல்புகள் கிட்டத்தட்ட இலட்சியமாயும் இருக்கிறபடியால் கருவியைக் கொண்டு செல்லும்போது அதன் தொங்கற்றொகுதியை நிலையாக்கவேண்டியதில்லை.

S என்பது பூச்சிய நீள வில் ஆகும்; அதன் கீழான முனை  $R_2$  உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள நெம்பு ஒன்றில் நிலைத்திருக்கிறது; அதன் மேல் முனையானது  $R_1$  உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள இருவிரிவு வெப்ப ஈடுசெய் கூட்டுக்கருவியொன்றாக காவப்படுகிறது.

$S_1$  என்பது அளவு முகப்பு வில் ஆகும்; குமிழ்  $D_1$  ஐச் சுழற்றி இவ்வில்லிலுள்ள இழுவையை மாற்றி அமைக்க முடியும்; வில்லின் முழுவீச்சானது 80-120 மி. கல். புவியீர்ப்பு மாறலை ஒத்திருக்கிறது. ஈர்ப்புமானியின் வீச்சை 4,000 மி. கல். வரை உயர்த்தும்பொருட்டு மீட்டல் வில்  $S_2$  என்பது  $R_1$  உடன் இணைக்கப்பட்டு, அதன் இழுவை குமிழ்  $D_2$  என்பதால் ஒழுங்காக்கப்படுகிறது.

g திருத்தமாகத் தெரிந்திருக்கிற இரண்டு அல்லது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட நிலையங்கள் ஒவ்வொன்றிலும், ஒன்றன்பின் ஒன்றாக, ஈர்ப்புமானி நிறுவப்படுகிறது; D தரும் வாசிப்புகளின் விளக்கத்துக்கு இது பயன்படுகிறது.  $\Delta g = 120$  மி. கல். ஆய இருக்கின்ற நிலையமொன்றில் கருவி இருக்கும் பொழுது, பூச்சிய வாசிப்புக் காட்டும்படி D யை அமைத்தபின் P யைப் பூச்சிய நிலைக்குக் கொண்டுவருவதற்கு வில்  $S_3$  பயன்படுத்தப்படுகிறது. மற்றை நிலையங்களுக்கு ஈர்ப்புமானியை எடுத்துச்சென்றபோது அவ்வவ்விடங்களில், P யை அதன் பூச்சியநிலையை மீளச்செய்து, D யின் வாசிப்புகளைப் பயன்படுத்தி,  $\Delta g$  இற்கு மேலும் பெறுமானங்கள் எடுக்கப்படுகின்றன.

வோடின ஈர்ப்புமானியின் மீள்தன்மைத் தொகுதியானது உருகிய படிசுத் தாலானது ஆதலால், ஈர்ப்புமானியானது, அதிர்ச்சியையும் இணைப்பையும் பெரிதும் எதிர்க்கிறது மட்டுமன்றி அது காந்த விளைவுகளிலிருந்து முற்றிலும் விடுவிக்கப்படும் இருக்கிறது. முழுக்கருவியும் அடைப்பொன்றுள் வைக்கப்பட்டு, அங்கு தாழ்வெற்றிடம் ஆக்கப்படுகிறது; அடுத்து, அடைப்பானது வெப்பக் குடுவையொன்றினுள் நிறுவப்படுகிறது. ஆயிரத்தில் ஒன்று என்னும் திருத்த அளவினுள் முகப்பு D யின் வாசிப்புகள் ஏகபரிமாணமானவை. முழு ஈர்ப்புமானி, அதன் காவுபெட்டி என்பவற்றினது முழுத் தணிவானது 5 கிகி. ஐச் சற்றே மீறும்; அதன் பருமனின் சிறுமை, வெப்பநிலையாளுகைக்கான புற வலுவழங்கியின் நீக்கம் என்பவையே அளவையியலில் இக்கருவியைப் பெரிதும் பயன்படுத்துவதற்குரிய முதன்மையான காரணங்களாகும்.

இது பூச்சிய வாசிப்புக் கருவியாகும்; பார்வை நுணுக்குக்காட்டி யொன்றால் நோக்கப்படும் சுட்டியானது கண்ணாடித் தட்டிலுள்ள சங்கற்பப் புள்ளிகளைக் குறித்து மையமாக அமையுமாறு வாசிப்பு முகப்பைச் சுழற்றிச் சமநிலை பெறப்படுகிறது.

வாசிப்புத் தரும் சிறு முகப்பு  $D_1$  ஆனது 100 பிரிப்புக்களை உடையது. அவ்வொவ்வொன்றும் புவியீர்ப்பில் 0.1 மி.கல். அல்லது 0.001 சமீ. செக்<sup>-2</sup>. அளவு மாறலை ஒத்திருக்கிறது; வேணியரொன்றைப் பயன்படுத்தி  $\pm 0.01$  மி.கல். திருத்தத்துடன் விளைவுகளைப் பெறமுடியும். வோடின



ஈர்ப்புமானியானது  $10^{-8}g$  இற்கும்  $10^{-7}g$  இற்கும் இடையான மாறல்களை அளக்கும் ஆற்றலுடையது ; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்பை, அதாவது புவியின் ஈர்ப்புப் புலத்தின் நிலைக்குத்துக் கூறைக் குறிக்கிறது.

**வோடின் ஈர்ப்புமானி தரும் புலத் தரவுகளை ஒடுக்குதல்.**—அவதானிக் கப்பட்ட புவியீர்ப்பு மாற்றங்களைப் பல விளைவுகளுக்குத் திருத்துதல் வேண்டும் ; அவற்றுள் முதனமையானவை பின்வருமாறு :

(a) கருவியின் நகர்வு.—புவியீர்ப்பு அளவையியலில் பயன்படுத்தப்படும் ஆய்கருவிகளில் உள்ள இந்நகர்வே இம்முறையால் புவிச்சரித அளவையைச் செய்யும்பொழுது மாபெரும் குறையாக இருக்கிறது. பெரும்பாலான கருவிகளைக் காட்டிலும் **வோடின்** ஈர்ப்புமானியில் மிகக் குறைவாயிருக்கின்ற இந்நகர்வு இலட்சிய மீள்தன்மையுடைய தொங்கலிலிருந்து கருவியின் உடைமை வேறுபடுவதால் உண்டாகிறது ; இந்நகர்வின் இறுதிவிளைவு குறிப்பிட்ட நிலையமொன்றில் ஒருபோது எடுக்கப்பட்ட  $4g$  யின் பெறுமானத்திற்கும் இதற்குப் பின்னர் ஒருபோது எடுக்கப்படும் பெறுமானத்திற்கும் இடையே தோற்ற வேறுபாடொன்றை ஆக்குவதாகும். இவ்விளைவை, நிலையமொன்றில் நேரம்  $t$  மணித்தியாலத்திற்கு முதனமுதலாகக் கருவியைப் பயன்படுத்தி அதே நிலையத்திலே நேரம்  $(t+1)$  மணித்தியாலத்திற்கு அதை மீண்டும் பயன்படுத்தி நீக்கலாம். நகர்வு சிறிது எனவும் அது ஏகபரிமாணமர்னது எனவும் கொள்ளப்படுகிறது ; அது  $0.1$  மி.கல். மணி $^{-1}$  ஐ அரிதாய்த்தான் மீறும்.

(b) குத்துயர விளைவு.—நிலையமொன்றின் குத்துயரமானது  $4g$  யின் நோக்கற் பெறுமானத்தை அவ்விடத்துப் பாறைகள முதலியவற்றின் பரம்பல, பண்பு என்பவற்றின் மாற்றங்களிலிலிருந்து இரு வகையில் வேறுபடச் செய்கின்றது. முதலாவதாக, புவியீர்ப்பானது புவி மையத்திலிருந்து நிலையத்தின் தூரத்துடன் நேர்மாறுவர்க்க விதிப்படி மாறுகிறது ; புவியீர்ப்பின் பொது நிலைக்குத்துப் படிதிறன்  $+0.3085$  மி.கல்.மீ. $^{-1}$  ஆகும். இது 'சயாஜின் வளித் திருத்தம்' எனப்படும். இரண்டாவதாக, மாட்டேற்றுத் தளத்திற்கும் ஈர்ப்புத் தானமூடாகச் செல்லும கிடைத்தளத்திற்கும் இடையேயுள்ள சடம் பொருள்  $g$  யின் பெறுமானத்தை அதிகரிக்கச் செய்கிறது ; வேண்டிய திருத்தம்  $-0.04187 p$  மி.கல்.மீ. $^{-1}$  ஆகும் ; இங்கு  $p$ , மேற்படி இரு தளங்களுக்கிடையிலுள்ள பாறைகளின் சராசரி அடர்த்தி ஆகும். இது பூக்னர் (Rougner) திருத்தம் எனப்படுகிறது.

(c) அகலாங்கு விளைவு.—கடைசியாக  $g$  யின் எல்லாப் பெறுமானங்களும் ஒரு நியம அகலாங்கிற்கே கொண்டுவரப்படவேண்டும் ; அது வழக்கமாக அளவை செய்யப்படும் வட்டாரத்தின் வடக்கு-தெற்கு அச்சின் மையத்திலுள்ள நிலையத்தின் அகலாங்கு. இம்மாறல் ஆனது புவியின் சுழற்சியாலும், ப. 167 ஐ ஒப்., கோள வடிவத்திலிருந்து புவி வேறுபடுவதாலும் ஆனது.

(d) வற்றுப்பெருக்கலும் வெப்பநிலையாலும் உண்டாகின்ற விளைவுகள்.—இவை மிகச் சிறிதே ; இவை பொது நகர்வுத் திருத்தத்துடன் ஒன்று சேர்க்கப்படுகின்றது.

## பயிற்சி V

5.01. வட்ட ஆரைச்சிறை வடிவமுள்ள சீரான அடரொன்று அதன் உச்சி ஊடாகவும் அதன் தளத்துக்குச் செவ்வனாகவும் உள்ள கிடையச்சொன்று பற்றி புவியீர்ப்பு காரணமாகச் சிற்றலைவுகளை ஆற்றுகின்றது. எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் வில்லின் நீளத்தின் அரைவாசியாயின் ஆரைச்சிறையின் கோணத்தைக் காண்க. [2 சைன<sup>-1</sup>  $\frac{3}{4}$ .]

5.02. சீரான இருசமபக்க முக்கோணி வடிவம் உள்ள அடரொன்று, கிடையான அச்சொன்று பற்றி நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் சிற்றலைவுகளை ஆற்ற முடியும். அச்சானது அடரின் உச்சி ஊடாகச் செல்லும்பொழுதும் அடரின் அடியின் மையம் ஊடாகச் செல்லும் பொழுதும் ஆவாத்தன காலம்  $\frac{1}{2}$  ரே பெறுமானத்தையுடையது எனில் அடரின் கோணத்தை ஆராய்க.

$$\left[ \text{உச்சிக்கோணம்} = \frac{\pi}{2} \text{ ஆதல் வேண்டும்.} \right]$$

5.03. இலேசான கோலொன்று அதன் நீளத்துக்குச் செவ்வனான கிடையச்சொன்றைச் சுழற்சியசகாகக் கொண்டிருக்கிறது; அதன் கீழ் முனையில், சுழலையில்ிருந்து தூரம்  $r_1$  இல், திணிவு  $\rho$  காவப்படுகிறது. மேல் முனையில்  $\rho m(0 < \theta < 1)$  எனலும் திணிவு ஒன்று உளது; சுழலையில்ிருந்து இததிண்வின் தூரம்  $r_2$ . புவியீர்ப்புக் காரணமாக ஆற்றப்படும சிற்றலைவுகளின் ஆவாத்தன காலத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

$$\left[ 2\pi \sqrt{\frac{r_1^2 + \theta r_2^2}{r_1 - \theta r_2}} \right]$$

5.04. சீரான சதுர அடரொன்று அதன் தளத்துக்குச் செவ்வனான கிடையச்சொன்று பற்றி அலைகிறது. ஆவாத்தன காலம் ஓர் இழிவாக இருக்கும்பொருட்டு எவ்விடத்தில் சதுரத்தை அச்ச ஊடுருவிச் செல்லவேண்டும் எனப்பதைக் காண்க.

[சதுரத்தின் பக்கம்  $a$  எனில் தேவைப்படும் புள்ளியின் ஒழுக்கு அடரின் மையத்தைத் தன் மையமாகக் கொண்டதும், ஆரை  $\frac{a}{\sqrt{6}}$  உடையதுமான வட்டமொன்றாகும்.]

5.05. திணிவு  $\rho$  உம நீளம்  $2a$  யும் உடைய சீரான வளைபொன்று அதனது மையத்திற செங்குத்தாகத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளதும் நீளம்  $a$  உடையதுமான இலேசான புயமொன்றைக் கொண்டிருக்கிறது; புயத்தின் முனையிலுள்ள சுழலை ஒன்றிலிருந்து வளையானது கிடையாகத் தொங்குகிறது. வளையின் ஒவ்வொரு முனையிலும் நீளம்  $a$  யும் திணிவு  $\rho$  உம கொண்ட எளிய ஊசலொன்று இருக்கிறது. முழுத் தொகுதியும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சிற்றலைவுகளை ஆற்றுகிறது. எளிய சமவலு ஊசல்களின் நீளங்கள்  $a$ ,  $2a$ ,  $\frac{3}{2}a$  ஆகும் எனக் காட்டி, அவற்றிற்கு ஒத்த அலைவு வகைகளை விவரித்துக் கூறுக.

5.06. எவ்வாறு நிலைக்குத்தச்சொன்று பற்றி சீரான கிடையான சட்டமொன்றின் சட்டதுவத் திருப்பத்தை, அச்சட்டம் இருநூற்றொங்கலொன்றால் தாங்கப்பட்டுக் கிடைத்தளத்தில் ஆற்றும் சிற்றலைவுகளின் ஆவாத்தன காலத்திலிருந்து காணமுடியும் எனப்பதைக் காட்டுக.

5.07. அதன் புவியீர்ப்பு மையம் ஊடே செல்கின்ற நோக்கோடொன்றில் உள்ள நான்கு புள்ளிகளைக் குறித்து  $\frac{1}{2}$  ரே ஆவாத்தன காலத்துடன் கூட்டுசெல்லொன்று சிற்றலைவுகளை ஆற்றும் எனக் காட்டுக.

புவியீர்ப்பு ஆரமுடுக்கைத் தீர்மானிக்கும்போது இவ்வினைவின் பிரயோகத்தை விளக்குக.

5.08.

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{r_1 T_1^2 - r_2 T_2^2}{r_1^2 - r_2^2} = \frac{A}{r_1 + r_2} + \frac{B}{r_1 - r_2}$$

என எழுதி

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(r_1 + r_2)} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(r_1 - r_2)}$$

எனக் காட்டுக.

கேற்றரின் ஊசலொன்று ஒவ்வொரு 60 செக்கன்களில் 2-00 செக்கன் ஆவர்த்தன காலம் உடைய கடிக்காரமொன்றைக் குறித்து ஒரு முழு ஊசலாடலால் முந்துகிறது. பாரமிக்க முனையானது மேலே இருக்குமாறு தலைகீழாகப்பட்டபோது அது ஒவ்வொரு 58 செக்கன்களிலும் ஒரு முழு ஊசலாடலால் முந்துகிறது. ஊசலின் புவிமீர்ப்பு மையத்திலிருந்து கத்தியோரங்களின் தூரங்களை முறையே 65-62 சமீ., 27-61 சமீ. எனின் புவிமீர்ப்புச் செறிவின் பெறுமானத்தைக் காண்க. [980 சமீ. செக்.-2]

5-09. கேற்றரினுசீலைப் பயன்படுத்தி எந்த நிலையத்திலும் புவிமீர்ப்பு ஆர்முடுகலைக் காணும் முறையை விளக்குக. ஏன இத்தகைய ஊசல தரும் முடிவுகள் நூலொன்றின் நுனியிலுள்ள சிறு திணிவொன்றின் ஊசலாடல்களை நேரங்கண்டு கிடைக்கப்பெறுகின்ற முடிவுகளைக் காட்டிலும் திருத்தமிகவை ?

புவியின் பரப்பிலுள்ள  $g$  மின் மாறல் வகை பற்றிச் சுட்டிக்காட்டுக.

5-10. கேற்றரினுசீலைப் பயன்படுத்தி  $g$  யைத் துணிதலுக்கான கொள்கையையும் பரிசோதனை விவரங்களையும் தருக. அதன் புவிமீர்ப்பு மையத்திலிருந்து 10 சமீ. தூரத்திலுள்ள அழுத்தமான கிடையச்சொன்று பற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சிறந்தலைவுகளை ஆற்றுகின்ற சீரான சட்டமொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் 1-25 செக்கன்களை ஆகும். சட்டத்தின் நீளத்தைக் காண்க; சட்டத்தின் அதே ஆவர்த்தன காலத்தைக் கொண்ட மற்றைத் தளத்தையுத் துணிக. கணிததலில் சட்டத்தின் பக்கப் பரிமாணத்தைப் புறக்கணிக்கலாம்.

[58-8 சமீ., சட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 28-8 சமீ.]

5-11. “உடனிகழ்ச்சி முறை”யைப் பயன்படுத்தி ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணிதலுக்கான பரிசோதனையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

22 சமீ. நீளமும் 30 கி. திணிவும் கொண்ட கோலொன்று, அதன் முனை விட்டம் 6-0 சமீ. உம் திணிவு 220 கி. உம் கொண்ட நிலைக்குத்தான தட்டொன்றின் ஓரப்புள்ளியொன்றில் நிலையாக் கப்பட்டு, ஊசலொன்றைத் தருகிறது; ஊசலானது கோலின் மேல் முனை ஊடாகவும் தட்டின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள அச்சொன்று பற்றி அலைவுகளை ஆற்றுகிறது. சிறு வீச்சு உடைய அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க. [0-994 செக்.]

5-12. அதன் சுழற்சி அச்சுப் பற்றி சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  உடைய பறப்புச் சிலலொன்று அதன் அச்சு கிடையாக இருக்குமாறு உராய்விலலாத போதிகைகளில் ஏற்றப்பட்டிருக்கிறது. சிலலில், அச்சிலிருந்து தூரம்  $r$  இல், புறக்கணிக்கத்தக்க பருமனுடைய திணிவு  $m$  இணைக் கப்பட்டிருக்கிறது; ஊடாகச் செல்லும் ஆரை நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கோணம்  $\theta$  லை ஆக்கும் நிலையில் சிலலு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. சிலலு அடையும் உயரவுக் கோண வேகத்திற்குக் கோலையொன்றைப் பெறுக.

அடுத்து, மேற்படித் தொகுதியானது சிறந்தலைவுகளை ஆற்றும்பொழுது அவ்வலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தையே எளிய ஊசலொன்று உடையதாய் இருக்குமாறு அதன் நீளம்  $l$  செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது.  $l$  இன் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு இச்செய்முறை மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படுகிறது.  $r$  இற்கும்  $l$  இற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை நோக்கோட்டு வரைபொன்றால் எவ்வாறு குறிக்கமுடியும் என்பதை விளக்கி,  $m$  ஐத் தெரிந்தவிடத்து வரையிலிருந்து  $I$  இன் பெறுமானத்தை எவ்வாறு துணியலாம் என்பதைக் காட்டுக. அதன் சுழற்சி அச்சுப் பற்றி பறப்புச்சிலலொன்றின் சுடத்துவத் திருப்பத்தைத் துணிதலுக்கான வேறொரு முறையின் கொள்கையைத் தருக. (L. Sch.)

$$\left\{ \frac{2mgr(1 - \cos \theta)}{I + mr^2} \right\}^{0.5} \quad ; \quad r \text{ ஐக் குறித்து } r^2 \text{ ஐ வரைக; அப்பொழுது } I = m \times (\text{வெட்டுத்துண்டு}).$$

5-13. தனது முனையொன்றுடே கிடையாகச் செல்லுகின்ற கத்தியோரமொன்று பற்றி நீளம்  $l$  கொண்ட மெல்லிய சீரான கோலொன்று நிலைக்குத்துத் தளத்தில் ஊசலாடுகிறது.

புவியீர்ப்பாலாகும் சிற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம் மாறாது இருக்கும்படி கோலின் எந்தப் புள்ளியில செறிந்த சுமை ஓனறை வைத்தலவேண்டும் ?

$$\left[ \text{மேலான முனையிலிருந்து } \frac{2l}{3} \text{ தூரத்தில்.} \right]$$

5-14. (α) புவியீர்ப்புச் செறிவானது அதன் பெறுமானத்தின்  $\frac{1}{\pi}$  ஆல் அதிகமாகப் பட்டால் ஊசலொன்று ஒவ்வொரு 2π அலைவுகளிலும் ஒரு முழு அலைவால் முன்னேறும் எனக் காட்டுக.

(b) எளிய ஊசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலமானது மலையடிவாரத்திலும் பார்க்க மலை யுச்சியில்  $\frac{1}{80}$  சதவீதம் குறைவானது ; வெப்பநிலை மாறுவதால் ஆகும் நீளக்குறைவு  $\frac{1}{80}$  சதவீதம். புவியீர்ப்புச் செறிவில் சதவீத உயாவு  $\frac{1}{80}$  எனக் காட்டுக.

(c) ஊசற் கடிகாரமொன்றை வேரோர் இடத்திற்கு எடுத்துச் சென்றபோது அது நாளொன்றில் 24 செக்கன்கள் முந்துகிறது எனத் தெரியவந்தது. வெப்பநிலையில் மாற்றம் இருக்கவில்லை எனக் கொண்டு அவ்விரு இடங்களுக்குமுரிய புவியீர்ப்புச் செறிவு வேறுறுமையின் பெறு மானத்தைக் காண்க.

$$[g/1800.]$$

5-15. மணிகூடொன்றின் சமநிலைச் சில்லானது ஆரை 0.80 சமீ. கொண்ட பாரமான வளைய மொன்றொனக் கருதலாம். அதன் திணிவு 0.96 கி. ஆகும். அதன் அலைவுக்காலம் ஒரு செக் கன் ஆக இருக்கும்பொருட்டு விலலானது கோணப் பெயாச்சியலு குன்றிற்கு பிரயோகிக்கும் மீள்தரு இணையைக் காண்க.

$$[0.0156 \text{ எக். ஆரையன்}^{-1}.]$$

5-16. ஆரை α கொண்ட சீரான கால்வட்டத்துண்டொன்றானது, அதன் உச்சி ஊடேயுள்ள கிடையசொன்று பற்றி, அதன் சொந்தத் தானத்தில், புவியீர்ப்பு காரணமாக அலைவுகளை ஆற்றுகிறது. அதன் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.

$$\left[ \pi \sqrt{\frac{3\pi}{g} \cdot \frac{\alpha}{r}} \right]$$

5-17. கம்பித்துண்டொன்று, பக்கநீளங்கள முறையே α யும் b யும் ஆகவுள்ள செவ்வக் மொன்றின் இரு புயங்களை ஆக்குமாறு வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. புவியீர்ப்பு காரணமாக, அதனது சொந்தத் தளத்தில் கம்பியின் வளைவூடாக உள்ள கிடையசொன்று பற்றி அது ஊசலாடுகிறது. எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம்

$$\frac{1}{2}(\alpha^2 + b^2)(\alpha^2 + b^2)^{-1}$$

எனக் காட்டுக.

5-18. ஆரை π கொண்ட மெல்லிய வட்டத் தடமொன்று அதன் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளியூடே செல்லும் கிடையசொன்று பற்றி அதன் சொந்தத் தளத்தில் ஊசலாடுகிறது. அலைவுகள் சிறிதெனின எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் 2α எனக் காட்டுக.

5-19. நீளம் 2α கொண்ட இலேசான கோலொன்றின் முனைகளில் இருசம திணிவுகள் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கின்றன. கோலானது, அதன் மையத்திலிருந்து தூரம் r இல், சுழலையில் வைக்கப்பட்டிருப்பின், எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம்  $(\alpha^2 + r^2)r^{-1}$  ஆகும் எனக் காட்டுக.

5-20. நீண்ட ஊசலொன்றின் அலைவுவீச்சு 10.0 சமீ. ஆகும். 4 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் வீச்சு 8.0 சமீ. ஆகின்றது. வீச்சு 6.0 சமீ. ஆவதற்கு எவ்வளவு நேரம் செல்ல வேண்டும் ?

$$[10 \text{ நி.}]$$

5-21. புவியீர்ப்பு காரணமாக, நிலைக்குத்துத் தளத்தில், சீரான நீள்வளையத்தட் டொன்று சிற்றலைவுகளை ஆற்றுகிறது. சுழற்சியுச்சானது பேரியச்சின் முனையொன்று ஊடே செல்லுகிறதெனில், எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம்  $(5\alpha^2 + b^2)(4\alpha)^{-1}$  எனக் காட்டுக । இங்கு α யும் b யும் அரையச்சுக்களும், α > b உம் ஆகும்.

5-22. புவியீர்ப்பு காரணமாக, அதன் சொந்தத் தளத்தில், அதன் மூலையொன்று ஊடே செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றி, சாயசதுரமொன்று ஆற்றும் சிற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்

$$\pi \sqrt{\frac{7a}{3g}}$$

என நிறுவுக; இங்கு தொங்கற புள்ளி ஊடே செல்லும் மூலைவிட்டத்தின் நீளம்  $a$  ஆகும்.

5-23. சீரிலலாத கோலொன்று, ஒன்றன்பின்னொன்றாக, ஆயினிட || உள்ள தன் இரு புள்ளிகள் ஊடாகச் செல்லுகின்ற கிடையச்சுகள பற்றி அலைவுகளை ஆற்றமுடியும். சிற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலங்கள் முறையே  $t_1, t_2$  எனில், கோலின் திணிவுமையமானது தூரம் ||

$$\frac{gt_1^3 - 4\pi^2 l}{gt_2^3 - 4\pi^2 l}$$

என்னும் விகிதத்தில் பிரிகிறது என நிறுவுக.

5-24. கூட்டுசேலைப் பயன்படுத்திப் புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகலைத் திட்டமாக அளக்கும்போது ஆகவேண்டிய திருத்தங்களைச் சுருக்கமாகக் கூறுக; கததியோரங்களின் வளைவுக்குரிய திருத்தத்தை விரித்துரைக்க.

(5)

5-25. திணிவு, நிறை என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணம் கூறித் தரப்பட்ட ஏதேனுமோர் இடத்தில் பொருளொன்றின் திணிவுக்கும் அதன் நிறைக்கும் இடையேயுள்ள விகிதசமத்துவத்தைச் சோதிக்கும் பொருட்டு நீர் செய்யவிரும்பும் பரிசோதனைகளை விவரித்துக் கூறுக.

5-26. நிலைத்த கிடையச்சொன்று பற்றி உராயவின்றிச் சுழலுமாறு விறைப்பான பொருளொன்று ஏற்றப்பட்டிருக்கிறது. அதனது சிற்றலைவுக் காலத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

புவியீர்ப்புச் செறிவு || ஐ அளக்க இத்தகைய தொகுதியொன்றை நீர் எவ்வாறு பயன்படுத்துவீர் என்பது பற்றி விவரித்துக் கூறுக.

5-27. புவி பரப்பிற்கு மேலேயுள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து பொருளொன்று விரைக்கப் பட்டால் அது நிலைக்குத்துக் கோட்டிலிருந்து கிழக்கு முகமான சிறு விலகலொன்றையும் அத்துடன் மத்தியகோடு முகமான மிகச்சிறிய விலகலொன்றையும் அடைகின்றது என நிறுவுக.

கிழக்கு முகமான விலகலானது அகலாங்குக் கோணத்தின் கோணனுடனும் விழுந்த தூரத்தின் வாக்கமூலத்தின் கணத்தனுடும் நேராக மாறுகிறது எனக் காட்டுக. மேலும், அகலாங்கு  $51\frac{1}{2}^\circ$  யில், 100 அடி வீழ்வின்விடத்து இவ்விலகலானது கிட்டத்தட்ட  $\frac{1}{4}$  அங்குலம் எனவுங் காட்டுக.

5-28. குறையுடைய செக்கனூசொன்று நாளொன்றில் 20 “ செக்கன்கள் ” இழக்கிறது. அதன் நீளத்தைக் கிட்டத்தட்ட 0.046 சமீ. ஆல் குறுக்கினால் அதே நிலையத்தில் அது காலந் தவறுது ஓடும் எனக் காட்டுக.

5-29. புவியானது தன் அச்சப் பற்றிச் சுழலாது இருக்குமாயின், மத்தியகோட்டில் புவியீர்ப்புச் செறிவின பெறுமானம் இப்போதையதைக் காட்டிலும்  $3:38$  சமீ. செக். ஆல் மிகுந்திருக்கும் எனக் காட்டுக.

5-30. இரு நிலையங்களிலுள்ள புவியீர்ப்புச் செறிவுகளை எவ்வாறு திட்டமாக ஒப்பிடலாம் என்பதை விவரமாகக் கூறுக. புவியீர்ப்பு அளவை முடிபுகளிலிருந்து என்ன செய்தியைப் பெறமுடியும்?

5-31. தன் சொந்தத் தளத்தில், தன் மூலையொன்றுடே செல்லும் கிடையச்சொன்று பற்றிச் சிற்றலைவுகள் ஆற்றுமாறு, சீரான தடிப்புடைய ஓர் உலோகத்தாற் சதுரத்தட்டொன்று அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது. சதுரத்தின் பக்க நீளம்  $2a$  ஆயின எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் யாது ||

$$\left[ \frac{4\sqrt{2}}{3} a \right]$$

5-32. திணிவு  $m$  கி.கி., நீளம்  $\lambda$  மீ. உடையதும், நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் அசையுமாறு தன் முனையொன்றில் பிணைக்கப்பட்டதுமான, நேரான, சீரான கோலொன்று கிடை நிலையினின்றும் விடுவிக்கப்படுகிறது. நிலைக்குத்து நிலையுடே கோல் செல்லுப் பொழுதள்ள அதனது கோண வேகத்தைக் கணிக்க. அதனது உறுதியில் சமநிலைத் தானத்தினின்றும் கோலானது விடுவிக்கப்படின் இவ்வேகம் இருமடங்காருமா?

$$\left[ (a) \frac{1}{10} \sqrt{\frac{3g}{\lambda}} \text{ ஆன். செக். }^{-1}; (b) \frac{1}{10} \sqrt{\frac{6g}{\lambda}} \text{ ஆரையன். செக். }^{-1}. \right]$$

5-33. நீளம் 30 சமீ. கொண்ட சீரான உலோகக் கோலொன்று, ஒவ்வொன்றும் 100 சமீ. நீளமுடைய நிலைக்குத்தான இரு கயிறுகள் ஆகும் இருநூற்றொங்கல்களாற் கிடையாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. கயிறுகள் கோலின் முனைகளுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. கோலின் திணிவு 1000 கி. என்.இன், அது ஒரு சிறு கோணம்  $\theta$  அளவால் திருகப்பட்டிருக்கும்பொழுது அதன்மீது ஆற்றுகின்ற இணையைத் துணிக.

அதனது புவியீர்ப்பு மையம் ஊடே செல்லுகிற நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றிக் கோலின் சுழிப் பாரை 10 சமீ. என்.இன், கிடைத் தளத்தில் கோலின் சிறுநிலைகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.

[1-34 செக்.]

5-34. எளிய இசையியக்க முறைப்படி அலைவுகளை ஆற்றுகின்ற பொருளொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்திற்குக் கோலையொன்றைப் பெறுக. இச்செய்தியைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுசெலொன்றின் அசைவு வீச்சம் சிறிதாயிருக்கும்பொழுது அதன் அலைவுக்காலத்தைக் காண்க.

ஆரை  $r$  உம் திணிவு  $m$  உம் கொண்ட விறைப்பான வட்டத் தட்டொன்று அதன் ஓரம் ஊடாகவும் அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள கிடையச்சுப் பற்றிச் சிறு வீச்சுமுடைய அலைவுகளை ஆற்றுமாறு தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. திணிவு  $M$  கொண்ட துணிக்கையொன்று தட்டின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியில் நிலையாகப்பட்டிருக்கும் பொழுதுள்ள ஆவர்த்தன காலம்  $T$  ஐக் காண்க;  $M$  இன் பெறுமானம் எத்துணைப் பெரிதாகிலும்  $T$  யில் மதானறும் மாறாஎனது கிட்டத்தட்ட 15 சதவீதத்தை மீறுது எனக் காட்டுக.

5-35. நிலைத்த அசைவொன்று பற்றிச் சுழலும் விறைப்பான பொருளொன்றின் இயக்கச் சக்தியானது  $\frac{1}{2} I \omega^2$  ஆகும் எனக் காட்டுக; இங்கு, குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமுடைய அர்த்தங்களையே உடையன. கிடையாயிருக்கின்ற அச்சுடைய பறப்புச் சில்லின் விளிம்பில் தெரிந்த திணிவுடைய சிறு பொருளொன்றை எவ்வாறு நிலையாகி, கூட்டுசெலொன்றினிடத்துமைய அலைவுகளை நோக்கிச் சில்லுக்கு அவ்வச்சுப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைத் துணியும எனப்பதை விவரித்து விளக்கிக் கூறுக.

5-36. “சடத்துவத் திருப்பம்” என்னும் பதத்தை விளக்கி “சமாந்தரவச்சுத் தேற்றத்தை”க் கூறுக. ஊசலொன்று, மெல்லிய இழையொன்றால் தொங்கவிடப்பட்டது முடிவுள்ள ஆரைகொண்டதுமான ஊசற் குண்டொன்றால் ஆனது; அடிப்படைத் தத்துவங்களிலிருந்து ஊசலின் இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெறுக (துணிதல் புறக்கணிக்கத்தக்கது). இயக்கச் சமன்பாட்டிலிருந்து ஊசலின் ஆவர்த்தன காலத்தை எவ்வாறு பெறமுடியும் எனப்பதைக் காட்டுக.

ஊசலொன்று 15.0 சமீ. நீளமுடைய இழையொன்றால் தொங்கவிடப்பட்ட கோளவூசற் குண்டாலானது; ஊசற் குண்டின் ஆரை 2.24 சமீ. (a) ஊசலின் ஆவர்த்தன காலம், (b) எளிய சமவலு ஊசலின் நீளம் என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் கணிக்க.

[(a) 0.836 செக்., (b) 17.4 சமீ.]

5.37. அதன் தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் அதன் மையத்திலிருந்து தூரம்  $r$  இல நிற்குகின்றதுமான கிடையச்சொன்று பற்றி ஆரை  $a$  கொண்ட சீரான உலோகத்தாலான வட்டத் தகடொன்றின் ஆவர்த்தன காலம்  $T$  யிற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. தகட்டின் விட்டம் 36.0 சமீ. எனின்,

(a)  $r = a$  ஆகுமிடத்து அலைவுக்காலம்  $T_r$ ,

(b) ஒரே ஆவர்த்தன காலம்  $T_r$  இற்குரிய  $r$  இன் இன்னொரு பெறுமானம்,

(c) இழிவு அலைவுக்காலம்  $T$  இழிவு

என்பவற்றைக் கணிக்க.

[(a) 1.04 செக்., (b) 9.0 சமீ., (c) 1.01 செக்.]

## அதிகாரம் VI

### ஈர்ப்பு

**கெப்பிளரின் கோளியக்க விதிகள்.**—கோள்களின் இயக்கமானது மிகப் பழங்காலந் தொட்டு கவர்ச்சிமிக்க விடயமொன்றாக விளங்கி வந்திருக்கின்றது. பாபிலோனிய வானியல் விற்பன்னர் கூட கோளியக்க அட்டவணைகளை ஓரளவு வெற்றிகரமாகக் கணிக்கும் வல்லமையுடையோராயிருந்தனர் என்பது இதற்குச் சான்றாகும். புவியே பிரபஞ்சத்தின் மையம் எனக் கொண்டு ரொலமி என்பார் புவியிலிருந்து நோக்கப்பட்டவாறு கோள்களின் தோற்ற வியக்கங்களை வட்டங்கள், மேற்சக்கரங்கள் என்பவற்றின் தொகுதியொன்றால் விவரித்துக் கூறமுடியும் எனக் கண்டுபிடித்தார். கொப்பனிக்கஸ் என்பார், 1542 இல், மேற்படி விவரணத்தை எளிதாக்க முயன்றார்; அவரின் கொள்கையில், மையமாக அமைந்திருக்கின்ற ஞாயிற்றைக் குறித்துக் கோள்கள் வட்டங்களிற் சுற்றுகின்றன எனக் கருதப்பட்டது. அவரது ஆராய்ச்சியின் முடிவுகள். நூலாக வருமுன் அவர் காலமாகிவிட்டார்.

ரைக்கொ பிராஜே என்பாரின் வானியல் அவதானிப்புகளை முறைப்படிபடித்த கெப்பிளர் என்பார், 1609 இல், கோளியக்கம் பற்றிய இரு விதிகளை வெளியிட்டார்; 1618 இல், மூன்றாவது விதியொன்றும் தொடர்ந்து வெளியிடப்பட்டது. கெப்பிளரின் கோளியக்க விதிகள் பின்வருமாறு:—

(அ) ஒவ்வொரு கோளும் நீள்வட்டமொன்றை அதன் குவியமொன்றில் ஞாயிறு அமைந்திருக்குமாறு வரைகிறது.

(ஆ) ஞாயிறைக் கோளொன்றுடன் தொடுக்கும் ஆரைக்காவியானது சமகாலங்களில் சம பரப்பளவுகளை வரைகிறது.

(இ) கோள்களின் சுற்றற் காலங்களின் வர்க்கம் ஞாயிறிலிருந்து அக்கோள்களின் சராசரித் தூரங்களின் கனத்துக்கு விகிதசமம்.

[ “சராசரித் தூரம்” என்னும் சொற்றொடருக்குப் பதிலாக இன்று “கோளின் அரைப்பேரியச்சு” என்னுஞ் சொற்றொடர் பயன்படுத்தப்படுகிறது.]

இவ்விதிகளுள் முதலாவதும் இரண்டாவதும் தனித்த கோளொன்றின் இயக்கத்தைப் பற்றியதே என்பது குறித்ததற்பாலது; மூன்றாவது விதி, வெவ்வேறு கோள்களின் இயக்கங்களிடையேயுள்ள தொடர்பை உணர்த்துகிறது.

**நியூற்றனின் ஈர்ப்பு விதி.**—கெப்பிளரின் விதிகள், கோள்களின் இயக்கங்கள் பற்றிய அவதானிப்புகளின் தொகுப்பாக மட்டுமே உள்ளன. இந்நிலையில், அவை யாதொரு விளக்கமும் அளிக்காது, எளிய திட்டமான முறையிலே அவ்வியக்கங்களை விவரித்துக் கூறுகின்றன. 1666 இல், நியூற்றனின் வயது இருபத்து நாலாய் இருக்கும்பொழுது, அவர் ஞாயிற்றுக்கும் கோளொன்றிற்கும் இடையேயுள்ள ஈர்ப்பு விசையைப் பயன்படுத்திக் கோளி



யக்கத்தை விளக்கிக் காட்டினார் ; சற்றேறக்குறைய இருபது ஆண்டு காலமாக இவ்வாராய்ச்சி பற்றிய செய்திகள் எதுவும் வெளியாகவில்லை ; பெரும்பாலும் ஹல்லே (Halley) என்பவரின் தூண்டுதலாலேயே ப்றின்சிப்பியா (Principia) என்னும் நூலின் ஒரு பகுதியாக அவை வெளிவந்துள்ளன.

ஈர்ப்பு விதியைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு நியூற்றனைத் தூண்டியிருக்கக் கூடிய கருத்துக்களை நனகுணரும் பொருட்டு ஆரை  $r$  கொண்ட வட்டமொன்றின் மையத்தில் அமைந்திருக்கிற ஞாயிற்றைச் சுற்றிக் கோளொன்று வலம் வருகிறது எனக் கொள்வோம் ; கோளின் சுற்றற் காலம்  $T$  யும் அதன் கோண வேகம்  $\omega$  வும் ஆகுக. ஞாயிற்று முகமாகக் கோளின் ஆர்முடுகல்  $\omega^2 r$  எனவே அதன் திணிவு  $m$  எனின், கோள் மீதுள்ள கவர்ச்சி விசையானது

$$m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r.$$

இங்கு  $T$  ஆனது ஆவர்த்தன காலம் ஆகும். இனி மூன்றாவது விதியின்படி  $T^2 = Kr^3$ ; இங்கு  $K$  ஒரு மாறிலி. எனவே கோள் மீதுள்ள விசையானது  $\frac{m}{r^2}$  இற்கு விகிதசமம் ; அதாவது, கவர்ச்சியானது ஞாயிற்றுக்கும் கோளுக்கும் இடையேயுள்ள தூரத்தின் வர்க்கத்திற்கு நேர்மாறு விகிதசமம்.

இததகைய சில கருத்துக்களினால் உந்த-பட்ட நியூற்றன தன் ஈர்ப்பு விதியைப் பிரேரிக்க முற்போந்தார் ; எந்தச் சடத் துணிக்கையும் வேறெந்தத் துணிக்கையையும், அவற்றின் திணிவுகளின் பெருக்கத்துக்கு நேர்விகித சமமானதும், அவற்றின் இடைத்தூரத்தின் வர்க்கத்துக்கு நேர்மாறு விகித சமமானதுமான விசையொன்றால் கவர்கின்றது எனவும், அவ்விசையின் தாக்கக் கோடானது அத்துணிக்கைகளை இணைக்கும் நேர்கோடு எனவும், அவ்விதி கூறுகிறது. அவ்விரு துணிக்கைகளினதுத் திணிவுகள்  $m_1, m_2$  ஆகவும் அவற்றின் இடைத்தூரம்  $r$  ஆகவும் இருப்பின், அவ்விடைத் தூரத்தைப் பெரிதாக்குமுகமாகத் தாக்குகின்ற விசை  $F$  என்ன,

$$F = -\gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

இங்கு,  $\gamma$  ஆனது ஈர்ப்பு மாறிலி எனப்படும் அகில மாறிலி ஒன்றாகும். விசையானது கவரும் விசை எனச் சயக்குறி உணர்த்துகிறது ; இது காந்தவியல், மின்னியல் எனவற்றிலுள்ள வழக்குடன இணங்குகிறது ; ஆனால் ஈர்ப்பியல் நூல்களில் இவ்வழக்கு எப்பொழுதும் அவ்வாறன்று.

இனி நியூற்றன் கருதியுள்ளவாறு<sup>†</sup> கோளமொன்றின் திணிவு அதன் மையத்தில் செறிந்திருக்கிறதபோல அதற்குப் புறத்தேயுள்ள புள்ளி யொன்றில் அதனாலாகும் கவாச்சியுந் தொழிற்படுகிறது எனக் கொள்ளின், சந்திரனின் இயக்கத்திற்கும் நேர்மாறு வர்க்க விதியின் உண்மையைச் சோதிக்கலாம்.  $m_1, m_2$  என்பன முறையே புவி, சந்திரன் என்பவற்றின் திணிவுகளும்,  $r$  அவற்றின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரமும்,

<sup>†</sup> இக்கூற்றுக்கான நிறுவலொன்றையிட்டுப் ப. 239 ஐப் பார்க்க.

■ புவியின் ஆரையும் ஆகுக. T ஆனது சந்திரனின் ஆவர்த்தன காலம் (27 நா. 7 ம. 43 நி.) எனின் அப்பொழுது

$$m_2 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r = \text{சந்திரன்மீது புவியாலாகும் கவர்ச்சி விசை.}$$

$$= \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

புவிப்பரப்புப் புள்ளியொன்றிலே புவியீர்ப்பின செறிவு  $g$  எனின், அப்புள்ளியிலுள்ள அலகுத் திணிவொன்றின் மீதுள்ள புவித் கவர்ச்சியால்

$$g \times 1 = \gamma \cdot \frac{m_1 \times 1}{a^2}.$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளும்

$$ga^2 = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r^3$$

எனத் தருகின்றன ; எனவே  $r=60a$  எனபது ஒரு நெருங்கிய அண்ணளவாகும் எனக் கொண்டால்,

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (60)^3 a.$$

$a=4,000$  மைல் எனக் கொள்வோமாயின்

$$g = 32.4 \text{ அடி. செக்.}^{-2}.$$

சந்திரனின் இயக்கம் பற்றிய அவதானிப்புகளிலிருந்து உய்த்தறியப் படுகின்ற இப்பேரூனது பரிசோதனை உண்மைகளுடன் ஒத்திருக்கின்றபடியால் ஈர்ப்புக் கொள்கையின் உண்மை உணர்த்தப்படுகிறது.

மேற்படி விவாதத்தில் கோள்மண்டிலங்கள் வட்டங்களென எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டன ; ஆனால் அவை நீள்வீளையங்கள் ஆகும் என கெப்பிளர் வற்புறுத்துகிறார். எனவே கெப்பிளரின் விதிகளைக் கூடின நுட்பத்துடன் சேர்த்து அவற்றிலிருந்து பெறக்கூடிய முடிவுகளைக் கண்டுபிடிக்க முயல்வோம்.

கோளொன்று ஞாயிற்றைச் சுற்றி அசையுங்கால, நேரங்கள்  $t$ ,  $(t + \delta t)$  யில் அதன் நிலைகள் முறையே P யும் Q வும், படம் 6.01(a), ஆகுக. அப்பொழுது S, நீள்வீளையத்தின் குவியங்களுள் ஒன்றாகும் ; கோளத்தின் கதி  $v$  எனின்

$$PQ = v. \delta t.$$

எனவே ஆரைக்காலி SP யினால் வாரப்பட்ட பரப்பளவு A ஆனது அவ்வாரைக்காலியின் நிலைத்த தானமொன்றிலிருந்து அளக்கப்பட்டால்,

$$\delta A = \Delta SPQ = \frac{1}{2} p. PQ ;$$

இங்கு  $p$  ஆனது S இலிருந்து நீட்டிய நாண் PQ இற்கு அல்லது, எல்லை யில், P யிலுள்ள தொடலி PT இற்கு வரைந்துள்ள செங்குத்து SM ஆகும்.

$$\therefore \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} pv.$$

சமபரப்பளவுக்கள் சமகாலங்களில் வரையப்படுகிறபடியால் (கெப்பிளரின் இரண்டாவது விதி)  $\frac{dA}{dt}$  ஒரு மாறிலி ஆகும்; அதாவது  $\mu$  மாறிலியாகும்; அதை  $h$  என்க. கோளின் திணிவு  $\mu$  எனின்,

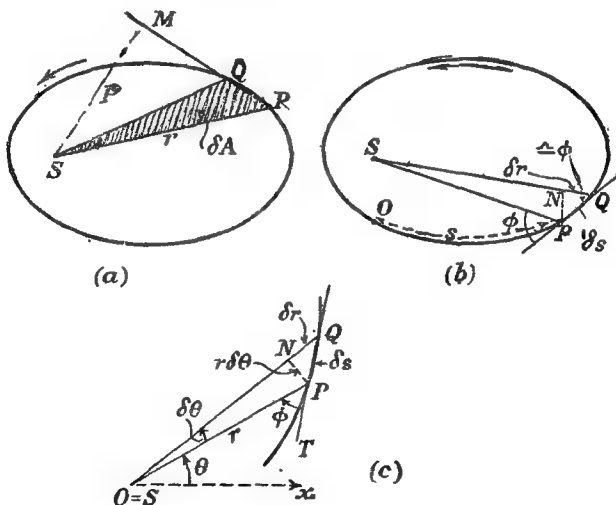
$$\mu\mu\mu = \text{மாறிலி},$$

அதாவது கோளின் உந்தத் திருப்பம் அல்லது கோணவுந்தம் ஒரு மாறிலி ஆகும்;  $p. 100$  ஐ ஒப்.

அடுத்து ஞாயிற்றைத் தன் குவியமொன்றிற் கொண்டிருக்கும் நீள் வளைய மண்டிலத்திற்கு நேர்மாறு வர்க்கவிதி மட்டுமே இசைவான விசை விதி என்பதை உறுதிப்படுத்துதல் வேண்டும். எனின்,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} h$$

ஆகுக; கவரும் விசையானது  $f(r) = \frac{F}{r^2}$  ஆகுக. மேலும் ஆரைக்காலி SP யுடன் நாண் PQ என்பது ஆக்கும் கோணம்  $\phi$  ஆகுக. எல்லையில் Q வானது P யை நெருங்கி இருக்கும்பொழுது,  $\phi$  ஆனது



படம் 6·01. கோளியக்கம்.

P (அல்லது Q) இலுள்ள தொடலியானது SP யுடன் ஆக்கும் கோணம் ஆகும். அப்பொழுது, படம் 6·01 (b) யை ஒப்.,  $\frac{F}{r^2}$  கோசை  $(\pi - \phi)$  அல்லது  $-\frac{F}{r^2}$  கோசை  $\phi$  ஆனது P யிலிருக்கும் கோளுக்கு

ஆர்முடுகல்  $\dot{r}$  ஐ வழங்கும் விசை ஆகும்; அதாவது,

$$-F \text{ கோசை } \phi = m \frac{dv}{dt};$$

மேலும்  $pv = h = \text{ஒரு மாறிலி ஆதலின}$

$$p \frac{dv}{dt} + v \frac{dp}{dt} = 0.$$

$$\therefore -F \frac{dr}{ds} = -\frac{mv}{p} \cdot \frac{dp}{dt} \quad \left[ \because \text{கோசை } \phi = \frac{dr}{ds}, \text{ படம் 101 (c) ஐ ஒப்.} \right]$$

$$\therefore F = \frac{mv}{p} \cdot \frac{ds}{dr} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{mv^2}{p} \cdot \frac{dp}{dr}.$$

இனி குவியமொன்றைக் குறித்து நீள்வளையமொன்றிற்குரிய  $(p, r)$  சமன்பாடானது

$$\frac{b^2}{r^2} = \frac{2a}{r} - 1. \quad [\text{ப. 16 ஐ ஒப்.}]$$

$$\therefore \frac{dp}{dr} = \frac{p^3 a}{r^2 b^2}.$$

$$\therefore F = \frac{mh^2}{p^3} \cdot \frac{p^3 a}{r^2 b^2} = \frac{m}{r^2} \cdot \frac{h^2 a}{b^2}.$$

$F = \mu \frac{m}{r^2}$  என்று எழுதுவோமாயின் இங்கு,  $\mu = \frac{h^2 a}{b^2}$  அப்பொழுது கோளின் ஆவர்த்தன காலத்திற்கு

$$\frac{1}{2} hT = \pi ab. \quad [\because \delta A = \frac{1}{2} pv \delta t]$$

$$\therefore T = \frac{2\pi ab}{h} = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\mu^{\frac{1}{2}}},$$

அதாவது,

$$T^2 \propto a^3.$$

எனவே எல்லாக் கோள்களுக்கும்  $\mu$  ஆனது ஒரே பெறுமான முடையது எனக் கெப்பிளரின் மூன்றாவது விதி உணர்த்துகிறது; அதாவது, கோளொன்று மீதுள்ள விசையானது அக்கோளின் திணிவுக்கு விகிதசமம் என்பதேயாம். பொருள்கள் ஒன்றையொன்று தம்முட் கவர்கிறபடியால் மேற்படி விசையானது மற்றைப் பொருளின் (அதாவது ஞாயிற்றின்) திணிவிற்கும் விகிதசமமாகும். எனவே

$$F = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \text{ அல்லது } F = -\gamma \cdot \frac{mM}{r^2};$$

இங்கு  $M$  ஞாயிற்றின் திணிவும்,  $\gamma$  ஈர்ப்பின் அகில மாறிலியுமாகும்.

ஞாயிறுனது நிலைத்த தானமொன்றில் இருக்கிறது எனக் கொள் ளப்பட்டிருப்பதால் மேலேயுள்ள விவாதமானது கண்டிப்பாய் அண்ணை வானதே. உண்மையாய்க் கூறுமிடத்து, ஞாயிறு, கோள் ஒவ்வொன்றும் அவற்றின் பொதுத் திணிவுமையத்தைக் குவியமாகக் கொண்டு நீள்வளையங்களை வரைகின்றன; கோளின் திணிவைக் காட்டிலும் ஞாயிற்றின் திணிவு பெரிதாய் இருக்கிறபடியால் ஞாயிற்றுக்குரிய நீள்வளையம் மிகச் சிறிதாகவே அமையும்.

நியூற்றனின் ஈர்ப்புவிதி கட்டாயமானது எனக் கூறமுடியாது; எனினும் அதைப் பயன்படுத்திப் பெற்றுள்ள வானியற் கணிப்புகள், அவதானிப்பு களுடன் நன்கு பொருந்துகிறபடியால் இவ்விதியின் உண்மை நிறுவப்பட்ட தாயிற்று. இவ்விதியின் பிரயோகத்தால் விளேந்த கண்டுபிடிப்புக்களுள் மிகு முதன்மையானதெனப் பின்வருவதை எடுத்துக் கூறலாம். யுறேனசு எனனும் கோளானது 1781 இல், சர். வில்லியம் ஹேர்ச்சல் என்பவரால் கண்டு பிடிக்கப்பட்டது; விஞ்ஞானிகளுக்குத் தெரிந்தவரை, சொற்ப காலமாக, மற்றைக் கோள்களபோல் அதுவும் நடமாடுவதாகத்தான் தோற்றிற்று. ஆனால், பத்தொன்பதாம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்திலே அதன் இயக்கத்தைப் பற்றிய சில முரண்பாடுகள் குறிக்கப்பட்டன. எனவே நியூற்றனின் ஈர்ப்புவிதியைப் பயன்படுத்திக் கணிததுள்ள இயக்கத்திலிருந்து அச்சேய்மையிலுள்ள கோளின் உண்மையான இயக்கம் வேறுபடுவதற்கு அதன்மீது ஏதேனுமொரு விசை கண்டிப்பாய்த் தொழிற்படவேண்டு மென்பது தெளிவாயிற்று. 1845 இல், கேம்பிரிட்ஜ் நகரிலே, J. C. அடம்ஸ் (Adams) என்பார், யுறேனசுக்கு அப்பால் அவரால் குறிப்பிட்ட நிலையில், அதுவரை தெரிந்திராத கோளொன்று இருக்குமாயின் யுறேனசின் கீழ்ப் படியாத இயல்பிற்கு விளக்கம் அளிக்கலாம் எனக் காட்டினார். தம் கொள்கையை அரச வானியல் விற்பன்னரிடம் அடம்ஸ் தெரிவித்தார்; ஆனால் அவ்விற்பன்னர் அதன்மீது சற்றேனும் கவனஞ் செலுத் தவில்லை. 1846 இல், லே வேரியர் (Le Verrier) என்பார் அதேபோன்ற அறிமுகமுடிபொன்றை வெளியிட்டார். இவ்வாராய்ச்சியாளர் ஒவ்வொ ருவரும் கிட்டத்தட்ட அதே நிலையில் புதுக் கோளொன்று உளதாக எதிர்வுகூறினர் என அரசவானியல் விற்பனனர் குறித்துள்ளார். ஆனால், இங்கிலாந்தில், அரைகுறையாகவேதான் இப்புதுக்கோளானது ஆராயப்பட்டுள்ளது; அதன் கண்டுபிடிப்பு 1846 ஆம் ஆண்டு செப்ரெம்பர் மாதம் 23 ஆம் திகதியன்று, காலே (Galle) என்பவராலே ஆனது. நியூற் றனின் ஈர்ப்புவிதியின் உண்மையையிட்டு இன்னுமொரு சான்றைக் கூற ளாம்; சில வால்வெள்ளிகளுக்கு இவ்விதியைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கப் பட்ட திரும்பற் காலங்கள் நோக்கன்முறையால் உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள் ளன. எனவே பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, வானியற் கணித்தற்றுறையி ல் நியூற்றனின் ஈர்ப்பு விதியானது தக்க அடிப்படையொன்றாகும் என உறுதிப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது; எனினும் கணிப்பும் நோக்கலும்

மிகச் சிறிதளவில் வேறுபடுகின்ற எடுத்துக்காட்டுக்களும் உள ; ஆனால் அயின்ஸ்டைன் என்பாரின் தொடர்பியற கொள்கை அவற்றுக்கு விளக்க மளித்துள்ளது.

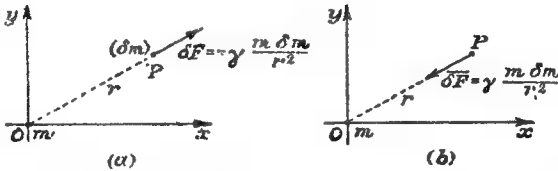
சர்ப்புப் புலமொன்றின் வலிமை-சர்ப்புச் செறிவு.—சர்ப்புப் புலமொன்றில்  $\delta m$  என்னும் சிறு திணிவொன்று வைக்கப்பட்டு, அது  $\vec{\delta F}$  என்னும் விசையொன்றை உணருமாயின், அப்பொழுது

$$\text{எல்} \quad \frac{\delta \vec{F}}{\delta m \rightarrow 0}$$

என்பது  $\delta m$  இருக்கும் புள்ளியிலுள்ள சர்ப்புப் புல வலிமை, அல்லது சர்ப்புச் செறிவு)  $\vec{G}$  எனப்படும். இவ்வாறு

$$\vec{G} = \text{எல்} \quad \frac{\delta \vec{F}}{\delta m \rightarrow 0}.$$

திணிவு  $m$  ஐயுடைய துணிக்கையொன்றிலிருந்து தூரம்  $r$  இலுள்ள புள்ளி P யில்  $\delta m$  என்னுஞ் சிறு திணிவொன்றைக் கருதுக, படம் 6.02(a). அப்பொழுது  $\delta m$  மீதுள்ள விசை  $\delta \vec{F}$  ஆனது



படம் 6.02. சுடத் துணிக்கையொன்றாலாகும் சர்ப்புப் புலத்தில் செறிவு.

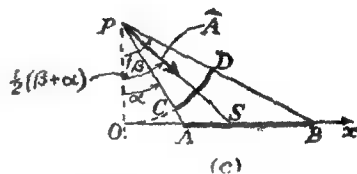
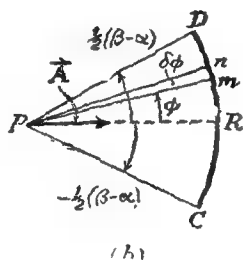
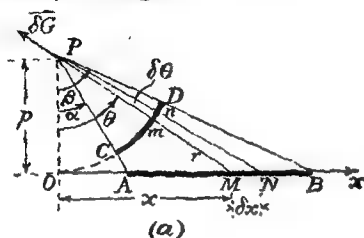
$$\delta \vec{F} = -\gamma \cdot \frac{m \delta m}{r^2}.$$

எனவே

$$\vec{G} = \text{எல்} \quad \frac{\delta \vec{F}}{\delta m \rightarrow 0} = -\gamma \frac{m}{r^2} \hat{r} = G \hat{r}.$$

இதுவே  $O$  விலுள்ள, திணிவு  $m$  கொண்ட துணிக்கையொன்றை  $P$  யில் ஆகும் சர்ப்புப் புல வலிமை. செறிவும் அத்துடன் விசை  $\vec{\delta F}$  உம் உண்மையில்  $O$  முகமாகவே அமைந்திருக்கின்றன என்பதைச் சயக்குறியானது உணர்த்துகிறது ; படம் 6.02 (b) யிற் காண்க ; இங்கு,  $r$  குறையும் திசையிலேயே  $\delta m$  மீதுள்ள விசை  $\vec{\delta F}$  அளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

சுத்தின் சீரான ஏகபரிமாணப் பரம்பலொன்றாகும் ஈர்ப்புப் புலம்.—  
நீளவலகு ஒன்றிற்கு அடர்த்தி  $\mu$  உடைய சீரான நேர்கோட்டுச் சடப்பரம்ப  
லொன்றை AB ஆனது, படம் 6.03 (a), குறிக்க.



படம் 6.03. சீரான ஏகபரிமாணச் சடப் பரம்பலொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புலம்.

ஈர்ப்புச் செறிவைக் கணிக்க வேண்டிய புள்ளி P ஆகுக. P யிலுள்ள ஈர்ப்புப் புலத்திற்குச் சடப்பரம்பலின் மூலகம் MN ஆல் அளிக்கப்படும் பங்கைக் கருதுக.  $OM = x$  உம்  $MN = \delta x$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது  $MP = r$  எனின், கருதும் பங்கானது

$$\delta G = -\frac{\gamma \mu \delta x}{r^2}.$$

$OP = p$ ;  $x = p$  தான்  $\theta$ ,  $r = p$  சேக  $\theta$  ஆயின்

$$\begin{aligned} \delta G &= -\frac{\gamma \mu p \sec^2 \theta \delta \theta}{p^2 \sec^2 \theta} = -\frac{\gamma \mu}{p} \delta \theta \\ &= -\gamma \left( \frac{\mu \cdot p \delta \theta}{p^2} \right). \end{aligned}$$

எனவே மையம் P யும், ஆரை  $p$  யும் ஏகபரிமாணச் செறிவு  $\mu$  வும் கொண்ட வட்டவில் CD யின் மூலகம்  $mn$  ஆல் ஆகும் புலமும், P யில் MN ஆல் ஆகும் புலமும் ஒரே பெறுமானமுடையவை. இது கோலின் இத்தகைய எல்லா மூலகங்களிடத்தும் உண்மையானது; எனவே P யிலுள்ள புலமானது ஆரை  $p$  யும் ஏகபரிமாணச் செறிவு  $\mu$  வும் கொண்ட வட்டவில் CD யின் புலத்துக்குச் சமனாகும்.

P யில் கோணம் CPD யின் இருகூறுக்கி PR வழியே,  $mn$  ஆல் ஆகும் புலத்தின் கூறு, படம் 6.03(b) யை ஒப்.,

$$-\frac{\gamma\mu}{p} \text{கோசை } \phi \delta\phi$$

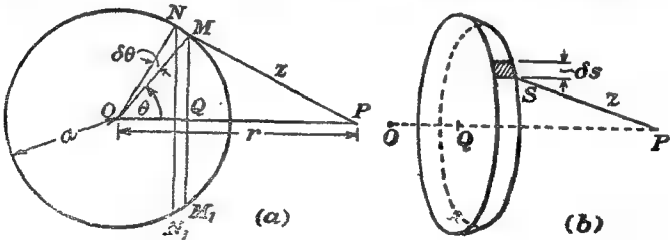
ஆகும்; இங்கு  $\phi$  யானது காட்டியுள்ள கோணம் ஆகும். சமச்சீரையிட்டு இக்கூறுகள் மட்டுமே கவனித்தற்பாலன; இதற்கு இணங்க

$$G = -\frac{\gamma\mu}{p} \int_{-\frac{\beta-\alpha}{2}}^{\frac{\beta-\alpha}{2}} \text{கோசை } \phi d\phi$$

$$= -\frac{2\gamma\mu}{p} \text{சைன் } \frac{1}{2} (\beta - \alpha).$$

எனவே, P யிலுள்ள கவர்ச்சி  $\vec{A}$  எனின், அதாவது  $\vec{A} = -\vec{G}$  எனின்,  $\vec{A}$  ஆனது பருமன்  $\frac{2\gamma\mu}{p} \text{சைன் } \frac{1}{2} (\beta - \alpha)$  உடையது எனவும், அது P ஊடே கீழ்முகமாக வரைந்துள்ள நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கோணம்  $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$  வை ஆக்குகின்றது எனவும், அதாவது அது கோணம் APB யின் இருகூறுக்கி வழியே தாக்குகிறது படம் 6.03 ஐ ஒப்., எனவும் நாம் அறிகிறோம்.

சீரான சடக்கோள ஓடொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புலம்.—படம் 6.04(a) யில் ஆரை  $M$  கொண்ட கோளவோட்டின் மையம் O வும், O விலிருந்து தூரம்  $r$  இல் இருக்கின்றதும் ஈர்ப்புச் செறிவு தேவைப்படுகின்றதுமான புள்ளி P யும் ஆகுக. வரிப்படத் தளத்தில் முறையே M, N,  $N_1$ ,  $M_1$



படம் 6.04. சீரான கோள ஓடொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புலம்.

என்னும் புள்ளிகளில் ஒட்டின் பாப்பை வெட்டுகின்ற அணித்தாயுள்ள இரு நிலைக்குத்துத் தளங்களுக்கிடையேயுள்ள ஒட்டின் பகுதியைக் கருதுக. அப்பொழுது மூலகவோட்டின் பரப்பளவானது  $2\pi a$  சைன்  $\theta$ .  $a \delta\theta$  ஆகும்; எனவே அதன் திணிவு  $2\pi a^2 \sigma$  சைன்  $\theta \delta\theta$  ஆகும்; இங்கு, ஒட்டுச் சடத்தின் பரப்பளர்த்தி  $\sigma$  ஆகும்; ஒட்டுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றும் P யிலிருந்து தூரம்  $PM = \sqrt{(a^2 + r^2 - 2ar \text{கோசை } \theta)}$  வில் இருக்கிறது.



இச்சட வளையத்தின் ஒவ்வொரு மூலகத்தாலு ஆகும் செறிவானது வெவ்வேறான திசையுடையதாயிருப்பதால் P யிலுள்ள செறிவை மதிப்பிடுவதில் உடனடியாக ஈடுபடமுடியாது. S இல் உள்ள அத்தகைய மூலகம் ஒன்றின் நீளம்  $\delta s$  எனின், படம் 6-04(b), அப்பொழுது P யில் அம்மூலகத்தாலாகும் செறிவு

$$-\frac{\gamma \cdot \sigma \cdot a \cdot \delta \theta \cdot \delta s}{PS^2};$$

இதை இருகூறுகளாக, ஒன்று OP வழியேயும் மற்றையது அதற்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்கத் துணிக்கலாம். இனி மேற்படி மூலகத்துக்கு எதிரே, அதேவிடத்தில் இன்னுமொரு மூலகமும் உளது; இதனால் ஆகும் செறிவும் முன்னர்போலவே துணிக்கப்படல் வேண்டும். OP யிற்குச் செங்குத்தான கூறுனது, அதற்கு ஒத்ததாக முதல் மூலகம் தரும் கூறை ஈடு செய்யும். எனவே ஈற்றில், OP வழியேயுள்ள கூறுகளை மட்டுமே கருதுதல் வேண்டும். அவ்வொவ்வொன்றும்

$$-\frac{\gamma \cdot \sigma \cdot a \cdot \delta \theta \cdot \delta s}{PS^2} \text{ கோசை } \widehat{SPQ}$$

இற்குச் சமன்; இங்கு தளம்  $MM_1$  ஆனது OP யை Q என்னும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது.

வளையத்தைச் சுற்றி மேற்படி கோவையைத் தொகையிட்டுப் P யில் அம் முழு மூலக வளையத்தால் ஆகும் செறிவு  $\delta G$  கணிக்கப்படுகிறது. கோவையானது

$$\delta G = -\gamma \sigma \frac{2\pi \cdot a^2 \text{சைன் } \theta \cdot \delta \theta}{a^2 + r^2 - 2ar \text{கோசை } \theta} \text{கோசை } \widehat{MPQ}. [\because \widehat{MPQ} = \widehat{SPQ}.]$$

$$\therefore G = -2\pi\gamma\sigma a^2 \int_0^\pi \frac{\text{சைன் } \theta (r-a \text{கோசை } \theta) d\theta}{(a^2 + r^2 - 2ar \text{கோசை } \theta)^{\frac{3}{2}}}.$$

இக்கோவையைத் தொகையிடும் பொருட்டு

$$a^2 + r^2 - 2ar \text{கோசை } \theta = z^2 \text{ ஆகுக. அப்பொழுது}$$

$$ar \text{சைன் } \theta \cdot d\theta = z \, dz \text{ உம் } 2r (r-a \text{கோசை } \theta) = z^2 - a^2 + r^2 \text{ உம் ஆகும்.}$$

இரு எடுத்துக்காட்டுக்கள் உள: (a) ஒட்டிற்கு வெளியே P இருந்தால் தொகையீட்டு எல்லைகள்  $(r-a)$  யும்  $(r+a)$  யும் ஆகும்.

$$\begin{aligned} \therefore G &= -\frac{2\pi\gamma\sigma a}{2r^2} \int_{r-a}^{r+a} \left(1 + \frac{r^2 - a^2}{z^2}\right) dz \\ &= -\frac{\pi\gamma\sigma a}{r^2} \left[z - \frac{r^2 - a^2}{z}\right]_{r-a}^{r+a} = -\frac{\pi\gamma\sigma a}{r^2} (4a) \\ &= -\frac{\gamma (\text{ஒட்டின் திணிவு})}{r^2}. \end{aligned}$$

எனவே கருதிய ஓடானது அதன் முழுத்திணிவும் அதன் மையத்தில் செறிந்துள்ளதுபோல் அதற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியொன்றில் இருக்கும் துணிக்கையைக் கவரகிறது.

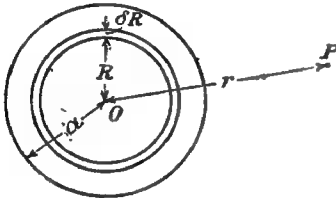
(b) ஓட்டிற்கு உள்ளே P இருந்தால் தொகையீட்டு எல்லைகள்  $(a-r)$  உம்  $(a+r)$  உம் ஆகும். எனவே

$$G = -\frac{\pi\gamma\sigma a}{r^2} \left[ z - \frac{r^2 - a^2}{z} \right]_{a-r}^{a+r} = 0;$$

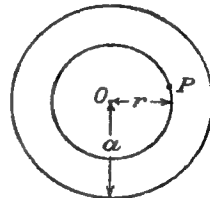
அதாவது, கோளவோடொன்றினுள் சர்ப்புப் புலம் பூச்சியம். [இம்முடிபு எல்லா மூடிய ஓடுகளிடத்தும் உண்மையானது.†]

சீரான கோளத்தால் ஆகும் சர்ப்புப் புலம்.—ஆரை ■ கொண்ட கோளமொன்றின் மையம் O ஆகுக; அதன் சடத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆகுக. இங்கு இரு எடுத்துக்காட்டுக்களைக் கருதுதல் வேண்டும்.

(a) P ஆனது, படம் 6·05 (a), கோளத்திற்கு வெளியே உள்ளதும், O விலிருந்து தூரம்  $r$  இல் இருப்பதுமான புள்ளியொன்று ஆகுக. கோளமானது ஒருமையமுள்ள ஓடுகளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக; அவற்



(a)



(b)

படம் 6·05. சீரான தனிமையாக்கிய கோளமொன்றால் ஆகும் சர்ப்புப் புலம்.

றுள் ஒன்று படத்திற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அதன் ஆரை R உம், தடிப்பு  $\delta R$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது முன்னர் உறுதிப்படுத்தியுள்ள எடுகோளைப் பயன்படுத்தி P இல் இவ்வோட்டாலாகும் சர்ப்புச் செறிவு  $\delta G$  எனின்,

$$\delta G = -\gamma \frac{4\pi R^2 \rho \delta R}{r^2}.$$

$$\therefore G = -\frac{4\pi\gamma\rho}{r^2} \int_0^a R^2 dR = -\frac{4}{3} \frac{\pi\gamma\rho a^3}{r^2};$$

அதாவது கோளத்தின் முழுத்திணிவும் அதன் மையத்தில் செறிந்திருப்பதுபோல் சர்ப்புச் செறிவு ஆற்றுகிறது.

(b) கோளத்துக்குள்ளே P இருந்தால், படம் 6·05 (b) ஐ ஒப்., O வை மையமாகவும் OP யை ஆரையாகவும் கொண்ட கோளமொன்றை வரைக;  $OP = r$  என்க. அப்பொழுது இக்கோளத்துக்கு வெளியேயுள்ள சடப்

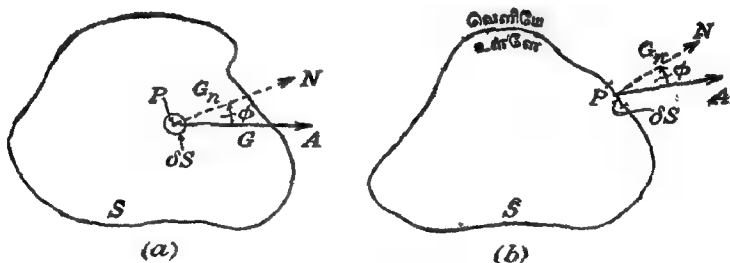
† தொகுதி V, ப. 40 ஐ ஒப்.

பொருளானது  $P$  யிலுள்ள செறிவுக்குப் பங்கு ஏதேனும் அளிக்கமாட்டாது ; ஏனெனில் கோளத்திண்மத்தின் இவ்வெளிப்பகுதியானது ஒருமையக் கோளவோடுகளாகப் பிரிக்கப்படுமிடத்து, அவ்வொவ்வொன்றிற்கும் உள்ளே  $P$  இருக்கிறது எனக் கொள்க. எனவே  $P$  யிலுள்ள செறிவு, ஆரை  $r$  கொண்ட கோளமொன்றினுள்ள சுப்பொருளால் மட்டும் ஆகும் ; அதாவது

$$G = -\frac{4}{3} \frac{\pi \gamma r^3}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi \gamma r.$$

[ந.கு. மேற்படி கோவைகள் ஒவ்வொன்றும் ஆரை  $a$  கொண்ட கோளத்தின் மேற்பரப்பிலுள்ள புள்ளிகளில் புல வலிமைக்கு அதே பெறுமானத்தைத் தருகின்றன. இச்சமம் எல்லா எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் உண்மையன்று ; கோளவோடொன்றின் பரப்பிற்கு அணித்தாயுள்ள புள்ளிகளில் உள், வெளிப் புலங்களைக் கருதுக.]

**ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம்.**— $P$  ஆனது, படம் 6.06(a), ஈர்ப்புப் புலமொன்றிலுள்ள புள்ளியொன்று எனக்; அப்புள்ளியிலுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவு  $G$  ஆனது திசை  $PA$  வழியே ஆற்றுக.  $P$  ஊடாக மூடிய பரப்பு ஏதேனுமொன்றை வரைந்து,†  $P$  யைச் சுற்றியுள்ள அப்பரப்பின் சிறு மூலகமொன்றைக் கருதுக.  $P$  ஊடாக,  $\delta S$  இற்குச் செங்குத்தாக  $PN$  ஐ வரைக. அப்பொழுது, வெளிமுகச் செவ்வன் வழியே  $G$  யின் கூறு  $G_n$  என்பது  $G$  கோசை  $\phi$  ஆகும் ; இங்கு  $\phi$  என்பது  $\angle APN$  ஆகும், படம் 6.06(b) யிற் காண்க.



படம் 6.06. ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம்.

$G_n \delta S$  அல்லது ( $G$  கோசை  $\phi$ )  $\delta S$  என்னும் கணியம் பரப்பு  $\delta S$  இன குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம் என அழைக்கப்படுகிறது. அதேபோல்

$$\int G_n dS \text{ அல்லது } \int G \cos \phi dS$$

என்பது அப்பரப்பின் குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம் ஆகும் ; இங்கு தொகையீடானது பரப்பு  $S$  முற்றிலும் கணிக்கப்படுகிறது.

† பரப்பானது முடிவுள்ளதாகவும் அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தனித்தன்மையுள்ள வெளிமுகமான செவ்வன் உடையதாகவும் இருத்தல் வேண்டும்; மேலும், அது ஓராயமாயிருத்தலாகாது.

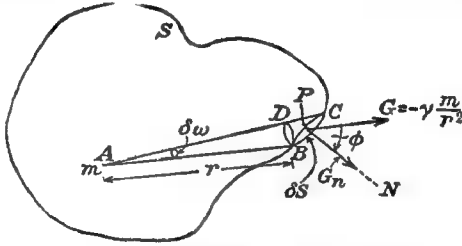
காவிக் குறிப்பிட்டில் பாயமானது  $\int \vec{G} \cdot \hat{n} dS$  ஆகும் ; இங்கு  $\hat{n}$  என்பது  $\delta S$  இல் வெளிமுகமாக வரைந்த செவ்வன் வழியே உள்ள அலகுக் காவியொன்றாகும்.

கோசின் தேற்றம்.—தன் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தனித்தன்மையுள்ள வெளிமுகமாக வரைந்த செவ்வனை உடைய, மூடிய பரப்பொன்றின் குறுக்கேயுள்ள சர்ப்புச் செறிவுப் பாயமானது அப்பரப்பால் சூழப்பட்டிருக்கின்ற முழுத்திணிவின்  $-4\pi\gamma$  மடங்காகும் என இத்தேற்றம் கூறுகிறது . அதாவது

$$\int G_n dS = -4\pi\gamma \Sigma(m) \text{ அல்லது } \int \vec{G} \cdot \hat{n} dS = -4\pi\gamma \Sigma(m);$$

இங்கு  $\Sigma(m)$ , மூடிய பரப்பினுள் இருக்கின்ற முழுத் திணிவையும் குறிக்கிறது.

இதனை நிறுவும் பொருட்டு,† திணிவு  $\blacksquare$  கொண்ட துணிக்கையொன்று A யில் இருக்கின்றதென்க, படம் 6·07 ; S என்பது A யைச் சூழ்ந்திருக்கும் யாதுமொரு‡ மூடிய பரப்பு ஆகுக. மேற்படி பரப்பிலே, ஈர்ப்புச் செறிவு



படம் 6·07. ஈர்ப்புப் புலத்திற்குக் கோசின் தேற்றம்.

$G$  உள்ள புள்ளி P யைச் சுற்றியிருக்கிற சிறு பரப்பு  $\delta S$  என்பது BC ஆகுக. A யிலிருந்து P யின் தூரம்  $r$  ஆயின், அப்பொழுது

$$G = -\gamma \cdot \frac{m}{r^2};$$

$$G_n = -\gamma \cdot \frac{m}{r^2} \text{ கோசை } \phi.$$

இங்கு  $G$  யின் தாக்கக் கோட்டுக்கும் P யில் பரப்பின் செவ்வனுக்கும் இடையேயுள்ள கோணம்  $\phi$  ஆகும். [ $G$  யின் தாக்கக் கோடானது PA வழியே உள்ளது.] A யை மையமாகவும் AB யை ஆரையாகவும் கொண்டு, கூம்பு ABCயை BD வழியே வெட்டுமாறு, கோளமொன்றை வரைக. அப்பொழுது

† எளிய பரப்புவகை மட்டுமே இங்கு கருதப்படுகிறது. மினனியல் தோற்றப்பாடுகள் தொடர்பாக இத்தேற்றமும் அதன் பிரயோகங்களும் தொகுதி V ப. 35 இல் விரித்தரைக் கப்பட்டிருக்கின்றன.

‡ பரப்பானது முடிவுள்ளதாகவும் அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தனித்தன்மையுள்ள வெளிமுகமாக வரைந்த செவ்வனை உடையதாயும் இருத்தல் வேண்டும்; மேலும் அது ஓராய்மாய் இருத்தலாகாது.

$$BC \text{ கோசை } \phi = BD = r^2 \delta\omega;$$

இங்கு  $\delta\omega$  என்பது மூலக்கூம்பு  $ABC$  யின் திண்மக் கோணம்.

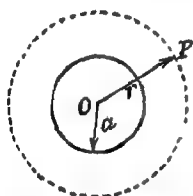
$$\begin{aligned} \therefore \delta S \text{ இன் குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம்} &= -\gamma \cdot \frac{m}{r^2} \cdot \text{கோசை } \phi \cdot BC \\ &= -\gamma \cdot \frac{m}{r^2} \cdot BD \\ &= -\gamma \cdot m \cdot \delta\omega. \end{aligned}$$

$$\therefore S \text{ இன் குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயம்} = -\gamma m \int d\omega = -4\pi\gamma m.$$

இவ்வாறு மூடிய பரப்பொன்றினுள் இருக்கின்ற சிறு சடத்துணிக்கை யொன்றிற்குத் தேற்றமானது நிறுவப்பட்டுள்ளது. எனவே இத்தேற்றமானது சடத்தொகுதியொன்றின் ஒவ்வொரு துணிக்கைக்கும் பிரயோகப்படுகிறபடியால் அது பொதுவாக உண்மையானது; அதாவது,

$$\int G_n dS = -4\pi\gamma \Sigma(m) \text{ அல்லது } \int \vec{G} \cdot \hat{n} dS = -4\pi\gamma \Sigma(m).$$

கோசின் தேற்றத்தின் எளிய பிரயோகங்கள்.—(a) இத்தேற்றத்தின் பிரயோகமொன்றை எடுத்துக்காட்டுமுகமாகத் தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்றால் அதற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியொன்றில் ஆகும் பலத்தைக் கவனிப்போம். ஆரை  $a$  யும் திணிவு  $m$  உம் உடைய



படம் 6.08. தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புச் செறிவு.

அத்தகைய கோளமொன்றின் மையம்  $O$  ஆகுக, படம் 6.08.  $O$  விலிருந்து தூரம்  $r$  ( $r > a$ ) இல் இருக்கின்ற புள்ளி  $P$  என்பதில் ஈர்ப்புச் செறிவைக் காணும்பொருட்டு,  $O$  வை மையமாகக் கொண்டு ஆரை  $r$  கொண்ட கோளமொன்றை வரைக. அப்பொழுது சமச்சீரையிட்டு ஈர்ப்புச் செறிவானது அக்கோளத்தின் பரப்பிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் ஒரே பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும்; அத்துடன் எங்கும் அப்பரப்பிற்குச் செவ்வாயும் அமைந்திருக்கும்; அப்பெறுமானம்  $G$  என்க. எனவே வரைவிலக்கணப்படி அக்கோளத்தின் பரப்பின் குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயமானது  $G(4\pi r^2)$  ஆகும்.

ஆனால் கோசின் தேற்றப்படி அது  $-4\pi\gamma m$  ஆகும். எனவே இவ்விரு கோவைகளையும் சமன்படுத்த, முன்னர் நிறுவியுள்ளவாறு

$$G = -\gamma \frac{m}{r^2}.$$

[ $r$  அதிகரிக்கும் திசையிலேயே இது  $G$  யின் பெறுமானம் என்பது குறித்தற்பாலது. புலமானது உண்மையில்  $O$  முகமாக அமைந்திருக்கின்றது என்பதைச் சயக்குறி உணர்த்துகிறது.]

கோளத்தினுள்ளே, அதன் மையத்திலிருந்து தூரம்  $r$  இல் இருக்கிற புள்ளியொன்றிலுள்ள புல வலிமையானது ஆரை  $r$  கொண்ட கோளத்தில் அடங்கியிருக்கின்ற சப்பொருளால் மட்டுமே தீர்மானிக்கப்படுகிறது. அக்கோளத்தின் பரப்பிற்குக் கோளின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்க

$$4\pi^2 G = -4\pi\gamma(\frac{4}{3}\pi\rho r^3).$$

இங்கு  $\rho$ , கோளத்துள் உள்ள சடத்தின் அடர்த்தியாகும்.

$$\therefore G = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho r \text{ அல்லது } G = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho^2 r^2;$$

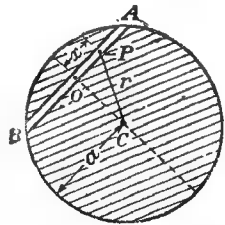
அதாவது சீரான திண்மக் கோளமொன்றினுள் இருக்கின்ற புள்ளியொன்றிலுள்ள புல வலிமையானது கோளத்து மையத்திலிருந்து அப்புள்ளியின் தூரத்துடன் நேராய் மாறுகிறது.

கோளத்தின் பரப்பில்  $G_{r=a} = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho a$ ; இதுவும், பரப்புப் புள்ளியானது கோளத்துக்கு வெளியேயுள்ளது எனக் கருதிக் கிடைக்கின்ற புலமும் ஒரே பெறுமானமுடையவை; இதன் கருத்து யாதெனில், பரப்பில் புல வலிமையானது தொடர்ச்சியுடையது என்பதே.

(b) கோளவோடொன்றினிடத்து ஓட்டுக்குப் புறத்தேயுள்ள புள்ளிகளில், ஓட்டின் திணிவு அதன் மையத்திற் செறிநதிருக்கிறதுபோல் அதே புலம் உள்ளது என உடனடியாகக் காணப்படுகிறது; அன்றியும் ஓட்டுக்குள்ளே இருக்கின்ற புள்ளியொன்றில் புலம் பூச்சியம் எனக் கோளின் தேற்றம் உடனடியாகக் காட்டுகிறது. எனவே ஓட்டில், புல வலிமையில் முடிவுள்ள தொடர்ச்சியின்மை உள்ளது.

**எடுத்துக்காட்டு.**—சீரான அடர்த்தியுடைய ஒரு கோளம் எனக் கருதக்கூடிய புவியினூடாக அழுத்தமான, நேரான குடைபாதையொன்று உளது எனக் கொள்க; புவியின் ஆரை 6400 மீ. எனவுங் கொள்க. தொடக்கத்தில் ஓய்வாயிருக்கின்ற துணிக்கையொன்று குடைபாதையின் ஒரு முனையிலிருந்து அதன் மறு முனைக்குச் செல்லுதற்கான நேரத்தைப் பெறுக. இந்நேரமானது குடைபாதையின் திசையைச் சாராது எனக் காட்டுக.

படம் 6-09 இல் C, புவியின் மையமும், AB, குடைபாதையும் ஆகும். AB இறகுச் செங்குத்தாக C ஊடே செல்லுகின்ற விட்டமானது AB யை O வில் வெட்டுக. நேரம்  $\theta$  மில் துணிக்கை P மில் இருக்க; இங்கு, CP =  $r$ ; OP =  $x$ . அப்பொழுது துணிக்கையில் அலகுத்திணிவு ஒவ்வொன்றின் மீதுமுள்ள விசை  $-\frac{4}{3}\pi\gamma\rho r$  ஆகும்; இங்கு  $\gamma, \rho$  என்பன அவற்றின் வழக்கமான பொருள் உடையன; விசையானது CP வழியே திசைகொண்டிருக்கிறது. PO வழியே அலகுத்



படம் 6-09. தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்றால் ஆகும் சரீர்புச் செறிவு.

தினியொன்றின் மீதுள்ள விசை  $\frac{4}{3}\pi\gamma\rho r \left(\frac{x}{r}\right) = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho x$ . எனவே துணிக்கையின் இயக்கம்

$$\ddot{x} + \frac{4}{3}\pi\gamma\rho x = 0$$

என்னுரு சமன்பாட்டால் எடுத்துக் காட்டப்படுகிறது.

இயக்கம் எளிய இசையானது ! அதன் ஆவர்த்தன காலம்

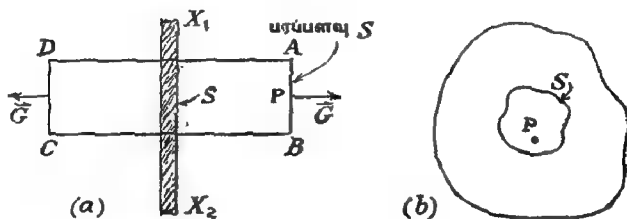
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{4\pi\gamma\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}.$$

இது கோளத்தின் பருமனையும் குடையாதையின் நீளத்தையும் சாரமாட்டாது.

$$g = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho a \text{ ஆதலின் } T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{தேவைப்படுகின்ற நேரம் } \frac{1}{2}T = \pi \sqrt{\frac{64 \times 10^7}{980}} \text{ செக.} \approx 42 \text{ நிமி.}$$

சீரான முடிவில்லாத சடத் தட்பொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புலம்.—படம் 6·10 (a) யில்  $X_1X_2$  என்பது பரப்பலகொன்றிற்கு மாறு அடர்த்தி  $\sigma$  கொண்ட முடிவில்லாத சடத்தட்பொன்றின் பாகமொன்றாகுக. புலம் தேவைப் படுகின்ற புள்ளி P ஆகுக. உகந்த கோசின் பரப்பொன்றைப் பெறும் பொருட்டுத் தகட்டில் பரப்பு S ஐக் கருதுக, படம் 6·10 (b) யிற்



படம் 6·10. சீரான முடிவில்லாத சடத் தகடொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புலம்.

காண்க ; தகட்டில் P யின் எறியமானது S இன் எல்லைக்குள் இருத்தல் வேண்டும். S இன் எல்லையிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தட்டுக்குச் செவ்வன்கள் வரைக ; தகட்டின் மையத் தளத்திலிருந்து முடிவான சம தூரங்களிலுள்ள தளங்கள் AB, CD என்பவற்றால் மேற்படி செவ்வுத்துக்கள் குறுக்கே வெட்டப்பட்டும்; AB ஆனது P ஊடே செல்லுகின்றது. அப்பொழுது AB, CD என்பவற்றைத் தவிர்த்துக் கோசின் பரப்பின் மற்றெல்லாப் பாகங்களிலும் பாயம் பூச்சியம் ஆகும். AB அல்லது CD யின் எந்தப் புள்ளியிலும் வெளிமுகமான புலச் செறிவு  $\vec{G}$  ஆகுக. அப்பொழுது, கருதப்படுகின்ற பரப்பின் குறுக்கேயுள்ள ஈர்ப்புச் செறிவுப் பாயமானது

$$(\vec{G} \cdot \hat{n}) S + (\vec{G} \cdot \hat{n}) S = 2(\vec{G} \cdot \hat{n}) S.$$

கோசின் தேற்றத்தின்படி இது  $-4\pi\gamma(\sigma S)$ .

$$\therefore \vec{G} \cdot \hat{n} = -2\pi\gamma\sigma.$$

எனவே  $\vec{G}$  உம்,  $\hat{n}$  உம் முரண்சமாந்தரமானவை ; புல வலிமை  $2\pi\gamma\sigma$  ஆகும். பிந்தியது தகட்டிலிருந்து P யின் தூரத்தைச் சாராது.

[ந.கு. நிலைமின்னியலிலே இதற்கு ஒத்த எடுத்துக்காட்டில், கோசின் பரப்பானது மின்னேற்றிய உலோகத்தட்டிற்குள் முடிவடையுமாறு செய்யப் படுகிறது ; அங்கு புலம் பூச்சியம் ; இவ்வெடுத்துக்காட்டில் அதைப் பயன்படும் வகையில் செய்யவியலாது.]

**சர்ப்பழுத்தம்.**—சர்ப்பு புலமொன்றிலிருக்கின்ற புள்ளியொன்றிலுள்ள சர்ப்பழுத்தமானது, முடிவிலியிருந்து கருதப்படும் புள்ளிவரை திணிவலகொன்றை எடுத்துச் செல்லும் பொழுது புலத்திற்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலை என்ன வரைவிலக்கணத்தாற் கூறப்படுகிறது.

எனவே முடிவிலியிலிருந்து குறிப்பிட்ட புள்ளிவரை  $\delta m$  என்னும் சிறுதிணிவொன்றை எடுத்துச் செல்லும்பொழுது புலத்திற்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலை  $\delta W$  எனின், அப்புள்ளியிலுள்ள சர்ப்பழுத்தம்

$$U = \lim_{\delta m \rightarrow 0} \frac{\delta W}{\delta m} = \frac{dW}{dm}.$$

மாற்றாக, சர்ப்பழுத்தத்திலுள்ள வேறுபாட்டிற்குப் பின்வருமாறும் வரைவிலக்கணம் கூறலாம்.  $P$  யும்  $Q$  யும் சர்ப்பு புலமொன்றிலுள்ள இரு புள்ளிகளும்,  $P$  யிலிருந்து  $Q$  வரை திணிவு  $\delta m$  கொண்ட சிறுதுணிக் கையொன்றை எடுத்துச் செல்லும்பொழுது புலத்திற்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலை  $\delta W$  யும் ஆயின்

$$\lim_{\delta m} \frac{\delta W}{\delta m} = \frac{dW}{dm} = dU ;$$

மேலும்,  $P$  யிலிருந்து  $Q$  விற்குச் செல்லும்பொழுது அழுத்தவுயர்வு  $\int_P^Q dU$  ஆகும்.

**வரைவிலக்கணம்.**—சர்ப்பு புலமொன்றிலிருக்கின்ற பரப்பொன்றின் புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றிலும் சர்ப்பழுத்தமானது அதே பெறுமானம் உடையதாய் அமைந்திருக்குமாயின் அப்பரப்பானது சமவழுத்தப் பரப்பு எனப்படுகிறது.

**தேற்றம்.**—புள்ளியொன்றிலுள்ள புல வலிமையானது அப்புள்ளி ஊடாகச் செல்லுகின்ற சமவழுத்தப் பரப்பிற்குச் செவ்வனாகும்.

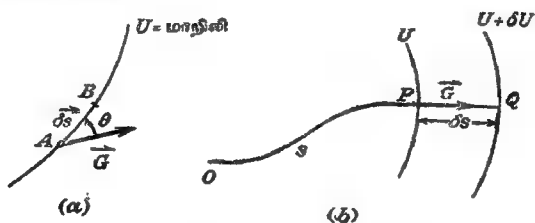
சமவழுத்தப் பரப்பு  $U$  விலே,  $A$  யும்  $B$  யும் ஆயிடையீடு  $\theta$  ஐ உடைய இரு புள்ளிகள் ஆகுக ;  $A$  யிற புல வலிமை  $\vec{G}$  எனவும், இக்காவியானது  $\vec{r}$  உடன கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குகின்றது எனவும் கொள்க, படம் 6.11 (அ).  $\vec{r}$  வழியே  $\vec{G}$  இன கூறுனது பெறுமானம்  $G$  கோசை  $\theta$  உடையதாகும் ; எனவே,  $A$  யிலிருந்து  $B$  வரை செல்லும்பொழுது புலத்திற்கு எதிராக அலகுத்திணிவு ஒன்றினிடத்துச் செய்யப்படும் வேலையானது

$$-G \cos \theta \delta S$$

ஆகும். வேலை புலத்தாற் செய்யப்படுகின்றதாதலால் சயக்குறி தேவைப்படுகிறது.  $A$  யும்  $B$  யும் அதே சமவழுத்தப் பரப்பொன்றினுள் இருக்கின்றன ஆதலின் இவ்வேலை கண்டிப்பாய்ப் பூச்சியம் ஆகும். எனவே,  $\vec{G}$  பூச்சியம் இல்லாதபோது கோசை  $\theta$  பூச்சியம் ஆதல வேண்டும். எனவே  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ; அதாவது, புலமானது கருதப்படும் புள்ளியில் சமவழுத்தப் பரப்பிற்குச் செவ்வனாகும்.



ஈர்ப்பழுத்தத்திற்கும் புல வலிமைக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பு பற்றி.— படம் 6·11 (b) யில்,  $U$  வும்  $U+\delta U$  வும் இரு அடுத்துள்ள சமவழுத்தப் பரப்புகள் ஆகுக. அப்பொழுது  $P$ , பரப்பு  $U$  விலுள்ள புள்ளியொன்று ஆயின்,  $P$  யிலுள்ள புல வலிமை  $\vec{G}$  என்பது பரப்பிற்குப்  $P$  யிலுள்ள செவ்வன் வழியே அமைந்திருக்கும். இச்செவ்வானை பரப்பு  $U+\delta U$  வை  $Q$  வில் வெட்டுக. அப்பொழுது  $P$  யிலிருந்து  $Q$  வரை  $\delta s$  திணிவு கொண்ட சிறு துணிக்கையொன்றை எடுத்துச் செல்லும்பொழுது புலத்திற்கு எதிராக அலகுத்திணிவொன்றினிடத்துச் செய்யப்படும் வேலையானது  $-G(PQ) = -G \delta s$  ஆகும் ; இங்கு,  $PQ = \delta s$  உம்,  $s$ ,  $s + \delta s$  என்பவை முறையே ஏதேனுமொரு நிலைத்த உற்பத்தி  $O$  விலிருந்து  $P$ ,  $Q$  என்பவற்றின் தூரங்களும் ஆகும்.



படம் 6·11. ஈர்ப்பழுத்தமும் புல வலிமையும்.

எனவே  $\delta U = -G \delta s$ ,

அல்லது  $G = - \text{எல்} \frac{\delta U}{\delta s} = - \frac{dU}{ds}.$

காவிக் குறிப்பீட்டில் இது

$$\vec{G} = -s \frac{dU}{ds};$$

இங்கு பொருத்தமான அலகுக்காவி  $\delta$ .

சுடத்துணிக்கையொன்றான ஈர்ப்பழுத்தம்.— படம் 6·12 (a) யில்,  $\gamma$  வில் இருக்கின்ற துணிக்கையொன்றின் திணிவு  $m$  என்க. மேற்படி துணிக்கையால் ஆகும் ஈர்ப்பழுத்தத்தைக் காணவேண்டிய புள்ளி  $A$  என்க.  $OA = a$  என்க. இனி  $O$  விலிருந்து தூரம்  $r$  இலேயுள்ள புள்ளி  $P$  யில்,  $r$  இன் வளர்திசையில், உள்ள புல வலிமையானது

$$G = -\gamma \frac{m}{r^2} = - \frac{dU}{dr}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; இங்கு கருதப்படும் புள்ளிக்குரிய ஈர்ப்பழுத்தம்  $U$  ஆகும்.

இச்சமன்பாட்டைத் தொகையிட்டால்

$$U = -\gamma \frac{m}{r} + K.$$

இங்கு  $K$  ஆனது எதேச்சையான மாறிலியாகும். முடிவிலியில் அழுத்தம் பூச்சியம் எனக் கொள்வது வழக்காதலின்

$$U_{r \rightarrow \infty} = -\gamma \frac{m}{\infty} + K = 0,$$

அதாவது

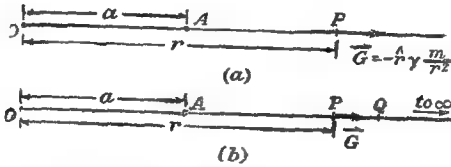
$$K = 0.$$

$$\therefore U = -\gamma \frac{m}{r}.$$

$OA = a$ ,  $O$  விலிருந்து தூரம்  $a$  யிலுள்ள புள்ளி  $A$  யில் அழுத்தம் தேவைப்படின

$$[U]_{r=a} = -\gamma \frac{m}{a}.$$

மாற்றுமுறையாக இச்சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு பெறலாம். படம் 6.12 (b) யில்,  $Q$  ஆனது  $O$  விலிருந்து தூரம்  $r + \delta r$  இலுள்ள புள்ளி



படம் 6.12. சுடத் துணிக்கையொன்றான சர்ப்புத்தம்.

யொன்றாக ;  $\delta m$  ஆனது முடிவிலியிலிருந்து அப்புள்ளிவரை கொண்டு வரப்படுகிறது எனக்கொள்க ; அதற்கான பாதையானது  $Q$  விலிருந்து  $P$  முகமாகவும்,  $OP$  யை ஒரு பாகமாகக்கொண்ட நேர்கோடு வழியேயும் இருத்தல் வேண்டும்.  $P$  யிலுள்ள புல வலிமை  $G$  என்க. ■ அதிகரிக்கும் திசையில் ஆற்றுங்கால் அது நேர் எனக்கொள்ளப்படும்.  $PQ = \delta r$  எனின்,  $Q$  விலிருந்து  $P$  வரை செல்லும்பொழுது புலத்துக்கு எதிராக அலகுத் திணிவொன்றினிடத்துச் செய்யப்படும் வேலையானது,  $Q \times (QP) = -G \delta r$ .

இது  $\delta U$  ஆகும்.

$$\therefore \delta U = -G \delta r.$$

ஆனால்

$$G = -\gamma \frac{m}{r^2}.$$

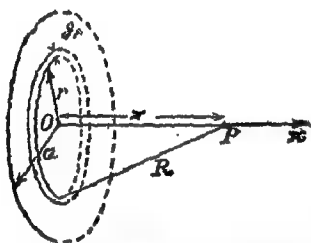
எனவே

$$\delta U = \gamma \frac{m}{r^2} \delta r.$$

$$\therefore U = \int_{\infty}^a \gamma \frac{m}{r^2} dr = -\frac{\gamma m}{a}.$$

இனி P யிலிருந்து வேறொரு பாதையிற் சென்று முடிவிலிக்கு மீண்டால், புலத்தால் இதற்குச் சமனான வேலையைச் செய்தாதல் வேண்டும். இல்லாவிடில், அதன் பாகம் ஒரு முடிவிலியில் இருக்கின்ற மூடிய பாதையொன்று வழியே சிறு துணிக்கையொன்றை எடுத்துச் சென்றால் சக்தி நயத்தையோ நட்டத்தையோ அனுபவித்தல் வேண்டும். எனவே, வேலையை மதிப்பிடும் பொருட்டு O வும் P யும் ஊடே நேர்கோட்டுப் பாதையே பயன்படுத்தப்பட்ட போதிலும் P யிற்குச் சிறு துணிக்கையைக் கொண்டுவரும் பொருட்டுப் பயன்படுத்தப்படும் பாதையைப் P யிலுள்ள அழுத்தஞ் சாராது எனக்கொள்க.

சீரான வட்டத் தட்டொன்றின் அச்சிலுள்ள புள்ளியொன்றில் ஈர்ப்பழுத்தம்.—படம் 6.13 இல், O ஆனது, ஆரை  $a$  யும் பரப்பலகொன்றிற்குத்



படம் 6.13. சீரான வட்டத் தட்டொன்றின் அச்சிலுள்ள புள்ளியொன்றில் ஈர்ப்பழுத்தம்.

திணிவு  $\sigma$  வும் கொண்ட சீரான வட்டத் தட்டொன்றின் மையம் என்க. O ஊடாகவும் தட்டின் தளத்துக்குச் செவ்வகைவுமுள்ள அச்சு Ox இல் P ஒரு புள்ளி என்க. உள்ளாரை, வெளியாரை முறையே  $r$ ,  $r + \delta r$  ஆகவுடைய வட்டவளையத்துள் இருக்கின்ற சட்பொருளானது P யிலுள்ள அழுத்தத்துக்குக் கொடுக்கும் பங்கைக் கருதுக. இவ்வளையத்தின் மூலகங்கள் யாவும் P யிலிருந்து ஒரே தூரத்தில் இருக்கின்றபடியால், அத் தூரத்தை R எனக் கொண்டு,

$$\delta U = -\gamma \cdot \frac{2\pi r \delta r}{R}.$$

$$\therefore U = -2\pi\gamma\sigma \int_0^a \frac{r \, dr}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= -2\pi\gamma\sigma [(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} - x].$$

$$\therefore G = -\frac{\partial U}{\partial x} = -2\pi\gamma\sigma \left[ 1 - \frac{x}{(a^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \right].$$

$$a \rightarrow \infty \text{ ஆகுமிடத்து, } G_{a \rightarrow \infty} = -2\pi\gamma\sigma,$$

அதாவது, தட்டிலிருந்து முடிவுள்ள தூரங்களிற் புலம் மாறாமல் இருக்கும்; ப. 244 ஐயும் பார்க்க.

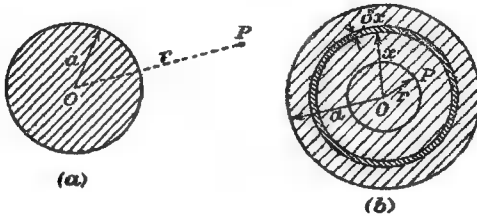
கோள ஒடொன்றாலாகும் ஈர்ப்பழுத்தம் பற்றி.—சடக்கோளவோடொன்றிற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளிகளில், ஓட்டின் முழுத்திணிவு  $m$  உம் அவ்வோட்டின் மையத்திலேயே செறிந்திருக்கிறது போல், ஈர்ப்புப் புலம் அமைகிறபடியால், வெளிப்புள்ளிகளில் அத்தகைய ஒடொன்றால் ஆகும் அழுத்தம்  $-\gamma \frac{m}{r}$  ஆல் தரப்படுகிறது; இங்கு  $r$ , ஓட்டின் மையத்திலிருந்து புள்ளியின் தூரம் ஆகும்.

ஓட்டுக்குள்ளே புலம் பூச்சியம் ஆகும்; அதாவது அழுத்தம் மாறிலி ஆகும்; மேலும் அழுத்தமானது கண்டிப்பாய்த் தொடர் சார்பொன்று ஆதலின், ஓட்டினுள் இருக்கின்ற அழுத்தமானது அதன் பரப்பிலுள்ளதற்குச் சமனாக இருத்தல் வேண்டும்; அதாவது,

$$U_{உள்} = -\gamma \cdot \frac{m}{a},$$

இங்கு  $m$  ஓட்டின் ஆரை.

**தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்றாலாகும் ஈர்ப்பழுத்தம் பற்றி.**— படம் 6.14 இல், ஆரை  $a$  யும் திணிவு  $m$  உம் உடைய சீரான கோள மொன்றின் மையம்  $O$  ஆகுக; அழுத்தம் தேவைப்படுகின்ற புள்ளி  $P$  என்க. இரு நிலைமைகள் உள.



படம் 6.14. தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்றால் ஆகும் ஈர்ப்பழுத்தம்.

(a)  $r > a$  என்றவாறு,  $P$  ஆனது, கோளத்திற்கு வெளியே இருக்க; இங்கு  $r = OP$ . அப்பொழுது கோளத்தின் திணிவு  $O$  வில் செறிந்திருக்கிறது எனக் கருத முடிகின்ற படியால்

$$U_{r \geq a} = -\gamma \cdot \frac{m}{r}.$$

மேலும்

$$U_{r=a} = -\gamma \cdot \frac{m}{a},$$

$G_{r=a} = \left[ -\frac{dU}{dr} \right]_{r=a} = \left[ -\frac{d}{dr} \left( -\frac{\gamma m}{r} \right) \right]_{r=a} = \left[ \frac{\gamma m}{r^2} \right]_{r=a} = \frac{\gamma m}{a^2}$  உம் ஆகும்.

(b)  $r < a$  என்றவாறு,  $P$  ஆனது கோளத்துள்ளே இருக்க, படம் 6.14 (b). அப்பொழுது  $P$  யிலுள்ள அழுத்தமானது ஆரை  $r$  கொண்ட கோளத்துள்ளே இருக்கின்ற சப்பொருளாலும் அதற்கு வெளியேயுள்ள தாலும் ஆகின்றது. முழு அழுத்தத்தின் இப்பாகங்கள் முறையே  $U_1$ ,  $U_2$  என்பவற்றால் குறிக்கப்படுக. இனி ஆரை  $r$  கொண்ட கோளமொன்றின் திணிவு  $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho$  ஆகும்; எனவே கோளப் பரப்புப் புள்ளி  $P$  யில் அழுத்தம்,

$$U_1 = -\frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \gamma \rho r^3}{r} = -\frac{4}{3} \cdot \pi \gamma \rho r^2.$$

$U_2$  ஐக் கணிக்கும்பொருட்டு முழுக்கோளத்துக்கும் உரிய, ஆனால்  $P$  கிடக்கிற கோளத்துக்கு வெளியேயுள்ள, பகுதியை ஒருமையமுள்ள ஓடுகளாகப் பிரிப்போமாக; இவற்றுள் ஒன்று படம் 6.14 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அதன் ஆரை  $x$  உம் தடிப்பு  $\delta x$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது ஓடொன்றினுள்ளேயுள்ள அழுத்தம் ஒரு மாறிலியும் அது பரப்பிலுள்ள அழுத்தத்திற்குச் சமனும் ஆதலின்,  $P$  யில் இவ்வோடாலாகும் அழுத்தமும் ஓட்டுக்குச் சற்று வெளியேயுள்ள புள்ளியின் அழுத்தமும் ஒரே பெறுமானமுடையவை. எனவே

$$\delta U_2 = -\frac{4\pi\gamma x^2 \rho \delta x}{x} = -4\pi\gamma \rho x \delta x.$$

இதிலிருந்து

$$U_2 = -4\pi\gamma \rho \int_r^a x dx = -2\pi\gamma \rho (a^2 - r^2).$$

எனவே, அழுத்தம் எண்ணிக் கணியமொன்றாதலின், கூட்டலால்

$$\begin{aligned} U_{r \leq a} &= U_1 + U_2 = -\frac{4}{3}\pi\gamma \rho [r^3 + \frac{1}{2}(a^2 - r^2)] \\ &= -\frac{4}{3}\pi\gamma \rho a^3 \left[ \frac{3}{2a} - \frac{r^2}{2a^3} \right] \approx -\gamma m \left[ \frac{3}{2a} - \frac{r^2}{2a^3} \right]. \end{aligned}$$

வகையிட, திணமக் கோளத்துள் இருக்கின்ற புலத்திற்கு

$$G_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{4}{3}\pi\gamma \rho r = -\frac{\gamma m}{a^3} r \quad \text{எனவும்}$$

$$G_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} = 0 \quad \text{எனவும்}$$

காண்கிறோம்; எனவே புலமானது முற்றிலும் ஓர் ஆரைப் புலமாகும்.

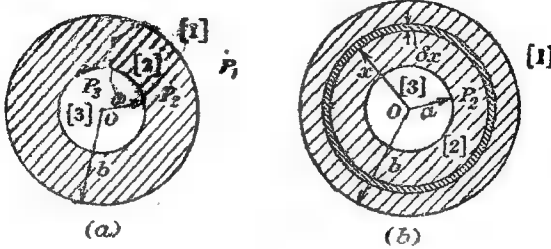
மேலும் கோளத்தின் மையத்திலுள்ள அழுத்தமும் அதன் பரப்புப் புள்ளியொன்றிலுள்ளதும் 3:2 என்னும் விகிதமாக இருக்கின்றன என்பதைக் குறித்துக்கொள்ளலாம்; அவற்றின் பெறுமானங்கள் முறையே  $-\frac{3\gamma m}{2a}$  உம்  $-\frac{\gamma m}{a}$  உம் ஆகும்.

சீரான தடித்த கோளவோடொன்றாலாகும் ஈர்ப்பழுத்தம் பற்றி.—படம் 6.15 (a) யில்,  $O$  என்பது அடர்த்தி  $\rho$  கொண்ட சடத்தாலான, சீரான, தடித்த ஓடொன்றின் மையம் ஆகுக;  $a$  யும்  $b$  யும் ( $a < b$ ) காட்டியுள்ளவாறு ஒட்டுப்பரப்புக்களின் ஆரைகள் ஆகுக. அப்பொழுது ஓட்டின் திணிவு

$$m = \frac{4}{3}\pi \rho (b^3 - a^3).$$

காட்டியுள்ள மூன்று பகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் அழுத்தத்தைக் கணித்தல் வேண்டும்.  $O$  விலிருந்து கருதப்படும் புள்ளியின் தூரம்  $r$  ஆகுக.

(a)  $b \leq r$ . இப்பகுதியைப் பொறுத்தமட்டில் தடித்த ஓடானது ஒருமைய மான மூலக ஓடுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொண்டால் அவ்வொவ்வொன்றும், எனவே முழு ஓடும், அதனது திணிவு  $O$  வில் செறிந்திருக்கிறது போலே தொழிற்படுகிறதாதலால், இப்பகுதியிலுள்ள சர்ப்பழுத்தம் ஆனது



படம் 6.15. சீரான தடித்த கோளவோபொன்றாலாகும் சர்ப்பழுத்தம்.

$$U_{b \leq r} = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho(b^3 - a^3)\frac{1}{r} = -\gamma\frac{m}{r}.$$

(b)  $a \leq r \leq b$ . இப்பகுதியில்  $OP_2 = r$  ஆகமாறு  $P_2$  ஒரு புள்ளி ஆகும் ;  $P_2$  இலுள்ள சர்ப்பழுத்தம் (a) ஆரைகள்  $a$  யும்  $r$  உம் கொண்ட ஓட்டிலுள்ள சடப் பொருளாலும் (b) ஆரைகள்  $r$  உம்  $b$  யும் கொண்ட ஓட்டிலுள்ள சடப் பொருளாலும் ஆனது. இவ்வழுத்தங்களை முறையே  $U_1$ ,  $U_2$  என்பவற்றால் குறிப்போமாயின், தடித்த ஓட்டின் இப்பகுதிக்கு வெளியே  $P_2$  உள்ளதாதலால்,

$$U_1 = -\frac{4}{3}\pi\gamma\rho\frac{r^3 - a^3}{r}.$$

$U_2$ , அதாவது  $P_2$  இலுள்ள அழுத்தத்திற்கு  $r=r$ ,  $r=b$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட ஓட்டிலுள்ள சடப்பொருள் தரும் பங்கைக் கணிக்கும் பொருட்டு ஆரைகள்  $x$ ,  $x + \delta x$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட ஓட்டிலிருந்து கிடைக்கும் பங்கைக் கருதுவோம் ; இங்கு  $r \leq x$ , படம் 6.15 (b) யை ஒப். அப்பொழுது அதனால் ஆகும் அதன் சொந்த அழுத்தத்தையே அது  $P_2$  இலுள்ள அழுத்தத்துக்குப் பங்காகக் கொடுக்கிறது ; அப்பங்கானது

$$-\frac{4\pi\gamma\rho x^2 \delta x}{x} = -4\pi\gamma\rho \delta x.$$

எனவே,

$$U_2 = -\int_r^b 4\pi\gamma\rho x dx = -2\pi\gamma\rho(b^2 - r^2).$$

$$\therefore U_{a \leq r \leq b} = U_1 + U_2 = -\gamma m \frac{1}{b^3 - a^3} \left[ \frac{3rb^2 - r^3 - 2a^3}{2r} \right].$$

(c)  $0 \leq r \leq a$ . சப்பொருளில்லா இப்பகுதியில் அழுத்தம் ஒரு மாறிலி ஆகும்; அது பரப்பு  $r=a$  என்னுமிடத்தில் இருக்கின்ற புள்ளியொன்றிற்குரிய அழுத்தத்துக்குச் சமன்; பகுதி [2] இலுள்ள புள்ளியொன்றிற்குரிய அழுத்தத்தை உணர்த்தும் கோவையைப் பயன்படுத்தி இது கணிக்கப்படுகிறது. எனவே

$$U_{0 \leq r \leq a} = -\frac{3}{2} \gamma m \frac{b+a}{b^2+ab+a^2}.$$

புவிமேற்பரப்பிற்கு மேலே உயரம்  $h$  இலே உள்ள பொருளொன்றின் நிலைச் சக்தி.—A ஆனது புவிமையின் பரப்பிலுள்ள புள்ளியொன்றும், B ஆனது A யிலிருந்து உயரம்  $h$  இலுள்ள புள்ளியொன்றும் ஆகுக. (கோளமெனக் கருதப்படும்) புவியின் ஆரை  $r$  எனின்,  $r$  ஐக் காட்டிலும்  $h$  சிறிது எனக் கொள்ளப்படுகிறது, அதாவது  $\frac{h}{r} \rightarrow 0$ ; புவியின் திணிவு  $M$  உம், நியூற்றன் ஈர்ப்பு மாறிலி  $\gamma$  வும் ஆயின், அங்கு ஈர்ப்பழுத்தம்  $-\gamma \frac{M}{r}$  ஆதலின் A யிலிருக்கின்ற திணிவு  $m$  கொண்ட துணிக்கையொன்றின் நிலைச் சக்தி

$$W_A = -\gamma \left( \frac{M}{r} \right) m.$$

அதுபோலவே,

$$W_B = -\gamma \left( \frac{M}{r+h} \right) m.$$

$\therefore W_B - W_A = A$  யினின்று B வரை துணிக்கை செல்லுமிடத்துள்ள நிலைச் சக்தி அதிகரிப்பு

$$\begin{aligned} &= -\gamma M m \left[ \frac{1}{r+h} - \frac{1}{r} \right] = -\gamma M m \left[ \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{h}{r} \right) - \frac{1}{r} \right] \\ &= \gamma \frac{M m h}{r^2} = m g h; \end{aligned}$$

இங்கு  $g$ , புவியீர்ப்புச் செறிவு, அதாவது  $\left[ -\vec{G} \right]_{r=a}$ , அல்லது  $\gamma \frac{M}{r^2}$ .

ஒரே பொருளின் இரு பகுதிகளுக்கிடையேயுள்ள கவர்ச்சி பற்றி.—படம் 6-16 இல், பொருளொன்றின் இரு பகுதிகளும் முறையே A, B களாற் குறிக்கப்பட்டின் A மீது முழுவதினதும் கவர்ச்சியானது, B மீது A யின் கவர்ச்சி, A மீது அதனால் ஆகும் கவர்ச்சி என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையாகும். ஆனால் பின்னையது பூச்சியமே. ஆகவே ஒரே பொருளின் இரு பகுதிகளுக்கிடையேயுள்ள கவர்ச்சியும் ஒரு பகுதி மீது முழுவதும் ஆற்றும் கவர்ச்சியும் ஒன்றேயாம்.

A diagram of a circle divided into two regions, A and B, by a vertical line segment. Region A is on the left and region B is on the right.

The diagram shows a large circle of radius  $b$  with center  $O$ . Inside it is a smaller circle of radius  $a$  with center  $C$ . The distance between  $O$  and  $C$  is  $c$ . A point  $P$  is on the boundary of the smaller circle. The large circle is shaded with diagonal lines. The horizontal distance from the left edge of the large circle to the center  $C$  is labeled  $2b$ . The vertical distance from the center  $C$  to the bottom edge of the large circle is labeled  $2a$ .

என்னும் கூறை உடையது.



PN வழியேயுள்ள கூறையும் தளம் AOC இற்குச் செங்குத்தாகவுள்ள கூறையும் கருதி இது கிடைத்துள்ளது. அரைக்கோளத்திற்கு ஒன்றன் பின்னொன்றாக எல்லைகள்  $\phi=0$ ,  $\phi=\pi$ ,  $\theta=0$ ,  $\theta=\pi$ ,  $r=0$ ,  $r=a$  என்பவற்றிற்கிடையே தொகையிட்டுக் கவரும் விசை பெறப்படுகிறது; இங்கு  $a$  (காட்டப்படாதது) முழுக்கோளத்தின் ஆரை. விடை

$$\frac{3}{16} \frac{\gamma m^2}{a^2}$$

என எளிதிற காட்டலாம்; இங்கு  $m$  கோளத்தின் திணிவு

மேற்படி விளைவைப் பின்வரும் முறையாலும் பெற்றுக்கொள்ளலாம். தளம் AOC யிலிருந்து தூரம்  $y$  யிலுள்ள புள்ளி P எனின், P யிலிருக்கின்ற அலகுத்திணிவொன்று மீதுள்ள கவர்ச்சி PO வழியேயும் பருமன்  $\frac{4}{3}\pi\gamma\rho r$  உடையதாயும் அமையும்; இங்கு  $OP=r$ ; தளம் AOC இற்குச் செவ்வனான அதன் கூறு  $\frac{4}{3}\pi\gamma\rho y$  ஆகும்; Oy இற்குச் செவ்வனாய் P ஊடே செல்லுகின்ற தளத்தின் புள்ளிகள் எல்லாவற்றிலும் இது அதுவேயாம். அதன் ஆரை  $\sqrt{a^2-y^2}$  ஆதலின்  $y =$  மாறிலி,  $y+dy =$  மாறிலி என்னும் தளங்களுக்கிடையிலிருக்கின்ற வட்டத்தட்டு மீதுள்ள கவர்ச்சியானது,

$$\frac{4}{3}\pi\gamma\rho y \cdot \pi\rho(a^2-y^2)dy$$

ஆகும். எனவே தம்முட் கவர்ச்சி

$$\frac{4}{3}\pi^2\gamma\rho^2 \int_0^a y(a^2-y^2)dy$$

ஆகும்; இதிலே முன்னர் கிடைத்துள்ள முடிவுமாம்.

ஈர்ப்பு மாறிலி; புவியின் திணிவும் சராசரி அடர்த்தியும்.—அதன் பரப்பிற்குச் சற்று வெளியேயுள்ள பொருளொன்றின் மீது புவியாற் பிரயோகிக்கப்படும் விசையே நியூற்றனின் ஈர்ப்பு விதியால் விளக்கப்படும் விசைகளுள் சிறப்பான ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும். இங்கு பொருளின் திணிவு  $m$  உம், புவியின் திணிவு, ஆரை என்பன முறையே  $M$  உம்  $R$  உம் ஆயின், புவிப்பரப்புப் புள்ளியொன்றில் வெளிமுகமாக வரைந்த செவ்வன் வழியே உள்ள விசை

$$F = -\gamma \cdot \frac{Mm}{R^2}.$$

உள்முகமாக வரைந்த செவ்வன் வழியே விசை  $-F$ , அதாவது  $\gamma \frac{Mm}{R^2}$

ஆகும்; இது பொருளின் நிறை, அதாவது  $mg$  இற்குச் சமன்; இங்கு  $g$  என்பது புவியீர்ப்புச் செறிவு ஆகும். எனவே

$$g = \gamma \cdot \frac{M}{R^2} = \frac{4}{3}\pi\gamma DR;$$

இங்கு  $D$  என்பது புவியின் சராசரி அடர்த்தியாம்.

g, R என்பன தெரிந்த கணியங்கள் ஆதலின்,  $\gamma$  வையோ M ஐயோ துணிய முடியுமாயின் மற்றையதை உடனே கணிக்க முடியும் என்பது தெளிவாம்.

இவ்வதிகாரத்தின் மீதிப் பாகத்தில் சர்ப்பு மாறிலி  $\gamma$  வைத் துணியும் பொருட்டு நடாத்திய பரிசோதனைகள் விவரித்துக் கூறப்படும்; இப்பரிசோதனைகள் இயல்பாக இருவகைத்து. முதல் வகுப்பில் வசதியான பருமனும் வடிவமும் தானமும் கொண்ட மலை அல்லது புவியோட்டின் புறவோடு போன்ற பெரிய புவித்திணிவு ஏதேனுமொன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து, இரானுவ அளவை முறையாலும் அதனுள் சுடங்களின் பரம்பல், அடர்த்தி என்பவற்றைச் சோதனைசெய்தும் அதன் திணிவு துணியப்படுகிறது. அடுத்து அதன் ஒரு புறத்திலுள்ள குண்டுநூல் மீது அல்லது அதற்கு மேலேயோ கீழேயோ இருக்கின்ற ஊசலொன்றின்மீது தாக்குகின்ற அதன் கவர்ச்சி அதே பொருள் மீது முழுப் புவியாலாகும் கவர்ச்சியுடன் ஒப்பிப்படுகிறது. இவ்வாறு புவியின் திணிவு துணியப்படுகிறது; இதைப் பயன்படுத்தி மேற்படி சமன்பாட்டிலிருந்து  $\gamma$  வைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம். இரண்டாவது வகுப்புப் பரிசோதனை உகந்த ஆய்சூடமொன்றில் நடாத்தப்படுகின்றது; இங்கு சிறிய துணிக்கைகளிடையேயுள்ள கவர்ச்சி அளக்கப்படுகிறது. இத்தகைய பரிசோதனைகள்  $\gamma$  வை உடனடியாகத் தருகின்றன.

புவியின் சராசரி அடர்த்தியின் துணிதலானது சர்ப்பு மாறிலியின் துணிதலுடன் நெருங்கிய தொடர்புள்ளது. அது புவியின் அதே திணிவும் கனவளவும் கொண்ட ஓரினமான சமவியல்புடைய பொருளொன்றின் அடர்த்தி என வரைவிலக்கணம் கொடுக்கப்படுகிறது.

மேலே குறித்துள்ள முதலாவது வகுப்புப் பரிசோதனைகளைப் பற்றிக்கூறும் பொழுது “சேர் ஐசாக் நியூற்றன் என்பவரே அத்தகைய முயற்சியொன்றைப் பற்றி முதன்முதல் எங்களுக்குக் குறிப்பாக உணர்த்தியிருக்கிறார்; ஏனெனில், அவர்தம் ஆராய்ச்சிக் குறிப்புக்களில் “மூன்று மைல் உயரமும் ஆறு மைல் அகலமும் உள்ள அரைக்கோள வடிவமுடைய மலையொன்று தனது கவர்ச்சியால் நிலைக்குத்துக் கோட்டிலிருந்து குண்டுநூலை இரண்டு கலைக்கு மேலே இழுக்காது, எனக் குறித்திருக்கிறார்” என்று அம்முறையைப் பயன்படுத்தியுள்ள மாஸ்க்கலின் (Maskelyne) என்பார் தெரிவிக்கிறார். ஆனால் இப்பிரச்சினையைத் தீர்த்துவைப்பதற்கு முதன்முதலாக முயற்சி எடுத்த பெருமை பூயெர் (Bouguer) என்பவருக்கே உரியது.

**பேருவில் பூயெரின் பரிசோதனைகள்.**—புவித் திணிவுகளிடையேயுள்ள கவர்ச்சிபற்றிய முதற் பரிசோதனைகள் பூயெர் அவர்களால் நடாத்தப்பட்டன; அப்பரிசோதனைகள் பற்றிய செய்திகள் அவரால் 1749 இல் வெளியிடப்பட்டன. ஊசலொன்றையும் குண்டுநூலொன்றையும் பயன்படுத்தும் பரிசோதனைகளால் புவியின் இடை அடர்த்தியை அவர் துணிய முயன்றார். அவர் பெற்ற விளைவுகள் இன்று அளவறிதற்குரிய அர்த்தம் உடையன அன்று; ஆனால் இத்தகைய கவர்ச்சியொன்று உண்டு எனக் காட்டிய பெருமை அவரைச் சாரும். அவரது குண்டுநூற் பரிசோதனைகள் மட்டுமே இங்கு விவரித்துக் கூறப்படும்.

இப்பரிசோதனைகளுக்காகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மலை சிம்பொராசோ என்பதாகும்; அது பேரூ நாட்டின் மாகாணமாகிய குவிற்றோவின் பொதுமட்டத்திற்கு இரண்டு மைல்மட்டும் மேலே இருக்கிறபோதிலும் அதன் உயரம் நான்கு மைல் ஆகும். இப்பிரச்சினையின் தீர்வுக்கெனப் பூயெர் குறித்துள்ள முறைகள் பலவற்றுள் இரண்டு பின்வருமாறு : முதலாவது முறையில், அதனது நன்னதலை வளசிப்பானது குண்டுநூலொன்றால் உறுதியாக்கப்பட்ட கால்வட்டத் தொலைகாட்டியொன்றால் உடுவொன்றின் நள்வான் கோணவேற்றம் முதலாவதாக, மலையின் வடக்குப் பக்கத்தில் அல்லது தெற்குப் பக்கத்தில் அளக்கப்படுகிறது; அடுத்து, அம் முதல்நிலையத்திற்குக் கிழக்கே அல்லது மேற்கே, குண்டுநூல் மீது மலையின் கவர்ச்சியைப் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவிலே சிறிதாய் இருக்கக்கூடிய அம்மலையிலிருந்து போதிய தொலைவிலே, அளவீடு மீண்டுஞ் செய்யப்படுகிறது. இம்முறையையே அவர் பயன்படுத்தினார்; கால் வட்டத்தின் ஆரை 2.5 அடி ஆகும். இரண்டாவது செயனமுறையானது மலையின் வடக்குப் பக்கத்திலும் தெற்குப் பக்கத்திலும் நோக்கல்களை எடுப்பதேயாம்; வானியல் அகலாங்கிற்கும் புவிவியல் பரப்பு அல்லது புவிப்பாத்து அகலாங்கிற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசமானது மலையாலாகும் திரும்பலின் இருமடங்காகும்.

பூயேரின் ஆராய்ச்சியானது இடர்மிக்க சூழலிலே நடத்தப்பட்டது; நோக்கு நிலையங்கள் நித்திய பனிகோட்டுக்கு மேலே இருந்தபடியால் அவ்வாராய்ச்சியானது முக்கியமாகக் கடுங் குளிராலும், உயர்வேகக் காற்றாலும் பாதிக்கப்பட்டது; பிந்தியதின் முழுத்தாக்குதல் தெற்கு நிலையத்திலேயே உணரப்பட்டது. இருந்தாலும் பூயேர் பல நோக்கல்களை வெற்றிகரமாக நடத்தினார்; பல சிறு திருத்தங்கள் செய்த பின்னர் மலையால் குண்டுநூலானது 8" கோணத் திரும்பலுற்றது என முடிவு செய்தார்.

பிரான்சு நாட்டிலோ இங்கிலாந்து நாட்டிலோ தக்க குன்றொன்றைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியுமாயின் அங்கு இப்பரிசோதனையை மீண்டுஞ் செய்தல் வேண்டும் என்னும் நம்பிக்கையுடன் பூயேர் இப்பரிசோதனைகளைப் பற்றிய அவர்தம் அறிக்கையை முடிக்கிறார். இவ்விருப்பு உடனே நிறைவேற்றப்படவில்லை.

மாஸ்க்கெலினினது ஆராய்ச்சி.—1772 இல், அக்காலத்து அரசுவானியல் விற்பன்னர் மாஸ்க்கெலின்† என்பார் மேற்படி முறையில் பரிசோதனை யொன்றை நடத்தப்போவதாகத் தீர்மானித்தார்; அதையிட்டு அரசுசபையானது “அப்பரிசோதனைக்கான தக்க குன்றொன்றைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் அத்திட்டத்தின் நிறைவேற்றத்திற்கான எல்லா ஏற்பாடுகளைச் செய்யவும்” குழுவொன்றை நியமித்தது. பல குன்றுகள் நீக்கப்பட்டன; “இருந்தாலும், கிட்டத்தட்ட ஸ்கொற்லாந்து நாட்டின் மையத்திலே, பேத்ஷையர் என்னும் மாகாணத்திலே, அதி அற்புதமான குன்றொன்று நல்லாய்ப்பாகத் தெரியவந்துள்ளது; அதன் உயரம் போதியதாயிருந்தது; மற்றெல்லாக் குன்றுகளினின்றும் அது போதிய அளவில் விலகி இருக்கிறது. கிழக்கிலிருந்து மேற்கு வரையுள்ள அதன் நீளமானது அதன்

† Phil. Trans., 1775 உம் 1776 உம்.

வடக்கு தெற்கு நீளத்தைக் காட்டிலும் உணரத்தக்க அளவில் பெரிதாய் இருக்கிறது என மாஸ்க்கெலின் கூறுகிறார். குன்றானது “சூலியன்” எனப்படும் ; அதன் அர்த்தம் “நித்திய புயல்” என்பதாகும்.

நள்வானிலும் இக்குன்றின் வடக்கிலும் தெற்கிலுமுள்ள அதன் உயர் சாய்வுப் பக்கங்களின்மீதும், நிலையங்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டன ; குண்டு நூலோடு உயர்வுத் திரும்பல்களைப் பெறும்பொருட்டு ஒவ்வொரு நிலையமும் மலையில் மேன்முகமாக அதன் கால்வாசி உயரத்தில் இருந்தது. மாஸ்க்கெலின் பத்து அடி நனந்தலை நோக்கற்கருவியொன்றைப் பயன்படுத்தினார் ; அக்கருவியின் தொலைகாட்டியானது பொருள்விலை முனையிலுள்ள கிடையச் சொன்றிலே சுற்றக்கூடியது ; பார்வைத்துண்டு முனையில் பல பாகைகள் வீச்சடைய படிவகுத்த வில்லொன்று அளிக்கப்பட்டிருந்தது. தொலை காட்டியானது நிறந்தாப் பொருள் வில்லையையுடையது. கருவியின் கிடையச்சிலிருந்து தொங்கவிட்ட குண்டுநூலொன்றானது படிவகுத்த வில்லுடன் தொடுகை வைக்கிறபடியால் நனந்தலைத் தானம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. அதன் தளம் புவியியல் நள்வான் தளத்தில் அமையுமாறு கருவி வைக்கப்படுகிறது ; கிட்டத்தட்ட மலைமேடுகளைக் கால்வாசி உயரத்திலுள்ள அவ்விரு நிலையங்களிலிருந்து பல உடுக்களின் தோற்ற நனந்தலைகள் நோக்கப்பட்டன. நோக்கல்களைப் பாதிக்கும் அச்சத்தினை மாற்றம், பிறழ்ச்சி, வேறுசில ஏதுக்கள் என்பவற்றிற்கு உரிய திருத்தங்கள் செய்யப்பட்டன. கடைசியாக அவ்விரு நிலையங்களினதுந் தோற்ற அல்லது வானியல் அகலாங்கு வித்தியாசம்  $54.6''$  ஆகும் என அவர் காட்டினார். புவியியல் அகலாங்கு வித்தியாசம்  $42.94''$  ஆகும் ; எனவே, மலையாலாகும் விளைவானது ஒவ்வொரு நிலையத்திலும் குண்டுசேலை  $\frac{1}{2} (54.6 - 42.94)$  அதாவது  $5.8''$  ஆற் திருப்புவதேயாம்.

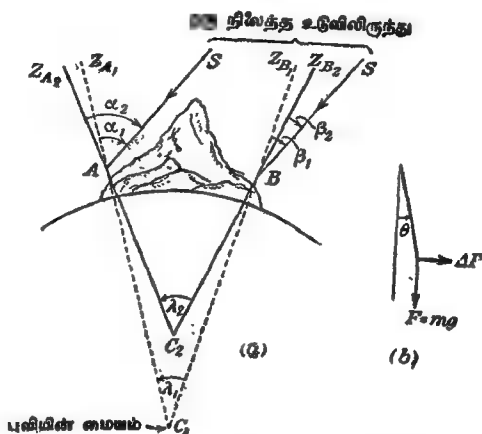
இதனை விளக்குவதற்குப் படம் 6.18 (a) யில் A, B என்பன அவ்விரு நிலையங்கள் ஆகுக ; தொடக்கத்தில், மலை அங்கு இல்லை எனக் கருதுவோம். அப்பொழுது அவ்விரு நிலையங்களினதுந் நனந்தலைக் கோடுகள் முறையே  $AZ_{A_1}$ ,  $BZ_{B_1}$  என்பவற்றால் தரப்படுகின்றன. இவ்விரு கோடுகளையும் பின்னுக்கு நீட்டினால் அவை புவியின் மையம்  $C_1$  இல் ஒன்றையொன்று வெட்டவேண்டும். SA, SB என்பன நிலைத்த உடு S என்பதிலிருந்து வருகின்ற இரு சமாந்தரக் கதிர்கள். அப்பொழுது மேற்படி உடுவின் நனந்தலைத் தூரங்களை  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  என்க. இக்கோணங்களே காட்டப்பட்டிருக்கின்றவையாகும். உண்மையில், நனந்தலைக்கு அணித் தாயுள்ள உடுக்களே நோக்கப்பட்டபடியால் இக்கோணங்கள் சிறிதாயிருந்தன ; ஆனால் வரிப்படத்தில் அவற்றைக் கண்டிப்பாய்ப் பெரிதாக்கிக் காட்டவேண்டியிருக்கிறது. A யிற்கும் B யிற்கும் இடையேயுள்ள புவியியல் அகலாங்கு வித்தியாசமானது  $\lambda_1$  எனின்,

$$\alpha_1 - \beta_1 = \lambda_1$$

என்பது உடனடியாகத் தெளிவு.

இனி மலையானது அங்கு இருப்பதாகக் கொள்வோம் ; இரு நிலையங்களிலும் குண்டுநூலானது முறையே  $AZ_{A_2}$ ,  $BZ_{B_2}$  ஆகிய திசைகளில்

$$\alpha_1 - \beta_1 = \lambda_1.$$



படம் 6.18. சீகலியின் மலையில் குண்டுநூற் பரிசோதனைகள்.

அமையும் ; இக்கோடுகளை நீட்டினால் அவை  $C_2$  இல் ஒன்றையொன்று வெட்டும்.  $\widehat{AC_2B}$  என்பது A யிற்கும் B யிற்கும் இடையேயுள்ள வானியல் அகலாங்கு வித்தியாசம்  $\lambda_2$  ஆகும் ; அது

$$\alpha_2 - \beta_2 = \lambda_2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; இங்கு  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$  என்பன முறையே A, B யிலிருந்து உடுவை நோக்கிப் பெறுகின்ற நனந்தலைத் தூரங்கள் ஆகும். முன்னர் கூறியுள்ளவாறு

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 11.6''$$

என மாஸ்க்கெலின் கண்டுகொண்டார்.

இனி  $\Delta F$  என்பது நள்வான் தளத்திலே, கிடையான திசையிலே, குண்டுநூலின் குண்டுமீது மலையாலாகும் கவர்ச்சியும்,  $F = mg$  என்றவாறு  $F$  ஆனது அதே குண்டுமீது புவிாலாகும் கவர்ச்சியும் ஆகுக ; இங்கு  $m$ , குண்டின் திணிவு ஆகும். அப்பொழுது உண்மையான நிலைக் குத்திலிருந்து குண்டுநூலின் திரும்பல்  $\theta$  எனின்,

$$\frac{\Delta F}{F} = \text{தான் } \theta = \text{தான் } \frac{1}{2} (\lambda_2 - \lambda_1).$$

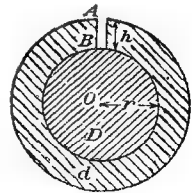
இதைப் படம் 6-18 (b) யில் எளிதிற் காணலாம். ஆனால்,  $F = \gamma \frac{mM}{R^2}$ ;

இங்கு  $M$  புவியின் திணிவும்  $R$  அதன் ஆரையும் ஆகும்.  $[\gamma$  ஐப் பரிசோதனை முறையாகத் துணிவது பற்றி எடுத்துக் கூறும்பொழுது கருதப்படும் பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள கவர்ச்சியை நியூற்றனின் ஈர்ப்புவிதியின் கணிதக் கோவையிலுள்ள சயக் குறியைக் கருதித் தவிர்த்தல் சிலவேளைகளில் வசதியுடைத்து.] இனி மலையின் திணிவு, அதனுள் உறையும் சடங்களின் சராசரி அடர்த்தி,  $\gamma$  என்பவை தொடர்பாக  $\Delta F$  ஐக் கணிக்க முடியும். இவ்வாறு  $M$  ஐக் கணிக்க முடிகின்றது. இக்கணிப்புக்கள் ஹற்றன் என்பவரால் செய்யப்பட்டன. புவியின் சராசரி அடர்த்தி  $D$  யின் பெறுமானம்  $4.5$  கி. சமீ.  $^{-3}$  எனத் தெரிவித்திருக்கிறார். மலையையும் அதன் வட்டாரத்தையும் பிளே ஃபெயர் (Playfair) என்பவர் சிரத்தையுடன் அளந்தபின் ஹற்றன் மீண்டும் சராசரி அடர்த்தியைக் கணித்து அது  $4.9$  கி. சமீ.  $^{-3}$  எனக் கண்டு கொண்டார்.

1855 இல் அது போன்ற பரிசோதனையொன்றை எடின்பரோ மாநகரிலுள்ள “ஆதரின் இருக்கை” என்னுமிடத்தில் யேம்ஸ், கிளாக் எனப்பார் நடாத்தினர்.  $D = 5.42$  கி. சமீ.  $^{-3}$  என அவர்கள் கண்டனர்; அன்றியும் சீகலியனிலிருந்து போதிய தூரத்திலுள்ள நிலத்தைக் ஹற்றன் அளவை செய்யவில்லை எனக் காட்டியிருக்கின்றனர்.

வரலாற்றைப் பொறுத்தமட்டில் இப்பரிசோதனைகள் முதன்மையானவையே; இன்று அவற்றின் செயன்முறையைப் பெரிதும் திருத்தியமைக்க ஒருவேளை முடியும். ஆனால் அங்கு அம்முறைக்குச் சிறப்பாக உரிய தொல்லையொன்று உளது; அது மலையின் திணிவைத் திருத்தமாக மதிப்பிடுதல் என்பதாகும்; அத்தொல்லை தீர்க்கப்படுவது சாத்தியமன்று.

எயரியின் பரிசோதனைகள்.—சுரங்கமொன்றின் வாயிலிலும் அதன் அடியிலும்—இவை படம் 6-19 இல் புள்ளிகள்  $A$  யும்  $B$  யும் ஆகும்—ஊசலொன்றின் நேர வீதங்களை நோக்கி அவற்றின் வித்தியாசத்திலிருந்து புவியின் இடை அடர்த்தியைத் துணிய முடியும் என 1826 இல் எயரி என்பார் சுட்டிக் காட்டினார். அதன் மையம் புவியினதும், அதன் பரப்பு சுரங்கத்தின் அடியினுடே செல்லுகின்றதுமான கோளமொன்றிலுள்ள திரவியத்தின் இடை அடர்த்தியை  $D$  என்க. சுரங்கத்தின் ஆழத்தை  $h$  எனவும், தடிப்பு  $h$  கொண்ட புவியோட்டிலுள்ள சடத்தின் இடை அடர்த்தியை  $d$  எனவும் கொள்க. புள்ளிகள்  $A, B$  யில் முறையே ஈர்ப்புப் புல வலிமைகள்  $G_A, G_B$  யும், ஈர்ப்புச் செறிவுகள்  $g_A, g_B$  யும் ஆயின்,



படம் 6-19.  $\gamma$  வைத் துணிதலுக்குரிய எயரியின் (Airy) முறை.

அப்பொழுது

$$G_B = -\gamma \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 D}{r^2} = -\frac{4}{3}\gamma \pi r D,$$

$$\begin{aligned} \text{அத்துடன் } G_A &= -\gamma \left[ \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 D}{(r+h)^2} + \frac{\frac{4}{3}\pi \{(r+h)^3 - r^3\} d}{(r+h)^2} \right] \\ &= -\frac{4}{3}\pi \gamma \left[ \frac{r^3 D + (r^3 + 3r^2 h - r^3) d}{r^2 \left(1 + \frac{2h}{r}\right)} \right] \quad \begin{array}{l} [h^2 \text{ உம் } h^3 \text{ உம் கொண்ட} \\ \text{உறுப்புக்களைப் புறக்} \\ \text{கணித்தால்}] \end{array} \\ &= -\frac{4}{3}\pi \gamma \left[ r \left(1 - \frac{2h}{r}\right) D + 3h \left(1 - \frac{2h}{r}\right) d \right] \quad \left[ \because \frac{h}{r} \rightarrow 0 \right] \\ &= -\frac{4}{3}\pi \gamma [(r-2h) D + 3h d] \quad \begin{array}{l} [h^2 \text{ கொண்ட உறுப்புக்களைப்} \\ \text{புறக்கணித்தால்}] \end{array} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{g_A}{g_B} = \frac{G_A}{G_B} = \left(1 - \frac{2h}{r}\right) + 3\frac{h}{r} \cdot \frac{d}{D},$$

$$\text{அதாவது } D = \frac{d}{\frac{4}{3} - \left[1 - \frac{g_A}{g_B}\right] \frac{r}{3h}} = \frac{d}{\frac{4}{3} - \left[1 - \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2\right] \frac{r}{3h}}$$

ஆகும் ; இங்கு,  $T_A$ ,  $T_B$  என்பன முறையே A யிலும் B யிலும் ஊசலின் காலங்கள் ஆகும்.

ஊசலொன்றைப் பயன்படுத்தி, கோன்வால் என்னும் மாகாணத்திலுள்ள செப்புச்சுரங்கமொன்றின் வாயிலிலும் அதன் அடியிலும் சுயாதீனமாக விழும் பொருளொன்றின் ஆர்முடுகல்களை மறைமுகமாக ஒப்பிட எயரி முயன்றுள்ளார். ஆய்கருவிக்கு எதிர்பாராத வகையில் நேர்ந்த விபத்துக்களால் முயற்சி இரு முறை தோல்வியுற்றது. 1854 இல், † அரசவானியல் விற்பன்னரான எயரி, விடயத்தை மீண்டும் கவனிக்கலானார் ; இப்பரிசோதனையைவிட்டு டேஹாம் மாகாணத்தில் உள்ள ஹாற்றன் குழி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது ; அதன் ஆழம் 1320 அடி ஆகும். இரு கடிகார வீதங்களை ஒப்பிட்டு மின்சைகைகள் பயன்படுத்தப்பட்டமையால் அவரது ஆராய்ச்சி பெரிதும் எளிதாயிற்று. ஒவ்வொரு நிலையத்திலும், மாறா லுசலொன்றின் ஆவர்த்தன காலம் உடனிகழ்ச்சிமுறையாகத் துணியப் பட்டது.

“கேழையுள்ள புவிபிரப்பானது மேலேயுள்ளதைக் காட்டிலும் 19 $\frac{1}{2}$ 88 பங்கு பெரியது । அதிலுள்ள திடமின்மைமானது மிகையாக உள்ளதன்  $\frac{1}{270}$  பங்கு ” என எயரி கண்டார். D யின் பெறுமானம்  $(6.57 \pm 0.04)$  கி. சமீ.<sup>-3</sup> என இது கொடுத்தது. பின்னர் ஹோட்டன் என்பார் எயரியின் அவதானிப்புகளை மறுபடியும் கணித்து D இற்கு  $(5.48 \pm 0.02)$  கி. சமீ.<sup>-3</sup> ஐப் பெறுமானமாகப் பெற்றார். பொகீமியா நாட்டில் 1883 இல், ஸ்ரேனெக் (Sterneck) எனபார்

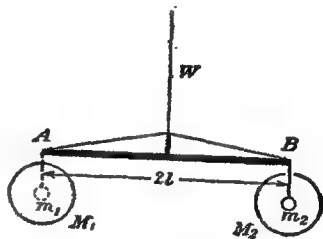
† எயரி, *Phil. Trans.* 146, 297, 1856.

இதுபோன்ற முறையொன்றைப் பயன்படுத்தி D கிட்டத்தட்ட 5.7 கி. சமீ.<sup>-3</sup> ஆகும் எனக் கண்டார். பரிசோதனைகள் 1000 மீற்றர் ஆழமுடைய சரங்கமொன்றில் நடத்தப்பட்டன.

மேற்படி பரிசோதனைகளில் புவியின் நீள்வளைமையாலும் அதன் சுழற்சியாலும் உள்ள விளைவுகள் புறக்கணிக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றிற்கான திருத்தங்கள் அற்பமானவை என முதன் முதல் காட்டியவர் ஸ்ரோக்ஸ் ஆவார்.

ஈர்ப்புமாறிலி, புவியின் அடர்த்தி என்பவற்றைக் கவண்டிஸ் துணிந்தமை. இரு ஈயக் கோளங்களின் தம்முள் கவர்ச்சியை, மிச்சேல் என்பவர் திட்டமிட்ட முறையொன்றைப் பயன்படுத்தி, கவண்டிஸ்† எனபார் அளந்தார். இததுணிதலுக்கான ஆய்கருவியொன்றை மிச்சேல் ஆக்கினார்; ஆனால் பரிசோதனையை நடத்த முன்னரே அவர் காலமானார். கவண்டிஸ் ஆய்கருவியை மாற்றி அதைப் பெருமளவில் திரிபு காட்டி அமைத்தார்; ஆனால் அதன் கோட்பாடோ மாறாது இருந்தது.

படம் 6.19 இல் உள்ளவாறு முறுக்கற் கம்பி W இல் தூங்கும் இலேசான, கிடையான கோல அல்லது வளையொன்றின் நுனிகளிலிருந்து இரு சமமான ஈயக் குண்டுகள் தொங்கவிடப்பட்டன. கிட்டத்தட்ட வேறென்றாலும் அல்லாது புவியீர்ப்பு விசையால் மட்டுமே குண்டுகள் தாக்கப்பட்டன; எனவே காற்றோட்டங்கள் இல்லாதபோது, தொங்கற்றொகுதியானது கம்பியில் முறுக்கலிலலாத ஓய்வுநிலையையே அடைதல் வேண்டும். அடுத்து, இரு பெரிய ஈயக்குண்டுகள்  $M_1$ ,  $M_2$  என்பன, நான்கு குண்டுகளின் மையங்களும் ஒரே கிடைத்தளத்தில் கிடக்குமாறும் பெரிய குண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் சிறு குண்டொன்றிற்கு அணித்தாய் ஆனால் வளையின் எதிர்ப்புறங்களில் இருக்குமாறும் வைக்கப்பட்டன. இவ்வண்ணம் கவர்ச்சியாலாகும் கிடை விசைகள் சிறு குண்டுகளைத் தாக்கின; எனவே இணையொன்றை உணருந் தொங்கல் தொகுதியானது அசைந்து புதுச் சமநிலையொன்றை அடைந்தது; அப்பொழுது மேற்படி இணையானது கம்பியின் முறுக்கலாலான இணையால் சமமாக்கப்பட்டது. தொங்



படம் 6.20.  $\gamma$  வைத் துணியும் கவண்டிசின் முறையின் கோட்பாடு.

கற்றொகுதியின் திரும்பல் நோக்கப்பட்டுக் கம்பியின் முறுக்கன் மாறிலியைத் துணிந்த பின்னர், பெரிய குண்டொன்றிற்கும் சிறிய குண்டொன்றிற்கும் இடையேயுள்ள கவரும் விசையைத் தனியல்குகளில் கணித்துக் கொள்ளலாம்; எனவே  $\gamma$  உம், அதிலிருந்து D யும் துணியப்படுகின்றன.

† Phil. Trans., 88, 398, 1798



எல்லாத் திருத்தங்களையும் புறக்கணித்த பின்னர் இப்பரிசோதனையின் கணிப்பு முறை பின்வருமாறு : தொங்கும் சிறு குண்டொவ்வொன்றின் திணிவு  $m$  உம் பெரிய குண்டொவ்வொன்றின் திணிவு  $M$  உம் ஆகுக. வளையின் நீளம்  $2l$  என்க. அதனது பூச்சிய நிலையிலிருந்து கோலின் உறுதிக் கோண விலகல்  $\phi$  எனின், கம்பியின் முறுக்கலால் இணை  $b\phi$  தோன்றும் ; இங்கு  $b$ , அலகுத்திருகல் ஒன்றிற்குரிய இணை ஆகும் [ப. 327].

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{b}}$$

ஆதலின் [ப. 333 இற் காண்க] வளை, அதிலிருந்து தொங்குந் திணிவுகள் என்பவற்றின் சிற்றிலைவுக்காலம்  $T$  யின் நோக்கல்களிலிருந்து  $b$  யின் பெறுமானத்தைக் கணித்துக்கொள்ளலாம் ; இங்கு  $I$ , அதனது சுழற்சியச்சுப் பற்றி தொங்கற்றொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும் ; அதாவது

$$b = 4\pi^2 \frac{I}{T^2}$$

ஆனால் ஒவ்வொரு சோடிக் கோளங்களிடையேயுள்ள கவரும் விசை  $\gamma \cdot \frac{mM}{r^2}$  ஆதலின், வளைமீதுள்ள இணையானது

$$\gamma \cdot \frac{mM}{r^2} (2l)$$

இற்குச் சமன் ; இங்கு  $\gamma$  ஈர்ப்பு மாறிலி ;  $r$  கவருங் கோளங்களின் மையங்களின் இடைத்தூரம்.

$$\therefore 2\gamma l \cdot \frac{mM}{r^2} = b\phi = \frac{4\pi^2 I}{T^2} \phi ;$$

அதாவது

$$\gamma = \frac{2\pi^2 I r^2}{T^2 l m M} \cdot \phi.$$

இனி  $g = \frac{4}{3}\pi\gamma R D$  [ப. 254 இற் காண்க] ; இங்கு,  $R$  புவிவின் ஆரையும்  $D$  அதன் இடை அடர்த்தியும் ஆகும். எனவே

$$D = \frac{3}{4} \cdot \frac{L}{\pi} \left( \frac{1}{2R} \right) \frac{l m M}{r^2} \cdot \frac{T^2}{I \phi} ;$$

இங்கு  $L$  செக்கனாசலின் நீளம் ; வசதியையிட்டே இது புகுத்தப்பட்டிருக்கிறது.

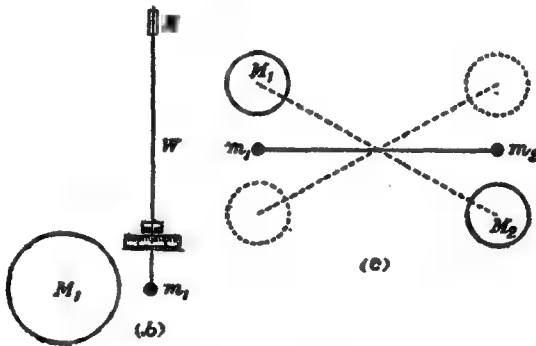
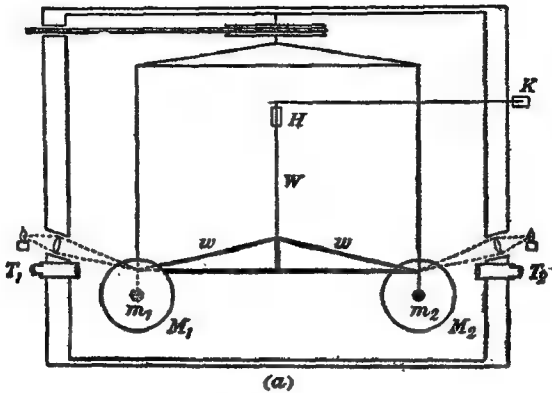
கவண்டிசுக்குப் பின் இத்துறையில் ஈடுபட்ட பெயிலி என்பவரின் கூற்றுப்படி கிளாபாம் கொமஃனிலுள்ள அவர்தம் தோட்டத்திலுள்ள சிற்றில்லம் ஒன்றிலே, இதற்கென அவர் கட்டிய உள்ளறையொன்றிலே, கவண்டிசின் ஆய்கருவி தாபிக்கப்பட்டது. அதன் சுவர்கள் ஊடே அமைக்கப்பட்ட தொலைகாட்டிகளால் வளையின் இயக்கம் நோக்

கப்பட்டது, படம் 6·21 (a). இவ்வண்ணம் காற்றோட்டங்களாலாகும் குழப்பங் கள் பெரிதும் குறைக்கப்பட்டன. கிட்டத்தட்ட ஒரு மீற்றர் நீளமுடைய முறுக்கற் கம்பி W வெள்ளிமுலாம் பூசியுள்ள செம்பாலானது ; தொங்கல் தொகுதியின் ஆவர்த்தன காலம் கிட்டத்தட்ட 840 செக்கன்கள் ஆகும்படி அதன் விட்டம் இருந்தது ; ஆனால் கவண்டிஸ் விரைவில் இதற்குப் பதிலாக 420 செக்கன்கள் ஆவர்த்தன காலந்தரும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி னார். கோல் கள்ளிமரத்தாலானது ; அதன் நீளம் கிட்டத்தட்ட ஆறு அடி ஆகும் ; அதன் நுனிகளிலிருந்து, அதன் மையத்தில் நிலையாக்கி யுள்ள விறைப்பான நிலைக்குத்தான உதை சட்டமொன்று மார்க்கமாகச் செல்லும் இரு கம்பிகள்  $w$ ,  $w$  என்பவற்றால் அது இறுக்கப்பட்டிருந்தது. ஆய்கருவியிருந்த அறைக்கு வெளியேயிருந்து நெம்பொன்றால் ஆளப்பட்ட முறுக்கற்குடமி H உடன் வெள்ளிக்கம்பியானது இணைக்கப்பட்டிருந்தது. இரு நிலைத் தந்தத்தாலான அளவுச் சட்டங்களைப் பயன்படுத்தி வளையின் நிலை துணியப்பட்டது ; இதன் பொருட்டு வளையின் ஒவ்வொரு நுனியிலும் வேணியரொன்று இருந்தது-படம் 6·21(b) யிற் காண்க. தலைமை அளவுச்சட்டம் அங்குலமொன்றின் இருபதின் கூறுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருந்தது ; வேணியரைப் பயன்படுத்திப் புயத்தின் நிலையை 0·01 அங்குலத்திற்குக் குறைவான வழுவூன் அவதானிக்க முடிந்தது. அறைக்கு வெளியேயுள்ள விளக்குகளால் விளக்கப்பெற்ற அளவுச் சட்டங்கள், தக்கவாறு ஏற்றியுள்ள தொலைகாட்டிகள்  $T_1$ ,  $T_2$  இனூ டாகப் பார்வையிடப்பட்டன. திருகுகளால் ஆய்கருவி மட்டமாக்கப்பட் டது.

சிறு குண்டுகள் ஒவ்வொன்றினதும் விட்டம் கிட்டத்தட்ட 2 அங்குலம் ஆகும் ; பெரிய குண்டுகளின் விட்டம் 8 அங்குலம் ஆகும். அறையின் கூரையிலுள்ள சுழலையொன்றிற் சுழலும் சட்டமொன்றில் பெரிய குண்டு கள் ஏற்றப்பட்டிருந்தன ; இதனால் படம் 6·21 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு அவற்றை முழுக்கோடுகளாற் காட்டப்பட்ட நிலையொன்றிலிருந்து புள்ளி யிட்ட கோடுகளாற் காட்டப்பட்ட சமச்சீரான நிலையொன்றிற்குக் கொண்டு வர முடிந்தது. இதன் விளைவாக ஒளிக்கற்றையின் திரும்பல் இரு மடங் காயிற்று.

வளையின் நிலையியற் சமநிலைத் தானங்களை நோக்குதல் இயலாமல் இருந்தது ; இத்தொல்லையைத் தீர்க்கும் பொருட்டுப் பின்வரும் செயன் முறை கையாளப்பட்டது. பெரிய குண்டுகள் இரண்டும், அவற்றின்மையங்களை இணைக்கும் நேர்கோடானது, கோலுக்குச் செங்குத்தாக இருக்குமாறு ஒழுங் காக்கப்பட்டன. இங்கு கம்பியிலிருக்கும் முறுக்கல் இயன்றளவு முற்றிலும் நீக்கப்பட்டுள்ளது. அடுத்துப் பெரிய குண்டுகள் அவற்றின் முதல் தானத் தில் வைக்கப்பட்டன ; அப்பொழுது கோல் அதன் புதுச் சமநிலைத் தானம் பற்றி அதிர்வுகளை ஆற்றலாயிற்று. வளையின் மூன்று அடுத்தடுத்த திரும்பற் புள்ளிகளை நோக்கி அவற்றிலிருந்து சமநிலைத் தானம் கணிக்கப்பட்டது. குண்டுகளை அவற்றின் இரண்டாவது தானத்தில் வைத்து முன்போன்று

நோக்கற்றொடரொன்று எடுக்கப்பட்டது. அப்பொழுது பெரிய குண்டுகளுக்கும் தராசின் வளைக்கும் இடையேயுள்ள கவர்ச்சி பற்றிய திருத்தத் செய்தபின் குண்டுகளுக்கிடையேயுள்ள கவர்ச்சியால் வளை உணரும் கோணத்திரும்பல் தெரியவந்தது.



படம் 6-21. ஈர்ப்பு மாறிலியைத் துணிதலுக்குரிய கவண்டியின் ஆய்கருவி.

அறிமுறைப்படி  $m$ ,  $M$  என்பவற்றின் நிறைகளுக்கு வெற்றிடத்தில் அவற்றை நிறுத்துவரும் பெறுமானங்களைக் காட்டிலும் வளியில் நிறுத்து வரும் பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்துதலே திருத்தமிக்கது. உதாரணமாக சிறு குண்டொன்றையும் அகற்கணித்தாயுள்ள பெரிய குண்டையும் கருதுக. இவற்றை அப்புறப்படுத்தி அவற்றின் இடத்தை வளியால் நிரப்பினால் இவ்விரு வளித்திணிவுகளுக்குமிடையே கவரும் விசையொன்று தோற்றும் ; முழு வளியும் சமநிலையில் இருந்தால் இவ்விசை சூழல் வளியின் கவர்ச்சி

யால் சமமாக்கப்படும். குண்டுகள் மீண்டும் அவற்றின் தானங்களில் வைக்கப் பட்டால் அவற்றின்மீது சூழல்வளி அதே தாக்கத்தையே பிரயோகிக்கும் ; எனவே விளையுட கவர்ச்சியானது இப்பொழுது மேலதிகமாகப் புகுத்தி யுள்ள திணிவுகளால், அதாவது வளியில் நிறுக்கப்பட்ட திணிவுகளால் ஆகிறது.

மொத்தமாக இருபத்தொன்பது முடிபுகள கவண்டிஸால் பெறப்பட டன ; அவற்றிலிருந்து புவியின் சராசரி அடர்த்திக்குக் கிடைத்த பெறுமானம்

$$D = 5.45 \text{ கி.சமீ.}^{-3}.$$

[எண்கணித வழுவொன்றின் விளைவாக இவ்விளைவு முதன்முதலில் 5.48 கி. சமீ.<sup>-3</sup> எனக் கணிக்கப்பட்டது. வழுவைக் கண்டுபிடித்தவர் பெயிலி (Baily) ஆவர்.]

பொயின்ரிங் என்பவரினது புவியின் சராசரி அடர்த்தி பற்றிய அவர்தம் புகழ்பெற்ற கட்டுரையில், மேற்படிப் பரிசோதனையைப் 'பற்றி விவரித்துக் கூறும் பொழுது “இப்பரிசோதனையில் கவண்டிஸின் ஆய்வை உற்று நோக்கினால், அவர் ஒரு தலைசிறந்த செய்முறை விஞ்ஞானி என்னும் பொதுக் கருத்து உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. சில அளத்தல்களுக்கான விவரங்கள் தரப்படவில்லை என்பது உண்மையே ; இதையிட்டுப் பெயிலி என்பார் குறைகூறியிருக்கிறார் ; ஆயினும் கவண்டிஸ் இயல்பாகவே சிறந்த ஆராயும் ஆற்றலுடையவர் என்பதை நாம் நம்பலாம் ; அவரது மாறிலிகள் சிறு திருத்தங்களுக்கு ஒத்த திருத்தத்துடன் தெரிந்திரா விட்டால் அவர் அச்சிறு திருத்தங்களைக் கணிக்குமிடத்து அத்துணை இடர்ப் பட்டிருக்கமாட்டார். அவரது முறையைச் சில வழிகளில் திருத்த முடியும் என நாம் இப்பொழுது அறிவோம்..., ஆனால், அத்தகைய வரிசை யில் விசையை அளத்தல் இதவே முதலாவது முயற்சி ஆதலின, அவர் வெற்றி பெரிதும் குறிப்பிடத்தக்கதாகும்” எனப் பொயின்ரிங் வற்புறுத்து கிறார்.

முறுக்கற்றாசொன்றால்  $\gamma$  ஐப் பெறுவதற்குரிய வேறு துணிதல்கள்.— 1841 இலிருந்து 1842 வரை அரச்சபையின் வற்புறுத்தலின்பேரில் பெயிலி என்பார் கவண்டிஸின் பரிசோதனையைத் திருப்பிச் செய்தார். வளைவின் கோணவிலகலைத் துணிவதற்கு அவர் ஆடி, தொலைகாட்டி என்பவற்றைப் பயன்படுத்தினார். தராசுப் பெட்டியின் உப்புறத்தில் வெள்ளீயமென் னும் கட்டுப்படை அளிக்கப்பட்டிருந்தது ; ஆய்கருவிக்கும் அதன் சூழலுக் குமிடையேயுள்ள வெப்பமாற்றத்தைக் குறைத்தற்பொருட்டு தராசுப்பெட்டி யின் வெளிப்புறம் கம்பளியால் சுற்றப்பட்டிருந்தது.  $D = 5.67$  கி.சமீ.<sup>-3</sup> என அவர் கண்டார். நீண்டகாலமாக இப்பெறுமானம் ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டிருந்தது ; ஆனால் அவரது விளைவுகளிலுள்ள பல முரண் பாடுகளைக் கோணு, பெயிலே ஆகியோர் சுட்டிக்காட்டினர். மேலும் பெயிலி திணிவுகளை வெற்றிடத்துக்குரியதாகத் திருத்தினார் ; அச்செய்கை

அடிப்படையில் பிழையானது (மேலே பார்க்க) ; ஆனால் உண்மையில் அது பிரதானமானதுமன்று. பெரிய குண்டுகளின் திணிவுகள் கூடுங்காலே D ஆனது தோற்றக் குறைவு காட்டுகிறது எனவும் பெயிலி குறித்தார் ; அச்செய்தியை அவரால் விளக்க முடியாமற் போயிற்று.

1870 இல் கோனூ, பெயிலே என்போர் இவ்வகைப் பரிசோதனைமுறையில் பல முன்னேற்றங்களைப் புகுத்தினர். கவண்டிஸ் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் பரிமாணங்களின் ஒரு கால் மடங்காக ஆய்கருவியின் பரிமாணங்களை ஒரேகினர் ; இதனால் பெட்டியிலுள்ள வெப்பநிலை மாறும் வீதம் குறைக்கப்பட்டது. மற்றை முன்னேற்றங்களுள் (i) கவருந் திணிவுகளாக இரசம் பயன்படுத்தப்பட்டது ; அதுவுமல்லாமல் ஆராய்ச்சியாளர் ஆய்கருவியை அணுகாமலேயே இதை ஒரு பாத்திரத்திலிருந்து வேறொரு பாத்திரத்துள் செலுத்த முடிந்தது. (ii) மின் குழப்பங்களைத் தடுக்கும்பொருட்டு ஆய்கருவியின் உறையான உலோகப் பெட்டி புவித்தொடுப்பிடப்பட்டது. (iii) வளைவின் விலகல்கள் மின்முறைப்படிப் பதிவுசெய்யப்பட்டன. இறுதி வளைவு  $D = 5.56$  கி. சமீ.  $^{-3}$  ஆகும்.

ஈர்ப்புமாறிலியைத் துணியும் போய்சின் முறை.—ஈர்ப்புமாறிலியைத் துணி வதற்கு பல ஆராய்ச்சியாளர் முறுக்கற்றரசொன்றை எவ்வாறு பயன்படுத்தினர் என்பது பற்றி ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறப்பட்டுள்ளது.  $\gamma$  வின் சிறுமையைவிட்டு மேற்படி ஆராய்ச்சியாளர் ஆய்கருவியின் உணர்திறனைக் கூடியளவு உயர்த்த முயன்றனர். இவ்விலட்சியத்தை முன்னிட்டு, தன் நுனிகளில் திணிவுகளைக் காவும் நீண்ட வளையொன்றைப் பயன்படுத்தினர் ; மெல்லிய கம்பியொன்றால் முழுவதும் தொங்கவிடப் பட்டது. கவரும் திணிவுகளும் கூடியமட்டில் பெரிதாய் ஆக்கப்பட்டன.

இத்தகைய ஆராய்ச்சியில் தொங்கல் தொகுதியினது நிலையிற் சமநிலைத் தானத்தின் நித்தியபெயர்ச்சி பெரும் தொல்லைதருவதொன்றாகும் ; அது பெயர்ச்சியின் ஒருபகுதி கம்பியின் மீள்தன்மையிளப்பாலும், மிகுதி கவண்டிஸ் பரிசோதனையால் நிறுவியவாறு, ஆய்கருவி வைக்கப்படும் பெட்டியிலுள்ள வெப்பநிலை மாறும் வீதங்களால் தூண்டப்படும் வளியோட்டங்களின் விளைவுகளாலும் ஆகின்றது.

1889 இல், C.V. போய்ஸ் என்பார், படிகநார் ஒன்றைத் தொங்கலாகப் பயன்படுத்தும் நோக்கைத் தெரிவித்து, குறிப்பிட்டவொரு நிபந்தனை நிறைவேற்றப்பட்டால் ஆய்கருவியின் உணர்திறனைப் பாதிக்காமல் அதன் நேர்கோட்டுப் பரிமாணங்களைப் பெரிதும் குறைத்துக் கொள்ளலாம் எனக் காட்டினார். தொங்கல் தொகுதியின் ஆவர்த்தன காலம் மாறாது இருத்தல் வேண்டும் என்பதே அந்நிபந்தனை. ஆயின் இத்தகைய இயல்புடைய ஆய்கருவியொன்றைக் கருதுக ; அதுவும் இரண்டாவது ஆய்கருவியொன்றும் ஒரே சடத்தால் ஆக்கப்பட்டுள்ளன ; ஆனால் முதலாவது ஆய்கருவியின் நேர்கோட்டுப் பரிமாணங்கள் இரண்டாவதில் அவற்றிற்கு

ஒத்ததாயுள்ள பரிமாணங்களைக் குறித்து  $1 : n$  என்னும் விகிதத்தில் குறைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அது சிறிய ஆய்கருவி என அழைக்கப்படும். அப்பொழுது சிறிய தொங்கல் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் மற்றை ஆய்கருவியின் சடத்துவத் திருப்பத்தின்  $n^{-5}$  மடங்கு ஆகும்; ஏனெனில் திணிவு  $n^3$  மடங்கும் சுழிப்பாரையின் வர்க்கம்  $n^2$  மடங்கும் குறைந்த படியால் எனக் கொள்க. இரு தொகுதிகளும் ஒரே ஆவர்த்தன காலங்களை உடையதாய் இருத்தல் வேண்டுமாயின் நுண்ணிய தொங்கலில் அலகுத்திரு கல் ஒன்றிற்கான இணையை  $1:n^5$  என்னும் விகிதத்தில் குறைத்தல் வேண்டும். இனிச் சிறிய ஆய்கருவியிலுள்ள குண்டுகளின் திணிவுகள்  $1:n^3$  என்னும் விகிதத்தில் குறைக்கப்பட்டிருக்கும். அவற்றின் இடைத்தூரமும்  $n$  மடங்கு குறைந்திருக்கிறது; எனவே சிறிய ஆய்கருவியிலுள்ள கவரும் விசைகள்  $1:(n^6 \div n^2)$ , அதாவது  $1:n^4$  என்னும் விகிதத்தில் குறைக்கப்படும். ஆகவே கவரும் விசைகளாலாகும் இணையானது  $1:n^5$  என்னும் விகிதத் தில் குறைக்கப்படும். தொங்கலின் முறுக்கன் மாறிலியும் மேற்படி திருப் பமும் அதே விகிதத்தில் குறைக்கப்பட்டிருக்கிறபடியால் விலகற்கோணம் மாறமாட்டாது.

“இருந்தாலும் வளையின் நீளத்தை மட்டும் பெரிதாக்கிக் கவருந் திணிவுகளை வளையின் நுனிகளுக்கு எதிராகவும் அவற்றிலிருந்து நிலைத்த தூரமொன்றிலும் இருக்கும்வரை, இயக்கினால் சடத்துவத் திருப்பங்கள்  $n^2:1$  என்னும் விகிதத்தில் மாற, அவற்றிற்கு ஒத்த இணைகள்  $n:1$  என்னும் விகிதத்தில் மட்டுமே மாறும்; எனவே இரண்டில் ஒன்று நேரிடும்வரை வளையின் நீளத்தைக் குறைத்தல் நயம் பயக்கும். ஒன்றில் கெடுதலில்லாமல் வளையைக் காவவோ, வேண்டிய ஆவர்த்தன காலத்தைத் தரவோ போதிய நுண்மை உடைய முறுக்கல் ஊசலொன்றைப் பெறுவது அரிது; அல்லது வளையின் நீளம் கவருங் குண்டுகளின் விட்டத்துக்குக் கிட்டத்தட்ட சமனாகுமிடத்து அவை வளையின் மறு நுனிகளிலுள்ள தொங்குங் குண்டுகளை உணரத்தக்க அளவில் தாக்கத் தொடங்கி விடுமாதலால், எச்ச விளைவானது, எதிர்க்குண்டின் தலையீடு இல்லாத போது குறைக்கப்பட்ட பரிமாணங்களால் கிடைக்க வேண்டிய விளைவைக் காட்டிலும் குறைவானது.

ஈற்றிலே போய்லால் பயன்படுத்தப்பட்ட ஆய்கருவி வரிப்பட முறைப்படிப் படம் 6.22 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. முறுக்கற் குடுமி H உன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற படிக நார் Q ஆற் காவப்படுகின்ற சிறு வளை AB யிலிருந்து நுண்ணிய பொன் கம்பிகளால்  $m_1$ ,  $m_2$  ஆகிய சிறு குண்டுகள் இரண்டும் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கின்றன. அச்சிறு குண்டுகளும் தொங்கலும் வட்டவெட்டுடைய நிலைக்குத்தான பித்தளைக்குழாய் T யுட் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்றன. இது அசையுந் தொகுதியை வெளிக் குழப்பங் களிலிருந்து காப்பாற்றுகிறது; மேலும் தொங்கல் தொகுதி மையமா கத் தொங்கவிடப்பட்டிருந்தால், குழாயின் கவர்ச்சியால் விளைவில்லே. பெரிய கவருந் திணிவுகள்  $M_1$ ,  $M_2$  ஐ வளையின் இரு புறங்களிலும் ஒன்று விட்ட



என்பவற்றைத் தாங்கும் கம்பிகள் இத்தவாளிகளுள் அமைந்திருக்கின்றன; இதனால் கம்பிகளிடையேயுள்ள கிடைத்தூரம் மாறாமற் பேணப்படுகிறது. பெரிய திணிவு விழுவதால் ஆய்கருவிக்குத் தீங்கு விளையாத வண்ணம் இந்தியா றப்பர்த் திண்குகள்  $R_1$ ,  $R_2$  என்பன வைக்கப்பட்டுள்ளன.

இரு நிலைக்குத்தான தளங்களைக் கருதுக; ஒன்று வளையைக் கொண்டிருக்கிறது; மற்றையது முதலாவதற்குச் செங்குத்தானது; அவ்வொவ்வொரு தளத்திலும் குண்டுகளின் மையங்கள் கிடக்குமாயின் அக்குண்டுகள் வளையைத் திருப்பமாட்டா. ஏதோவொரு இடையான நிலையில் கவரும் விசைகளின் திருப்பம் ஓர் உயர்வு ஆகும். படம் 6-22 (b) ஆனது குண்டுகளின் மையங்களின் கிடைப்படம் எனின், அங்கு காட்டியுள்ள கோணம்  $\theta$ ,  $65^\circ$  ஆக இருக்கும்பொழுது மேற்படித் திருப்பம் ஓர் உயர்வு ஆகும் எனப் போய்ஸ் காட்டியிருக்கிறார். எனவே இந்நிபந்தனைக்கு இணங்குமாறு குண்டுகள் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டுள்ளன.

போய்வின் ஆய்கருவியின முதன்மையான பரிமாணங்கள் பின்வருமாறு: கிடைப்படத்தில் பெரிய குண்டுகளின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம், 6 அங்;

கிடைப்படத்தில் சிறிய குண்டுகளின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம், (கிட்டத்தட்ட) 1 அங்;

பெரிய குண்டுகளின் விட்டம் 4.25 (அல்லது 2.25) அங்;

சிறிய குண்டுகளின் விட்டம் 0.2 (அல்லது 0.25) அங்;

மேற் சோடிக்கும் கீழ்ச்சோடிக்கும் இடையேயுள்ள மட்டி வித்தியாசம் 6 அங்;

படிக நாரின் நீளம் 17 அங்;

மற்றைய முக்கியமான தரவுகள் பின்வருமாறு:—

திருத்தமாக ஆக்கியுள்ள கோளக் குழியொன்றுள் உருகிய ஈயத்தை வார்த்துப் பெரிய குண்டுகள் செய்யப்பட்டன; அச்சின் கழுத்திலுள்ள உலோகத் திண்மமாகும் அதே கணத்தில் அவற்றின்மீது நீரியல் அமுகக் கமொன்று பிரயோகிக்கப்பட்டது. எனவே குழிகள் உண்டாகமாட்டா. ஒவ்வொன்றின் திணிவும் கிட்டத்தட்ட 7408 கி. ஆகும்.

சிறிய குண்டுகள் தூய பொன்னாலானவை; 0.25 அங். விட்டம் உடையனவற்றின் திணிவு 2.65 கி. ஆகும்.

ஆவர்த்தன காலம் கிட்டத்தட்ட 165 செக். ஆகும்.

போய்வின் பரிசோதனைமீலுள்ள கணிதமுறைக் கொள்கை.—வளையிலிருந்து தொங்குகின்ற குண்டுகளையும் சுழற்சியச்சையும் குறித்துக் கவரும் குண்டுகளின் மையங்களின் நிலைகளைப் படம் 6-23 காட்டுகிறது. முதன்முதலிலே  $m_1$  இற்கும்  $M_1$  இற்கும் இடையேயுள்ள கவர்ச்சியின் திருப்பத்தைக் கருதுக. இவ்விசையின் எண்பெறுமானம்  $\gamma \cdot \frac{m_1 M_1}{D_1^2}$  உம், அது ஆற்றும் திசை





தொங்கலச்சுப் பற்றி இவ்விசையின் திருப்பம்  $-\gamma \cdot \frac{m_2 M_1}{D_2^3} \cdot pr$  ஆகும் ; இத்திருப்பத்தின் போக்கு  $m_1, M_1$  களுக்கு இடையேயுள்ள கவர்ச்சியின் திருப்பத்தின் போக்குக்கு எதிராக அமைந்திருக்கிறபடியால் சயக்குறி புகுத்தப்பட்டுள்ளது.

எனவே தொங்கலச்சுப் பற்றி எல்லாக் குண்டுகளினதும்-மொத்தத் திருப்பம்

$$\gamma \left[ \frac{m_1 M_1}{D_1^3} \cdot pr + \frac{m_2 M_2}{D_1^3} \cdot pr - \frac{m_2 M_1}{D_2^3} \cdot pa - \frac{m_1 M_2}{D_2^3} \cdot pr \right] = \gamma Q \text{ (என்க).}$$

இது  $b\phi$  இற்குச் சமனாகும் ; இங்கு  $\phi$  வீளையின் கோணவிலகலும்,  $b$  படிக நாரில் முறுக்கல் அலகொன்றிற்கான இணையும் ஆகும்.  $b$  யைக் காணும்பொருட்டு அதனது சுழற்சியச்சுப் பற்றித் தொங்கிய தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் தேவைப்படுகிறது. வெளிப்படையாக மேற்படி அச்சுப் பற்றி தெரிந்த சடத்துவத் திருப்பமுடைய சட்டமொன்றை வழக்கமான முறைப்படிப் பயன்படுத்தி [ப. 447 இற் காண்க] இதனைப் பெறமுடியும். இருந்தாலும் இவ்வெடுத்துக்காட்டில் முறுக்கன மாறிலி யானது நாருக்கு அளிக்கப்பட்ட ராப்பைப் பொறுத்திருக்கிறபடியால், [ப. 338 இற் காண்க] இரு நேரங்காண் முயற்சிகளிலும் படிக நார் ஒரே அளவால் ஈர்க்கப்பட்டிருக்கும் பொருட்டு தொங்குந் திணிவானது ஒரே அளவாக இருத்தல் வேண்டும் என்பது கவனித்தற்பாலது.

எனவே போய்ஸ் தொங்கல் தொகுதியின் ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணிநதார்—அது  $T_1$  என்க. அடுத்து இரு பொறகுண்டுகளும் அவற்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற கம்பிகளும் அப்புறப்படுத்தப்பட்டன. தன் அச்சுப் பற்றி தெரிந்த சிறு சடத்துவத் திருப்பமும், பொற்குண்டுகள், அவற்றின் இணைப்புக்கள் என்பவற்றின் அதே மொத்தத் திணிவும் உடைய உருளைவடிவமான ஈடுசெய் எடையொன்று வளைவிலிருந்து கொளுக்கியொன்றால் தொங்கவிடப்பட்டது, படம் 6.22 (a) யில் C யைக் காண்க ; இங்கு C புள்ளியிட்ட எல்லைக் குறிக்கோடொன்றால் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இந்நிலையில் நார் ஒரே அளவில் நீட்டப்பட்டிருக்கிறது. நோக்கியுள்ள ஆவர்த்தன காலம்  $T_2$  ஆகுக.

நிலைக்குத்தான அச்சொன்று பற்றி ஆடி, வளை என்பவற்றின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_0$  உம், தொங்கல் தொகுதியின் சுழற்சியச்சுப் பற்றி பொற்குண்டுகள், அவற்றுடன் இணைக்கப்பட்ட கம்பிகள் என்பவற்றின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_1$  உம் ஆகுக. இப்பொழுது  $I_1$  ஐக் கணித்துக் கொள்ளலாம். நிலைக்குத்தான அச்சொன்று பற்றி உருளையின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_2$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_1}{b}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_2}{b}},$$

எனவே

$$b = \frac{4\pi^2(I_1 - I_2)}{T_1^2 - T_2^2}.$$

போய்ஸின் பரிசோதனையில்  $\gamma$  வைக் கணித்தல்.—வனையின் சமநிலைக் கான நிபந்தனையை எடுத்துக்கூறும் சமன்பாடானது

$\gamma Q =$  நிலைக்குத்தான அச்சொன்று பற்றி வளைமீது ஆற்றுகின்ற விசைகளின் திருப்பம்

$$= b \phi = b \cdot \frac{\sigma}{4\rho}.$$

இங்கு  $\sigma$ , திட்டப் பிரிப்புக்களில் பெரிய குண்டுகளின் நிலைகளை வனையின பக்கமொன்றிலிருந்து அதன் மறுபக்கத்திற்கு மாற்றி வைப்பதால் வரும் விலகலும்,  $\rho$ , விலகலைத் துணிவதற்குப் பயன்படுத்தியுள்ள அளவுச் சட்டத்திற்கும் ஆடிக்கும் இடையேயுள்ள தூரமும் ஆகும். ஆடியின் விலகல் அவ்வாடியீது தெறிக்கப்படும் ஒளிக்கற்றையொன்றால் நோக்கப் படுகிறபடியால் அளத்தலில் அவ்விலகல் இருமடங்காகிறது; மேலும் பெரிய குண்டுகளை ஏற்கெனவே கூறியுள்ளவாறு இயக்கி வைப்பதால் விலகல் மீண்டும் இருமடங்காகிறது. எனவே 4 என்னும் பெருக்கும் எண் புகுத்தப்படுகிறது.

பரிசோதனை முடிபுகள் 1895 இல் வெளியிடப்பட்டன;

$$\gamma = 6.6576 \times 10^{-8} \text{ கி.}^{-1} \text{ சமீ.}^3 \text{ செக்.}^{-2} \quad \text{எனவும்}$$

$$D = 5.5270 \text{ கி. சமீ.}^{-3} \quad \text{எனவும்}$$

போய்ஸ் கண்டார்.

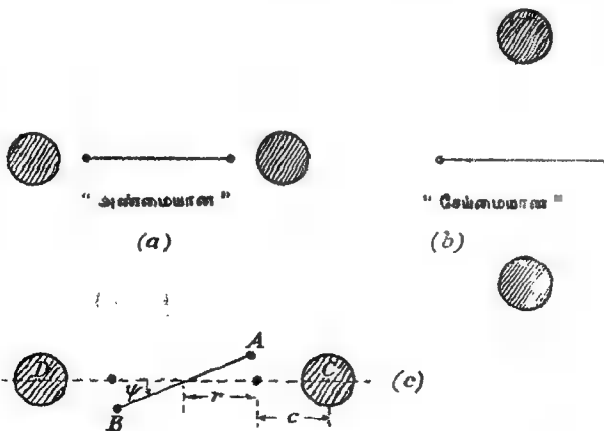
$\gamma$  வைப் பற்றிப் பிறொளனின் (Braun) பரிசோதனை.—பொஹீமியா நாட்டிலுள்ள மரியாசைன் என்னும் ஊரிலே, 1896 இல் பிறொளன் என்பார் நியாயமான வெற்றிடம் கொண்ட அடைப்பொன்றிலுள்ள முறுக்கற்றாசொன்றை ஆக்கினார்; அடைப்புள் அழுக்கம் கிட்டத்தட்ட 0.005 வளிம. ஆகும்; எனவே காற்றோட்டங்கள் பெரிதும் குறைக்கப் பட்டன. அவரது ஆய்கருவி போய்ஸினதைக் காட்டிலும் மிகப் பெரிதாய் இருந்தது. தொங்கற கம்பி உலோகத்தால் ஆனது. பின்னர் படிக்குரொன்று பயன்படுத்தப்பட்டது. D இற்குப் போய்ஸ் பெற்ற அதே பெறுமானத்தை அவரும் பெற்றார்.

ஈர்ப்புமாறிலி பற்றி ஹைலின் (Heyl) ஆராய்சி.—ஈர்ப்புமாறிலியைத் துணிவதற்கு கவண்டிஸ் என்பவர் திட்டமிட்ட முறுக்கற்றாசானது, அதே நோக்குடன் ஆனால் வெவ்வேறான ஒழுங்குமுறைகளில், போய்ஸ் ஸாலும் பிறொளனாலும் பயன்படுத்தப்பட்டன. முறுக்கற்றாசை இரு வெவ்வேறான வகைகளிற் பயன்படுத்தலாம்; ஒன்று “நேர்த்திரும்பல்” முறை, மற்றையது “ஆடற்காலமுறை”. போய்ஸ் முந்தியதை மட்டுமே பயன்படுத்தினார்; ஆனால் பிறொளன் என்பார் குறுக்கோட்டங்களின் விளைவுகளைக் குறைக்குமுகமாக ஆய்கருவியைப் பகுதிவெற்றிடமொன்றில் ஏற்றி இரு முறைகளையும் பயன்படுத்தினார். ஆடற்கால முறையில், தொங்கல் தொகுதியொன்றின் ஆடற் காலமானது இரு நிலைகளில்

அளக்கப்படுகிறது; அவற்றை “அண்மை நிலை”, “சேய்மைநிலை” என்க. இரண்டாவது முறைக்குரிய இவ்வொழுங்குகளின் கிடைப்படங்கள் படம் 6-24 (a) யிலும் (b) யிலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. “அண்மை நிலையில்” தொங்கல் தொகுதிமீது பெரிய குண்டுகளால் ஆகும் கவர்ச்சி ஆடற் காலத்தைக் குறைக்குமுகமாகவே ஆற்றுகிறது; “சேய்மை நிலையில்” அது பெரிதாக்கப்படுகிறது. பிறொளனின் ஆராய்ச்சியில் இவ்விரு ஆடற் காலங்களினதும் வித்தியாசம் கிட்டத்தட்ட 46 செக்கன்களாய் இருந்தது.

போய்ஸ், பிறொளன் ஆகியோரின் ஆராய்ச்சிகளைப் படித்த பின்னர், இரண்டாவது முறைமட்டுமே மிகு திருத்தமான விளைவைத் தரக்கூடும் என்னும் முடிவுக்கு ஹைல் வந்துள்ளார்.

முறையே பொன், பிளாற்றினம், ஒளியியற் கண்ணாடி எனபவற்றால் ஆன சிறு திணிவுகளைப் பயன்படுத்தி மூன்று அளவீட்டுத் தொடர்கள் நடத்தப்பட்டன. இவற்றிலே கணிப்பு நேரங்கள் பார்வையால் நோக்கி நேரம் பதிகருவியொன்றால் பதிவு செய்யப்பட்டன; வானோக்கு நிலை யமொன்றின் நேரவறிகுறிகளைப் பயன்படுத்தி நேரம்பதிகருவி நியம மாக்கப்பட்டது. ஆய்கூடமானது கட்டளைகள் பணியகத்திலுள்ள, மாறா வெப்பநிலையுடைய, 12 மீ. ஆழத்திலுள்ள நிலவறையொன்றாகும்; அது இரு அறைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டது. முறுக்கற்றாசு சிறிய அறையிலும் நோக்கும் ஆய்கருவி பெரிய அறையிலும் அமைக்கப்பட்டிருந்தன.



படம் 6-24. ஹைலின் முறையால் சுப்புமாதிலி துணிதலின் தத்துவம்.

பெரிய குண்டுகளின் சுடம் 0.90 சதவீதத்தில் காபன் கொண்டுள்ள உருக்கு ஆகும்; அதன் அமைப்பு மிகப் பெருமளவிற்கு சீராக இருக்கிறபடியாலும் அதன் கூறுகள் மிகக் குறைந்தவளவில் தனியாக்கும்

இயல்பு உடையதாதலாலும் அச்சடம் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டது. ஊது துளைகளையும் குழாய்களையும் அதில் தவிர்க்கும் பொருட்டு 30 சமீ. விட்டமுடைய உருக்குக் கட்டியொன்று 20 சமீ. விட்டம் அடையும்வரை உலைக்களத்தில் பதனிட்டுப் பின் குளிரவிட்டுக் கடைசியாகக் கடைதற் பொறியில் உருவாக்கப்பட்டது. தேவைப்படும் கணிப்புக்களின் எளிமையை மீட்டு அதுவரை கிட்டத்தட்ட எல்லா ஆராய்ச்சியாளரும் கோளவடிவமுள்ள திணிவுகளையே பயன்படுத்தினர். 60 கிகி. திணிவுடைய கோள மொன்றின் கடைதற்பொறியுருவாக்கலின் செயனமுறைத் தொல்லைகள் அத்துணைப் பெரிதாய் இருந்தபடியால் உருளை வடிவத்தையே ஏற்றுக் கொள்ளல் வேண்டும் என முடிவுசெய்யப்பட்டது; இதன் விளைவாகக் கணித நிபுணராலேயே தொல்லைகளைத் தீர்க்க வேண்டியதாயிற்று.

சிறிய திணிவுகள் கோளவடிவமானவை. வெவ்வேறு சடங்கள் வெவ்வேறான கவருந் தன்மையுடையதாய் இருக்கக்கூடும் என்னும் ஐயத்தால் தூண்டப்பட்டுப் பொன், பிளாற்றினம், கண்ணாடி ஆகிய சடங்கள் பயன்படுத்தப்படவில்லை; அது சந்தர்ப்பத்தால் நேரிட்டது. ஹெலின் ஆராய்ச்சியில் வெற்றிடத்தில் தொங்கவிட்ட பொற்குண்டுகள் இரசத்தைக் கொஞ்சங் கொஞ்சமாக உறிஞ்சின; இவ்விரசம் ஒருவேளை அவரால் பயன்படுத்தப்பட்ட இரச அமுக்கமானியிலிருந்து வந்திருக்கக்கூடும். போய்ஸ் பொற்குண்டுகளைப் பயன்படுத்தினார்; ஆனால் அவர் வெற்றிடத்தைப் பயன்படுத்தாதபடியால் இத்தொல்லையையிட்டு அவரது ஆராய்ச்சியைப் பற்றிக் குறைகூற இடமில்லை. பொற்குண்டுகளுக்குப் பதிலாக இலேசாக அரக்குச் சாயமிட்ட பிளாற்றினக் குண்டுகள் பயன்படுத்தப்பட்டன. மூன்றாவது தொகுதி கண்ணாடியாலானது; எனவே உள் துளைகளைக் கண்ணாடாகக் கண்டு கொள்ளலாம்.

தங்குதன் கம்பியொன்றற காவப்பட்ட இலேசான அலுமினியக் கோலொன்றின் நுனிகளிலிருந்து சிறிய குண்டுகள் தொங்கின. தொகுதியை அதனது நிலையியற் சமநிலைத் தானத்தினின்றுத் திரும்பலடையச் செய்யும் பொருட்டு, ஒவ்வொன்றும் கிட்டத்தட்ட 2 கிகி. இரசம் கொண்டிருக்கும் இரண்டு போத்தல்கள், ஊசலிற்கு உயர்வான திரும்பல்கள் தரக்கூடிய தானங்களில் வைக்கப்பட்டன. 15 நிமிடங்கள் சென்றதும் தொகுதி முறுக்கலால் அதனது உயர்வான வீச்சை அடைந்தது; அடுத்து கவர்ச்சி நேர்மாறாக அமையுமாறு போத்தல்கள் வைக்கப்பட்டன. தேவையான வீச்சம் கிடைக்கும்வரை இச்செயன்முறை திரும்பத்திரும்ப நடாத்தப்பட்டது.

கொள்கையை எளிதாககிப் பின்வருமாறு கூறலாம். பெரிய திணிவுகள் "அண்மை நிலை"யில் இருக்கும்பொழுது தொங்கல் தொகுதியின் முழுச்சக்தியையும் கருதுக. அதனது நிலையியற் சமநிலைத் தானத்துடன் தொங்கல் வளையானது கோணம்  $\theta$  யை ஆக்கும் கணத்தில், படம் 6-24 (c) இற் காண்க, தொகுதியின் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$  உம், அதனது தொங்கலில் சேமித்துள்ள நிலைச்சக்தி  $\frac{1}{2}mgh$  உம் ஆகும்; இங்கு

சுழற்சியச்சைப் பற்றி தொகுதியின் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I$  யும், தங்குதன் கம்பிக்குரிய முறுக்கன் மாதிரி  $b$  யும் ஆகும். மேலும்  $A$  ஆனது  $C, D$  என்பவற்றிற்கு அணித்தாயும்,  $B$  ஆனது  $D, C$  என்பவற்றிற்கு அணித் தாயும் இருக்கிறபடியால் சிறிய திணிவுகளின் நிலைச்சக்தியைக் கருத வேண்டியதாகின்றது. இதனை  $\frac{1}{2}\gamma A_1 \psi^2$  என எழுதலாம்; இங்கு  $A_1$  ஆனது ஒரு பெரிய திணிவையும் ஒரு சிறிய திணிவையும் தூரங்கள்  $r, c$  என்பவற்றாலாகும் தனிக் கேத்திரகணிதச் சார்பொன்றையும் கொண்ட மாறிலி ஆகும். எனவே,

$$\frac{1}{2}[I\psi^2 + b\psi^2 + \gamma A_1 \psi^2] = \text{மாறிலி.}$$

நேரத்தைக் குறித்து வகையிட,

$$I\dot{\psi} + (b + \gamma A_1)\psi = 0.$$

எனவே, சிறுநிலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{b + \gamma A_1}}.$$

அதுபோலவே, பெரிய திணிவு ஒவ்வொன்றும் “சேய்மை” நிலையில் இருக்கின்றபொழுது

$$I\dot{\psi} + (b + \gamma A_2)\psi = 0.$$

எனவே,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{b + \gamma A_2}}.$$

இச்சமன்பாடுகள்

$$\gamma = \frac{4\pi^2 I (T_2^2 - T_1^2)}{(A_1 - A_2) T_1^2 T_2^2}$$

எனத் தருகின்றன.

$\gamma$  விற்குப் பின்வரும் பெறுமானங்கள் கிடைத்தன :—

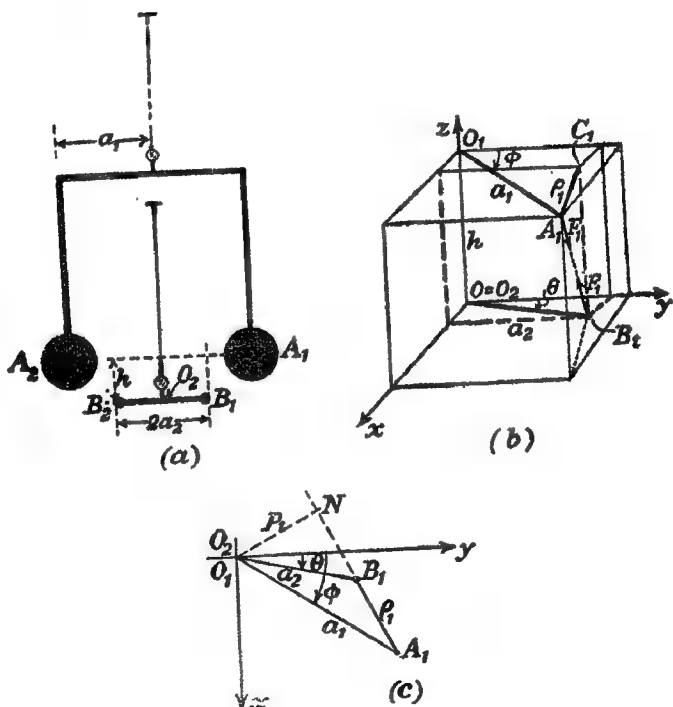
வாணிசு பூசப்பட்ட பிளாற்றினக்

கோளங்கள்	$6.664 \times 10^{-8}$	கி. $^{-1}$ சமீ. $^3$ செக். $^{-2}$
கண்ணாடிக் கோளங்கள்	$6.674 \times 10^{-8}$	” “ “
சராசரி	$6.669 \times 10^{-8}$	” “ “

இப்பெறுமானமானது போய்ல், பிறௌன் ஆகியோர் பெற்றுள்ள பெறுமானங்களைக் காட்டிலும் சற்றுப் பெரிதாய் இருக்கின்றது; ஹெலின் விளைவுகள் காட்டும் முரண்பாட்டிற்குரிய காரணம் தெரியாது.

சாராடினிகேக்கின் (Zahradnick) பரிவுமுறையால்  $\gamma$  வைத் துணிதல்.— சர்ப்பு மாறிலி  $\gamma$  விற்குப் பெறுமானம் ஒன்றைக் காணும் பொருட்டுச் சாராடினிகேக் என்பவா 1933 இல் பயன்படுத்திய ஆய்கருவி இரு ஓரச்சு முறுக்கற்றாசுகளைக் கொண்டுள்ளது; அவை முறையே “முதற்றாசு” எனவும் “துணைத்தராசு” எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. ஒப்பிட்டுப் பரீர்த்தல்

முந்தியது திடமானது; அது விட்டம்  $0.04$  சமீ. கொண்ட உருக்குக் கம்பியா  
லானது; அது அதன் கீழ் முனையில் சிறு கோலொன்றைக் காவுகிறது;  
பெரிய வளைவாரையுடைய குழிவாடியொன்று கிடையான வளையொன்றைத்  
தாங்குகின்ற இக்கோலுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. வளை ஏறத்தாழ  $60$   
சமீ. நீளமுடைய கிடையான பகுதியையுடையது. அதன் முனையொவ்வொன்  
றிலுமிருந்து சற்று அகலக் குறைவான புயமொன்று நிலைக்குத்தாகத்  
தொங்குகின்றது; எனவே முழுவளையும்  $\square$  என்னும் வடிவமுடையது;  
அது பித்தளைக் குழாயாலானது. ஒவ்வொன்றும்  $5-10$  கிகி. திணிவு  
கொண்ட இரு சமமான ஈயக்குண்டுகள் நிலைக்குத்தான புயங்களின் கீழ்  
முனைகளில், ஒரே மட்டத்தில் படம்  $6.25$  (a) யில் காட்டியுள்ளவாறு



படம் 6.25.  $\gamma$  வின் துணிதலுக்குச் சாராடினிகேக்கின் பரிவுமுறை.

ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றன. துணைத்தராசு மிகச்சிறியது; முதற்றராசின் அச்  
சுக்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே அதன் அச்ச அமைந்திருந்தது; அவ்வொவ்  
வொன்றும் நிலையியற் சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது எல்லாத் தாங்கும்.

கம்பிகளும் குழாய்களும் ஒருதளமாய் அமைந்துள்ளன. துணைத்தராசின் வளை கிட்டத்தட்ட 30 சமீ. நீளமுடைய தடித்த அலுமினியக் கம்பித் துண்டொன்றாலேயே ஆனது; அதனது முனைகளில் திணிவு 10 கி. கொண்ட சமமான ஈயக்குண்டுகள் உள். இத்தராசும் குழிவாடியொன்றைக் கொண்டுள்ளது; தராசு ஒவ்வொன்றினதும் அலைவுகள் வெள்ளிப்புரோமைட்டுத் தாளாற் சுற்றியுள்ள உருளையொன்றின்மீது ஒளிப்பட முறைப்படிப் பதிவு செய்யப்படுகின்றன.

பல்வேறான ஈயக்குண்டுகளுக்கிடையேயுள்ள தம்முள் கவர்ச்சிகளால் ஒவ்வொரு தொகுதி மீதும் விசைகளும் இணைகளும் பிரயோகிக்கப்படுகின்றமையால், பெயர்க்கப்பட்டு விடுவித்த பின்னர் தராசு ஒவ்வொன்றும் அதனது நிலையிற் சமநிலைத் தானம் பற்றி தணித்த அலைவுகளை ஆற்றுகின்றது. முதற்றராசின் தணித்தல் அற்பமானது; எனவே பின் தொடர்கின்ற விவாதத்தில் அது புறக்கணிக்கப்படுகிறது. காற்றோட்டங்களைத் தவிர்க்கும் பொருட்டுத் துணைத்தராசானது கண்ணாடி யன்னல் அளிக் கப்பட்ட மரப்பெட்டியொன்றில் அடைக்கப்பட்டு இருக்கின்றது. கண்ணாடி யன்னல் வழியே தொகுதியின் அலைவுகள் பதிவுசெய்யப்படுகின்றது. பரிசோதனையின் முதன்மையான பகுதியானது அவற்றிறகிடையே பரிவுநிலை உறுதியாகும்வரை, அதாவது இரு அலைவுகாலைங்களும் சமமாகும் வரை இரு தொகுதிகளையுஞ் செப்பஞ் செய்தல் ஆகும்.

படம் 6-25 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு, துணைத்தராசினது வளையின் மையம்  $O_2$  என்பது செவ்வக ஆள்கூற்றுத் தொகுதியொன்றின் உற்பத்தி  $O$  என எடுக்கப்படுக. நிலைக்குத்தான அச்ச  $Oz$  பற்றி அலைவுகளை ஆற்றாது இருக்கும் பொழுது துணை வளையின் அச்ச  $Oy$  ஆகும். முதல் வளையானது கோணம்  $\phi$  ஊடாகப் பெயர்க்கப்பட்டிருக்குமிடத்துப் பெரிய குண்டுகளின் மையங்களின் ஆள்கூறுகள்

$$x_1 = a_1 \text{ சைன் } \phi, y_1 = a_1 \text{ கோசை } \phi, z_1 = h$$

உம்  $(-x_1, -y_1, h)$  உமாகும். இங்கு  $2a_1$ , இக்குண்டுகளின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரமும்,  $h$ , குண்டுகளின் மையங்கள் கிடக்கும் தளங்களுக்கிடையேயுள்ள நிலைக்குத்துத் தூரமும் ஆகும்.

அதுபோலவே  $2a_2$  நீளமுடைய துணை வளையானது கோணம்  $\theta$  ஊடே பெயர்க்கப்பட்டிருக்குமிடத்து அதனால் காவப்படும் குண்டுகளின் மையங்களின் ஆள்கூறுகள்

$$x_2 = a_2 \text{ சைன் } \theta, y_2 = a_2 \text{ கோசை } \theta, z = 0$$

உம்  $(-x_2, -y_2, 0)$  உமாகும்.

நிகராக் குண்டுகளிடையேயுள்ள கவர்ச்சிகள்  $F_1 = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_1^2}$  என்பதாலும்,

$F_2 = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_2^2}$  என்பதாலும் தரப்படுகின்றன; இங்கு  $A_1 B_1 = r_1$ ;  $A_1 B_2 = r_2$ .



இவற்றின் பெறுமானங்கள்,

$$r_1^2 = (a_1 \text{ சைன் } \phi - a_2 \text{ சைன் } \theta)^2 + (a_1 \text{ கோசை } \phi - a_2 \text{ கோசை } \theta)^2 + h^2 \\ = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \text{ கோசை } (\phi - \theta) + h^2$$

என்பதாலும்

$$r_2^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \text{ கோசை } (\phi - \theta) + h^2$$

என்பதாலும் தரப்படுகின்றன.

அடுத்து  $A_1, B_1$  களினூடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்குத்துத் தளமானது  $A_1$  ஊடே செல்லுகின்ற கிடையான தளத்தை  $A_1C_1$  என்னும் நேர் கோட்டில் வெட்டுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது  $B_1C_1 = h$ ; மேலும்  $A_1C_1 = \rho_1$  என எழுதினால்

$$\rho_1^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \\ = (a_1 \text{ சைன் } \phi - a_2 \text{ சைன் } \theta)^2 + (a_1 \text{ கோசை } \phi - a_2 \text{ கோசை } \theta)^2.$$

அதுபோலவே,

$$\rho_2^2 = (a_1 \text{ சைன் } \phi + a_2 \text{ சைன் } \theta)^2 + (a_1 \text{ கோசை } \phi + a_2 \text{ கோசை } \theta)^2.$$

$C_1A_1$  இற்குச் சமாந்தரமான திசையில்  $F_1$  இன் கிடைக்கூறு  $F_1 \left( \frac{\rho_1}{r_1} \right)$ ;  $F_2$  இற்கு அது  $F_2 \left( \frac{\rho_2}{r_2} \right)$ . முந்திய கூறு முறுக்கம்  $F_1 \left( \frac{\rho_1}{r_1} \right) p_1$  ஐத் தோற்றுவிக்கிறது; இங்கு  $p_1$  ஆனது  $A_1, B_1$  களினூடே செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தான தளத்திலிருந்து  $O_1$  இன் செங்குத்துத் தூரம். எனினும்,

$$p_1 p_2 = 2 \Delta A_1 O_1 B_1 \\ = a_1 a_2 \text{ சைன் } (\phi - \theta)$$

ஆனபடியால், துணைவளைமீது அவ்விரு கிடையான கூறுகளால் ஆகும் முறுக்கமானது

$$2 F_1 \cdot \frac{\rho_1 p_1}{r_1} = \frac{2 F_1 a_1 a_2 \text{ சைன் } (\phi - \theta)}{r_1}.$$

அதுபோலவே அவ்விரு விசைகள்  $F_2$  என்பன

$$\frac{2 F_2 a_1 a_2 \text{ சைன் } (\phi - \theta)}{r_2}$$

என்னும் முறுக்கத்தைத் தோற்றுவிக்கின்றன; இது,  $F_1$  ஆல் ஆனதை எதிர்க்கிறது. இவ்வாறு  $F_1$  தரும் முறுக்கத்தின் போக்குமுகமாக, விளையுள் திருப்பமானது

$$2a_1a_2 \text{ சைன் } (\phi - \theta) \left[ \frac{F_1}{r_1} - \frac{F_2}{r_2} \right] = 2\gamma m_1 m_2 a_1 a_2 \text{ சைன் } (\phi - \theta) \left[ \frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right].$$

ஓ யும் ஓ வும் போதிய சிறுமையுடையனவாயின், இக்கோஸ்வ

$$2\gamma m_1 m_2 a_1 a_2 (\phi - \theta) \Delta$$

என ஆகின்றது; இங்கு ஓ யும் ஓ வும் சிறிதாயிருக்குமிடத்து கோசை  
( $\phi - \theta$ )  $\rightarrow 1$  ஆனபடியால்

$$\Delta = \frac{1}{[(a_1 - a_2)^2 + h^2]^{1.5}} - \frac{1}{[(a_1 + a_2)^2 + h^2]^{1.5}}.$$

சுழற்சியச்சுப்பற்றித் துணை வளை, அதனது பொருத்துக்கள் என்பவற்றின்  
சுடத்துவத் திருப்பம் I எனின், முதற்றராசு இல்லாதபோது துணைத்தொகுதி  
யின் இயக்கத்தை

$$I\ddot{\theta} + P\dot{\theta} + Q\theta = 0$$

என்பதால் எடுத்துக்கூறலாம்; இங்கு P யும் Q வும் மாறிலிகள். முதற்  
றொகுதி உடனிருக்கும்போது துணைத்தொகுதியின் இயக்கத்தை எடுத்து  
ரைக்கும் சமன்பாடு

$$I\ddot{\theta} + P\dot{\theta} + Q\theta = H(\phi - \theta).$$

இங்கு  $H = 2\gamma m_1 m_2 a_1 a_2 \Delta$ . அப்பொழுது

$$\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + \beta\theta = \mu\phi;$$

இங்கு  $\beta = \frac{Q+H}{I}$ ,  $\mu = \frac{H}{I}$ , முதலியன.  $\phi = \hat{\phi}$  கோசை  $\omega_1 t$  என,  
அதாவது முதற்றராசின் இயக்கம் தணிக்கப்படவில்லை எனக் கொள்வோ  
மாயின்  $\mu\phi = \hat{\chi}$  கோசை  $\omega_1 t$  ஆகும்;

அப்பொழுது  $\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + \beta\theta = \hat{\chi}$  கோசை  $\omega_1 t$ .

இங்கு கருதவேண்டியது குறிப்பிட்ட தொகையீட்டை மட்டுமே; அது இங்கே

$$\theta = \frac{\hat{\chi}}{\sqrt{(\beta - \omega_1^2)^2 + \alpha^2 \omega_1^2}} \text{ கோசை } (\omega_1 t - \psi)$$

ப. 41 இற் காண்க; இங்கு தான்  $\psi = \frac{\alpha \omega_1}{\beta - \omega_1^2}$ . துணைத்தொகுதி  
யின் இயல்பான ஆவர்த்தன காலம்  $f_0$  ஆகுக;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  என்பதற்கி  
ணங்க  $\omega_0^2 = \beta$  என எழுதினால்

$$\omega_0^2 - \omega_1^2 = \frac{1}{2}\alpha^2$$

என இருக்கும்பொழுது துணைத்தொகுதியின் வீச்சம் ஓர் உயர்வு ஆகும்;

$(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + \alpha^2 \omega_1^2$  என்பதை  $\omega_1$  தொடர்பாக வகையிட்டுப் பூச்சியத்துக்குச் சமப்படுத்தி இவ்வினைவு கிடைக்கப் பெற்றது. இவ்வுயர்வு வீச்சம்  $\theta_0$  எனின்,

$$\theta_0 = \frac{\dot{\chi}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \frac{1}{2}\alpha^2 - \omega_0^2) + \alpha^2 \omega_1^2}} = \frac{\dot{\chi}}{\alpha \sqrt{\frac{1}{4}\alpha^2 + \omega_1^2}}$$

$$= \frac{\mu \phi}{T_2 \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{4\delta^2}{T_2^2} + \omega_1^2}}.$$

இங்கு  $T_2$ , துணைத்தொகுதியின் ஆவர்த்தன காலமும்  $\frac{1}{2}\alpha T_2$  இற்குச் சமமான  $\delta$ , துணைத்தொகுதியின் அலைவுவட்டமொன்றிற்காய் இறக்கமும் ஆகும், தொகுதி V, ப. 347 இற் காண்க.

$$\text{எனவே } \theta_0 = \frac{\frac{H}{I} \phi_0}{\frac{2\delta}{T_2} \sqrt{\frac{\delta^2}{T_2^2} + \omega_1^2}} = \frac{HT_2}{2I\delta} \cdot \frac{\phi_0}{\sqrt{\frac{\delta^2}{T_2^2} + \omega_1^2}}$$

$$= \frac{2\gamma m_1 m_2 a_1 a_2 \Delta \cdot T_2}{2I\delta \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{T_2^2} + \omega_1^2}} \phi_0.$$

$$\therefore \gamma = \frac{\theta_0}{\phi_0} \cdot \frac{I\delta \sqrt{\frac{\delta^2}{T_2^2} + \omega_1^2}}{m_1 m_2 a_1 a_2 \Delta \cdot T_2}.$$

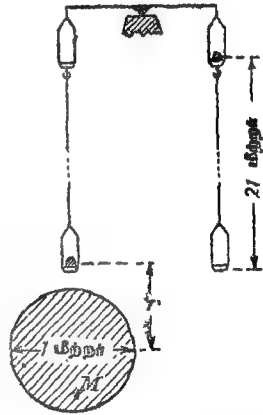
இவ்விரு தொகுதிகளின் இயக்கங்களிலே திரும்பற் புள்ளிகளை நோக்கி  $\frac{\theta_0}{\phi_0}$  இற்குப் பெறுமானமொன்று கிடைக்கிறது; அப்பொழுது  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$ , இங்கு  $T_1$  முதற்றராசின் அலைவுக்காலமாகும். துணைவளை மீதும் அதனது மற்ற உறுப்புக்கள் மீதுமுள்ள கவர்ச்சியையிட்டு முக்கியமான திருத்தமொன்று பிரயோகிக்கப்படுகிறது; அதே நேரம், முதற்றராசின் ஏறக்குறைய புறக்கணிக்கத்தக்க தணித்தலையிட்டு சிறு திருத்தமொன்று செய்யப்படுகிறது. இம்முறை திருத்தமானதொன்றாகும்; நியாயமான குறுகிய காலத்துள்  $\gamma$  விற்கு அதிகமான பெறுமானங்களைப் பெற அது பயன்படுகிறது. சாராடினிகேக்

$$\gamma = (6.65_9 \pm 0.02) \text{ கி. }^{-1} \text{ சமீ. }^3 \text{ செக். }^{-2}$$

மூடிவுசெய்துள்ளார்.

**பொதுத் தராசொன்றைப் பயன்படுத்தும் பரிசோதனைகள்**

**வொன் ஜோல்லியின்† ஆராய்ச்சி.**—எவ்வாறு பொதுத்தராசொன்றைப் பயன்படுத்தி சர்ப்புமாறிலியைத் தீர்மானித்தார் என்பது பற்றி வொன் ஜோல்லி 1881 இல் விவரித்துக் கூறினார். அத்தராசு மியூனிக் குப் பல் கலைக்கழகத்துக் கோபுரமொன்றின் முடியில் நிறுவப்பட்டது. இப்பரிசோதனையின் கோட்பாடானது தராசுத்தட்டொன்றிலிருந்து பல மீற்றர் தூரம் கீழே தொங்கவிடப்பட்ட பெரிய திணிவொன்றை மற்றைத் தட்டில் ஈடுசெய்தலாகும். அடுத்துக் கீழ்த் தட்டிற்குக் கீழே பெரிய ஈயத்திணிவொன்றை வைத்து தராசு மீண்டும் சமநிலையாக்கப்பட்டது. இச்சமநிலையாக்கலை மீளப் பெறுவதற்கென மேல்தட்டில் வைக்கப் பட்ட மேலதிகமான திணிவிலிருந்து, கீழ்த் திணிவுகளுக்கிடையேயுள்ள கவரும் விசை தெரியவந்தது; அதிலிருந்து  $\gamma$  கணிக்கப்பட்டது. படம் 6-26 ஆனது வொன் ஜோல்லி பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் வரிப்படம் ஆகும். பொதுத்தராசு ஒன்றின் தட்டுக்களிலிருந்து 21 மீற்றர் நீளமுடைய கம்பிகளால் வேறு தட்டுக்கள் தொங்கவிடப்பட்டன. அடுத்து ஒவ்வொன்றும்  $5 \times 10^8$  கி. இரசம் கொண்ட இரு கிட்டத்தட்ட சமமான கோளங்கள், படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒன்று மேல் தட்டொன்றிலும் மற்றையது கீழ்த் தட்டொன்றிலும் வைக்கப்பட்டு தராசு சமநிலையாக்கப்பட்டது. அடுத்து விட்டம் கிட்டத்தட்ட 1 மீற்றர், திணிவு  $5.775 \times 10^6$  கி. கொண்டதும் தடித்த ஈயத் தாள்களால் ஆக்கப்பட்டதுமான பெரிய கோளம்  $M$  ஆனது இரசத்தால் நிரப்பப்பட்ட பாத்திரம் இருக்கும் கீழ்த்தட்டுக்குக் கீழே வைக்கப்பட்டது. சமநிலையைப் பெறும் பொருட்டு மேல் தட்டில் தேவையான திணிவு மிகுதி  $\mu$  ஆகும். அப்பொழுது



படம் 6-26.  $\gamma$  ஐத் துணிவதற்கு வொன் ஜோல்லி பயன்படுத்தியுள்ள ஆய்கருவியின் கோட்பாடு.

$$\mu g = \gamma \cdot \frac{mM}{r^2};$$

இங்கு  $m$  என்பது இரசங்கொண்ட கோளத்தின் திணிவும்,  $M$  ஈயக் கோளத்தின் திணிவும் ஆகும்; மற்றைக் குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான அர்த்தங்களை உடையன. எனவே  $\gamma$  வைக் கணிக்கமுடியும்.

பரிசோதனையில் இது இத்தகைய எளிமையுடையதொன்று அன்று. நான்கு கோளங்கள் எடுக்கப்பட்டன; ஆனால் அவற்றுள் இரண்டு மட்டுமே

† Wied. Ann. 14, 331, 1881.

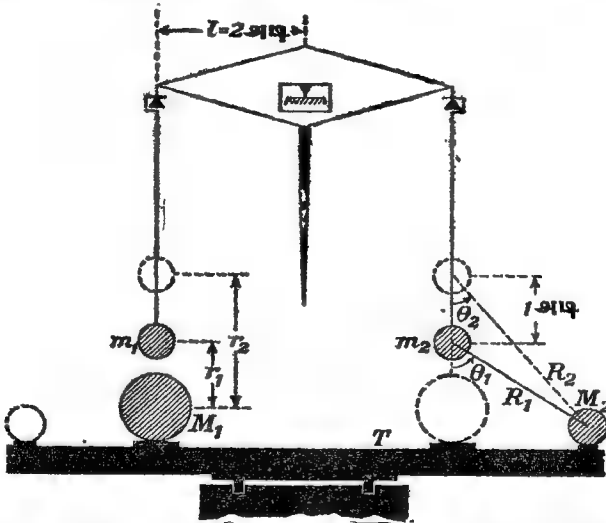
இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டன ; நான்கும் காற்றுப்புறாவாறு ஆடைக்கப்பட்டன. பரிசோதனையின் தொடக்கத்தில் பாரமான இரு கோளங்கள் மேல் தட்டுக்களிலும் இலேசானவை கீழ்த் தட்டுக்களிலும் வைக்கப்பட்டன. பின்னர் தராசு சமநிலையாக்கப்பட்டது. இதனால் உயர்ந்த மட்டத்திற்கும் தாழ்ந்த மட்டத்திற்கும் இடையேயுள்ள வளியடர்த்தி மாறல்களைப் பொருட் படுத்த வேண்டியதேயில்லை. தராசின் ஒரு பக்கத்திலுள்ள கோளங்கள் ஒன்றின் இடத்தில் மற்றொன்றாக மாற்றிவைக்கப்பட்டன. உயரத்துடன் புவியீர்ப்புச் செறிவு மாறுங் காரணமாகத் தராசின் சமநிலை குலைந்தது. சமநிலையை மீண்டும் பெறும்பொருட்டு மேல் தட்டில் ஆகவேண்டிய திணிவு மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, ஆங்காங்குள்ள ஒழுங்கின்மைகளால் உண்டாகும் குழப்பங்கள் நீங்கலாக உயரத்துடன்  $g$  யின் மாறல் சரிபிழை பார்க்கப்பட்டது. அடுத்துப் பெரிய ஈயக்கோளத்தை வைத்துப் பரிசோதனை மீண்டுந் செய்யப்பட்டது. கோளம் உள்ள, இல்லாத சந்தர்ப்பங்களுக் கிடையே நேரிடும் திணிவுநய வித்தியாசம், அதாவது  $0.589 \times 10^{-3}$  கி. நிறையிலிருந்து  $\gamma$  கணிக்கப்பட்டது.

முடிவான பெறுமானம்  $D = (5.69 \pm 0.07)$  கி.சமீ.  $^{-3}$  ஆகும் ; ஆனால் கோபுரத்திலே உடன்காவுகையோட்டங்கள் காரணமாக வொன் ஜொல்லி யின் முறையில் உயர் திருத்தத்தை எதிர்பார்க்கலாகாது.

**போயின்ரிங்ஸின் தராசுப் பரிசோதனை.**—புவியீர்ப்பு மாறிலியைத் துணியும் பொருட்டு இப்பரிசோதனையில் பயன்படுத்திய தராசானது நான்கடி வளை யுடைய பொன் வியாபாரத் தராசொன்றாகும். அது படம் 6.27 இல் வரிப்படமுறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. தராசின் வளையிலிருந்து  $m_1, m_2$  என்னும் திணிவுகள் கொண்ட இரு சம உருண்டைகள் தொங்கவிடப் பட்டன. தராசுக்குக் கீழே சுழற்றக்கூடிய மேசை  $T$  அமைக்கப்பட்டிருந்தது ; அதன் சுழற்சி அச்ச தராசின் பொறுதி ஊடே சென்றது. மேசைமீது  $M_1, M_2$  என்னும் இரு பெரும் திணிவுகள் தாங்கப்பட்டிருந்தன ; வன்மை செய்யிட்டு அவை ஈய-அந்திமனி கலப்புலோகமொன்றால் ஆனவை.  $M_1$  ஆன் திணிவு  $M_2$  இன் திணிவின் இருமடங்காகும். வளைமீது மேசையானது பிரயோகிக்கும் கவர்ச்சி அம்மேசையின் சாய்வால் மாறுகின்றதாதலால் அச்சாய்வைத் தவிர்க்கும் பொருட்டுச் சிறிய திணிவு  $M_2$  ஐப் பயன்படுத்த வேண்டியதாயிற்று. தொடக்கத்தில் போயின்ரிங்  $M_2$  ஐப் பயன்படுத்த வில்லை ; அதன் விளைவாக அவர் விளைவுகள் முரண்பட்டன. வெவ்வேறான கோளங்களிடையேயுள்ள கவர்ச்சியால் ஆகும் இணை காரணமாக ஏற் கெனவே சமநிலையாக்கப்பட்ட தராசின் வளையானது சிறு கோணத்தாற் திரும்பிற்று.  $m_2$  இன் கீழ்  $M_1$  வருமாறு மேசை இருசெங்கோணத்தாற் சுழற்றப்பட்டது ; வளையின் கோணநிலை மாற்றம் நோக்கப்பட்டது.

↑கலப்புலோகமொன்றின் அடர்த்தியைச் சீரானது என உறுதிப்படுத்த முடியாதபடியால் அதனை இப்பரிசோதனையில் பயன்படுத்தலாகாது எனப் போயிஸ் குறை கூறுகிறார் ; ஏனெனில் அது சீராக இராவிட்டால் கோளத்தின் புவியோபு மையம் அதன் கேத்திரகணித மையத்துடன் பொருந்தாது எனப்பேராயம்.

வளைமீது மேசையும் அது காவும் சுமைகளும் பிரயோகிக்கும் கவர்ச்சியை அறியோம்; எனவே இவ்வாறு கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளிலிருந்து  $\gamma$  வைக் கணிக்க இயலாது. இக்கவர்ச்சியைத் தவிர்க்கும் நோக்குடன் திணிவுகள்  $m_1$ ,  $m_2$  ஆகிய ஒவ்வொன்றையும் ஓரடி உயர்த்திப் பரிசோதனை மீண்டுஞ் செய்யப்பட்டது. கீழ்வரும் அண்ணளவான கணிப்பில் எவ்வாறு  $\gamma$  கிடைத்தது என்பது காட்டப்படும்; இங்கு வெவ்வேறு கோளங்களுக்கிடையேயுள்ள குறுக்குக் கவர்ச்சியைப் புறக்கணிப்பது அண்ணளவுகளுள் ஒன்றாகும். தொகுதியின் கேத்திரகணிதவமைப்பு பூரணமாகச் சமச்சீரானது எனவும் கொள்ளப்படும்; இது இன்னுமோர் அண்ணளவாகும்.



படம் 6.27. புளியீர்ப்பு மாறிலியையும் புளியின் இடை அடர்த்தியையும் துணிதலுக்கான போயின்ரிங்லின் தராசுப் பரிசோதனை.

படம் 6.27 இல் முழுக் கோடுகளாற் காட்டியுள்ளவாறு திணிவுகள் அமைந்திருக்கும்பொழுது தராசின் சமநிலை

$$\left[ m_1 g + \gamma \cdot \frac{m_1 M_1}{r_1^2} \right] l = \left[ m_2 g + \gamma \cdot \frac{m_2 M_2}{R_1^2} \cdot \text{கோசை } \theta_1 \right] l + \kappa_1 + a\psi_1$$

என்பதால் எடுத்துரைக்கப்படுகிறது; இங்கு  $\kappa_1$  என்பது வளைமீதுள்ள கவர்ச்சியால் ஆகும் திரும்பல் விளைவைக் குறிக்கும் மாறிலியும்,  $\psi_1$  என்பது வளையின் கோணவிலகலும்,  $a$  மாறிலியொன்றும் ஆகும்.

மேசையானது கோணம்  $\pi$  ஆற் சுழற்றப்பட்டதும் அதற்கு ஒத்த சமன்பாடு

$$\left[ m_1 g + \gamma \cdot \frac{m_1 M_2}{R_1^2} \cdot \text{கோசை } \theta_1 \right] l = \left[ m_2 g + \gamma \cdot \frac{m_2 M_1}{r_1^2} \right] l + \kappa_2 + a\psi_2.$$

இவற்றைக் கழிக்க,

$$\gamma \left[ \frac{m_1 M_1}{r_1^2} - \frac{m_1 M_2}{R_1^2} \cdot \text{கோசை } \theta_1 \right] l$$

$$= \gamma \left[ \frac{m_2 M_2}{R_1^2} \cdot \text{கோசை } \theta_1 - \frac{m_2 M_1}{r_1^2} \right] l + (\kappa_1 - \kappa_2) + a\beta_1.$$

இங்கு உண்மையிலே அவதானித்த பெறுமானம்  $(\psi_1 - \psi_2)$  இற்குப் பதிலாக  $\beta_1$  ஐ எழுதுகிறோம்.

சிறிய கோளங்களை ஓரடி தூரம் உயர்த்தியபொழுது மேற்படிச் சமன்பாடு

$$\gamma \left[ \frac{m_1 M_1}{r_2^2} - \frac{m_1 M_2}{R_2^2} \cdot \text{கோசை } \theta_2 \right] l$$

$$= \gamma \left[ \frac{m_2 M_2}{R_2^2} \cdot \text{கோசை } \theta_2 + \frac{m_2 M_1}{r_2^2} \right] l + (\kappa_1 - \kappa_2) + a\beta_2.$$

இச்சமன்பாடுகளிலிருந்து  $\kappa_1$  ஐயும்  $\kappa_2$  ஐயும் நீக்க,

$$\gamma \left[ m_1 M_1 \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) - m_1 M_2 \left( \frac{\text{கோசை } \theta_1}{R_1^2} - \frac{\text{கோசை } \theta_2}{R_2^2} \right) \right.$$

$$\left. - m_2 M_2 \left( \frac{\text{கோசை } \theta_1}{R_1^2} - \frac{\text{கோசை } \theta_2}{R_2^2} \right) + m_2 M_1 \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) \right] l = a(\beta_1 - \beta_2).$$

மாறிலி  $a$  இன் பெறுமானத்தைக் காணும்பொருட்டுக் கவருங் கோளங் களை அப்புறப்படுத்தி, பொருத்தமான தட்டுக்களிலிருந்து சிறிய திணிவுகள் தூங்கும்பொழுது தராசைச் சமநிலையாகக்கி, வளையில் திணிவு  $\mu$  கொண்ட ஏறியொன்றைத் தூரம்  $z$  ஆல் அரக்கிவைத்து, அச்செய்கையால் வளை உணரும் கோணவிலகல்  $\phi$  நோக்கப்படுகிறது. அப்பொழுது

$$a\phi = \mu g s.$$

எனவே  $\gamma$  வும், அதிலிருந்து  $D$  யும் கணிக்கப்படுகின்றன. பேமிங்கம் மாநகரிலே, மேசன் கல்லூரியிலே, நிலவறையொன்றிலே, பரிசோதனை யறை அமைக்கப்பட்டது; அதனுள் வெப்பநிலைமாறல் விகிதங்கள் தோன்றாத வாறு பொயின்ரிங் தக்க ஏற்பாடுகள் செய்தார்; இறுதிச் செப்பஞ் செய்கைகள் எல்லாம் வெளியிலிருந்தே நடாத்தப்பட்டன. தொலைகாட்டி யொன்றைப் பயன்படுத்தியே விலகல்கள் நோக்கப்பட்டன. தூரங்கள் எல்லாம் திட்டமாகவே அளக்கப்பட்டன. ஈற்றில்

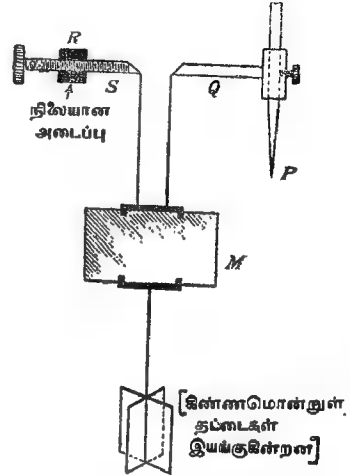
$$\gamma = 6.6984 \times 10^{-8} \text{ கி.}^{-1} \text{ சமீ.}^3 \text{ செக்.}^{-2} \text{ எனவும்}$$

$$D = 5.4934 \text{ கி. சமீ.}^{-3} \text{ எனவும்}$$

கிடைக்கப்பெற்றன.

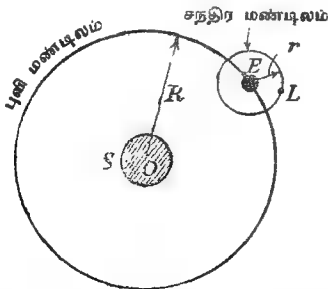
சிறு கோண விலகல்களை நோக்கும் ஒரு முறை.— முன் கூறியுள்ள பரிசோதனையில் வளையின் சிறு கோணவிலகல்களை அளக்கும்பொருட்டுக் கெல்வின் திட்டமிட்ட இரட்டைத் தொங்கலாடிமுறையைப் பொயின்ரிங் பயன்படுத்தினார். கிடையான திருகு  $\square$  இன் முனை, திருகின் அதே

கோட்டிலுள்ள புயம் Q இன் முனை ஆகியவற்றிலிருந்து நூல்களால் ஆடி M தாங்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 6.28 ; [3 அல்லது 4 மிமீ. இடைத் தூரமுள்ள சமாந்தர நூல்களைப் பொயின்ரிங் பயன்படுத்திய போதிலும் நூல்கள் ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமாக இருக்க வேண்டியதே யில்லை.] வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தான தளமொன்றில் ஊஞ்சலாடு கின்ற தராகச் சுட்டிக்குச் செங்குத் தாகப் புயம் Q பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. Q ஆனது முன்முகமாகத் தூரம்  $a$  யினுட அசையுமாறு சுட்டி. ஊஞ்சலாடுகிறது எனக்கொள்க, அப்பொழுது, ஆடி சுழலும் கோணம்  $\alpha$ ; இங்கு  $d$  என்பது S, Q என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தூரம். எனவே இவ்வொழுங்குமுறையின் உணர்திற னானது தூரம்  $d$  இற்கு நேர்மாறு விகிதசமம். போயின்ரிங் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியினது ஆடியின் விலகல் தராசு வளையின் விலகலின் 150 மடங்காகும். கிண்ணமொன்றிலுள்ள இலேசான மசகு எண்ணெயில் அசை கின்ற நான்கு தட்டைகளை ஆடியுடன் இணைத்து ஆடியின் இயக்கத்தைத் தணித்தல் இன்றியமையாதது.



படம் 6.28. சிறு கோணவிலகல்களின் கெல்வின் முறையின் கோட்பாடு.

இரு கோள்களின் திணிவுகளை ஒப்பிடுதற்குரிய அண்ணளவான ஒரு



படம் 6.29. புவி, சந்திரன் என்பவற்றின் மண்டலங்கள். [இவை வட்டவடிவமானவை எனக் கொள்ளப்படுகின்றன, ஆனால் அவை அளவுத்திட்டப்படி வரையப்படவில்லை.]

முறை.—கோள்களுள் ஒன்றிற்கு உப கோளொன்று இருக்குமிடத்து மட்டுமே இம்முறை பயன்படும். மண்டலங்களை வட்டங்கள் எனக் கொள்ளலாம். எடுத்துக்காட்டாகப் புவி, ஞாயிறு என்பவற்றின் திணிவுகளை ஒப்பிடுவோம்.

இவ்வொப்பீட்டையிட்டு S ஞாயிறும் M அதன் திணிவும், E புவியும் m அதன் திணிவும் ஆகுக, படம் 6.29. சந்திரனாகிய L இன் திணிவு  $\mu$  ஆகுக, அப்பொழுது புவி, சந்திரன் என்பவற்றின் மண்டலங்களின் சராசரி ஆரங்கள் முறையே R உம் r உம்



ஆயின்,

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} = m\omega_1^2 R.$$

இங்கு  $\omega_1$  புவிவின் கோணவேகமும்,  $\gamma$  ஈர்ப்பு மாறிலியுமாகும்.

$$\therefore \gamma M = \omega_1^2 R^3.$$

அதுபோலவே

$$\gamma m = \omega_2^2 r^3.$$

$$\therefore \frac{m}{M} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \left(\frac{r}{R}\right)^3;$$

இங்கும் பொதுவாக,  $T$  ஆவர்த்தன காலத்தைக் குறித்தால்  $\omega = 2\pi T^{-1}$ . எனவே அவதானித்த புவி, சந்திரன் என்பவற்றின் ஆவர்த்தன காலங்களுக்கும், முறையே ஞாயிறு, புவி என்பவற்றிலிருந்து புவி, சந்திரன்களின் தூரங்களையும் கொண்டு, புவி, ஞாயிறுகளின் திணிவுகளை ஒப்பிடலாம்.

**ஈர்ப்பு வீச்சு.**—கவரும் பொருள்களின் இடைத்தூரமானது கோள்களிடையேயுள்ள தூரங்கள் போல் பெரிதாய், போய்ஸ் முதலியோரின் ஆராய்ச்சிகளில் குண்டுகளுக்கிடையேயிருந்த தூரங்கள் போல் சிறிதாய் இருப்பினும், ஈர்ப்பு விதி உறுதியானது எனப் பரிசோதனைச் சான்றுகள் சுட்டுகின்றன. பரப்புக்களிடையேயுள்ள ஒட்டற்பண்பானது மாறுந் தன்மையுடையபடியால், அப்பண்பு ஈர்ப்பு விசைகளாலானது ஆயின் அப்பொழுது பொருள்கள் ஒன்றோடொன்று “தொடுகை” யில் இருக்கும் அளவிற்கு அவற்றின் இடைத்தூரம் நுணுக்காயிருக்குமிடத்து இவ்விதி மாறியமையக்கூடும்.

**ஈர்ப்பு உட்புகவிடுமியல்பும் பளிங்குகளின் கவர்ச்சியும்**—மின்புலங்களிற் படிகம்போன்ற பளிங்குத் திரவியங்களின் பண்பானது அப்புலத்தைக் குறித்துப் பளிங்கின் அச்சுக்களின் திசையளியைச் சார்ந்துள்ளது என்பது நன்கு தெரிந்ததே; ஆனால் அத்தகைய பளிங்கொன்றின் நிறையை அளந்தபோது அது ஈர்ப்புப் புலத்தைக் குறித்துக் கொண்டிருக்கின்ற திசையளியைச் சாராது எனத் தோற்றுகிறது, அதன் நிறைமாறாது இருந்தமையே காரணம். மேலும் மின்னேற்றம் பெற்ற பொருள்களுக்கு அல்லது காந்த முனைவுகளுக்கு இடையேயுள்ள கவரும் விசையானது அவை பதிந்திருக்கின்ற அல்லது அவற்றிற்கிடையேயுள்ள ஊடகத்தின் இயல்பைச் சார்ந்திருந்தது. ஈர்ப்புப் புல விசைகள் தொடர்பாக அதற்கு ஒத்ததெதுவும் ஒருபோதும் கண்டுபிடிக்கப்படவில்லை. போய்வரின் முறுக்கற்றராசை மாற்றியமைத்து இவ்விடயத்தை ஒஸ்ரினும் துவிங்ங்ம் (Austin and Thwing) பரிசோதித்தனர். குண்டுகளுக்கிடையே ஈயம், இரசம், கிளிசுரேல் முதலியவற்றால் ஆன திரைகள் வைக்கப்பட்டன; ஆனால் தொங்குங் குண்டுகளைக் காவும் வளையின் விசைகளில் உறுதியாக உணரத்தக்க அளவில் மாற்றங்கள் எதுவும் ஏற்படவேயில்லை.

**சர்ப்புக்கவர்ச்சி பற்றிய கொள்கைகள்.**—சடப்பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள கவரும் விசை பற்றித் தொடர்பியற பொதுக்கொள்கை தரும் விளக்கத்தைத் தவிர்த்த திருத்தியளிக்கக்கூடிய வேறெதுவும் இல்லை; ஆயினும் வெளி யிடப்பட்ட ஏனைய கொள்கைகள் மீது கண்ணோட்டம் செலுத்தின் அது பயன னிக்கக்கூடும்.

(i) **லே சாகேயின் (Le Sage) கொள்கை.**—1782 இல் ஜெனீவா மா நகரத்தைச் சேர்ந்த லே சாகே என்பார் சர்ப்புவிசையை விளக்குமுகமாகக் கொள்கையொன்றை வெளியிட்டார். அக்கொள்கையின்படி வெளியிலே, எண்ணிறந்த சிறு துணிக்கைகள், எல்லா எழுமாற்றுத் திசைகளிலும் இயங்கிக் கொண்டிருக்கின்றன எனக் கருதப்பட்டது; சாதாரணச் சடப் பொருட்களுக்கு இத்துணிக்கைகளை உட்புகவிடும் ஆற்றல் பெருமளவில் உள; ஆனால் முற்றிலும் அன்று. சுயாதீன வெளியிலே, எனவே இத்துணிக்கை களின் மோதுகைக்கு முற்றிலும் திறந்தமுகமாக, உள்ள சடப்பொருளானது ஈற்றில் அம்மோதுகையின் வீளைவாக எவ்வேகத்தையும் அடையமாட்டாது; ஏனெனில் ஒரு பக்கத்து மோதுகைகளின் தொகை அதன் எதிர்ப்பக்கத்து மோதுகைகளின் தொகைக்குச் சமன். எனினும், இரு பொருட்கள் உடனி ருக்கும் பொழுது ஒரு பக்கத்து மோதுகையானது எதிர்ப்பக்கத்து மோது கையைக் காட்டிலும் குறைவாய் இருக்கும்; எனவே அவை ஒன்றை யொன்று நோக்கி அசையும். இக்கொள்கையைக் கொண்டு சர்ப்பு விதியை அளவறிமுறையில் விளக்கும் பொருட்டு, அடர்த்தி மிக்க எச்சடப்பொருளி னாலும் மோதும் துணிக்கைகளின் ஒருசிறு பகுதியே நிறுத்தப்படுமாறு எல்லாச் சடப்பொருட்களிலுமுள்ள அணுக்களிடையேயுள்ள தூரங்கள் அணுப் பரிமாணங்களைக் காட்டிலும் பெரியன எனக் கொள்ள வேண்டியதாகிறது; இன்று இது உண்மை என நாம் அறிவோம்.

**மாக்ஸ்வெல்** என்பார் கீழ்வரும் நியாயங்களைக் காட்டி இக்கொள்கையை மறுத்துள்ளார்.

(a) சிறு துணிக்கைகளின் வேகங்கள் விண்பொருட்களின் வேகங்களைக்காட் டிலும் மிகமிகப் பெரியதாய் இருத்தல்வேண்டும்; இல்லாவிடில் அத்துணிக் கைகள் கோள்களின் இயக்கத்தைத் தடுக்கும் ஊடகமொன்றாக விளங்கும்.

(b) சர்ப்புவிசைகள் உடனடியாகச் செலுத்தப்படமாட்டா. எடுத்துக்காட் டாக, குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் ஞாயிற்று முகமான புவியின் ஆர் முடுகலானது, கருதப்படும் கணத்திற்குச் சற்று முன்பாக அதாவது புவியை அடைகின்ற சிறு துணிக்கைகள் ஞாயிற்றுக்கு அணித்தாய்ச் செல்லும்போது ஞாயிறு இருந்த திசையிலேயே அமையும்.

(c) ஓர் இருத்தல் சடம் மீதுள்ள சர்ப்பு விசைகளின் விளக்கத்தையிட்டுத் துணிக்கைகளின் சக்திச் செலவுவீதம் கிட்டத்தட்ட 10<sup>12</sup> அடி-இ.நிறை.செக்.<sup>-1</sup> ஆகும்; இது பிரபஞ்சத்தினுள்ள எல்லாச் சடப்பொருள்களும் மிக விரை வில் வெண் வெப்பத்தை அடையப்போதியதாகும்.

(ii) சல்லிசின் (Challis) கொள்கை.—மீள்தன்மைப் பாயி ஒன்றிலுள்ள அலைகள் அப் பாயியில் அமிழ்ந்திருக்கும் பொருளொன்றைச் சாடி நின்று இயக்கவைக்கின்றன ; பொருளின் ஏக பரிமாணங்களைக் காட்டிலும் அலை நீளம் மிகப்பெரிதாய் (அல்லது மிகச் சிறிதாய்) இருப்பதற்கேற்ப இயக்கம் குழப்பமையமுகமாக (அல்லது அதற்கு எதிராக) அமையும், என்பதே இக்கொள்கையின் அடிப்படை.

(iii) கெல்வினின் கொள்கை.—இக்கொள்கையின்படி எல்லா வெளியும் நெருக்கமுடியாப் பாயி ஒன்றால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது ; எல்லாச் சடப் பொருள்களும் இப்பாயியைத் தொடர்ந்து, மாற லீதத்தில் பிறப்பித்துக் காலுகின்றன ; காலப்பட்ட பாயியானது முடிவிலி முகமாகப் பாய்கிறது ; இல்லையேல், முடிவிலியிலிருந்து வருகின்ற பாயி சடப்பொருட்களால் உறிஞ்சப்பட்டு அழிவுறுகிறது. நிகழ்ச்சி எதுவாகிலும் பொருள்களுக்கிடையில் அவற்றின் இடைத்தூரத்தின வர்க்கத்துடன் நேர்மாறு விகிதசமமாக மாறும் கவரும் விசையொன்று உளது எனக் கெல்வின் நிறுவினார்.

“இவ்வெல்லாக் கொள்கைகளினிடத்தும் வேலைச்செலவு வேண்டியதாகின்றது. இவற்றின்படி இயற்கை முறைகளைச் சகதிக்காபடி என்னும் மகத்தான கோட்பாட்டின் எடுத்துக்காட்டுக்கள் என்று கருதாமல், அவை இக்கோட்பாட்டிற்குக் கீழ்ப்படியாத சக்திகளைத் திட்டமாக அமைத்து வருகின்ற தோற்றச் சக்திக்காப்புக கோட்பாடொன்றை ஆதரிக்கும் எடுத்துக்காட்டுக்கள் எனக் கருப்படுகின்றன. எனவே இக்கருதுகோள்களின் படி ஈர்ப்பின் விளக்கத்தைப் பெறவியலாது என்னும் முடிவுக்கு நாம் வரவேண்டியதாகின்றது” என மாக்ஸ்வெல் கூறியுள்ளார். இதுவே மாக்ஸ்வெலின் கருத்து. ஆனால் இன்று வாயுக்களின் இயக்கக்கொள்கை தொடர்பாக பூரண மீள்தன்மை மோதுகை என்னும் கருத்து வழக்காயிற்று ; எனவே லே சாகேயின் கொள்கை பற்றி இவ்வெதிர்ப்பைக் கூறலாகாது.

(iv) தகைப்புக் கொள்கை.—மின் புலமொன்றிலுள்ள விசைக்குழாய்கள் வழியே இழுவைகளும் அக்குழாய்களுக்குச் செங்குத்தாக அமுக்கங்களும் உள என மாக்ஸ்வெல் காட்டியிருக்கிறார். அவற்றின் குறிகளை நேர்மாறாக்கி, அதேபோன்ற தகைப்புக்களின் தொகுதியொன்றைச் சடப் பொருள்களுக்கிடையேயுள்ள கவர்ச்சியை விளக்க முடியும்.

(v) மின்னியற் கொள்கை.—சடப்பொருளின் அணுக்கள் ஒவ்வொன்றும் அதனது இயல்பான நிலையில், இலத்திரன்களாற சூழப்பட்ட, நேர்மின் நேற்றம் கொண்ட கருவொன்றால் ஆனது ; கருவின் நேர்மின்னை அவ் வெல்லா இலத்திரன்களினதும் முழு மறையின்னானது சரியாக ஈடுசெய்யுமாறு அவற்றின் தொகை அமைந்திருக்கிறது. அலகு நேரேற்றமொன்றிற்கும் அலகு மறையேற்றமொன்றிற்குமிடையேயுள்ள கவர்ச்சி, ஒரே குறியையுடைய இரு அலகேற்றங்களிடையே தள்ளுதலையாகக் காட்டிலுஞ் சற்று விஞ்சி இருக்குமானால் இவ்விரு விசைகளுக்குமிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைப் பயன்படுத்தி ஈர்ப்புக் கவர்ச்சியைக் குறைவின்றி விளக்க முடியும்.

(vi) அயின்ஸ்டீனின் தொடர்புக் கொள்கையும் சர்ப்பும்.—நியூற்றன் என்பவரின் இயக்கவிதிகளையும் அவரது சர்ப்புக் கொள்கையையும் அடிப்படையாகக் கொண்டு வான்பொருட்களின் இயக்கங்கள் பற்றி வியப்பளிக்கும் வகையில் திட்டமாக விளக்கியதுமன்றி எதிர்வுகூறியும் இருக்கிறபடியால் அவ்விதிகளையும் கொள்கைகளையும் பற்றி ஐயமுறுவது ஒரு “நித்தனை” எனப் பல்லாண்டுகாலமாகக் கருதப்பட்டு வந்தது. எனினும் சென்ற நூற்றாண்டின் ஈற்றில் பிரச்சினைகள் தோன்றலாயின ; காலஞ்செல்லச் செல்லப் புதுப்பிரச்சினைகளும் தோன்றின. முதலாவதாகப் பொருளொன்றின் திணிவானது அப்பொருளின் வேகத்தைப் பொறுத்திருக்கும் மாறியொன்றைத் தெரியவந்துள்ளது ; இரண்டாவதாக, இரு புள்ளிகளின் இடைத்தூரமானது அதை அளக்கும் நோக்குநரின் அசைவைப் பொறுத்திருக்கிறது ; எனவே நீளம் எனனும் கருத்தானது அது தோற்றுவது போல் அத்துனை எளியதன்று.

மேலும் பழைய பொறியியலானது எவ்வாறு இரு பொருட்களுக்கிடையே கவரும் விசை எழுகின்றது என்பது பற்றி அறிய யாதொரு முயற்சியும் எடுக்கவில்லை ; எனினும் இவ்விசையாலேயே பொருளொன்று வேறொன்றிலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் இருக்கிற பொழுதும் அப்பொருள் மீது விளைவுகளைப் பிறப்பிக்கக்கூடியதாக இருக்கிறது. அயின்ஸ்டீன் எனபார் (1915) இப்பிரச்சினைகளையும் வேறு பலவற்றையும் அவர்தம் தொடர்புக் கொள்கையால் தீர்த்துள்ளார். அயின்ஸ்டீனின் கொள்கையின்படி, ஞாயிற்றைச் சுற்றி மண்டிலமொன்றை வரையும் கோளானது நேர்கோடொன்றில் சீரான வேகத்துடன் அசைகின்ற பொருளொன்றின் அதே நிலையில் இருக்கிறது. மேற்படி மண்டிலமானது ஞாயிறுநூல் அதனைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற வெளி-நேரத் தொடரகத்தில் ஆகின்ற வளைவுக்கு ஒப்பானதொன்றின் விளைவாகும். “இத்தொடர்பியல் வெளியில்” விகாரப்படைககு ஆளாகாத பொருளொன்றின் பாதையானது ஒருபோதும் ஏகபரிமாணமாய் அமையாது. “விசை” பற்றிய முழுக் கருத்தும் கைவிடப்படுகிறது ; கோளின் ஏகபரிமாணமல்லா இயக்கமானது திரிபடைந்த வெளியால் முறறிலும் ஆகிறது எனக் கருதப்படுகிறது.

திட்டமாகக் கூறுமிடத்து, நியூற்றனின் சர்ப்பு விதியானது வலிமை குறைந்த சர்ப்புப் புலங்களினிடத்து மட்டுமே பயன்படும் என இக்கொள்கை காட்டுகிறது. மேலும் அயின்ஸ்டீனின் கொள்கைப்படி கோள மண்டிலத்தின் பேரியச்சு மெதுவாகவே சுழலவேண்டும். புதன் என்னும் கோளினிடத்து மட்டுமே இச்சுழற்சியை அளக்க முடிகின்றது. கோள்களின் இயக்கத்திலுள்ள இத்தோற்ற முரண்பாடானது தொடர்புக் கொள்கையின் தோற்றத்துக்கு முன்பே தெரிந்திருந்தது ; அது பழைய பொறியியலுக்கு உண்மையான முட்டுக்கட்டையாக இருந்தது. சுழற்சியானது நூற்றாண்டு ஒன்றில் 43” ஆகும் எனக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது ; இது தொடர்பியற் கொள்கையுடன் ஒத்திருக்கிறது ; ஆனால் நியூற்றனின் கொள்கையில் இதற்கு விளக்க மெதுவுமில்லை.

மேலும் அயின்ஸ்டீனின் கொள்கைப்படி, ஒளிக்கதிர் திணிவு உடையது எனவும், கதிரின் வேகம் மிகப்பெரிதாய் இருக்கிறபடியால் அத்திணிவை எவ்வகையிலேனும் புறக்கணிக்க முடியாது எனவும் தெரியவருகிறது. இதன் விளைவாக வலிமைமிக்க ஈர்ப்புப் புலம் ஊடாகச் செல்லும் ஒளிக்கதிர்கள் விலகலுற வேண்டும். நியூற்றன் கூறியவாறு ஒளியானது துணிக்கைகளாலானது எனின், அவரது கொள்கையின்படி ஞாயிற்றிற்கு அணித்தாய்ச் செல்லும் ஒளிக்கதிரானது 0 அளவால் விலகலுறவேண்டும்; ஆனால் அயின்ஸ்டீனின் கொள்கைப்படி அது 20 ஆதல் வேண்டும். 1919 வைகாசி மாதம் நிகழ்ந்த முழுக்கிரகணம் இச்செய்தியின் சோதனைக்கு வாய்ப்பாயிருந்தது. இச்சோதனையின் பொருட்டு அனுப்பியுள்ள குழுவின் பெற்ற விளைவு, 1919 கார்த்திகைத் திங்கள் வெளியிடப்பட்டது; அது, புதுக் கொள்கைக்கு உடனடியான ஒரு மகத்தான வெற்றியை அளித்தது.

கடைசியாக வான்பொருளொன்றின் பரப்பிலிருக்கின்ற அருட்டிய அணுவொன்றாற் காலப்படும் ஒளியின் மீடிற்றானது, சுயாதீன வெளியில் அல்லது சிறு பொருளொன்றின் பரப்பிலுள்ள அதுபோன்ற அருட்டிய அணுவால் காலப்படும் ஒளியின் மீடிற்றனைக் காட்டிலுஞ் சற்றுச் சிறிதாய் இருத்தல் வேண்டும் என அயின்ஸ்டீன் காட்டியுள்ளார். எனவே குறிப்பிட்டவோர் அணுவின்த்திற்கு பரிசோதனைக்கூடத்தில் காலப்படும் அதனது திருசியக் கோடுகளுடன் உடுக்களிலுள்ள அதே அணுவின்த்தாற் காலப்படும் திருசியக் கோடுகளை ஒப்பிடுமிடத்து திருசியத்தின் சிவப்பு முனை முகமாகப் பெயாக்கப்படவேண்டும். இப்பெயர்ச்சியின் அளவு

$$1 - \frac{f}{f_0} = \frac{\gamma M}{c^2 r};$$

இங்கு  $f_0$  புவிக்குரிய மீடிற்றன்,  $f$  உடுவணுவாற் காலப்படும் ஒளியின் மீடிற்றன்,  $\gamma$  நியூற்றன் மாறிலி,  $c$  ஒளி வேகம்,  $M$  வான்பொருளின் திணிவு,  $r$  அதன் ஆரை. ஞாயிற்றையிட்டு முன்னதாகக் கூறியுள்ள “சிவப்புப் பெயாவு” எனப்படும் இப்பெயர்ச்சியானது  $4000 \text{ \AA}$  அலைநீள ஒளிக்கு  $0.008 \text{ \AA}$  ஆகும். 1925 இல், அடம்ஸ் என்பார் சிறியல் என்னும் உடுவின் தோழனை அவதானித்து,  $0.32 \text{ \AA}$  பெயர்ச்சியைப் பெற்றார். மேற்படி சூத்திரத்தையும் அவதானித்த இப்பெயர்ச்சியையும் பயன்படுத்தி உடுவின் ஆரை  $18,000 \text{ கி.மீ.}$  எனத் தெரியவந்தது; இது இம்முறையுடன் தொடர்பில்லாத வேறொரு முறையால் கிடைக்கப்பெற்ற பெறுமானத்துடன் ஒத்திருக்கிறது.

இதே விளைவு வானியல் விற்பன்னர்களால் “வெள்ளைக் குள்ளர்” என அழைக்கப்படுகின்ற குறிப்பிடத்தக்க உடுவகைகளின் திருசியங்களிலும் காணப்படுகிறது; சாதாரண சட்பொருளின் அடர்த்தியின்  $10,000$  மடங்கு அடர்த்தி கொண்ட சட்பொருளால் அவை ஆக்கப்பட்டுள்ளன எனத் தோற்றுகிறது. எனவே அவற்றினிடத்து  $\frac{M}{r}$  இன் பெறுமானங்கள் அசாதாரணமாக இருத்தல் வேண்டும்.

கடைசியாக அயின்ஸ்டைனின் தொடர்பியற் கொள்கையால் நியூற்றனின் ஈர்ப்பு விதி மறையவில்லை என்பது குறித்தற்பாலது. கிட்டத்தட்ட எல்லாப் பெளதிகத் தேவைகள் உட்பட எல்லா எந்திரவியல் தேவைகளுக்கும், நியூற்றனின் விதி போதிய செம்மை உடையதாகும்; ஒருவேளை பொறியியல், பெளதிகவியல் எனபவற்றின் தொடக்கநிலைப் படிப்புக்கு நியூற்றனின் இயக்க விதிகள் எக்காலமும் அடிப்படையாக விளங்கும்.

## பயிற்சி VI

6·01. திணிவு  $m$  கொண்ட சிறு துணிகையொன்று, மெல்லிய உலோக வட்டத்தட்டொன்றின் அச்சில், அதன் மையத்திலிருந்து தூரம்  $z$  இல் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. தட்டு சீரான தடிப்பு  $t$ , ஆரை  $a$ , சட அடாத்தி  $p$  கொண்டதாயின் தட்டிற்கும் திணிவு  $m$  இறகும்பிடையேயுள்ள ஈர்ப்புக் கவர்ச்சியைக் காண்க.

$$\left[ 2 \pi \gamma \rho t m \left\{ 1 - \frac{z}{(a^2 + z^2)^{0.5}} \right\} \right]$$

6·02. முக்கோணியொன்று, அலகுநீளத் திணிவு முறையே  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  கொண்ட மூன்று சீரான கோல்களால் ஆனது.  $O$  ஆனது முக்கோணியுள் இருக்கின்ற புள்ளியொன்று; முக்கோணியின் பக்கங்களினின்றும் அதன் தூரங்கள் முறையே  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  ஆகும்.

$$\frac{\lambda_1}{p_1} = \frac{\lambda_2}{p_2} = \frac{\lambda_3}{p_3}$$

ஆயின்  $O$  விலே துணிகையொன்று சமநிலையில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

6·03. புவியும் சந்திரனும் வட்டமான மண்டிலங்களில் இயங்குகின்றன ■■■ கருதி, ஞாயிறு, புவி எனபவற்றின் தொடர்புத் திணிவுகளைக் கணிக்க. சந்திரனின் காலம்  $\frac{1}{13}$  ஆண்டு எனவும், ஞாயிற்றிலிருந்து புவியின் தூரமானது புவியிலிருந்து சந்திரனின் தூரத்தைக் காட்டிலும் 390 மடங்கு பெரியது எனவும் தரப்பட்டிருக்கின்றன.  $[0.352 \times 10^8]$

6·04. ஆரை  $a$  யும் சீரான அடாத்தி  $p$  வும் கொண்ட கோளமொன்றின் பரப்பிலிருந்து அதன் மையம்வரை நேரான, ஒரேகமான குடையாதையொன்று துளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (அ) அழுத்தமாறல்களைக் கருதியும் (ஆ) வேறெந்த முறையாலும், கோளத்தின் மையத்திலிருந்து அதனது பரப்புவரை சிறு திணிவு  $m$  ஐ எடுத்துக் கொண்டு போவதற்கான வேலையைத் துணிக.  $\left[ \frac{2}{3} \pi m \gamma \rho a^3 \right]$

6·05. திணிவு  $m$  உம் ஆரை  $a$  யும் கொண்ட மெல்லிய வட்டத்தட்டொன்றின் அச்சில், அதத்தத்தின் மையத்திலிருந்து தூரம்  $z$  இல், இருக்கின்ற புள்ளியொன்றுள்ள ஈர்ப்புமுத்தத்தையும் ஈர்ப்பு புல வலிமையையும் காண்க. அதிலிருந்து  $z=0$  இல் அழுத்தம் ஓர் உயர்வு அடைகிறது எனவும்  $z = \frac{a}{\sqrt{2}}$  இல் புல வலிமை எண்ணளவில் ஓர் உயர்வு அடைகிறது எனவும் காட்டுக.

6·06. தனிமையாக்கிய சீரான கோளமொன்று ஓய்வாயிருக்கிறது; அதில் நேரான, ஒரேங்கிய, அழுத்தமான குடையாதையொன்று துளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. குடையாதையில் சிறு துணிக்கையொன்று ஓய்வுநிலையிலிருந்து அசைகிறது. கோளத்துச் சடத்தின் அடர்த்தி  $p$  வும் ஈர்ப்புமாறிலி  $\gamma$  வும் எனின், இயக்கத்தின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் கண்டு அது கோளத்தின் பருமனையும் குடையாதையின் திசையையும் சாராது எனக் காட்டுக.

$$\left[ T = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \rho}} \right]$$

6-07. கோளமொன்றின் சடத்தின் அடர்த்தியானது அதன் மையத்திலிருந்துள்ள தூரத் துடன் நேர்மாறாக மாறுகிறது. கோளத்திலுள்ள புள்ளியொன்றிலுள்ள ஈர்ப்புப் புல வலிமையானது அப் புள்ளியின் தானத்தைச் சாராது எனக் காட்டுக.

$$[\rho = kr^{-1} \text{ எனின், } G = -2\pi kr]$$

6-08. ஆரை  $a$  யும் பரப்பலகொன்றிற்குத் திணிவு  $\rho$  யும் கொண்ட மெல்லிய வட்டத் தட்டொன்றால், அத்தட்டின் மையத்திலிருந்து தூரம்  $z$  இலும் அதன் எல்லா ஓரப் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்திலும் இருக்கின்ற புள்ளியொன்றில் ஆகும் ஈர்ப்புமுத்தத் தையும் ஈர்ப்புப் புல வலிமையையும் காண்க.

$$\left[ -2\pi\gamma\rho[\sqrt{a^2+z^2}-z], -2\pi\gamma\rho\left\{1-\frac{z}{(z^2+a^2)^{0.5}}\right\}\right]$$

6-09. “நாபுச் செறிவுப் பாயம்” என்பதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறி, சுப்பொருள் ஒன்றைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற முட்டை வடிவமுள்ள பரப்பொன்றிற்குக் குறுக்கே அதற்குரிய கோவையொன்றைப் பெறுக.

புவியின் சராசரி அடர்த்தியை  $5.5$  கி.சமீ.  $^{-3}$  எனவும் ஈர்ப்புமாறிலியை  $6.6 \times 10^{-8}$  கி.  $^{-1}$  சமீ.  $^3$  செக.  $^{-2}$  எனவும் எடுத்துக் கொள்ள முடியுமானால், புவியின் ஆரையின் தொடர்பில் புவியிலிருந்து சந்திரனின் தூரத்தைக் காண்க. சந்திரனின் ஆவர்த்தன காலம்  $28$  நாள் எனக் கொள்ளலாம்.

[61]

6-10. ஈர்ப்புத் தொடர்பாகக் கோசின் தேற்றத்தைக் கூறி, அதைப் பயன்படுத்தி இரு சீரான கோளங்கள் ஒன்றையொன்று கவருமிடத்து, அதனதன் திணிவு அதனதன் மையத்தில் செறிந்திருக்கிறவாறு அவ்வொவ்வொரு கோளமும் தொழிற்படுகிறது எனக் காட்டுக.

மேற்படி முடிவைப் பயன்படுத்தும் ஏதேனுமொரு பரிசோதனையைச் சுருக்கமாகக் கூறுக

6-11. நியூற்றனின் ஈர்ப்பு விதியைக் கூறி, நியூற்றன் ஈர்ப்பு மாறிலிக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக.

சீரான கோளவோடொன்றினுள்ளே புள்ளியொன்றில் அவ்வோடாலாகும் ஈர்ப்புச் செறிவானது பூச்சியமாகும் எனக் காட்டுக. ஒட்டுக்கு வெளியேயுள்ள புள்ளியொன்றில் இருக்கும் செறிவுக்கு எளிய கோவையொன்றை எழுதுக.

6-12. செவ் வட்டக் கூம்பொன்றின் உச்சியில் அககூம்பின் அச்சுக்குச் செங்குத்தான இரு தளங்களிடையே அடங்கியுள்ள கூம்பினடித்துண்டால் ஆகும் ஈர்ப்புப் புல வலிமை  $-2\pi\gamma\rho l(1-\text{கோசை } \alpha)$  ஆகும் எனக் காட்டுக; இங்கு அச்சவழியே கூம்பினடித்துண்டு நீளம்  $l$  உம், அதன் சடத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  உம், ஈர்ப்புமாறிலி  $\gamma$  உம் ஆகும்.

6-13. ஆரை  $a$  யும் அடர்த்தி  $\rho$  உம் கொண்ட அமைக்கோளக் குளொன்றிற்கு வடக்கிலும் தெற்கிலும் இருக்கின்ற நிலையங்களில் அவதானிக்கப்பட்ட அகலாங்குகள் அககுன்றின் அடியில் அவதானித்த அகலாங்கிலிருந்து  $\frac{a}{R}\left(2+\frac{\rho}{\rho_0}\right)$  என்னும் அளவால் வேறுபடுகின்றன எனக் காட்டுக; இங்கு  $R$  புவியின் ஆரையும்  $\rho_0$  அதன் சடத்தின் சராசரி அடர்த்தியும் ஆகும்.

6-14. (a) கெப்பிளரின் கோணவியக விதிகள், (b) அவ்விதிகளிலிருந்து பெறக்கூடிய முடிவுகள் என்பவற்றைப்பற்றிக் கூறுக.

கீழ்வரும் தரவுகளிலிருந்து சந்திரனுக்கும் புவிக்கும் இடையேயுள்ள தூரத்தை மதிப்பிடுக:—ஈர்ப்புச் செறிவு =  $980$  சமீ. செக.  $^{-2}$ ; புவியின் சராசரி விட்டம் =  $1.273 \times 10^4$  கிமீ., மதிமாதம் =  $27.32$  நாள். [புவியைச் சற்றிச் சந்திரன் வட்ட மண்டிலமொன்றில் அசைகிறது] கொள்க.]

[ $3.83 \times 10^5$  கிமீ.]

6-15. நியூற்றனின் அடிப்படையான சர்ப்பு விதியைக் கூறுக.

போய்சின் முறையால் நியூற்றனின் மாறிலியைத் துணிவது பற்றி விவரித்துக் கூறி அதற்கான கொள்கையைத் தருக.

6-16. ஒவ்வொன்றும் திணிவு 20 கி. கொண்ட இரு சிறு கோளங்கள், ஒவ்வொன்றும் 10 மீ. நீளமுடைய இலேசான இழைகளால், தாங்கப்பட்டிருக்கின்றன. கோளங்களின் மையங்கள் ஒரே கிடைத் தளத்தில் இருக்கின்றன. மேல் முனைகளில் இழைகளின் இடைத் தூரம் 1 சமீ. எனின், கோளங்களின் மையங்களின் இடைத்தூரமானது 11 சமீ. ஐக் காட்டிலும் எவ்வளவு குறைவாயிருக்கும்? [ $\gamma$  வின பெறுமானத்தைக் கொள்க.]

$$[6.6 \times 10^{-7} \text{ சமீ.}]$$

6-17. சர்ப்பு மாறிலியின் பெறுமானத்தை  $6.6 \times 10^{-8}$  கி.  $^{-1}$  சமீ.<sup>3</sup> செக்.  $^{-2}$  எனக் கொண்டு அலகு அடர்த்தியுடைய உருண்டைக் கோளொன்றிற்கு அணித்தாக வட்டமண்டிலமொன்றில் சமீதும் சிறு உபகோளொன்றின் ஆவர்த்தன காலத்திற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

$$[1.20 \times 10^4 \text{ செக்.}]$$

6-18. புவிவின் பரப்பிற்கு அணித்தாகவும், அதன் மையம் ஊடே செல்லும் தளமொன்றிலும் அதைச் சுற்றித் துணிக்கையொன்று இயங்குவதற்குத் தேவையான இழிவுக் கதியையும் புவியின் ராப்பப் புலத்திலிருந்து துணிக்கையொன்றின் விசுத்தலையிட்டு அதற்கு அளிக்க வேண்டிய இழிவு வேகத்தையும் ஒப்பிடுக. உமமுடைய தோவு அண்ணளவாக மட்டுமே இருப்பதற்குக் காரணம் காட்டுக.

$$[1 : \sqrt{2}]$$

6-19 நியூற்றனின் சர்ப்புமாறலி  $\gamma$  இறகு வரைவிலக்கணங்கூறி அமமாறிலியின் பெறுமானத்தைத் திட்டமாய்த் துணிவதற்குரிய ஆய்கூட முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக சமீ.கி.செக். அலகுகளில்  $\gamma = 6.7 \times 10^{-8}$ , புவியின் ஆரை  $6.4 \times 10^8$ , அதன் சராசரி அடர்த்தி 5.5 என்பன ஆயின புவிப்பரப்பில் புவியீர்ப்புச் செறிவைக் கணிக்க.

$$[988 \text{ சமீ.செக்}^{-2}]$$

6-20. சர்ப்புமாறலி என்பதற்கு வரைவிலக்கணங்கூறி, எவ்வாறு அமமாறிலியின் பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்திப் புவியின் சராசரி அடர்த்தியைக் கணிக்கமுடியும் என்பதை விளக்குக

கவண்டிசுப் பரிசோதனையின் கோட்பாட்டைச் சுருக்கமாகக் கூறி, போய்ஸ் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியில் இருக்கின்ற நயங்களை விளக்குக.

6-21. சீரான கோளத்தின் ஆரை 1.0 சமீ. ஆகும். அதற்கு நேராகக் கீழேயும் அதைக் கிட்டத்தட்டத் தொடுமாறும், ஆரை 25 சமீ. உம், அடர்த்தி  $10^{-4}$  கி.சமீ.  $^{-3}$  உம் கொண்ட இரண்டாவது கோளமொன்று வைக்கப்படால் முந்திய கோளத்தில் தோன்றும் சதவீத நிறை அதிகரிப்பைக் காண்க.

6-22. கமபியொன்றால் தாங்கப்பட்ட 160 சமீ. நீளமுடைய, கிடையான, இலேசான கோலொன்றின் எதிர்முனைகளில் இரு சிறு கோளங்கள் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கின்றன; முறுக்கல் அலைகளின் ஆவர்த்தன காலம் 400 செக். ஆகும். முடிந்தவரை உயர்வு விலக்கலை உண்டாக்குமாறு கவருங் கோளங்களின் மையங்களின் இடைத்தூரம் 20 சமீ. ஆக இருக்கையில் அவ்வொவ்வொரு சிறு கோளத்திற்கும் எதிரே திணிவு  $2 \times 10^5$  கி. கொண்ட இரு கோளங்களை ஒவ்வொன்றாக வைப்பதற் கோலில் வீழையும் விலக்கலை மதிப்பிடுக.

[கவருந் திணிவுகளிடையேயுள்ள “குறுக்கு விளைவை”ப் புறக்கணிக்க;  $\pi^2 = 10$  எனக் கொள்க; உமது கணிப்பில் என் தொங்குங் கோளம் ஒவ்வொன்றினதும் திணிவை அறிய வேண்டியதில்லை என்பதை விளக்குக.]

$$[1.7 \times 10^{-3} \text{ ஆரையன்}]$$

6-23.  $\gamma = (6.670 \pm 0.005)10^{-8}$  னைன். சமீ.<sup>3</sup> கி.  $^{-2}$  (கி.  $^{-1}$  சமீ.<sup>3</sup> செக்.  $^{-2}$ ) எனின், ஒவ்வொன்றும் 5 கி. திணிவுடைய இரு கோளங்களின் இடைத்தூரம் 11 சமீ. ஆய் இருக்கும்பொழுது அவற்றிற்கிடையேயுள்ள விசை எவ்வளவு?

$\gamma$  வின் மேற்படி பெறுமானத்தையும் புவியின் ஆரை  $6.37 \times 10^8$  சமீ. எனவும் கொண்டு புவியின் சராசரி அடர்த்திக்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

$$[(1.853 \pm 0.002) \times 10^{-3} \text{ னைன்.}, 5.54 \text{ கி. சமீ.}^{-3}]$$



6.24. புவியானது கோளவடிவமாகவும் அதன் உளநுறை சீராகவும் இருக்குமாயின், பூரானொன்றில் ஒருவர் உயரம் ■ எழும்பும்போதுள்ள ஈரப்புக் கவர்ச்சிக் குறைவானது சுரங்க மொன்றில் அதே ஆழத்துக்கு இறங்கும்போதுள்ள குறைவினை கிட்டத்தட்ட இருமடங்கு என நிறுவுக.

6.25. உணாசகியுள்ள பொன் நிறு தராசொன்றின் புயம வழியே 1 மி.கி. ஐ 1 சமீ. தூரம் அரக்கிவைத்தபோது தராசின் விலகல் 600 அளவுத் திட்டப்பிரிப்புகளாக ஆகும்வண்ணம் அத்தராசின் உணர்திறன் அமைந்திருந்தது. தராசில் ஓவ்வொன்றும் திணிவு 400 கி. உம, ஆரை 2 சமீ. உம உடைய இரு கோளங்கள், அவற்றின் இடைத்தூரம் 60 சமீ. ஆக இருக்கும் வண்ணம் ஈடு செய்யப்பட்டபொழுது, ஆரை 12 சமீ. கொண்ட ஈயக் கோளமொன்று சிறு கோளங்களுள் ஒன்றிற்கு நேராகக் கீழேயும் அதைக் கிட்டத்தட்டத் தொடுமாறும் வைக்கப் பட்டிருந்தது. அதேது, கோளத்தை மற்றைச் சிறு கோளத்திற்குக் கீழே, முன்னர் போன்ற நிலையிலே அரக்கிவைத்தபோது தராசின் விலகல் 192 திட்டப் பிரிப்புகளாக ஆயிற்று; ஈரப்பு மாறிலிக்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

[ $g = 1000$  சமீ. செக்.  $^{-2}$  எனவும், ஈயத்தின் அடர்த்தி  $11.37$  கி. சமீ.  $^{-3}$  எனவும் எடுக்க.]  
[ $6.86 \times 10^{-8}$  கி.  $^{-1}$  சமீ.  $^{-2}$  செக்.  $^{-2}$ ]

6.26. நியூற்றன் ஈரப்பு மாறிலியைத் துணிவதற்குரிய திட்டமான முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

ஞாயிற்றை மையமாகக் கொண்டு அதைச்சுற்றிக் கிட்டத்தட்ட வட்டமண்டிலங்களிற் கோளகள் அசைகின்றன என்னும் முடிபைப் பயன்படுத்தி, ஒரு கோளின் ஆண்டின் வர்க்கமானது ஞாயிறிற்றினின்று அக்கோளின் தூரத்தின் கலத்துக்கு விசிதசமம் என்னும் கெப்பிளரின் மூன்றாவது விதியை நிறுவுக.

கோளொன்றைச் சுற்றி உபகோளொன்று தெரிந்த ஆவாத்தன காலத்துடனும் அக்கோளின் இருந்து தெரிந்த தூரத்திலும் வட்டமண்டிலமொன்றில் அசையுமாயின், எவ்வாறு கோள், ஞாயிறு என்பவற்றின் திணிவு விசித்ததைப் பெறமுடியும் என்பதைக் காட்டுக; இங்கு கோளின் ஆண்டையும் ஞாயிற்றிலிருந்து அதன் தூரத்தையும் தெரிந்தவை எனக் கொள்ள லாம். (G)

6.27. ஈரப்பு மாறிலியைத் துணிவதற்குரிய திருத்தமான முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

அம்மாறிலியின் பெறுமானத்தை  $6.7 \times 10^{-8}$  தைன் சமீ.  $^{-2}$  கி.  $^{-2}$  எனக் கொண்டும் புவியானது  $3 \times 10^6$  மீ. செக்.  $^{-2}$  என்னும் கதியுடன்  $1.5 \times 10^{21}$  மீ. ஆரையுடைய வட்ட மண்டில மொன்றில் அசைகிறது எனக் கருதியும் ஞாயிற்றின் திணிவைக் கணிக்க. [ $2.01 \times 10^{30}$  கி.கி.]

6.28. எயிரியின் சுரங்கப் பரிசோதனையை விவரித்துக் கூறுக. இப்பரிச்சினைக்குரிய புவி வெளியோட்டின் சராசரி அடர்த்தி  $2.5$  கி. சமீ.  $^{-3}$  எனின்,  $0.5$  மைல் ஆழம் உடைய சுரங்க மொன்றின் அடியில் புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகிலைக் காண்க. புவியின் சராசரி அடர்த்தி  $5.5$  கி. சமீ.  $^{-3}$  எனவும், புவியின் ஆரை  $4000$  மைல் எனவும், புவியீர்ப்புச் செறிவு  $981.2$  சமீ. செக்.  $^{-2}$  எனவும் தரப்பட்டிருக்கின்றன. [981.28 சமீ. செக்.  $^{-2}$ ]

6.29. உயரம்  $h$  கொண்ட மலைபீடத்துப் புள்ளியொன்றில் புவியீர்ப்புச் செறிவினை பெறுமானம்

$$g \left[ 1 - \left( 2 - \frac{3\rho}{2\rho_0} \right) \frac{h}{a} \right]$$

ஆல் தரப்படுகிறது என நிறுவுக; இங்கு  $a$  கடல்மட்டத்துப் புவியீர்ப்புச் செறிவும், ■ புவியின் ஆரையும்,  $\rho_0$  புவியின் சராசரி அடர்த்தியும்,  $\rho$  பீடத்துச் சடத்தின் அடர்த்தியும் ஆகும். [குறிப்பு: பீடத்தைப் பரப்பாக்கி  $\rho$  கொண்ட மெல்லிய வட்டத்தட்டு எனக் கருதலாம்;

மேலும்  $g = \frac{4}{3}\pi\gamma\rho_0$ ; பீடத்தில் "கோளத்தால்" ஆகிய ஈரப்புச் செறிவு  $\frac{a^3}{(a+h)^2}$  ஆகும்.]

6.30. 5 கி. திணிவொன்றைப் புவிப்பரப்பிலிருந்து 21 மீ. உயர்த்தியபோது அதன் நிறை 31.8 மில்லிகிராம்-நிறையால் குறைந்துள்ளது என வொன் ஜொல்லி என்பார் கண்டார். இச்செய்தியைப் பயன்படுத்திப் புவிப்பரப்பிலிருந்து 1 கி. சுடமானது 1 சமீ. உயர்த்தப்படுமிடத்து அதன்மீதுள்ள புவிப்பரப்புக் கவர்ச்சிக் குறைவைக் கணிக்க.  $g = 980$  சமீ. செக.<sup>-2</sup> உம்,  $r = 6.4 \times 10^8$  சமீ. உம் ஆயின், வொன் ஜொல்லியின் விளைவிலிருந்து பெற்ற பெறுமானத்தையும், அறிமுகரைக் கணிப்புத் தரும் பெறுமானத்தையும் ஒப்பிடுக.

$$\left[ \text{குறிப்பு } F = \frac{\gamma M}{r^2} \text{ எனின், } \frac{dF}{dr} = -\frac{2\gamma M}{r^3} \text{ ஆகும் என்றவாறு} \right]$$

[2.97 × 10<sup>-8</sup> தைன் ; 1 : 1.02]

6.31. உணர்ச்சியுள்ள தராசொன்று நான்கு தட்டுக்களைக் கொண்டுள்ளது; அவற்றுள் ஒரு சோடி. மற்றைச் சோடிக்கு 20 மீ. கீழே இருக்கிறது. மேல் தட்டுக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் 1 கி. திணிவுடைய கோளமொன்றை வைத்துத் தராசு ஈடுசெய்யப்பட்டது. கோளமொன்றை அதற்குக்கீழே இருக்கின்ற தட்டில் இடமாற்றியபோது அதன் திணிவு கூடிற்று; இதன் பொருட்டு மேல் தட்டொன்றில் 32 மி.கி. ஐச் சேர்த்துத் தராசு மீண்டும் ஈடுசெய்யப்பட்டது.

50 சமீ. ஆரைகொண்ட ஈயக்கோளமொன்றை கீழ்த தட்டிலிருக்கின்ற கோளத்திற்கு நேர் கீழே வைத்தபோது சமநிலையாகக்கூகு மேல் தட்டொன்றில் இன்னும் 0.69 மி.கி. திணிவு சோக்க வேண்டியிருந்தது. ஈயத்தின் அடர்த்தியை 11.4 கி. சமீ.<sup>-3</sup> எனவும், புவியின் ஆரையை 6.4 × 10<sup>8</sup> சமீ. எனவும் கொண்டு, புவியின் திணிவுக்குப் பெறுமானவை காண்க.

[6.0 × 10<sup>24</sup> கி.க.]

6.32. புவியின் மத்திய கோட்டில் இருக்கின்ற பொருளொன்றின் நிறை பூசியமாக இருக்கும் வண்ணம் அதிலிரைவாகப் புவி சுழலுமாயின் அதன் ஆவர்த்தனை காலத்தைக் கணிக்க. [ $r = 6.4 \times 10^8$  சமீ. எனக் கொள்க.] [நாள்  $\frac{1}{13}$ .]

6.33. நியூட்டனின் ஈர்ப்பு மாறிலியைத் துணிதலுக்கான ஆய்கூட முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

ஞாயிறைச் சுற்றிச் செவ்வாய், புவி ஆகியவற்றின் சுழற்சிக் காலங்களின் விசிதம் 1.88 ஆகும். ஞாயிறுநின்ற இக்கோள்களின் தூரங்களின் விசிதத்தைக் காண்க. இவ்விடயமாகப் பயன்படுத்தியுள்ள சூத்திரத்தை நிறுவுக.

[1.52]

6.34. சீரான கோளமொன்றிற்கு வெளியேயிருக்கின்ற புள்ளியொன்றிலுள்ள ராப பழுத்தத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

புவியின் பரப்பிலிருந்து உயரம் 1,000 கிமீ. வரை 10,000 கி.கி. முழுத்திணிவு உடைய எறிபொருளொன்றைச் செலுத்துவதற்கு வானமொன்றால் வழங்கப்பட வேண்டிய சக்தியைக் கணிக்க. வளியில் உராயவு விசைகளைப் புறக்கணிக்கலாம். புவிப்பரப்பில் புவியீர்ப்புச் செறிவை  $g = 9.80$  மீ. செக.<sup>-2</sup> எனவும், புவியின் ஆரையை  $R = 6.37 \times 10^8$  மீ. எனவும் கொள்க.

[8.2 × 10<sup>8</sup> யூல்.]

6.35. சீரான கோளமானது திணிவு  $\rho$  உம் ஆரை  $a$  யும் உடையதாயின், அதன் ஓர்

அரைக்கோளம் மற்றதனிடது பிரயோகிக்கும் கவர்ச்சி  $\frac{3}{16} \frac{\gamma m^2}{a^2}$  ஆகும் எனக் காட்டுக.

6.36. ஆரை  $a$  யும் அடர்த்தி  $\rho$  வும் உடைய சீரான கோளம் அதன் மையத்திலிருந்து தூரம்  $r$  யில் இருக்கின்ற தளமொன்றில் இரு கூறுகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவ்விரு கூறுகளுக்கும்மையையுள்ள தம்முள் கவர்ச்சி

$$\frac{3}{8} \gamma \rho^2 (a^2 - b^2)$$

எனக் காட்டுக.

6.37. அவற்றின் இடைத்தூரம் பெரிதாய் இருக்கும்பொழுது ஓய்வாயிருந்த, ஆரை  $\alpha$

யும், அடர்த்தி புவியின் சராசரி அடர்த்தியும் உடைய, இரு சமமான கோளங்கள்  $\sqrt{\frac{g}{2R}}$  எனனும் பொதுக்கதியுடன் ஒன்றோடொன்று மோதும் எனக் காட்டுக; இங்கு ஈர்ப்புச் செறிவு  $g$  யும், புவியின் ஆரை  $R$  உமாகும். [அவற்றின் தம்முள் கவாசசி மட்டுமே இக்கோளங்களைத் தாக்குகின்றது எனக் கொள்க.] [குறிப்பு : இரு கோளங்களும் தொகை வைத்திருக்கும் பொழுது கோளமொன்று மற்றதின் புலத்தில் அடைந்துள்ள நிலைச்சக்திக் குறைவானது இரு கோளங்களின் இயக்கச் சக்திகளுக்குச் சமன.]

6.38. புவியிலிருந்து பாரக்கும்பொழுது ஞாயிறின் சராசரிக் கோண விட்டம்  $9.4 \times 10^{-8}$  ஆரையனும், ஈரப்புமாநிலி  $6.7 \times 10^{-8}$  சமீ.  $^{\circ}$  இ. -1 செக். - $^{\circ}$  உமாயின, ஞாயிறுச் சடப்பொருளின் அடர்த்தியை மதிப்பிடுக. [ஓர் ஆண்டு =  $3.1 \times 10^7$  செக். எனக் கொள்க.]

[1.41 கி.சமீ. - $^{\circ}$ ]

6.39. ஆரை  $\alpha$  கொண்ட கோளமொன்றின் மையத்திலிருந்து தூரம்  $r$  இலுள்ள புளளியொன்றில் அடர்த்தி  $\rho$  ஆனது

$$\rho = \frac{M}{\pi \alpha^3} \left( \frac{3}{2} - \frac{r}{\alpha} \right)$$

ஆல தரப்படுகிறது.

கோளத்தின் திணிவு  $M$  எனக் காட்டுக. மேலும், கோளத்தின் பரப்பில், ஈரப்புச் செறிவு  $y$  ம,  $\frac{h}{\alpha}$  இன் முதலாவது படிக்கு மேலானவை புறக்கணிக்கப்படும் இருக்குமாயி பரப்பிலிருந்து உயரம்  $h$  இல் செறிவு

$$g \left( 1 - \frac{2h}{\alpha} \right)$$

எனவும், ஆலை பரப்பிலிருந்து ஆழம்  $h$  இல் அதன் பெறுமானம் மாறாது இருக்கிறது எனவும் காட்டுக.

## அதிகாரம் VII

### மீள்தன்மையும், தகைப்பும், விகாரமும், சடங்களின் வலிமையும்

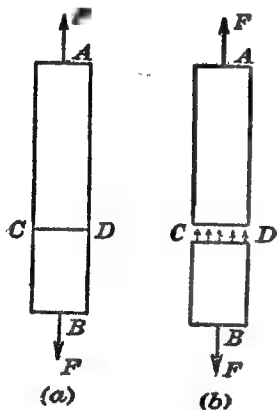
**தோற்றுவாய்.**—பொறியியலானது மிகமிகச் சிறிய ஆனால் திணித்த துணிக்கை என்னும் கருத்துடன் தொடங்கி, அழுத்திய புற விசைகளின் தாக்கத்தின் கீழ் அத்துணிக்கையின் போக்கையும் ஆராய்கிறது ; அடுத்து விறைப்பான பொருள் என்னும் கருத்து விவாதத்துக்குக் கொண்டுவரப் படுகிறது ; அதைத் தாக்கும் விசைகளின் மாற்றங்கள் எதுவாகிலும் அதன் எந்த இரு புள்ளிகளின் இடைத்தூரமும் மாறுவது இருக்கும் என்று அதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகிறது. உண்மை கூறுமிடத்து ஒரு பொருளும் பூரணமாக விறைப்பானது அன்று ; விசைகளின் தாக்கத்தால் சாதாரண சடங்களின் போக்கைப் பற்றிய ஆய்வு மீள்தன்மையியல் எனப்படும்.

**விகாரம்.**—பொருளொன்று உள் மூலக்கூற்று விசைகளால் மட்டுமே தாக்கப்பட்டுச் சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது அப்பொருளானது அதன் இயல்பான நிலையில் இருக்கிறது எனக் கூறப்படுகிறது. அதன் சடம் தகைப்புறும்படி பொருளொன்றுமீது புற விசைகள் தாக்கும்பொழுது அப்பொருளின் வடிவத்திலோ, பருமனிலோ, அவ்விரண்டிலுமோ அது மாற்றம் அடையுமாயின் அது விகார நிலையில் இருக்கிறது அல்லது விகாரப்பட்டிருக்கிறது எனக் கூறுகிறோம். மாக்ஸ்வெலின் கூற்றுப்படி [Theory of Heat, பக்கம் 295] பூரண விறைப்பான பொருளொன்று உண்டு எனில், தகைப்புநிலையை உண்டாக்கும் புறவிசைகளால் தாக்கப்படுங்காலே அது விகாரமுறுவது. உண்மையில் இத்தகைய நிபந்தனைகளுக்குக் கீழ்ப்படிகின்ற பொருட்கள் இல்லை ; அதாவது தெரிந்த சடங்கள் யாவும் மீள்தன்மையுடையன ; அதாவது பொருளொன்றில் தகைப்பிருந்தால் விகாரமும் உடன் இருக்கும். பொருளொன்று, குறிப்பிட்டவொரு வெப்பநிலையில், வரையறுத்த தகைப்பொன்றின் பிரயோகத்தால் வரையறுத்த விகாரமொன்றை அடைதல், தகைப்பு பிரயோகிக்கப்படுங்காலம் நீடித்தபோதிலும் விகாரம் கூடாமல் இருத்தல், தகைப்பு நீக்கப்பட்டதும் விகாரம் உடனேயும்<sup>†</sup> முற்றிலும் மறைதல் ஆகிய உடைமைகளைக் கொண்டிருப்பின் அது பூரணமான மீள்தன்மையுள்ள பொருளாகும் என மாக்ஸ்வெல் வரைவிலக்கணம் கூறியுள்ளார். சில சந்தர்ப்பங்களிலே புற விசைகள் நீக்கப்பட்ட பொழுது பொருளடைந்த புதுப் பருமனும், வடிவமும் நிலைத்திருக்கவுங் கூடும் ; அப்பொழுது அப்பொருளின் சடம் பூரண நெகிழித் தன்மை

<sup>†</sup>இச்சொல்லானது இன்று மாக்ஸ்வெலின் ஆரம்பக கூற்றுடன் சேரிகப்பட்டிருக்கிறது.

உடையது எனப்படும். இருந்தாலும், வடிவையழிக்கும் விசைகள் மிகாதிருக்கும்வரை மட்டுமே திரவியங்கள் பூரண மீள்தன்மையுடையன எனபதும், பிரயோகிக்கப்படுகின்ற விசைகள் போதிய அளவில் சிறிதாய் இருந்தால் பூரண நெகிழித் தன்மையுடைய பொருட்களும் சிறிதளவு மீள்தன்மையுடையவையாய் இருக்கக்கூடும் என்பதும், இவ்வு கண்டிப்பாய்க் குறித்தற்பாலது. பின்வரும் கட்டமொன்றில் பூரண மீள்தன்மையெல்லையே மீறித் தகைப்புறும் சடங்களின் போக்கு மிக விரிவாக எடுத்துக் கூறப்படும்.

**இழுவைத் தகைப்பும் இழுவை விகாரமும்.**—படம் 7·01 (a) யில் AB ஆனது, அதனது நீளப்பக்கவச்ச வழியே இரு இழப்புவிசைகள் F, F என்பவற்றால் தாக்கப்படும் சீரான கோலொன்று என்க. CD ஆனது



படம் 7·01. நீளப்பக்க இழப்பாலாகும் உள்விகாரம்.

கோலின் நீளப்பக்கவச்சக்குச் செங்குத்தானதும கோலை இருகூறுகளாகப் பிரிக்கின்றதுமான தளமொன்றாகுக. இழப்புவிசைகள் பிரயோகிக்கப்பட்டதும் உள்விசைகள் தொழிற்படாதுவிடின் கோல் நீளம்; மேலும் உடைப்பு நிகழும்வரை நீட்டல் தொடர்ந்து நிகழும். இனி பகுதி AC ஆனது, OD இன் குறுக்கே, பகுதி DB மீது விசையொன்றைப் பிரயோகிக்கும்; இவ் விசையானது, மேற்படி காரணத்தால் உற்பத்தியாகி OD யின் மூலகமொவ்வொன்றையும் தாக்குகின்ற மூலக விசைகளின் விளையுளாகும், படம் 7·01 (b) யைப் பார்க்க. CD யின் சமநிலையின் பொருட்டு மேற்படி விளையுளானது முனை B யில் தாக்குகின்ற விசை F இற்குச் சமனெதிராக இருத்தல் வேண்டும். அதுபோலவே பகுதி AC இடத்துமாம்.

பொருளை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் அததகைய எந்தத் தளத்திற்கும் குறுக்கே தாக்குகின்ற சம,எதிர் விசைகளையிட்டு அப்பொருளானது தகைப்புற்றிருக்கிறது அல்லது தகைப்பு நிலையில் இருக்கிறது எனப்படும். எனவே தகைப்பு என்னுஞ்சொல் ஒன்றோடொன்று தொடுகை வைத்திருக்கின்ற இரு பொருட்களிடையே அல்லது ஒரே பொருளின் இரு பகுதிகளுக்கிடையே தாக்குகின்ற தமமுன தாக்கத்தைக் குறிக்கும்பொருட்டுப் பயன்படுத்தப்படுகிறது; இததாக்கத்தால் ஒரு பொருளோ ஒரு பகுதியோ மற்றதுமீது விசையொன்றைப் பிரயோகிக்கின்றது.

பரப்பு OD யின் எந்தப்பாகத்தின் குறுக்கேயும் தாக்குகின்ற விசையானது அப்பாகத்தின் பரப்பளவிற்கு நேர்விகிதசமமாக இருக்குமாயின், அத்

தகைப்பு சீரானது எனப்படும். எனவே,  $CD$  யின் பரப்பளவு  $S$  உம், அப்பரப்புமீது தகைப்பின் பரம்பல் சீரானதும் எனின்,  $\frac{F}{S}$  என்னும் கணியமானது பொருளின் கருதப்படும் வெட்டின் குறுக்கே உள்ள நீட்சித் தகைப்பு அல்லது இழுவைத் தகைப்பு எனப்படும். விசைகளை நேர்மாறுக்கி னால் பொருளானது உதைப்பொன்றை உணரும் ; அதற்கொத்த தகைப் பானது நெருக்குத் தகைப்பு எனப்படும் ; அதன் பெறுமானம்  $\frac{F}{S}$  ஆகும்.

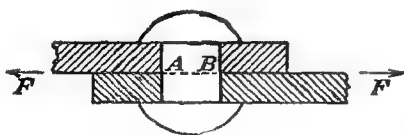
தகைப்பானது சீராயில்லாதபோது பரப்பளவு  $\delta S$  கொண்ட மூலகம் ஒன்றிற்குக் குறுக்காகவும் செவ்வகாகவும் தாக்குகின்ற விசை  $\delta F$  ஆகுக. அப்பொழுது  $\delta S$  இன் புள்ளியொன்றிலுள்ள தகைப்பு  $p$  ஆனது

$$p = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta S} = \frac{dF}{dS}.$$

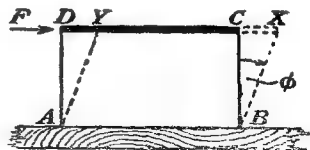
கோலின் தொடக்கநீளம்  $l$  உம், நீட்சி  $\Delta l$  உம் எனின் கோலி லுள்ள இழுவை விகாரம்  $\frac{\Delta l}{l}$  ஆகும். எனவே விகாரமானது பரிமாண மற்ற கணியமொன்றாகும்.

தகைப்பானது பரப்பலகொன்றிற்கான விசையே ஆதலின், தனியலகு முறைகளில் தகைப்புக்களை ஒன்றில் தைன். சமீ.  $^{-2}$  இல் அல்லது இருத்தலி அடி.  $^{-2}$  இல் அளத்தல் வேண்டும். தகைப்பின் மற்றைய பொதுவான அலகுகள் தொன நிறை. அங்.  $^{-2}$ , கிகி. நிறை. சமீ.  $^{-2}$ , வ. அ. என்பன ; முதல் இரண்டும் ஈர்ப்பலகுகள் ஆகும்.

**கொய்வு விகாரமும் கொய்வுத் தகைப்பும்.**—பொருளொன்றில் தொடுகையிலிருக்கின்ற இருபகுதிகளுக்கிடையில், பகுதியொன்று மீது மற்றைப் பகுதியின் தாக்கத்தால் பக்கப்பாடாகவும் தொடுகைப் பரப்பிற்குத் தொடலி முகமாகவும் சம, எதிர் விசைகள் தொழிற்படும்பொழுது அப்பகுதிகளுக் கிடையில் கொய்வுத் தகைப்பொன்று உளது. இவ்வாறு வெட்டு  $AB$  இன்



(அ)



(ஆ)

படம் 7-02. (அ) கொய்வுத் தகைப்பும் கொய்வு விகாரமும். (ஆ) கொய்வு விகாரம்.

குறுக்கேயுள்ள இழுப்பு  $F$ ,  $F$  என்பதைத் தாங்கும் இரு தட்டுக்களைச் சேர்த்துத் தறையொன்று பிடித்துக் கொண்டிருக்கிறது எனக் கொள்க, படம் 7-02 (அ). இந்நிலையில் தறையின் கீழ்ப்பாகம்  $AB$  இற்குச் சமாதானமான

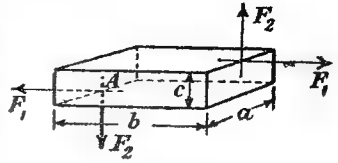
விசையொன்றை மேற்பாகமீது பிரயோகித்து அதன் இடப்பக்கமுகமான அசைவைத் தடுக்கிறது; அது போலவே மேற்பாகமானது கீழ்ப்பாகமீது விசையொன்றைப் பிரயோகிக்கிறது. தறையானது தளம்  $AB$  இன் குறுக்கே, **கொய்வு நிலையில்** இருக்கிறது எனக் கூறப்படுகிறது; குறுக்குவெட்டு  $AB$  யின் பரப்பளவு  $S$  எனின் **கொய்வுத் தகைப்பானது**  $\frac{F}{S}$  ஆகும் என வரை விலக்கணம் கூறப்படுகிறது.

கொய்வு நிலையானது இருக்கும்பொழுது எவ்வாறு விகாரத்தை அளக்க முடியும் என்பதை அறியும்பொருட்டு மேசையொன்றுடன் ஒட்டப் பட்டிருக்கின்ற இந்தியா றப்பர்க் கட்டையொன்றின் குறுக்குவெட்டு  $ABCD$  ஐக் கருதுக; ஒட்டப்பட்ட முகத்தின் அடையாளம்  $AB$  ஆகும், படம் 7.02 (b). கட்டையின் மேல்முகத்தில் ஒட்டப்பட்டிருக்கின்ற பித்தளைத் தட்டொன்று  $AB$  இற்குச் சமாந்தரமான விசை  $F$  ஆல் முன்செல்லுமுகமாகத் தூண்டப் படுகிறது எனக் கற்பனை செய்க. சமநிலையடைந்ததும் தட்டானது  $XY$  என்னும் நிலையில் இருக்கின்றதென்க. அதாவது றப்பர்க் கட்டையின் கீழ்முகத்தைக் குறித்துத் தட்டானது  $CX$  என்னும் பெயர்ச்சியை அடைந்திருக்கிறது. கட்டையானது **கொய்வுநிலையில்** இருக்கிறது என் கிறோம்; **கொய்வுவிகாரமானது** சிறு கோணம்  $\widehat{CBX}$  இன் வட்டவளவிற குச் சமன்; அது  $\phi$  என்க.  $\phi = \frac{CX}{BC}$  ஆதலால், **கொய்வு விகாரமானது**  $BC$  யை இடைத்தூரமாகக் கொண்ட இரு கிடைபான படைகளின் பக்கமுகமான தொடர்புப்பெயர்ச்சி  $CX$ , தூரம்  $BC$  என்பவற்றின் விகிதத்துக்குச் சமன் எனக் காணப்படும்; அதாவது அலகு இடைத்தூரம் கொண்ட இரு கிடைபான படைகளின் பக்கமான தொடர்புப் பெயர்ச்சியின் எண் பெறுமானத்திற்கு அது சமன்.

மேல் முகத்தின் பரப்பளவு  $S$  எனின், **கொய்வுத் தகைப்பானது**  $\frac{F}{S}$  ஆகும்.

நார்க்கும் (அல்லது அமுக்கும்) விசைகளால் ஆகின்ற விகாரத்திற்கும் கொய்வுகளால் ஆகின்றவற்றிற்கும் இடையேயுள்ள கீழே கூறப்படும் வித்தியாசம் முதன்மையானது; முந்தியதிற் பொருளின் கனமும் வடிவமும் மாறக்கூடும், ஆனால் பிந்தியதில், பொருளின் கனம் மாறாது இருக்க அதன் வடிவு மட்டுமே மாற்றம் அடைகின்றது. சமவியல்பு உடைய, அதாவது எல்லாத் திசைகளிலும் ஒரே அளவில் இயல்புகளைக் கொண்ட சடமொன்றால் ஆனதும் சீரான அமுக்கத்தால் தாக்கப் படுவதுமான சதுரமுகியானது வடிவமாற்றம் இல்லாமல் கனவளவு மாற்றம் மட்டும் தோன்றும் எடுத்துக்காட்டு ஒன்றாகும்.

கொய்வாலாகும் நிரப்பு தகைப்புகள்.—தேற்றம் : குறிப்பிட்டதொரு திசையிற் கொய்வுத் தகைப்பு ஒன்று இருப்பதற்கு அதற்குச் செங்குத்தான தும் சமமானதுமான கொய்வுத் தகைப் பொன்று இருத்தல் வேண்டும். இதை நிறுவும்பொருட்டு பக்கங்கள்  $a$ ,  $b$ ,  $c$  களை உடைய செவ்வகப் பொருளொன்றைக் கருதுவோம்; அது படம் 7.03 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. கீழ் முகத்தைக் குறித்து மேல் முகத்தைப் பெயர்க்கு மாறு தூண்டும் விசைகள்  $F_1$  உம்  $F_1$  உம் ஆகுக. இம்முகங்கள் ஒவ்வொன்றின்



படம் 7.03. கொய்வாலாகும் நிரப்பு தகைப்புகள்.

பரப்பளவும்  $ab$  ஆகும்; எனவே இங்கு கொய்வுத் தகைப்பு  $\frac{F_1}{ab}$  ஆகும். மேற்படி விசைக்குச் செங்குத்தாகக் கொய்வுகள்  $F_2$ ,  $F_2$  என்பன அமைந்துள்ளன என்க. அப்பொழுது ஒத்த தகைப்பானது  $\frac{F_2}{bc}$  ஆகும். சமநிலையை யிட்டு அவற்றின் எந்தத் தளத்துப் புள்ளியைக் குறித்தும் எல்லா விசைகளினதும் திருப்பம் பூச்சியம் ஆதல் வேண்டும். அப்புள்ளி A என்க. அதாவது  $F_1c = F_2b$ .  $abc$  என்பதால் முழுவதையும் பிரித்தால்

$$\frac{F_1}{ab} = \frac{F_2}{bc};$$

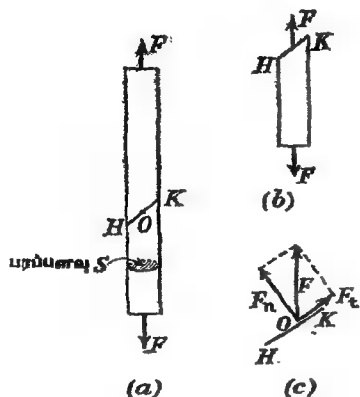
அதாவது தகைப்புக்கள சமனாகும்.

கனவளவு விகாரம்.—திண்மமொன்று அல்லது பாயியொன்று அழுக்க மாற்றமொன்றை அனுபவிக்குங்காலே அச்சடத்தில் கனவளவு மாற்றம் நிகழ்கிறது. இங்கு கனவளவு மாற்றம் என்னும் விகிதமானது விகாரத்தின் அளவாகும்.

செவ்வன் தகைப்புக்களும் தொடலித் தகைப்புக்களும்.—இதுவரை பொருளொன்று மீது தாக்குகின்ற இழுப்பு விசைகளின் திசையானது தகைப்பு கணிக்கப்பட்ட பரப்பிற்குச் செவ்வனாகவே அமைந்திருந்தது எனக் கொள்ளப்பட்டது. ஆனால், பொதுவாக, பொருளொன்றில் வரையப்படும் எந்தத் தளத்திற்குங் குறுக்கே தகைப்பொன்று கட்டாயமாக இருக்கும். இதை விளங்கும்பொருட்டு HK என்பது சீரான கோலொன்றிற்குக் குறுக்கே யுள்ள தளமொன்று ஆகுக; தளத்தின் செவ்வனானது கோலின் அச்சுடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குக, படம் 7.04 (a). அங்கு காட்டியுள்ளவாறு இழுப்புவிசைகள்  $F$ ,  $F$  ஆகுக. கோலின் கீழ்ப்பகுதியின் சமநிலையை யிட்டு அதன்மீது தாக்குகின்ற விசைகள் படம் 7.04 (b) யில் காட்டப் பட்டிருக்கின்றன. இனி HK மீதுள்ள விசை  $F$  ஐ  $F_n$ ,  $F_t$  என்னும் இரு கூறுகளாகத் துணிக்கலாம், படம் 7.04 (c); அவை வெட்டு HK இற்கு



முறையே செவ்வகைவும் தொடலியாகவும் இருக்கின்றன; அவற்றின் பெறுமானங்கள் முறையே  $F$  கோசை  $\theta$ ,  $F$  சைன்  $\theta$  ஆகும். எனவே, HK இன் குறுக்கேயுள்ள செவ்வன் தகைப்பானது



படம் 7.04. கோலொன்றின் சரிவான வெட்டுமீதுள்ள விகாரம்.

$$p_n = \frac{F_n}{\text{பரப்பளவு HK}} = S \frac{F_n}{\text{சக } \theta}$$

இங்கு S, கோலின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு ஆகும்.  $F_n = F$  கோசை  $\theta$  ஆதலால்

$$p_n = \frac{F \text{ கோசை } \theta}{S \text{ சக } \theta} = \frac{F}{S} \text{ கோசை } \theta.$$

அதுபோலவே தொடலித் தகைப் பானது

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{F_t}{\text{பரப்பளவு HK}} \\ &= \frac{F}{S} \text{ சைன் } \theta \text{ கோசை } \theta \\ &= \frac{1}{2} \frac{F}{S} \text{ சைன் } 2\theta. \end{aligned}$$

எனவே சைன்  $2\theta = 1$ , அதாவது  $\theta$  ஆனது  $\frac{1}{2}\pi$  அல்லது  $\frac{3}{2}\pi$  ஆக இருக்கும்பொழுது சடத்திலுள்ள தளமொன்றின் புள்ளியொன்றில் தாக்குகின்ற தொடலித் தகைப்பானது ஓர் உயர்வு ஆகும். சடங்களாலான கோல்களை ஈர்த்துச் சோதிக்குமிடத்து, இழுப்பு விசைகளின் திசையுடன் கோணம்  $\frac{1}{2}\pi$  இற் சாய்ந்திருக்கும் பரப்புக்களுக்குக் குறுக்கே தாக்குகின்ற கொய்வுகளாலேயே இளகுதல் ஒரு பங்கிலேனும் நிகழ்கின்றது என அடிக்கடி காணப்பட்டிருக்கிறது.

$p_n$  உம  $p_t$  யும் காலிகள் ஆதலால், வெட்டு HK யின் குறுக்கேயுள்ள விளைவுத் தகைப்பானது  $F$  இற்குச் சமாந்தரமாகும்; அதன் பெறுமானமானது

$$\begin{aligned} p &= [p_n^2 + p_t^2]^{0.5} = \left[ \left( \frac{F \text{ கோசை } \theta}{S \text{ சக } \theta} \right)^2 + \left( \frac{F \text{ சைன் } \theta}{S \text{ சக } \theta} \right)^2 \right]^{0.5} \\ &= \frac{F}{S \text{ சக } \theta} \\ &= \frac{F}{\text{பரப்பளவு HK}}. \end{aligned}$$

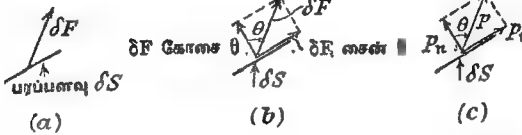
பொருளொன்றிலுள்ள எந்தச் சிறு மூலகப் பரப்பொன்றுக்கும் இது போன்ற செயல்முறையொன்றைப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம். எனவே மூலகப் பரப்பு  $\delta S$  மீது தாக்குகின்ற எல்லா மூலகவிசைகளினது விளையுரும்  $\delta F$  ஆயின், படம் 7.05 (a), அதை  $\delta F$  கோசை  $\theta$ ,  $\delta F$  சைன்  $\theta$  என்னும்

இரு கூறுகளாகத் துணிக்கலாம்; இங்கு  $\theta$  ஆனது  $\delta F$  உடன்  $\delta S$  இற்கு வரையப்பட்டுச் செவ்வனொன்று ஆக்குங் கோணமாகும். எனவே

$$p_n = \text{எல்} \frac{\delta F \text{ கோசை } \theta}{\delta S \rightarrow 0} = p \text{ கோசை } \theta,$$

$$p_t = \text{எல்} \frac{\delta F \text{ சைன் } \theta}{\delta S \rightarrow 0} = p \text{ சைன் } \theta.$$

இத்தகைப்புக்கள் படம் 7-05 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

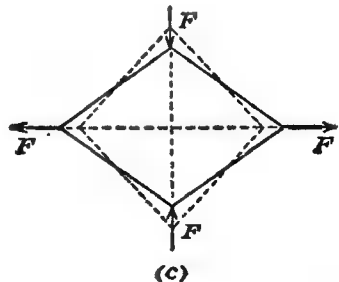
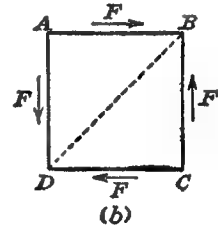
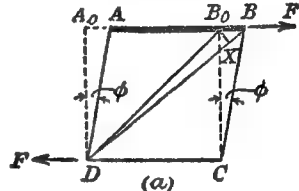


படம் 7-05. செவ்வன் தகைப்புக்களும் தொடலித் தகைப்புக்களும்.

பரப்பொன்றிற்குச் செவ்வனொன்று தகைப்புக்கள் பொருள் ஒன்றை ஈர்க்கும் அல்லது நெருக்கும் விசைகளால் ஆக்கப்படும்; பிந்திய எடுத்துக்காட்டில் “கசங்குதலைத்” தவிர்க்கும் பொருட்டுப் பொருளின் நீளம் சிறிதாய் இருத்தல் வேண்டும். முந்திய விசைத்தொகுதியாலாகும் தகைப்பு நேர் எனக் கருதப்படும்; அதாவது பொருளின் கற்பனைப் பரப்பொன்றின் குறுக்கே தாக்கி அதற்கு அக்கம் பக்கமுள்ள பாகங்களைப் பிரித்துவைக்க முயலும் தகைப்பு நேரானது.

தொடலித் தகைப்புக்கள், அதாவது பொருள் ஒன்றின் பாகமொன்றை மற்றைப் பாகமீது வழக்குமாறு தூண்டும் தகைப்புக்கள், கொய்வுத் தகைப்புக்கள் எனப்படும், படம் 7-06 (a) இற்காண்க.

கொய்வு; பிறிதொரு கருத்து.— ABCD என்பது, கொய்வு நிலையிலிருக்கின்ற, சமவியல்புடைய சடத்துச் சதுரமுகியின் வெட்டொன்று



படம் 7-06. கொய்வு; பிறிதொரு கருத்து.

ஆகுக, படம் 7.06 (a) :  $A_0B_0CD$  என்பது மூலவெட்டு ஆகும். கொய்வு விகாரமானது கோணம்  $\phi$  யினால் அளக்கப்படுகிறது. கொய்வு  $\frac{F}{S}$  ஆகும்; இங்கு  $S$ , சதுரமுகியினது முகமொன்றின் பரப்பளவாகும். வரிப்படத்தைப் பரிசோதனை செய்தால் மூலவிட்டம்  $DB_0$  ஆனது  $DB$  இற்கு நீட்டப் பட்டிருக்கிறது எனவும் மற்றை மூலவிட்டம்  $A_0C$  ஆனது  $AC$  இற்கு ஒருக்கப் பட்டிருக்கிறது எனவும் அறிவோம். முந்திய மூலவிட்டத்தைக் கருதுக.  $D$  யை மையமாகவும்  $DB_0$  ஐ ஆரையாகவும் கொண்டு  $DB$  யை  $X$  இல் வெட்டுமாறு வட்ட வில்லொன்றை வரைக.  $B_0B$  சிறிதாதலின்,  $B_0\hat{B}X = \frac{1}{2}\pi$  உம்,  $B_0\hat{X}B = \frac{1}{2}\pi$  உம் ஆகும் என்பது தெளிவு. எனவே,  $BX = B_0X$ .

$DB$  வழியேயுள்ள விகாரமானது

$$\frac{DB - DB_0}{DB_0} = \frac{BX}{DB_0} \\ = \frac{B_0B}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\phi,$$

இங்கு  $a$  விகாரப்படாத நிலையில் சதுரமுகியின் விளிம்பு நீளம் ஆகும்.

அதுபோலவே  $AC$  வழியே  $\frac{1}{2}\phi$  அளவு கொண்ட நெருக்கும் விகார மொன்று உளது.

$DB$ ,  $AC$  கள வழியே விகாரங்கள் உள என நிறுவப்பட்டிருக்கிற படியால் அதே திசைகளில் தகைப்புகளும் இருத்தல் வேண்டும் எனபது தெளிவு. ப. 301 இல் நிறுவியுள்ள தேற்றத்தின்படி, கருதப்படும் சதுரமுகியின் சமநிலையையிட்டுப் படம் 7.06 (b) யில் காட்டியுள்ள விசைத் தொகுதியானது அதன் முகங்கள் மீது தாக்குதல் வேண்டும் எனபது தெளிவு. முகம் ஒவ்வொன்றின் குறுக்கேயுமுள்ள தகைப்பு  $F \div S = p$  ஆகும். இனி  $BCD$  என்னும் பாகம், முறையே திசைகள்  $CB$ ,  $CD$  வழியே தாக்குகின்ற விசைகள்  $F$ ,  $F$  இனாலும்  $BCD$  மீது பாகம்  $ABD$  பிரயோகிக்கும் விசை  $F_x$  இனாலும் தாக்கப்பட்டுச் சமநிலையில் இருக்கிறது.  $F$ ,  $F$  என்பவற்றின் விளையுளானது  $CA$  வழியே விசை  $\sqrt{2} \cdot F$  என்பதாகும். எனவே  $F_x$  ஆனது  $CA$  வழியே தாககும் விசை  $\sqrt{2} \cdot F$  ஆதல் வேண்டும். இது பரப்பளவு  $\sqrt{2} \cdot S$  இன் மீது பரப்பப்பட்டிருக்கிறபடியால் அதற்கு ஒத்த தகைப்பு

$$p_x = \frac{\sqrt{2} \cdot F}{\sqrt{2} \cdot S} = p.$$

அது ஒரு நெருக்குந் தகைப்பு ஆகும்.

அதுபோலவே  $ABC$  என்னும் பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதி  $BD$  வழியே இழுப்புத் தகைப்பு ஒன்று இருத்தல் வேண்டும் எனக் காட்டலாம்; அது  $p_y$  ஆகுக; அதன் பருமனும்  $p$  ஆகும். எனவே கொய்வுத்

தகைப்பு  $p$  ஆனது, திசையொன்றிலுள்ள இழுவைத் தகைப்பு  $p$  யினதும் அத்திசைக்குச் செங்குத்தானதும் அத்தகைப்புக்குச் சமமானதுமான நெருக்குந் தகைப்பினதுஞ் சேர்மானத்துக்குச் சமானமாகும், படம் 7.06 (c) ஐப் பார்க்க.

ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தான இரு திசைகளில் தாக்குகின்ற இரு தனித் தகைப்புக்களின் சேர்க்கை.—(α) நிகர்த்த தகைப்புக்கள்: படம் 7.07 (α) யில் காட்டியுள்ளவாறு ஈர்க்கும் விசைச் சோடிகள்  $F_x, F_x; F_y, F_y$ , என்பவற்றால் தாக்கப்படுகின்ற சடக் கட்டையொன்றைக் கருதுக. உட்புள்ளி O இல்  $F_x, F_y$  என்னும் விசைகளால், அவ்வவற்றின் திசைகளுக்குச் செவ்வனான தளங்கள் மீது ஆகும் தகைப்புக்கள் முறையே  $p_x$  உம்  $p_y$  யும் ஆகுக; அத்திசைகளே செவ்வகவச்சுக்கள்  $Ox, Oy$  களாக எடுக்கப்படுகின்றன. O ஊடே செல்லுகின்ற ஏதேனுமொரு தளம் HK இற்குச் செவ்வனாகவும் தொடலியாகவுமுள்ள தகைப்புக்களைக் கருதுக; அத்தளத்தின் செவ்வனானது  $x$  அச்சுடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குக. சடத்தில்  $p_x$  உம்  $p_y$  யும் மாறக்கூடும். ஆனபடியால் HKL என்னும் சிறு மூலகமொன்றின் சமநிலையைக் கருதுக. ஓர் அலகிற்குச் சமமான அதன் ஆழமானது வரிப் படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்திருக்கிறது; HL உம் KL உம் முறையே அச்சுக்கள்  $Ox, Oy$  இற்குச் சமாந்தரம். இம்மூலகத்தின் முகங்கள் மீது சடத்தின் எஞ்சியிருக்கிறபகுதியால் ஆகும் விசைகளைக் கருதுக. வரிப்படத்தளத்துக்குச் சமாந்தரமான முனைமுகங்கள் மீதுள்ள விசைகள் சமனாகவும் எதிராகவும் உள்ளபடியால் அவை இங்கு கருதப்படவில்லை. மற்றை முகங்கள் மீதுள்ள விசைகள்

$$\delta F_x = p_x \cdot KL,$$

$$\delta F_y = p_y \cdot HL,$$

$$\delta F_n = p_n \cdot HK,$$

$$\delta F_t = p_t \cdot HK.$$

என்பவற்றால் தரப்படுகின்றன. இங்கு  $p_n, p_t$  என்பன முறையே முகம் HK இலுள்ள செல்வன கூறும் தொடலிக் கூறுமாம்.  $\delta F_n, \delta F_t$  என்பன, முகம் HK மீது பொருளின எஞ்சிய பாகத்தின் தாக்கத்தால் ஆகும் விளையுள விசையின் கூறுகளாம்.

விசைகளை HK இற்குச் செங்குத்தாகவும் அதன் வழியேயும் துணித்துச் சமநிலையயிட்டு

$$p_n \cdot HK = p_x \cdot KL \cdot \cos \theta + p_y \cdot HL \cdot \sin \theta \quad \text{எனவும்}$$

$$p_t \cdot HK = p_x \cdot KL \cdot \sin \theta - p_y \cdot HL \cdot \cos \theta \quad \text{எனவும்}$$

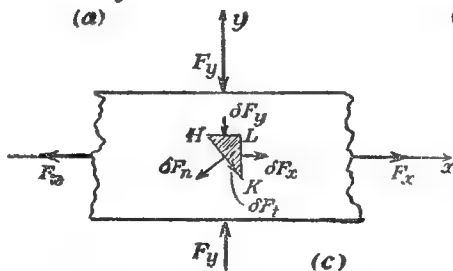
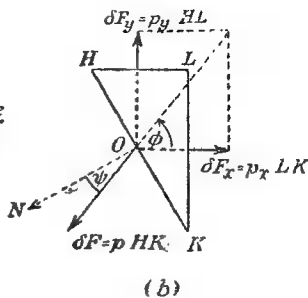
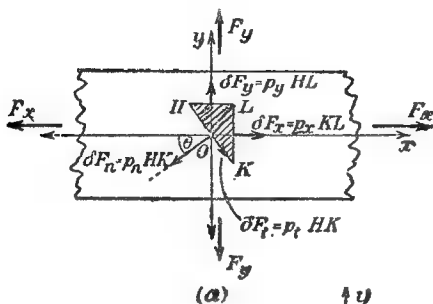
பெறுகிறோம்.

$$\therefore p_n = p_x \cdot \cos \theta + p_y \cdot \sin \theta,$$

$$p_t = (p_x - p_y) \sin \theta. \quad \text{கோசை } \theta = \frac{1}{2} (p_x - p_y) \text{ சைன் } 2\theta.$$

கடைசிச் சமன்பாடானது கொய்வுத் தகைப்பைத் தருகிறது;  $\theta = \frac{1}{4}\pi$  அல்லது  $\theta = \frac{3}{4}\pi$  ஆகுமிடத்து அது ஓர் உயர்வு ஆகும். அதற்கு ஒத்த செவ்வன் தகைப்பு

$$[p_n]_{\theta=\frac{1}{4}\pi} = p_x \text{கோசை}^2 \frac{1}{4}\pi + p_y \text{சைன்}^2 \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{2}(p_x + p_y).$$



படம் 7·07. ஒன்றிற்றொன்று செங்குத்தான இரு தகைப்புகளின் சேர்க்கை.

HK யிலுள்ள எந்தப் புள்ளியிலும் விளையுள் தகைப்பு  $p$  ஆகுக, படம் 7·07 (b) யிற காண்க. அப்பொழுது,

$p \cdot HK = HK$  மீதுள்ள விளையுள் விசை

$$= \sqrt{(\delta F_x^2 + \delta F_y^2)}$$

$$= \sqrt{(p_x \cdot KL)^2 + (p_y \cdot HL)^2} = HK \sqrt{p_x^2 \text{கோசை}^2 \theta + p_y^2 \text{சைன்}^2 \theta}.$$

$$\therefore p = \sqrt{(p_x^2 + p_y^2)}.$$

முகம் HK மீதுள்ள விளையுள் தகைப்பின் திசையைக் குறிக்கும் பொருட்டு, ஒன்றில், OX உடன் விளையுள் ஆக்கும் கோணம்  $\phi$  யை, அல்லது முகம் HK யின் செவ்வனுடன் அது ஆக்கும் கோணம்  $\psi$  யைக் கணித்தல் வேண்டும். இனி,

$$\text{தான் } \phi = \frac{\delta F_y}{\delta F_x} = \frac{p_y \cdot HL}{p_x \cdot KL}$$

$$= \frac{p_y}{p_x} \text{தான் } \theta.$$

மேலும்  $p_n = p$ . கோசை  $\psi$  யும்,  $p_i = p$ . சைன்  $\psi$  உமாம்.

எனவே

$$\text{தான் } \psi = \frac{p_i}{p_n} = \frac{(p_x - p_y) \text{ சைன் } \theta. \text{ கோசை } \theta}{p_x \cdot \text{கோசை}^2 \theta + p_y \cdot \text{சைன்}^2 \theta}$$

(b) நிகராத் தகைப்புக்கள்.—விசைகள்  $F_y$  என்பன சடத்தை நெருக்கு முகமாக அமைந்திருக்கின்றன எனக் கொள்க. மீண்டும் HKL எனலும் மூலகத்தைக் கருதுக; முகங்கள் HL, KL என்பவற்றின் மீது தாககும் விசைகளின் தாக்கத்திசைகள் படம் 7.07 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கின்றன; அவற்றின் பருமன்கள்

$$\delta F_x = p_x \cdot KL,$$

$$\delta F_y = p_y \cdot HL.$$

HK இற்குக் குறுக்கேயுள்ள தகைப்பின் செவ்வன், தொடலிக் கூறுகள் முறையே,  $p_n$ ,  $p_i$  யும் ஆகுக; எனவே இம்முகமீதுள்ள விளையுள் விசையின் கூறுகள் முறையே  $p_n \cdot HK$ ,  $p_i \cdot HK$  ஆகும். இம்மூலகத்தின் சமநிலையை யிடடு முன்போலவே,

$$p_n \cdot HK = \delta F_n = \delta F_x \cdot \text{கோசை } \theta - \delta F_y \cdot \text{சைன் } \theta \quad \text{எனவும்}$$

$$p_i \cdot HK = \delta F_i = \delta F_x \cdot \text{சைன் } \theta + \delta F_y \cdot \text{கோசை } \theta \quad \text{எனவும்}$$

பெறுகிறோம்.

$$\text{எனவே } p_n = \frac{F \delta_n}{HK} = p_x \cdot \text{கோசை}^2 \theta - p_y \cdot \text{சைன்}^2 \theta,$$

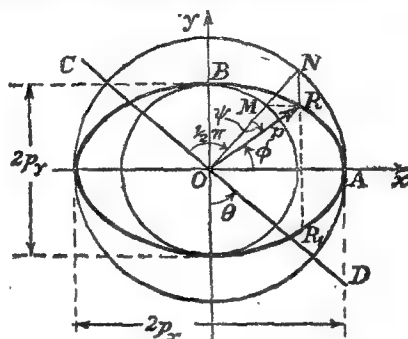
$$p_i = \frac{\delta F_i}{HK} = (p_x + p_y) \text{ சைன் } \theta. \text{ கோசை } \theta = \frac{1}{2}(p_x + p_y) \text{ சைன் } 2\theta.$$

மீண்டும்,  $\theta = \frac{1}{4}\pi$  அல்லது  $\theta = \frac{3}{4}\pi$  ஆகுமிடத்து தொடலித் தகைப்பானது உயர்வு ஆகும்; அதற்கு ஒத்த செவ்வன் தகைப்பு  $\frac{1}{2}(p_x - p_y)$  ஆகும்.

மேற்படி நிகரா விசைகளின் பருமன் சமன் ஆயின் அப்பொழுது  $|p_x| = |p_y| = p$  என்க; அப்பொழுது வழக்கில் முதன்மை வாய்ந்த தகைப்பு வகையொன்றைப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $\theta = \frac{1}{4}\pi$ ,  $\theta = \frac{3}{4}\pi$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட தளங்களுக்குச் சமாந்தரமான எந்தத் தளமீதுமுள்ள செவ்வன் தகைப்பும் பூச்சியமாகும்; தொடலித் தகைப்பு  $p$  ஆகும். அப்பொழுது பொருளானது தனிக் கொய்வு நிலையில் இருப்பதாகக் கூறப்படுகிறது.

தகைப்பின் நீள்வளையம்.—இந்நீள்வளையத்தை ஆக்கும் பொருட்டு O வை மையமாகவும், OA =  $p_x$ , OB =  $p_y$  என்பவற்றை ஆரைகளாகவும் கொண்டு இரு வட்டங்கள் வரையப்படுகின்றன, படம் 7.08. தகைப்புத் துணியப்படும் தளத்தின் அடையாளம் CD ஆகுக; இத்தளத்திற்கு O வினுள்ள செவ்வன் ON என்பது x-அச்சுடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குக. ON

மேற்படி இரு வட்டங்களையும் **M** இலும் **N** இலும் வெட்டுமாயின், அப்பொழுது **M**, **N** களுடாகவும் முறையே **Ox** இற்கும் **Oy** இற்கும் சமாந்தரமாகவும் வரையப்பட்ட நேர்கோடுகளானவை, **OA** யையும் **OB** யையும் முறையே அரைப்பேரியச்சாகவும் அரைச்சீறியச்சாகவும் கொண்ட நீள்வளையத்தின் புள்ளி **R** இல் ஒன்றையொன்று வெட்டுதல் வேண்டும்.



படம் 708. தகைப்பின் நீள்வளையம்.

**R** இன் ஆள்கூறுகள் ( $p_x$  கோசை  $\theta$ ,  $p_y$  சைன்  $\theta$ ) ஆகும்; எனவே **CD** மீதுள்ள விளையுள் தகைப்பானது

$$OR = \sqrt{p_x^2 \text{ கோசை}^2 \theta + p_y^2 \text{ சைன்}^2 \theta} = p.$$

மேலும் **OR** ஆனது **Ox** உடன் கோணம்  $\phi$  யை ஆக்குமாயின்,

$$\text{தான் } \phi = \frac{p_y}{p_x}. \text{ தான் } \theta;$$

அன்றியும்  $\psi$  ஆனது  $\widehat{RON}$  ஆயின்

$$\text{தான் } \psi = \text{தான் } (\theta - \phi) = \frac{(p_x - p_y) \text{ தான் } \theta}{p_x + p_y \text{ தான்}^2 \theta} = \frac{p_t}{p_n}.$$

எனவே **OR** ஆனது **CD** மீதுள்ள விளையுள் தகைப்பின் பருமனையும் திசையையும் தருகிறது.

[ந.கு. தகைப்புக்களுள் ஒன்று புறமாற்றப்பட்டால் **CD** மீதுள்ள தகைப்பானது  $OR_1$  என்பதால் தரப்படும்; இங்கு  $R_1$  ஆனது **R** இன் "விம்பம்" ஆகும்.]

**தலைமைத் தளங்களும் தலைமைத் தகைப்புக்களும்.**—தெரிந்த வெவ் வேறு தளங்களின் குறுக்கே ஒன்றில் முற்றிலும் செவ்வன் தகைப்புக்களை அல்லது முற்றிலும் தொடலித் தகைப்புக்களைப் பிறப்பிக்கும் பிரயோக விசைத் தொகுதியானது பொருளொன்றைத் தாக்கும்பொழுது

விளையுள் தொடலித் தகைப்பைத் தருமாறு வெவ்வேறான தொடலிக் கூறுகளைக் காவிமுறைப்படி கூட்டி வேறொரு தெரிந்த தளத்தின் குறுக்கே யுள்ள தகைப்பு நிலையைத் துணியலாம் ; அதுபோலவே செவ்வன் கூறுகளிடத்திலும்.

சுடமொன்றிலுள்ள புள்ளியொன்றினூடே செல்லும் தளங்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் குறுக்கேயுள்ள விளையுட் தகைப்பானது முற்றிலும் செவ்வன் தகைப்பாக இருக்குமாயின அத்தளங்கள் தலைமைத் தளங்கள் எனப்படும் ; அவற்றிற்குக் குறுக்கேயுள்ள செவ்வன் தகைப்புக்கள் தலைமைத் தகைப்புக்கள் எனப்படும்.

சுடமொன்றில் புள்ளியொன்றிலுள்ள தகைப்பு நிலை எவ்வளவு சிக்கலாய் இருந்தபோதிலும், அங்கு தம்முட் செங்குத்தான மூன்று தலைமைத் தளங்கள் உள எனக் காட்டலாம். எனவே கருதப்படுகின்ற புள்ளியிலுள்ள தகைப்பை எப்பொழுதும் மூன்று தலைமைத் தகைப்புக்களாகத் துணிக்கலாம். இம்மூன்று தலைமைத் தகைப்புக்களின் திசைகளைப் பௌதிகவியற் கருத்துக்களைப் பயன்படுத்தி அடிக்கடி காணமுடியும் எனப் பின்வருவதிலிருந்து தெரியவரும்.

**ஹூக்கின் விதியும் பூரண மீள்தன்மையெல்லையும்.**—குறிப்பிட்ட தகைப் பொன்றால் ஆகும் வடிவழிவானது அததகைப்புக்கு நேர்விதிதசமம் எனப் பல சுடங்களிடம் பரிசோதனை முறைப்படி கண்டுபிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது ; ஏதேனும்ொரு தகைப்புக்கப்பால் இவ்வேகபரிமாணத் தொடர் புடைமை செல்லாது ; அத்தகைப்பானது பிரயோகிக்கப்படும் தகைப்பு வகைக்குக் கருதப்படும் சடத்தின் மீள்தன்மையெல்லை என அழைக்கப் படுகின்றது. மீள்தன்மையெல்லைக்குக் கீழே இவ்வேகபரிமாணத் தொடர் பின் உண்மையானது முதனமுதல் ஹூக் என்பவரால் 1679 இல் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது ; அது ஹூக்கின் விதி எனப்படும். சுடமொன்றின் மீது மீள்தன்மையெல்லைக்குக் குறைந்த தகைப்பொன்று பிரயோகிக்கப் பட்டால் அத்தகைப்பை நீக்கியதும் அச்சமானது அதனது தொடக்க நிலைக்கு முற்றிலும் மீளும் ; ஆனால் பிரயோகிக்கப்படும் தகைப்பானது மீள்தன்மையெல்லையை மீறினால், தகைப்பு நீக்கப்பட்டதும் அது தொடக்க நிலையை மீளமாட்டாது. அப்பொழுது சடமானது நிலைபேறான அமைப்பு ஒன்றை அடைந்திருக்கிறது என்று சொல்லப்படுகிறது. [மேலே வரை விலக்கணங் கூறப்பட்ட மீள்தன்மையெல்லை எனபது இன்று எந்திரிகளால் அடிக்கடி விகிதசமவெல்லைக்குரிய தகைப்பு எனக் குறிக்கப் படுகின்றது ; சடத்தில் ஆகச் சிறிய கட்டுப்படாத நிலைபேறானவமைப்பைத் தரும் தகைப்பையே மீள்தன்மையெல்லை என்பர். எனினும் அவ்விரண்டிற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் அற்பமானது ; பின்தொடர் விவாதங்களில் அது புறக்கணிக்கப்படும்.]

மீள்தன்மையெல்லைக்கான வேறொரு வரைவிலக்கணம் பின்வருமாறு . அது உயர்வான முற்றிலும் மீளப்பெறக்கூடிய வடிவழிவைத் தரும்



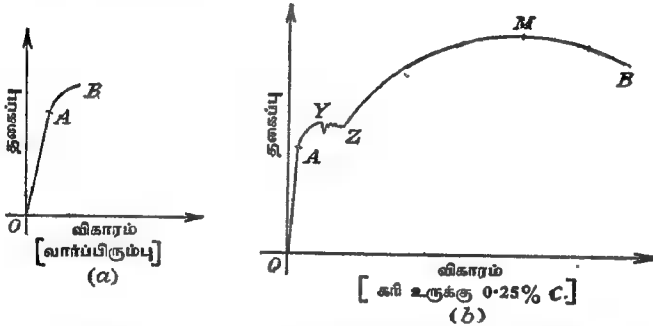
தகைப்பாகும். அதன் பெறுமானத்தைப் பரிசோதனை முறைப்படிக்காண்பதற்கு மாதிரிச் சடமிது சுமையேற்றி, அத்தகைப்பு நீக்கப்பட்டதும், இரு புள்ளிகளிடையேயுள்ள தூரம் அளக்கப்படுகிறது. பிரயோகிக்கப்பட்ட தகைப்பு ஒவ்வொன்றிற்கும் நிலைபேருனவமைப்பு கிடைக்கப்பெறும்வரை தகைப்பை அதிகமாக்கிச் செய்கைமுறையானது திரும்பத்திரும்பச் செய்யப்படுகிறது. சுமைதொடர்பாக, நிலைபேருனவமைப்பு வரைபாகக் குறிக்கப்படுகிறது; வரைபிலிருந்து நிலைபேருனவமைப்பைத் தொடக்கிவைக்கும் தகைப்புப் பெறப்படுகிறது. பெரும்பான்மையான திண்மச் சடங்களினிடத்து இவ்விரு வரைவிலக்கணங்களுங் கிடத்தட ஓரே பொருளுடையதேயாம்.

மீளதன்மை எல்லையை மீறித் தகைப்புற்ற சடங்களின் போக்குப்பற்றி விவாதிகையில், படிப்படியாக அதிகரிக்கும் இழுப்பு விசைக்கு ஆளாக்கப் படும் மாதிரிச் சடங்களை மட்டுமே கருதுவோம்.

பிரயோகிக்கப்படும் தகைப்பு மீள்தன்மையெல்லையை மீறுமிடத்துத் திண்மமொன்றின் போக்கு.—(a) இழுவையேற்றிய எளிதில் நொருங்குகின்ற சடங்கள்: வார்ப்பிரும்பு, வல்லிருமடி, போற்றலன்ட் சீமந்து, கல், செங்கல் என்பவை எளிதில் நொருங்குகின்ற சடத்துக்குரிய எடுத்துக்காட்டுக்கள். படம் 7·09 (a) அத்தகைய பொருளொன்றிற்கு விகாரம், தகைப்பு என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பைக் காட்டுகிறது. பகுதி OA ஆனது எகபரிமாணமாகும்; எனவே A இற்குரிய தகைப்பு மீளதன்மையெல்லே ஆகும்; ஆனால் A இற்கு அப்பால் வரைவு வளைவுற்றிருக்கிறது. புள்ளி A ஆனது சடம் உடையும் நிலையை உணர்த்துகிறது.

(b) இழுவையிலுள்ள நுண்கம்பியாக்கத்தக்க சடங்கள்.—0·25 சதவீத கரியுருக்கினிடத்துக் கிடைக்கப்பெற்ற தகைப்பு-விகார வரைவு படம் 7·09 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அப்படம் தானே பதிகின்ற முறைப்படி எடுக்கப்பட்டது. A, மீளதன்மையெல்லையாகும்; அதற்கு அப்பால் புள்ளி Y வரை, வரைவு வளைவுறுகிறது. அடுத்துவரும் பகுதி YZ இல் செய்முறையாகத் தகைப்பில் எவ்வித அதிகரிப்புமின்றி விகாரம் பெரிதும் கூடுகிறது; உணர்ச்சியுள்ள தானேபதிகின்ற நீட்சிமானியொன்றில் ஒழுங்கற்ற அலையும் கோடொன்றாக YZ தோற்றுகிறது; இங்கு, Z இற்கு ஒத்த தகைப்பு Y இற்கு ஒத்ததைக் காட்டிலும் சிறிது. Y ஆனது இளகுநிலை எனப்படும்; அதற்கு ஒத்த தகைப்பானது இளகு தகைப்பாகும். AY என்னும் கட்டத்தில் நீட்டலானது ஓரளவு மீளதன்மையினாலும் ஓரளவு சோதிக்கப்படும் சடத்தில் பரம்பியிருக்கின்ற நுண்துணிக்கைகளின் அசைவாலாகும் ஞெகிழிப் பாய்ச்சலினாலும் ஆகின்றது. Z இற்கு அப்பால் நீட்சி இளகுமுறைப்படியாகும்; மீளதன்மைக் கட்டத்தில் நீட்டல் தனி இழுவையாலாகிறது; ஆனால் ஞெகிழிக் கட்டத்தில் கொய்வுத் தகைப்பானது உயர்ந்ததாயிருக்கிறது; எனவே மாதிரியின் எல்லாப் பாகங்களிலும் அவ்வவ்விடங்களில் உற்பத்தியாகின்ற தகைப்புக்களாலேயே நீட்டலானது பெரும்பாலும் ஆகிறது. தகைப்பை அதிகரிக்கச் செய்து சட்டம் முறியப்போகும்வரை நீட்டல் சீராக நிகழ்கிறது.

அடுத்து கவனிக்கத்தக்க உறுதியின்மையுடைய கட்டம் ஒன்று தோன்றி, மாதிரியானது புள்ளியொன்றில் பெரிதும் மெலிகிறது ; அதாவது அப்புள்ளியில் சுருக்கொன்று உண்டாகிறது ; அன்றியும் அதுவரை மாதிரியின் அழுத்தமாக இருந்த பரப்பானது கவனிக்கத்தக்க அளவில் கருமுரடாகிறது. அதாவது மாதிரியில் “கழுத்து” உண்டாகிறது. இது நிகழ்ந்த அம் மாதிரிதே தகைப்புத் தானே குறைந்து வளையியின் பாகம் MB கிடைக்கப்பெறுகிறது ; கடைசியாகக் கட்டம் B யில் முறிப்பு



படம் 7.09. பிரயோகிக்கப்படும் தகைப்பானது மீள்தன்மையெல்லையை மீறுமிடத்து தின்மமொன்றின் நிலைமாறல்.

நிகழ்கிறது. M இற்கு ஒத்த தகைப்பானது சோதிக்கப்படும் பொருளின் ஈற்று வலிமை அல்லது இழுவை வலிமை எனப்படுகிறது. சுமையை மெதுவாக உயர்த்திச் சோதனைமாதிரி மீது பிரயோகிக்கப்படும் உயர்வு விசையை அம்மாதிரியின் தொடக்கக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பால் பிரித்து வருவதே அச்சடத்தின் இழுவை வலிமை. உருக்கு (0.18 சதவீதம் கரி) ஆனது 20 தொன். நிறை. அங்.<sup>-2</sup> இழுவை வலிமை உடையது ; உருக்கு (0.32 சதவீதம் கரி) 34 தொன். நிறை. அங்.<sup>-2</sup> இழுவை வலிமை உடையது ; வெளிநாட்டு மரங்களைத் தவிர்த்தால், மரங்களுள் வலிமைக்கும் உறுதிக்கும் மாதிரியாகச் சிறப்புற்று விளங்கும் பிரித்தானிய சிந்தூரத்தின் இழுவை வலிமையானது கிட்டத்தட்ட 7 தொன். நிறை. அங்.<sup>-2</sup> ஆகும். ஆனால் சிந்தூரத்தில் ஒரு வகை அமிலம் இருப்பது வருந்தத்தக்கது ; அது இரும்பையும் உருக்கையும் அரிக்கும் ஆற்றலுடையது. இது காரணமாகவே மரக் கப்பலைச் செய்யும்போது செம்பாலான தறைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

சில மங்கனீசு அல்லது நிக்கல் உருக்குகள், குப்பிரோ கலப்புலோகங்கள் போன்ற சடங்களினிடத்து இளகுநிலை இன்று ; எனவே மீள்தன்மை நிலையிலிருந்து ஞெகிழி நிலைக்கு மாற்றம் சீரானது.

தந்த எந்தத் தகைப்பு—விகார வரையும் தொடர்பாக இளகுநிலைக்கு அப்பாலுள்ள கட்டத்தில், தகைப்பு மாறுது இருக்கக் குறிப்பிட்டவொரு

தகைப்பேற்றத்தாலாகும் விகாரத்தின் பெரும் பகுதியானது அவ்வேற்றத்தைக் கிட்டத்தட்ட உடனுக்குடனே பின்தொடர்கின்றது என்பதையும், ஆனால் விகாரத்தின் ஒரு மிகச்சிறியபகுதி தாமதித்தே தோற்றுகிறது என்பதையும் ஞாபகப்படுத்திக்கொள்ளல் வேண்டும். இத்தோற்றப்பாட்டை ஈவிங் எனபார் “நகர்தல்” என அழைத்துள்ளார். எனவே இவை இழுவைச் சோதனையொன்றில் எவ்விதத்தில் தகைப்பானது பிரயோகிக்கப்படுகிறது என்பதைக் கண்டிப்பாய்க் குறித்தல் வேண்டும்; ஏனெனில் அவ்விதமானது மீள்தன்மையல்லா விகார அளவைப் பாதிக்கிறது என்பதேயாம். (வியாபாரவுலகிற் சிலவேளைகளில் மீள்தன்மையெல்லே எனப்படும்) இளகு நிலைக்கு அப்பாலு, சட்டத்தில் படிப்படியாக நிகழ்கின்ற குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு ஒருககம் விகாரத்துக்கு நேர்விசிதசமம் எனக் காணப்பட்டிருக்கிறது; எனவே மாதிரியின் கனவளவு மாறாது இருக்கின்றது.

மெய்யான தகைப்பு—விகார வரிப்படங்களும் பெயரளவுத் தகைப்பு விகார வரிப்படங்களும்.—மாதிரியின் தொடக்கநிலைக் குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு தொடர்பாகச் சடமொன்றின் இழுவை வலிமையைக் குறித்தல் வசதியென எந்திரிகள் கருதுகின்றனர். மேலும், தானேபதிகின்ற கருவிகள் எப்பொழுதும் சுமை—விகார வரிப்படங்களையே தருகின்றன; ஆனால் மாதிரியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பானது மாறாமல் இருக்கும்வரை மட்டுமே சுமை தகைப்புக்கு விசிதசமம்.  $F$  என்பது இழுவையும்,  $F \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து  $\frac{F}{S_0}$  என்பது குறுக்குவெட்டுப் பரப்பும் எனின், பெயரளவுத் தகைப்பானது  $p = \frac{F}{S}$  என்பதால் தரப்படுகிறது. எனினும் மெய்யான குறுக்குவெட்டுப்

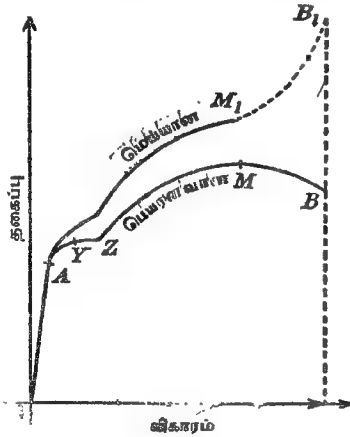
பரப்பு  $S_0$  ஆயின், மெய்யான தகைப்பு  $\frac{F}{S_0} = P$  என்பதால் தரப்படும்.

மீள்தன்மையெல்லைக்குக் குறைந்த தகைப்புக்களிடத்து  $S - S_0 \rightarrow 0$ ; எனவே அப்பொழுது பெயரளவுத் தகைப்புக்கும் மெய்யான தகைப்புக்குமிடையேயுள்ள வித்தியாசம் மறையும். நுண்கம்பியாகக்கத்தக்க சடங்கள் மீள்தன்மையெல்லே கடந்து தகைப்புறுங்காலே  $S$  உம்  $S_0$  உம கவனிக்கத்தக்க அளவில் வேறுபடக்கூடும். எனவே பெயரளவுத் தகைப்பு—விகார வரிப்படங்களையும் மெய்யான தகைப்பு—விகார வரிப்படங்களையும் வேறுபடுத்திக் கூறுதல் வேண்டற்பாலது. கரியுருக்கிற்கான ‘இததகைய வரிப்படங்கள் படம் 7·10 இல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.  $M$  இற்கு ஒத்த புள்ளி  $M_1$  வரை மட்டுமே மெய்யான தகைப்பு—விகார வரிப்படத்தை வரைய முடிகிறது; ஆனாலும் முறிக்குஞ் சுமையை முறிப்பின் போதுள்ள குறுக்குவெட்டுப் பரப்பாற் பிரித்து அவ்வேளையின் கடைசிப்புள்ளி  $B_1$  இன் நிலையைக் கணிக்க முடியும். முறிப்பின் போதுள்ள மெய்யான தகைப்பானது பெயரளவுத் தகைப்பைக் காட்டிலும் மிகப்பெரிதாம்.

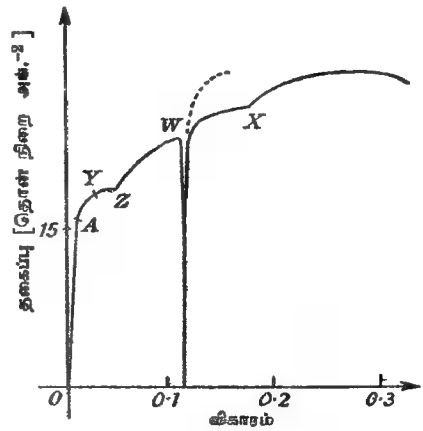
உலோகங்கள், கலப்புலோகங்கள் ஆகியவற்றின் குளிர்நிலைப் பண்புத் துகை.—நுண்கம்பியாகக்கத்தக்க சடத்துண்டொன்றின் விகாரப்பட்ட நிலையா

னது, பொதுவான தகைப்பு-விகார வரிப்படத்தில் புள்ளி W வினால் குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க, படம் 7.11. தகைப்பைப் பூச்சியத் திறகுக் குறைத்து, கிட்டத்தட்ட உடனடியாக இழுவைச் சோதனை யொன்றை நடத்தினால், தகைப்புக்கும் விகாரத்துக்கும் இடையேயுள்ள விகிதசமத்தொடர்பின் வீச்சு குறைக்கப்பட்டிருக்கிறது எனவும், மாதிரி மீது முன்பு பிரயோகிக்கப்பட்ட தகைப்புகுச் சற்றுக் கூடுதலான தகைப் பொன்றிற் புது இளகுநிலையொன்று தோற்றுகிறது எனவும் காணப் படும்.

மேலும் நிலை X ஐ அடைந்ததும், பல மணித்தியாலங்களுக்குத் தகைப்பு மாறாமல் பேணப்படுக; இனித தகைப்பை அதிகரிக்கச் செய்தால் புது இளகுநிலையொன்று தோற்றும். குளிர்நிலையில் இருக்கும் உலோகமானது இவ்வண்ணம் பொறிமுறைப்படிப் பண்படுத்தப்படுவதால் அதன் இழுவை வலிமை கூடுகிறது; அல்லாமலும் அதன் இறுதி விகாரமும் குறை கிறது; உலோகமானது குளிர்நிலைப் பண்படுத்தப்பட்டது எனப்படுகிறது.



படம் 7.10. பெயரளவுத் தகைப்பு விகார வரிப்படமும் மெய்யான தகைப்பு விகார வரிப்படமும்.



படம் 7.11. உலோகங்களின் குளிர்நிலைப் பண்படுத்துதல்.

வூட்டல் (Wurtel) தட்டு எனப்படுவதிலுள்ள சிறு துளையொன்றுடே கம்பி யொன்று இழுக்கப்படால் அது குளிர்நிலைப் பண்படுத்தப்பட்டுள்ளதாகும். எந்திரத்தால் மட்டமாககுதலாலும் சம்மட்டியால் அடிக்கப்படுதலாலும் அதுபோன்ற விளைவுகள் தோன்றுகின்றன. ஏற்கெனவே குறித்துள்ள குளிர்நிலைப் பண்படுத்துதலின் விளைவுகளைவிட மற்றவை விளைவுகள் நுண்கம்பி யாகக்கப்படுதன்மை குறைதல், வன்மை கூடுதல், பொறியியல் அதிர்ச்சி யெடுக்குந்தன்மை குறைதல் என்பன ஆகும்.

அடுத்து மேற்படி மாதிரிக்குச் சர்வசமனான மாதிரியொன்றை  $W$  ஆல் குறிக்கப்படும் நிலையை அடையச்செய்து பின்னர் அதன் மீதுள்ள தகைப்பை நீக்கிப் பூச்சியத் தகைப்புநிலையில் போதிய நீண்டகாலம் அது வைக்கப்பட்டுள்ளது எனக் கொள்க. இனி இழுவைச் சோதனையை நடாத்தினால் இளகுநிலை உயர்ந்திருக்கிறது எனக் காணப்படும்; எனவே மாதிரியானது ஓய்வாய் இருந்த காலத்தில் வனமையாக்கும் முறையொன்று நிகழ்ந்திருக்கிறது.

மாதிரியைக் காய்ச்சிக் குளிரவைத்து, குளிர்நிலைப் பண்படுத்துதலால் ஆகும் வன்மையை நீக்கலாம்; அதாவது பொருத்தமான வெப்பநிலையொன்றை அடையும்வரை சடத்தைச் சூடாக்கி, அதன்பின் அதை மெதுவாகக் குளிரவிடுதலே இம்முறையாகும்.

**சடங்களின் இழுவை வலிமை. காவற் காரணி.**—சடமொன்றை முறியச் செய்யும் தகைப்பானது பயன்படுத்தப்படும் அத்தகைப்பு வகையைப் பொறுத்தமட்டில் அச்சடத்தின் இறுதி வலிமை மைய அளக்கிறது—நீள்பக்க இழுப்பொன்றால் ஈர்க்கப்படுகின்ற உலோகக் கோலொன்றினிடத்து அது அச்சடத்தின் இழுவை வலிமை எனப்படும்.

எந்திரவியலமைப்பொன்றைத் திட்டமிடுமிடத்துப் பயன்படுத்தப்படும் சடத்தின் இறுதி வலிமையின் ஒரு குறிப்பிட்ட பின்னத்தை அவ்வமைப்பிலுள்ள உயாவுத்தகைப்பு மீறுதலண்ணம் கவனஞ் செலுத்தல் வேண்டும். இப்பின்னம் வேலைசெய்யும் தகைப்பு எனப்படும்.

இறுதி வலிமை  
வேலைசெய்யும் தகைப்பு

என்னும் விகிதமானது காவற்காரணி எனப்படும். பிரித்தானிய பொதுநலவாயத்தில் இது வழக்கமாக 10 ஆகும்; ஐக்கிய அமெரிக்க நாடுகளில் இது வழக்கமாக 5 மட்டுமே.

**யங்ஹின் மட்டு.**—நீள்பக்கத் தனியிழுப்பொன்றால் தாக்கப்படும் கம்பியொன்றைக் கருதுக; அதாவது அதன் நுனிகளிற் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற இரு சமவெதிர் விசைகள்  $F$  என்பவற்றுல் அது ஈர்க்கப்படுகிறது; ஈர்க்கும் விசைகளின் திசைகளுக்குச் செங்குத்தான திசைகளிற் கம்பியானது தடையின்றி ஒடுங்கமுடியும். கம்பியின் குறுக்குவெட்டு ஆரை  $r$  உம், அதன் தொடக்க நீளம்  $l$  உம், நீட்சி  $\Delta l$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது நீள்பக்க விகாரம்  $\frac{\Delta l}{l}$  உம், நீள்பக்கத்தகைப்பு  $\frac{F}{\pi r^2}$  உம் ஆகும். பூரண மீள் தன்மையெல்லையை மீறுதலாறு கம்பியானது ஈர்க்கப்பட்டிருப்பின் ஹுக்கின் விதிப்படி

$$\frac{F}{\pi r^2} = (\text{மாநிலி}) \frac{\Delta l}{l}.$$

இம்மாநிலி கம்பியின் சடத்தின் யங்ஹின் மட்டு அல்லது நீள்பக்க விரியல் மட்டு எனக் குறிக்கப்படுகிறது. அதை  $E$  யினுற் குறித்தால்

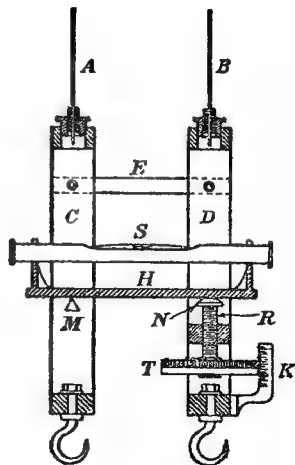
$$\frac{F}{\pi r^2} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}.$$

கம்பியொன்றின் சுடத்திற்கு  $E$  யை ஆய்சுடங்களில் துணியுமிடத்துப் பொதுவாக அக்கம்பியின் கீழ்நுனியிற் பிரயோகிக்கப்படும் விசை  $F$  ஆனது திணிவு  $m$  கொண்ட சுமையொன்று மீதுள்ள புவியீர்ப்புக் கவர்ச்சியாகும்; இத்திணிவானது கம்பியிலுள்ள தக்க பற்றொன்றை காவப்படுகிறது. அப்பொழுது  $F = mg$ ; இங்கு  $g$  என்பது புவியீர்ப்புச் செறிவு ஆகும்; எனவே

$$E = \frac{mg l}{\pi r^2 \Delta l}$$

$E$  யைத் தைன். சமீ<sup>-2</sup>., இரூ-நிறை. அங்.<sup>-2</sup>, தொன்-நிறை. அங்.<sup>-2</sup> முதலியவற்றில் அளக்கலாம்.

**நீளமான கம்பியொன்றின் சுடத்திற்கு யங்ஙின் மட்டைத் துணிதற் கான சேளின் ஆய்கருவி.**—ஒரே சுடத்தாலான இரு கம்பிகள் விறைப்பான ஒரே தாங்கியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன; அவற்றின் நீளங்கள் கிட்டத்தட்ட 2 மீற்றர் ஆகும். ஒவ்வொரு கம்பியும் அதன் கீழ்நுனியில் பித்தளையாலான செவ்வகச் சட்டமொன்றைக் காவுகிறது; சட்டங்களின் கீழ்ப்பக்கங்களிலிருந்து பொருத்தமான சுமைகளைத் தொங்கவிடலாம். படம் 7-12 இல் A யும் B யும் கம்பிகள் ஆகும்; C யும் D யும் சட்டங்களின் நுனிப் பார்வையைக் காட்டுகின்றன. சட்டங்களின் தொடர் பிப்பெயர்ச்சியைத் தடுக்காதவண்ணம் அவற்றுடன் சுயாதீன வகையிலே பிணைக்கப்பட்ட கோல்கள் இரண்டினுள் E ஒன்றாகும்; உலோகத்துண்டு H என்பது நீர்மட்டம் S ஐக் கொண்டுள்ளது; அதன் நுனியொன்றில் இருக்கின்ற பொறுதி M ஐக் குறித்துச் சுயாதீன வகையில் அது அசையக்கூடும். அதன் மறு முனையில் நிலைக்குத்தான திருகு R இன் கூர் N மீது அது தாங்கப் பட்டிருக்கிறது; திருகு கோடிப்பபட்ட தலை T யால் திருப்பப்படுகிறது. திருகுப் புரியிடை 0.5 மிமீ. ஆகும்; T யின் விளிம்பில் 50 சம பிரிப்புக்கள் உள. தலை T யானது ஒரு பிரிப்பால் திரும்புமிடத்து திருகு 0.01 மிமீ. அசைகிறது.



அவை நேராக இருக்குமாறு ஒவ்வொரு கம்பியும் 1 கிகி. திணிவைக் காவுகிறது; வளிக் குமிழியின் முனையொன்று மட்டத்தின் மையத்தில் இருக்கும்பொழுது திருகின் வாசிப்பு நோக்கப்படுகிறது. [குமிழியை மைய நிலையில் வைப்பதற்கான செப்பஞ்செய்கையைக் காட்டிலும் இம்முறையே குமிழியின் திட்டமிக்கச் செப்பஞ்செய்கைக்குப் பெரிதும் பயன்படுகிறது.] அடுத்து கம்பியொன்றி

படம் 7-12. கம்பிகளின் சுர்த்த ணயவுக்கான சேளின் ஆய்கருவி

லுள்ள சுமை 1 கிகி. அளவில் ஏற்றப்படுகிறது; இதனால் கம்பி ஈர்க்கப் பட்டு வளிகுழிழி பெயர்க்கப்படுகிறது. திருகைச் சுழற்றி, குமிழியை அதனது நியம நிலைக்குக் கொண்டுவரலாம். திருகின் கூரை அசைத்து வைத்துள்ள தூரமானது கம்பியின் நீட்சிக்குச் சமனாகும். அடுத்து படிப்படியாகச் சுமையை ஓர் உயர்வுவரை ஏற்றிப் பின் படிப்படியாக ஒருமுறையில் ஒரு கிகி. ஆகச் சுமை குறைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு சுமையிலும் திருகின் வாசிப்பு எடுக்கப்படுகிறது. வரைபு அல்லது வேறொரு முறையைப் பயன்படுத்திச் சுமையின் திணிவில் 1 கிகி. ஏற்றத்திற்குரிய சராசரி நீட்சி துணியப்படுகிறது. இப்பின்னமானது  $\theta$  எனின்,

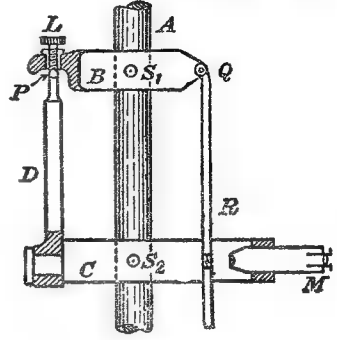
$$E = \frac{gl}{\pi r^2} \left( \frac{1}{\theta} \right) \times 10^3 \}$$

என்னுள் சூத்திரத்திலிருந்து கம்பியின் சுடத்தின் யங்மின் மட்டுக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம்.

**ஈலிங்மின் நீட்சிமானி.**—இழுவைத் தகைப்பொன்றால் தாக்கப்படுகின்ற குறுகிய கோலொன்றின் நீட்சியைத் துணியும்பொருட்டு, வரிப்பட முறைப்படி படம் 7-13 இல் காட்டியுள்ள நீட்சிமானியை ஈலிங் எனபார் திட்டமிட்டார். அதனைப் பயன்படுத்தி மாதிரியின் நீள மாற்றைத் தொடர்ந்து நோக்கமுடிகின்றது; அதை ஒன்றில் நிலைக்குத்தான அல்லது கிடையான சோதிக்கும் கருவிகளில் அமைத்துக் கொள்ளலாம்.

$S_1$ ,  $S_2$  என்னும் இரு திருகுச் சோடிகளாற் சோதனைத்துண்டு A யுடன் கருவி இறுகப் பற்றப்பட்டிருக்கிறது;  $S_1$ ,  $S_2$  எனபன பிடிக்கும் துண்டுகள் B, C என்பவற்றுடன இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவற்றின் இடைத்தூரமானது வரையறுத்த அளவில் [10 சமீ. அல்லது 20 சமீ.] இருக்குமாறு திருகுகளின் நுனிகள் செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றன; எனவே இத்தூரமானது நீட்சி அளக்கவேண்டிய மாதிரியின் தொடக்க நீளத்தை நிர்ணயிக்கிறது. D ஆனது கீழ்ப்பிடிக்கருவி C யிலிருந்து நீட்டிய நிலைக்குத் தான பிடிக்கருவியொன்றாகும்; அது உருண்டை வடிவம் அளிக்கப்பட்ட முனையொன்றில் முடிவடைகிறது. அம்முனையானது மேற் பிடிக்கருவி B யுடன் பற்றப்பட்ட திருகொன்றிலுள்ள கூம்புத்துனையொன்றில் அமைகிறது; எனவே சோதனைத்துண்டானது விரிவடையும்பொழுது அதைப் பொறுதியாகப் பயன்படுத்திப் பிடிக்கருவி B சுழல்கிறது. சோதனைத் துண்டின் அச்சிலிருந்து அதே தூரத்தில் பிடிக்கருவி B யின் எதிர்ப்பக்கத்தில் உள்ள புள்ளி Q ஆனது C இற்குத் தொடர்பாகச் சோதனைத் துண்டின் நீட்சியின் இருமடங்கு தூரம் அசைகிறது. நுணுக்குக்காட்டி M ஐப் பயன்படுத்தி இவ்வசைவு அளக்கப்படுகிறது; நுணுக்குக்காட்டியானது C யுடன் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்து Q வைச் சுழலையாகக் கொண்ட கோலொன்றிலுள்ள குறிமீது குவிந்து இருக்கிறது. இக்குறியானது கோலிலுள்ள துவாரமொன்றில் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்ற கண்ணுடித்தட்டில் கீறியுள்ள நுண்ணிய கோடொன்றாகும்; அது சிறு ஆடியொன்றால் தெறிக்கப்படும்

ஒளியால் ஒளிர்ப்படைகிறது. இக்கோடுமீது நுணுக்குக்காட்டி குவியுமாறு செய்யப்பட்டிருக்கிறது; அதன் விம்பத்தின் பெயர்ச்சி நுணுக்குக்காட்டியின் பார்வைத் துண்டிலிருக்கின்ற நுணுக்குமானிச் சட்டத்தில் நேரே அளக்கப்படுகிறது.— $2.5 \times 10^{-5}$  சமீ. வரிசையில் படும் நீட்சிகளை அவதானிக்க முடிகிறது. பொறுதி P யிற்குரிய கூம்புருப் பையானது திருகு நுணமானி L இன் முனையொன்றில் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது; திருகு நுணமானியைச் செப்பஞ்செய்து கோல் R இலுள்ள குறியின விம்பத்தை M இலுள்ள பார்வைத்துண்டுத் திட்டத்தில் வசதியான புள்ளியொன்றில் அமையுமாறு செய்யலாம்; அல்லாமலும் அது பார்வைத் துண்டிலிருக்கின்ற திருகு நுண்மானி அளவிடையின் அளவுகோடு திருத்துவதற்கு பயன்படுகிறது. மீள்தன்மை எல்லையைக் கடந்தபின் மாதிரியின் போக்கையிட்டு

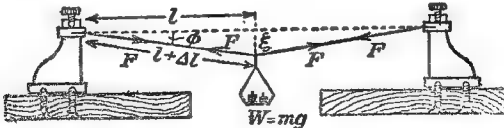


படம் 7.13.—ஈவிங்ஸின் நீட்சிமானி.

[Camb. Inst. Co. என்பவர்களின் பட்டியலிலிருந்து எடுக்கப்பட்டுள்ளது.]

நோக்கல்களை எடுக்குமாபொழுது மாட்டேற்றுக் குறியின் விம்பமானது நுணுக்குக்காட்டியின் பார்வைப் புலத்திற்கு வெளியே போகும்வகையிலே அசைவு அத்துனைப் பெரிதாய் இருக்கக்கூடும். திருகைப் பயன்படுத்தி, விம்பம் திட்டத்திற்கு மீளுமாறுசெய்து, அவதானிப்புக்கள் தொடர்ந்து எடுக்கப்படுகின்றன.

கிரேசாந்தின் (Gravesande) முறையால் கம்பியொன்றின் சுடத்திற்கு யங்ஸின் மட்டைத் துணிதல்.—இப்பரிசோதனையில் விட்டம் 0.056 சமீ. உம் நீளம் கிட்டத்தட்ட ஒரு மீற்றரும் உடைய நிக்கற் கம்பியொன்று வசதியாகும். இரு பிடிக்குவிகளுக்கிடையே அது தளராமற் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது; கம்பி



படம் 7.14. கிரேசாந்தின் முறையால் கம்பியொன்றின் சுடத்திற்கு யங்ஸின் மட்டைத் துணிதல்.

கிடையாக உள்ளது, படம் 7.14 ஐக் காண்க. கம்பி மீது சுமையேற்றும் பொருட்டு அதன் மையத்தில் தட்டு அல்லது கொளுக்கியொன்று தொங்க விடப்பட்டிருக்கிறது. கம்பியின் தொடக்க நீளம்  $2l$  ஆகுக; தொங்கும்



நிறை  $W$  ஆகுமிடத்து, கம்பியின் மையத்தில் இறக்கம்  $\xi$  எனக் கொள்க. கம்பியில் தொடக்க இழுவை  $F_0$  ஆகுக; கம்பியிற சமையேற்றிய பின்னர் அது  $F$  இறகாக் கூடுக; கம்பியின் புது அரைநீளம்  $l + \Delta l$  ஆகுக. கிடைக்கோட்டுடன் கம்பியின் ஒவ்வோர் அரைவாசியினதும் கோணம்  $\phi$  ஆகுக;  $\phi$  சிறிது எனக் கொள்க. கம்பியின் சடத்திற்கு யங்னின் மட்டு  $E$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$W = 2F \text{ சைன் } \phi; E \cdot \frac{\Delta l}{l} = \frac{F - F_0}{A}.$$

இங்கு  $A$  என்பது கம்பியின் குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு.

இனி,

$$\text{சக } \phi = 1 + \frac{\Delta l}{l} = 1 + \frac{F - F_0}{EA}.$$

$$\therefore F = F_0 + EA (\text{சக } \phi - 1),$$

$$\text{அத்துடன், } W = 2 \text{ சைன் } \phi [F_0 + EA (\text{சக } \phi - 1)].$$

$$\text{ஆனால் } \text{சக } \phi = (1 + \text{தான்}^2 \phi)^{\frac{1}{2}} \simeq 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\xi^2}{l^2},$$

$$\text{அத்துடன் சைன் } \phi = \frac{\xi}{(\xi^2 + l^2)^{\frac{1}{2}}} \simeq \frac{\xi}{l} \left[ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\xi^2}{l^2} \right].$$

$$\therefore W = \frac{2\xi}{l} \left( 1 - \frac{\xi^2}{2l^2} \right) \left( F_0 + EA \frac{\xi^2}{2l^2} \right).$$

எனவே சக  $\phi$ , சைன்  $\phi$  என்பவற்றிற்குரிய கோவைகளில்  $\frac{\xi^4}{l^4}$  ஐப் புறக் கணித்தால்,

$$\frac{Wl}{2\xi} = \frac{EA\xi^2}{2l^2} + F_0 \left( 1 - \frac{\xi^2}{2l^2} \right).$$

$$\therefore \frac{W}{\xi} = \xi^2 \left( \frac{EA}{l^3} - \frac{F_0}{l^3} \right) + \frac{2F_0}{l}.$$

$\xi^2 = x$  எனவும்  $\frac{W}{\xi} = y$  எனவும் பயன்படுத்தினால் மேற்படி சமன்பாடு

$$y = x \left( \frac{EA}{l^3} - \frac{F_0}{l^3} \right) + \frac{2F_0}{l} \text{ ஆகும்.}$$

இது சாய்வு  $\left( \frac{EA - F_0}{l^3} \right)$  உம்,  $y$  அச்சில் வெட்டுத்துண்டு  $\frac{2F_0}{l}$  உம் உடைய நேர்கோடொன்றின் சமன்பாடு ஆகும். எனவே  $F_0$  ஐயும்  $E$  ஐயும் அனிய முடிகிறது.

கம்பியொன்றினது சடத்தின் E ஐத் துணிதலுக்கான இம்முறையானது பதினெட்டாம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில் கிரேசாந்து என்பவரால் பிரேரிககப்பட்டது; ஆனால் தொடக்க இழுவையைத் துணிவது ஒரு பிரச்சினையாக இருந்தபடியால் இம்முறை பயன்படுத்தப் படவில்லை. பேகசன்\* என்பவரால் முதன்முதலாகப் பிரேரிககப்பட்ட வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி E ஐயும் F<sub>0</sub> ஐயும் துணியமுடிகிறது. அப்பொழுது இந்த முறையானது நம்பத்தக்கதொன்று ஆகிறது.

கிரேசாந்துவின் முறையையிட்டு ஏற்றுள்ள சூத்திரத்தை எளிமைசூடிய வகையிலே பின்வருமாறு பெறலாம். படம் 7.15 (a) யில், நீளம் 2l<sub>0</sub> கொண்ட கிடையான கம்பியொன்றின் நுனிகள் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிற புள்ளிகள் A யும் B யும் ஆகுக; AB யின் மையம் O ஆகுக; நிறை W ஆற கம்பியானது மையமாகச் சுமையேற்றியுள்ளபோது கம்பியின் மையப்புள்ளியானது C யிற்கு இறங்குகிறது எனக் கொள்க; இங்கு OC = ξ. AC = l ஆகுக. CD = 2OC என ஆக்கினால் C யின் சமநிலையிற்கான நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றும் விசை முக்கோணி ΔACD ஆகும்; அப்பொழுது

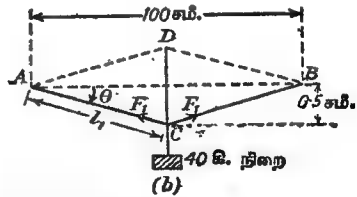
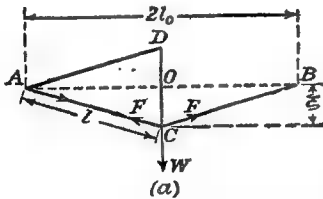
$$\frac{F}{l} = \frac{W}{2\xi}, \text{ அல்லது } F = \frac{1}{2} W \frac{l}{\xi}.$$

மேலும்

$$l = \sqrt{l_0^2 + \xi^2} = l_0 \left( 1 + \frac{\xi^2}{2l_0^2} \right).$$

$$\therefore l - l_0 = \frac{\xi^2}{2l_0}.$$

இனி கம்பியின் சடத்திற்கு யங்வின் மட்டு E யின் பெறுமானத்தைக் கணக்கும்பொருட்டு, இழுக்கும் விசையில் தோன்றும் மாற்றத்தை அதாவது F - F<sub>0</sub> ஐ அறிதல்வேண்டும்; இங்கு F<sub>0</sub> என்பது கம்பியின் தொடக்க இழுவை ஆகும்.



படம் 7.15. யங்வின் மட்டைத் துணிதலுக்குரிய கிரேசாந்தின் முறை.

இங்கு F<sub>0</sub> தெரியாததே; ஆனால் ஒன்றன் பின்னொன்றாக W<sub>1</sub>, W<sub>2</sub> ஆகிய நிறைகளை கம்பியிற் சுமையேற்றி அவற்றிற்கு ஒத்த இறக்கங்கள் ξ<sub>1</sub>, ξ<sub>2</sub>

என்பவற்றை நோக்கினால்

$$F_1 = \frac{1}{2} W_1 \frac{l_1}{\xi_1}, \quad F_2 = \frac{1}{2} W_2 \frac{l_2}{\xi_2} \quad \text{ஐயும்}$$

$$l_1 - l_0 = \frac{\xi_1^2}{2l_0}, \quad l_2 - l_0 = \frac{\xi_2^2}{2l_0} \quad \text{ஐயும்}$$

பெறுவோம்.

கம்பியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு  $A$  எனின்,

$$\begin{aligned} E &= \frac{F_2 - F_1}{A} \div \frac{l_2 - l_1}{l_0} \\ &= \left[ \left( \frac{W_2}{\xi_2} - \frac{W_1}{\xi_1} \right) \frac{1}{A} \cdot l_0^3 \right] \div [\xi_2^2 - \xi_1^2]. \end{aligned}$$

அல்லது வரைபு முறையொன்றையிட்டு,

$$\begin{aligned} E &= \frac{F - F_0}{A} \div \frac{l - l_0}{l_0} \\ &= \frac{1}{A} \left( \frac{lW}{2\xi} - F_0 \right) \div \frac{\xi^2}{2l_0^2}. \end{aligned}$$

$$\therefore EA\xi^2 = l_0^2 \left( \frac{l}{\xi} W - 2F_0 \right)$$

$$\text{அல்லது,} \quad \frac{W}{\xi} \doteq \frac{EA}{l_0^2} \xi^2 + \frac{2F_0}{l_0} \quad \left[ \because \frac{l}{l_0} \rightarrow 1 \right]$$

எடுத்துக்காட்டு.—நீளம் 1.0 மீற்றரும் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு 1.00 மிமீ.<sup>2</sup> உம கொண்ட கிடையான உருகுக கம்பியொன்று, இரு நிலைத் தாங்கிகளுக்கிடையே சாக்கப்பட்டு, அதன் மையப்புள்ளியிற் சுமையேற்றப்பட்டிருக்கிறது. திணிவு 40 கி. கொண்ட சுமையொன்றால் ஆகும் தொய்யல் 5.0 மிமீ. உம, 600 கி. சுமையொன்றால் ஆகும் தொய்யல் 15.0 மிமீ. உம ஆகும். உருகினது யங்வின மட்டுக்குப் பெறுமானம் காண்க.

சுமையின் பெறுமானம் 40 கி. ஆய் இருக்கும்பொழுது, கம்பியின் அரைநீளம்  $l_1$  உம் கம்பியில் இருக்கும் இழுவை  $F_1$  உம ஆகும். படம் 7.15 (b) யில் CD ஆனது தொய்யலின் இருமடங்கு ஆயின், ACBD யை விசையிணக்கரம் எனப் பெறுவோம்; அதிலிருந்து  $\frac{F_1}{l_1} = \frac{40}{1}$ , அல்லது  $F_1 = 40 \times 50 = 2000$  கி. நிறை [ $\because l_1 \doteq 50$  சமீ.] எனப் பெறுவோம்.

சுமை 600 கி. ஆகும்போது கம்பியின் அரைநீளம்  $l_2$  உம் அதன் இழுவை  $F_2$  உம் ஆகும் முன்போலவே கணித்து  $F_2 = 10,000$  கி. நிறை எனப் பெறுகிறோம்.

$$\text{இனி} \quad l_1 = \sqrt{50^2 + 0.5^2} = 50 \sqrt{1 + \frac{1}{10^4}} = 50 \left[ 1 + \frac{5}{10^5} \right] \quad \text{உம}$$

$$l_2 = \sqrt{50^2 + 1.5^2} = 50 \sqrt{1 + \frac{2.25 \times 4}{10^4}} = 50 \left[ 1 + \frac{45}{10^5} \right] \quad \text{உம}$$

ஆகும்.

$$\therefore \text{விகார மாற்றம்} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} \div \frac{l_2 - l_1}{50}$$

$$E = \frac{\text{தகைப்பு மாற்றம்}}{\text{விகார மாற்றம்}} = \left( \frac{8000 \times 980}{0.010} \right) \div \left( \frac{50}{50} \cdot \frac{40}{10^5} \right)$$

$$= 1.96 \times 10^{12} \text{ தைன. சமீ.}^{-2}$$

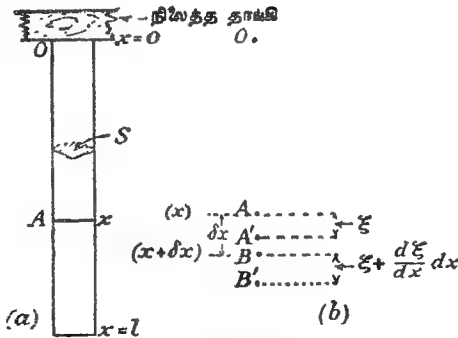
நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்ற சீரான கோலொன்றினிடத்து அதனது சொந்த நிறையால் ஆகும் நீட்சி.—கோலின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு  $S$  உம் அதன் ஈர்க்கப்படாத நீளம்  $l$  உம் ஆகுக. படம் 7.16 (a) யில் காட்டியுள்ளவாறு, கோலானது கீழ்முகமாக நிலைக்குத்தாயத் தொங்கும் பொழுது, கோலின பக்கத்தில குறித்துள்ள ஆள்கூறுகள், கோல ஈர்க்கப்படாத நிலையில் உள்ள பொழுது அதன மேல் முனையிலிருந்து அதன் கிடையான வெட்டுகளின் தூரங்களைக் குறிக்க. இனி  $A$  யில் கிடையான பகுதியொன்றின் குறுக்கே உள்ள இடைத் தகைப்பு  $p$  யைக் கருதுக. அதன் நிலை  $x$  ஆற குறிக்கப்படுகிறது.  $A$  யில் கிடைதளத்தின் குறுக்கே, கோலின் கீழ்ப் பகுதியீது அதனமேற பகுதி பிரயோகிக்கும் விசையானது அத்தளத்துக்குக் கீழேயுள்ள கோலினது பகுதியின் நிறையைச் சமமாக்க வேண்டும் ஆதலால்

$$pS = \rho S(l - x).$$

இங்கு  $\rho$  புவிஈர்ப்புக் கவர்ச்சியும்,  $\rho$  கோலின் சடத்தின் அடர்த்தியும் ஆகும்.

படம் 7.16 (b) யில், கருதப்படும் தளத்துத் துணிக்கைகள் எல்லா வற்றினதும் இடைக் கீழ்முகப் பெயர்ச்சி  $\xi$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$\xi = f(x);$$



படம் 7.16. கோலொன்றினிடத்து அதனது சொந்த நிறையால் ஆகும் நீட்சி.

மேலும் தளம்  $x + \delta x$  இலுள்ள துணிக்கைகளின் பெயர்ச்சி

$$\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \delta x.$$

படம் 7.16 (b) யில்,  $OA = x$ ,  $AB = \delta x$ ; அதன் சொந்த 'நிறையின் தாக்கத்தால் கோல் விரியும்பொழுது A ஆனது A' இற்குச் செல்லுகிறது; அதாவது  $\xi = AA'$ . அதேநேரத்தில்  $BB' = \xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \delta x$  ஆகமாறு B ஆனது B' இற்குச் செல்லுகிறது. எனவே மூலகம் AB ஆனது நீளம் A'B' உடைய தொன்றாகிறது; இங்கு

$$\xi + A'B' = \delta x + \left( \xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \delta x \right).$$

$$\therefore A'B' = \left( 1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \delta x.$$

எனவே கருதப்படும் மூலகத்திலுள்ள நீட்சி விகாரமானது,

$$\frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{d\xi}{dx}.$$

வளையின் சடத்திற்கு யங்ஙின் மட்டு E எனின்

$$E \frac{d\xi}{dx} = p = g\rho(l - x).$$

$$\therefore \xi = \frac{g\rho}{E} (lx - \frac{1}{2}x^2);$$

இங்கு  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $\xi=0$  ஆதலின் தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியமாகும். எனவே கோலினிடத்து அதன் சொந்த நிறையால் விளையும் நீட்சி

$$[\xi]_{x=l} = \frac{g\rho}{E} (l^2 - \frac{1}{2}l^2) = \frac{1}{2} \frac{g\rho l^2}{E}$$

என்பது தெளிவாம்.

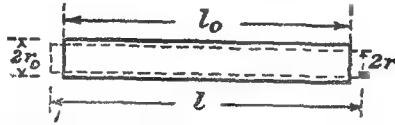
**பொய்சோனின் (Poisson) விசிதம்.**—மாறு வெப்பநிலையில் இருக்கின்ற கம்பியொன்று இரு சம, எதிர் விசைகளால் தாக்கப்படும்பொழுது கம்பியில் இழுவை விகாரமொன்று பிறப்பிக்கப்படுகின்றது. நீளத்திலுள்ள அதிகரிப்பு  $\Delta l$  இற்கும தொடக்க நீளம்  $l$  இற்குமிடையேயுள்ள விகிதமானது இழுவை அல்லது நீளபக்க விகாரம் எனப்படும். இத்தகைய சூழலிற் கம்பியின் நீள அதிகரிப்புடன் கம்பியில் விட்டச் சுருங்கலொன்றும் தோற்றுக்கிறது எனக் கவனமாக எடுத்த அளவீடுகள் தெரிவிக்கின்றன. பார்க்கப்பட்ட கம்பியொன்றிலே, விட்டச் சுருங்கலிற்கும் தொடக்க விட்டத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதமானது பக்க விகாரம் எனப்படும். மாறு வெப்பநிலையிலுள்ளதும் மீள்தனமையெல்லையே மீறித் தகைப்புறுததுமான சடமொன்றினிடத்து பக்கவிகாரத்திற்கும் நீளபக்க விகாரத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதமானது ஒரு மாறிலி ஆகும்; அது பொய்சோன் விகிதம் எனப்படும்; அது  $\sigma$  என்க.

எனவே, கம்பியானது விகாரப்பட முன்னரும் விகாரப்பட்ட பின்னரும் அதன் ஆரை முறையே  $r$  உம்  $(r + \Delta r)$  உமாயின் பக்க விகாரம்  $-\frac{\Delta r}{r}$  ஆகும்.

$$\therefore \sigma = \left( -\frac{\Delta r}{r} \right) \div \left( \frac{\Delta l}{l} \right).$$

தரப்பட்ட சடமொன்றிற்குப் பொய்சோன் விதிதம் காண் பரிசோதனை முறைகள், பக்கங்கள் 358, 409, 427, 435, 459 இல் விவரித்துக் கூறப்படும்.

நீள்பக்க, பக்க விகாரங்களுடன் தோற்றமும் கனவளவு மாற்றம்.— ஈர்க்கும் விசைகளின் பிரயோகத்திற்கு முன் கம்பியொன்றின் நீளம்,



படம் 7-17. நீள்பக்க, பக்க விகாரங்களுடன் தோற்றமும் கனவளவு மாற்றம்.

குறுக்கு வெட்டு ஆரை, கனவளவு எனபன முறையே  $l_0$ ,  $r_0$ ,  $V_0$  ஆகுக, படம் 7-17. கம்பியின ஈர்க்கப்பட்ட நிலையில் அவை முறையே  $l$ ,  $r$ ,  $V$  ஆகுக; கம்பியின் ஈர்த்தல் அச்சுக்குச் செங்குத்தான எல்லாத் திசைகளிலும் கம்பி தடையின்றிச் சுருங்கலாம் எனவும், மீள்தன்மையெல்லை மீறப்படவில்லை எனவும் கொள்ளப்படுகிறது. அப்பொழுது கனவளவுப் பின்னமாற்றம்

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \frac{r^2 l - r_0^2 l_0}{r_0^2 l_0}.$$

நீள்பக்க விகாரம்  $\epsilon$  என்பது  $\frac{l - l_0}{l_0}$  ஆகும்; மேலும் கம்பியினது சடத்தின் பொய்சோன் விதிதம்  $\sigma$  எனின்,

$$\frac{r_0 - r}{r_0} = \sigma \left( \frac{l - l_0}{l_0} \right) = \sigma \epsilon.$$

எனவே

$$\frac{r_0}{r} = (1 + \sigma \epsilon).$$

$$\therefore \frac{V - V_0}{V_0} = \left[ \frac{1}{(1 + \sigma \epsilon)^2} \cdot (1 + \epsilon) \right] - 1;$$

இவ்விகாரமானது எப்பொழுதும் நேரானது;  $\sigma = 0.5$  ஆகுமிடத்து  $\sigma \epsilon$  அவ்வளவு சிறிதாய் உள்ளதால்  $(1 + \sigma \epsilon)^2 \approx 1 + 2\sigma \epsilon$  அது பூச்சியம் ஆகின்றது என்பது குறிக்கப்படும்.

$\sigma = 0.25$  எனின் (இது பல சடங்களுக்குப் பொதுவான பெறுமானம்)  $\epsilon^3$  முதலியனவற்றைக் கொண்ட உறுப்புக்களைப் புறக்கணித்து

$$\left[ \frac{V - V_0}{V_0} \right]_{\sigma=0.25} = \left( 1 - \frac{\epsilon}{2} + \frac{3}{16} \epsilon^2 \right) (1 + \epsilon) - 1 \\ = \frac{1}{2} \epsilon - \frac{5}{16} \epsilon^2.$$

மேலும்  $\epsilon^2$  புறக்கணிக்கப்பட்டால், சிறப்பாக இவ்வெடுத்துக்காட்டில் கனவளவு விகாரம்  $\frac{1}{2} \epsilon$  ஆகும், அதாவது நீளபக்க விகாரத்தின் அரைவாசி ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு.—இந்நியா நப்பா வடமொன்று ஈக்கப்படபொழுது வடிவ மாற்றத்துடன் கனவளவு மாற்றத்தை ஒப்பிட்டுப் பார்த்தபொழுது அது கிட்டத்தட்ட புறக்கணிக்கத்தக்க அளவிற்கு சிறிதாய் இருந்தது. இந்நியா நப்பருக்குப் பொய்சோன விசுத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

வடத்தின் குறுக்குவெட்டு வட்ட வடிவமானது எனக் கொள்க; அதன் தொடக்க நீளமும் ஆரையும் முறையே  $l$  உம்  $r$  உம் ஆகுக. மீள்தன்மையெல்லையை மீறாதவண்ணம் வடம் ஈக்கப்படபொழுது நீளம்  $l(1 + \alpha)$  உம் ஆரை  $r(1 - \beta)$  உம் ஆகுக. வடத்தின் கனவளவு மாறாது இருக்கிறபடியால்

$$(1 + \alpha)(1 - \beta)^2 = 1;$$

அதாவது

$$(1 + \alpha)(1 - 2\beta) = 1; \quad \beta^2 \rightarrow 0 \text{ ஆதலின்,}$$

ஆனால் பொய்சோனின் விசுதம்  $(\beta \div \alpha)$ ; எனவே மேற்கூறியவற்றிலிருந்து இதன் பெறுமானம் 0.5.

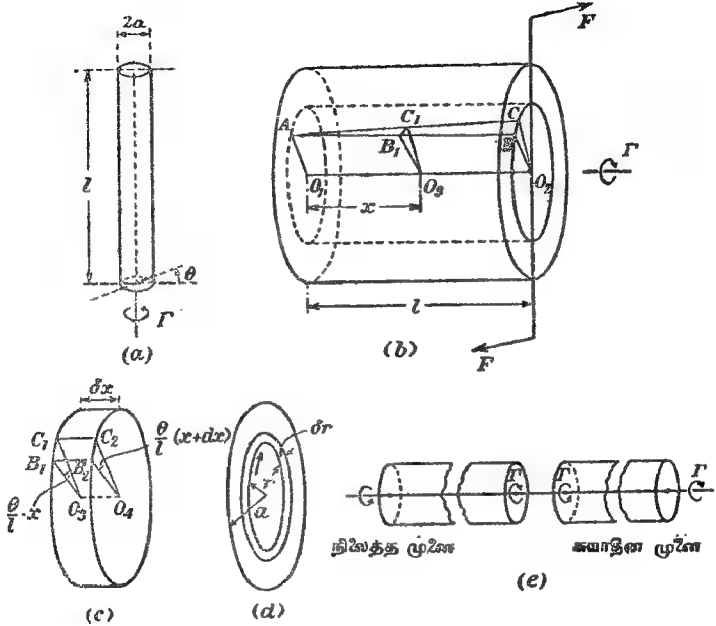
விநைப்பு மட்டு.—விகார நிலையானது எனிய கொய்வொன்றால் ஏற்படுத்தப்பட்டபொழுது, தொடக்கத்திற்கு சதுர வடிவவெட்டு உடையதாய் இருந்த மூலகமொன்று இப்பொழுது மூலைவிட்டமொன்று வழியே நீட்டியும் அதே அளவிற்கு மற்றை மூலைவிட்டம் வழியே குறுகியும் இருக்குமாறு சடம் திரிவுறும் எனக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. சதுரமுகியின் இரு தொடக்க நிலைப் பக்கங்களுக்குச் சமாந்தரமாக அதன் இரு பக்கங்கள் அமையுமாறு புது வெட்டைத் திருப்பினால், அப்பொழுது மற்றைச் சோடிப் பக்கங்களின் புது நிலைக்கும பழைய நிலைக்கும இடையேயுள்ள கோணம்  $\phi$  ஆனது கொயவுக் கோணம் ஆகும், [படம் 7.02 (அ), ப. 299 இற் காண்க]. இவ்வகை விகாரத்திலே மீள்தன்மை எல்லை மீறப்படாமல் இருக்குமாயின், ஹூக்கின் விதி செல்லுபடியாகிறபடியால்

$$p = n\phi.$$

இங்கு  $p$  கொய்வுத் தகைப்பும்,  $n$  கருதப்படும் சடத்திற்கு ஒரு மாறிலியும் ஆகும். இம்மாறிலியானது சடத்தின் விநைப்பு மட்டு எனப்படும். [உலோகங்களுக்கு அது கிட்டத்தட்ட 0.4 E ஆகும்; இங்கு E, கருதப்படும் உலோகத்தின் யங்வின் மட்டு ஆகும்.]

திருகிய கம்பி அல்லது வட்டவருளை அல்லது தண்டு என்பவற்றிற்குரிய கொள்கை.—கம்பிவடிவத்திலுள்ள சடமொன்றின் விநைப்பு மட்டைத் துணியும் பரிசோதனைமுறையை நன்கு விளங்கும் பொருட்டுக் கீழ்வரும் அறிமுறை உரையாடல் இன்றியமையாததாகும். [செவ்வட்டவருளை போன்ற] சீரான கம்பியொன்றின் நீளம்  $l$  ஆகுக; அதன் மேல் நுனியில் அது

நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது; படம் 7-18 (a) இற காண்க; அதன் கீழ் நுனியில் கிடையான இணை  $\Gamma$  என்பதால், அது கோணம்  $\theta$  ஆற திருகப்பட்டிருக்கிறது. அப்பொழுது சடமானது எளிய கொய்வு நிலையில் இருக்கிறது.



படம் 7-18. திருகிய கம்பி அல்லது உருளைக்குரிய கொள்கை.

கிறது; கம்பியின் நீளத்திலோ அதனது குறுக்கு வெட்டு ஆரை  $a$  இலோ மாறல் நிகழ்ந்திருக்கமாட்டாது; அப்படி நிகழ்ந்திருந்தால் மாறலின் குறியானது இணையின் குறியுடன் நேர்மாறாதல் வேண்டும்; ஆனால் உண்மையிலே இணையின் தாக்கத்தால் உருளையில் தோன்றும் விளைவானது இணையின் போக்கைச் சாராது.

படம் 7-18 (b) யில், ஆரை  $a$  யுடைய கம்பியின் அச்ச  $O_1 O_2$  ஆகுக. அதிலிருந்து ஆரை  $r$  கொண்ட உருளையொன்று வெட்டப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க; அவ்விரு உருளைகளின் அச்சங்கள் பொருந்தியிருக்கின்றன.  $O_1 O_2$  இற்குச் சமாந்தரமாக இருக்கின்றதும் ஆரை  $r$  கொண்ட உருளையின் பரப்பில் கிடக்கின்றதுமான நோக்கோபொன்றின் விகாரப்படாத நிலை  $AB$  ஆகுக. இணையைப் பிரயோகிக்கும்போது  $B$  ஆனது  $C$  யை அடைக; இங்கு  $\angle BOC =$  கம்பியின் சுயாதீன நுனியிலுள்ள திருகற் கோணம்; அது  $\theta$  என்க.  $AB$  யில்,  $A$  யிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் உள்ள புள்ளி  $B_1$



இற்கு நூக்கல்  $B_1C_1$  ஆகும் ; இங்கு

$$\frac{B_1C_1}{x} = \frac{BC}{l} = \frac{r\theta}{l}.$$

$$\text{எனவே } B_1 \text{ இலுள்ள திருகற் கோணம்} = \frac{B_1C_1}{r} = \frac{\theta}{l} \cdot x = \theta \left( \frac{x}{l} \right).$$

அடுத்துத் தடிப்பு  $\delta x$  கொண்ட, உருளையச்சுக்குச் செங்குத்தாக  $B_1$  ஊடே செல்லுகின்ற சடச் சீவலொன்றைக் கருதுக ; இங்கு  $\delta x = B_1B_2 = C_1C_2$ , படம் 7.18 (c) யைப் பார்க்க. அப்பொழுது  $B_2$  இலுள்ள திருகற் கோணம்  $\frac{\theta}{l}(x + \delta x)$  ஆகும். அதாவது சீவலின தட்டை முகங்களுக்கிடையே தொடர்புத் திருகல்  $\frac{\theta}{l} \cdot \delta x$  ஆகும்.

$$\therefore \text{கொய்வுக் கோணம்} = \frac{(\text{தொடர்புத் திருகல்}) \times \text{ஆரை}}{\text{தட்டை முகங்களின இடைத்தூரம்}} = \frac{r\theta}{l}.$$

எனவே கொய்வுத் தகைப்பு  $p$  ஆனது

$$p = n \cdot \frac{r\theta}{l}$$

ஆல் தரப்படுகிறது ; இங்கு  $n$  கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டு.

அடுத்து  $B_1$  இன் அச்சமீதுள்ள எறியம்  $O_3$  ஊடே, அச்ச  $O_1O_2$  இற்குச் செங்குத்தாகச் செல்லுகின்ற தளமொன்றாற் கம்பியானது இரு துண்டுகளாக வெட்டப்பட்டிருக்கிறது எனக் கருதுக. அப்பொழுது அச்சப் பற்றி  $O_3$  இன் இடப்பக்கத்திலுள்ள துண்டுமீது தாக்குகின்ற உள்விசைகளின திருப்பமானது கம்பியின் நிலைத்த நுனியில தாக்குகின்ற இணை  $\Gamma$  ஐச் சமமாக்குதல் வேண்டும். இவ்விணையின் கணிப்பையிட்டு இடப்பக்கத்துப் பகுதியின் நுனிப் பரப்பில், ஆரைகள்  $r$ ,  $(r + \delta r)$  கொண்ட ஒருமைய வட்டங்களால் வரையறுத்த வளையத்தில், நீளம்  $\delta s$  கொண்ட சிறு மூலகமொன்றைக் கருதுக. அதன் பரப்பளவு  $\delta s \cdot \delta r$  ஆகும் ; எனவே அதன் மீது தாக்கும் விசை  $p \cdot \delta s \cdot \delta r$  ஆகும் ; கம்பியச்சுப் பற்றி இவ்விசையின் திருப்பம்  $pr \cdot \delta s \cdot \delta r$  ஆகும். எனவே கருதப்படும் முழு மூலக வளையம் மீதுள்ள தகைப்பானது  $\delta \Gamma$  திருப்பமுடைய முறுக்கமொன்றைத் தருகிறது ; இங்கு

$$\begin{aligned} \delta \Gamma &= 2\pi r^2 p \cdot \delta r & [\because \oint ds = 2\pi r]. \\ &= \frac{2\pi n \theta}{l} \cdot r^3 \cdot \delta r. \end{aligned}$$

$$\therefore \Gamma = \frac{2\pi n \theta}{l} \int_0^a r^3 \cdot dr = \frac{\pi n \theta}{2l} \cdot a^4;$$

$$\text{எனவே} \quad \theta = \frac{2l \Gamma}{\pi n a^4}.$$

தரப்பட்ட கம்பியொன்றில் அலகுத்திருகலை (அதாவது ஆரையன்) ஆக்கத் தேவையான இணையானது கம்பியின் முறுக்கன் மாறிலி எனப்படும் ; அது  $b$  யினுற் குறிக்கப்படுக ; இது, அசையுஞ் சுருட் கல்வனோமானிக் கொள்கையில் சம்பந்தப்பட்ட ஒரு மாறிலியாகும், தொகுதி V, ப. 342 பார்க்க ; அதன் பெறுமானம்  $\pi a^4 \div 2l$ .

**வேறுமுறை.**—கம்பியொன்றில் இணையொன்றால் ஆக்கப்படும் திருகலுக்கும் கம்பியின் பரிமாணங்கள் அதன் சடத்தின் விறைப்பு மட்டு எனப் வற்றிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பைக் கீழ்வரும் முறைப்படி பெற்றுக் கொள்ளலாம் ; ஏற்கெனவே தந்துள்ள முறையைக் காட்டிலும் இது எளிமை மிக்கதாய் இருந்தபோதிலும் முந்தியதே அறிவூட்டும் ஆற்றல் கூடியது.

கம்பியொன்றின் நுனிகளிலே, கம்பியச்சுக் குச் செங்குத்தான தளங்களிலே, சம எதிர் இணைகள் பிரயோகிக்கப்படின, கம்பி திருகப் படுகிறது ; அப்பொழுது படைகள் ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள துணிக்கைகள் அதற்குத் தொடர்ந்த அடையொன்றில் அடுத்திருக்கின்ற துணிக்கைகளைக் குறித்துச் சிறு தொடர்புப் பெயர்ச்சி அடையும். கம்பியானது கொயவு நிலையில் இருக்கிறது ; கம்பியின் பரிமாணங்கள் அதன் சடத்தின் விறைப்பும்ட்டு என்பவை தொடர்பாகத் திருகற் கோணத்திற்கும் பிரயோகிக்கப்படும் இணைக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பைப் பின்வருமாறு பெறலாம்.

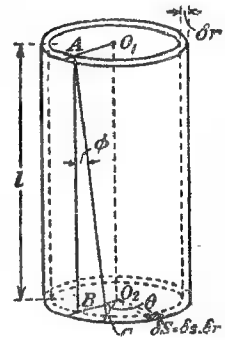
அதன் மேல் நுனியில் கம்பி நிலையாக்கப் பட்டிருக்கிறது எனவும், அதன் கீழ் நுனியில் பிரயோகிக்கப்படும் இணை  $\Gamma$  எனவும் கொள்க. கம்பியுடன் பொதுவச்சுள்ள தும் அதன் ஒரு பாகமாகவுள்ளதுமான மெல்லிய உருளைக் குழாயொன்றைக் கருதுக ; அதன் நீளம்  $l$  உம் உள்ளாரை  $r$  உம் தடிப்பு  $\delta r$  உம் ஆகுக. கம்பி திருகுற்றபோது இம்மெல்லிய உருளையின் உட்பரப்பிலுள்ள பிறப் பிக்குங் கோடு AB என்பது நிலை AC இற்குப் பெயர்க்கப்படுக. திருகுக் கோணம்  $\theta$  வும் கொய்வுக்கோணம்  $\phi$  யும் சிறிதாயின்  $\phi = r\theta$ .

தொடலித் தகைப்பு, அதாவது குழாயின் அடியில் அலகுப் பரப்பளவொன்று மீது தாக்குகின்ற தொடலி விசை  $p$  ஆகுக. அப்பொழுது குழாயின் அடியிலுள்ள நீளம்  $\delta s$  உடைய சிறு மூலகமொன்றுமீது தாக்குகின்ற விசையானது, மூலகத்தின் பரப்பளவு  $\delta s \cdot \delta r$  ஆதலின்,

$$p \delta s \delta r$$

ஆகும். குழாயின் அச்சுப்பற்றி இவ்விசையின் திருப்பம்

$$pr \delta s \delta r = n\phi r \delta s \delta r,$$



படம் 7-19. திருகிய கம்பி யொன்றின் கொள்கை (வேறு முறை).

$p = n\phi$  ஆதலின் : இங்கு குழாயின் சடத்தின் விறைப்பு மட்டு  $n$  ஆகும். எனவே குழாயின் அடியிலுள்ள தகைப்பானது இணை  $\delta \Gamma$  ஐப் பிறப்பிக்கிறது ; இங்கு

$$\delta \Gamma = 2\pi n\phi r^2 \cdot \delta r \quad [\because \phi ds = 2\pi r.]$$

$$= \frac{2\pi n\phi^3 \delta r}{l}.$$

இனி ஆரை  $a$  யும் நீளம்  $l$  உம் உடைய கம்பியைத் திருருவதற்குத் தேவையான இணை  $\Gamma$ , அக்கம்பியைப் பொதுவச்சுள்ள மூலகவுருளைக் குழாய்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கருதி அவ்வெல்லாவற்றின் திருகலுக்கும் வேண்டிய மூலக இணைகளைக் கூட்டியருந் தொகைக்குச் சமன். எனவே முன்போல

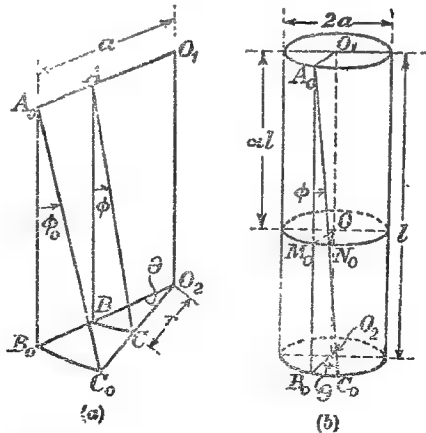
$$\Gamma = \int_0^a \frac{2\pi n\phi r^3 dr}{l} = \frac{\pi n a^4}{2l} \theta ;$$

உள் ஆரை  $a_1$  உம் புற ஆரை  $a_2$  உம் கொண்ட குழாய்க்கு

$$\frac{\Gamma}{\theta} = \frac{\pi n}{2l} (a_2^4 - a_1^4)$$

எனப் பெறுகிறோம்.

திருகிய கோலொன்றில் தகைப்புநிலை மாறல்.—படம் 7·20 (a) யில், திருகல் நிகழ்முன்னர் ஆரை  $a$  யுடைய கம்பியொன்றின் பரப்பிலுள்ள



படம் 7·20. திருகிய கம்பியொன்றில் தகைப்புநிலை மாறல்.

பிறப்பாக்கியொன்று  $A_0B_0$  ஆகுக. கம்பியிலுள்ளே ஆரை  $r$  கொண்ட உருளைப் பரப்பிலே ஒத்த பிறப்பாக்கி  $AB$  ஆகுக; அப்பொழுது  $AB$  ஆனது

தளம்  $A_0O_1O_2B_0$  இல் உள்ளது. கம்பி திருகப்பட்டதும்  $A_0B_0$  என்பது  $A_0C_0$  ஐயும்,  $AB$  என்பது  $AC$  யையும் அடைக; கம்பியின் கீழ்நுனியில் திருகற் கோணம்  $\theta$  ஆகுக; அப்பொழுது

$$B_0C_0 = a\theta \text{ உம் } BC = r\theta \text{ உமாம்.}$$

மேலும் காட்டப்பட்ட கோணங்கள்  $\phi_0$ ,  $\phi$  எனின்

$$\phi_0 = \frac{B_0C_0}{l} = \frac{a\theta}{l} = \frac{a}{l} \cdot \frac{BC}{r} = \frac{a}{r} \phi,$$

அல்லது 
$$\phi = \frac{r}{a} \phi_0.$$

ஆனால்  $\phi$  கள் கொய்வுக் கோணங்களே; எனவே  $O_1O_2$  இலிருந்து தூரம்  $r$  இலுள்ள மூலகங்களில் தகைப்பு  $p$  ஆனது

$$p = n\phi = n \cdot \frac{r}{a} \phi_0 = \frac{r}{a} p_0$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $p_0$  என்பது கம்பியில் உயர்வுத் தகைப்பு.

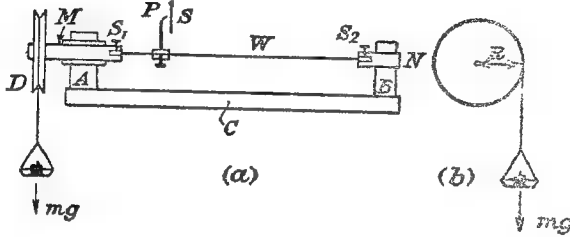
அடுத்துத் தளம்  $M_0ON_0$  இலுள்ள தகைப்புக்களைக் கருதுவோம், படம் 7-20(b); இங்கு  $O_1O = \alpha l$ ; இதில்  $0 < \alpha < 1$  ஆகும்.  $OM_0$ ,  $ON_0$  என்னும் ஆரைகள் இரண்டும் கோணம்  $\alpha\theta$  வை ஆக்கும் வண்ணம் ஒவ்வொன்று சாய்ந்திருக்கின்றன; அதாவது கம்பியின் பரப்பில் தளம்  $M_0ON_0$  இல் இருக்கின்ற புள்ளிகளிலே கொய்வு விகாரமானது

$$\frac{M_0N_0}{A_0M_0} = \frac{\alpha \cdot \alpha\theta}{\alpha l} = \phi_0$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது; இங்கு  $\phi_0$  என்பது  $B_0C_0$  இலுள்ள விகாரம் ஆகும். எனவே புள்ளியொன்றிலுள்ள கொய்வுத் தகைப்பானது கம்பியச்சிலிருந்து அப்புள்ளியின் தூரம்  $r$  ஐ மட்டும் சாரும்; கம்பியின் சுயாதீன நுனியிலிருந்து புள்ளியின் நிலைக்குத்துத் தூரத்தை அது சாரமாட்டாது; அதன் உயர்வுப் பெறுமானம்  $p_0$  ஆகும்; இது கம்பிப் பரப்பிலுள்ள கொய்வுத் தகைப்பு ஆகும்.

நிலையியல் முறையொன்றால் சீரான கம்பியொன்றின் விறைப்பைத் துணிதல். படம் 7-21(a) யில், கம்பி  $W$  ஆனது பித்தளையாலான இரு சிறு செவ்வகக் கட்டைகளுடன் பற்றாசுபிடிக்கப்பட்டிருக்கின்றது; திருகுகள்  $S_1$ ,  $S_2$  என்பவற்றால் இக்கட்டைகள் கட்டையான கிடைக்கோல்கள்  $M$ ,  $N$  என்பவற்றில் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கின்றன; பாரமான சட்டம்  $C$  ஆல் காவப்படுகின்ற நிலைக்குத்தான உலோகத் தூண்கள்  $A$ ,  $B$  என்பவற்றில் அவை தாங்கப்பட்டிருக்கின்றன; கம்பியின் விட்டம் 2 மிமீ. இலிருந்து 4 மிமீ. வரையும், அதன் நீளம் கிட்டத்தட்ட 50 சமீ. ஆகவும் இருத்தல் வேண்டும். கோல்களின் அச்சுக்கள் கம்பியின் அச்சுடன் பொருந்தியிருக்கின்றன.

கோல் N ஆனது B இனுள்ளே நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது ; கோல் M கப்பியொன்றைக் காவுகிறது ; அக்கோலால் A யில் சுயாதீனமாகச் சுழல முடியும். சில்லு D ஆனது நானொன்றைக் காவுகிறது ; நாணின் நுனியொன்று சில்லில் கட்டப்பட்டிருக்கிறது ; அதன் மறுநுனி தராசுத்தட்டொன்றைக் காவுகிறது ; இதில் சுமையேற்றலாம். கம்பியில் அதனது



படம் 7-21. நிலையியல் முறையொன்றால் முறுகல் விசைநிழைத் துணிதல்.

அச்சுக்குச் செங்குத்தாகச் சுட்டி P விறைப்பாகப் பிடிபூட்டப்பட்டிருக்கிறது ; அது பாகைகளில் அளவுகோடிட்டதும் வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக அமைந்திருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டதுமான வட்ட அளவிடை S இன் பாகமொன்றில் இயங்கும். கம்பி வழியேயுள்ள எந்தப் புள்ளியிலும் சுட்டியை நிலையாக்கலாம்.

தட்டிலுள்ள சுமையின் திணிவு  $m$  உம், புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  யும், சில்லு அத்துடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற நாடா ஆகியவற்றின் ஆரைகளின் கூட்டுத்தொகை  $R$  உம் ஆயின் கம்பியிற் பிரயோகிக்கப்படும் முறுக்கம்

$$\Gamma = mgR.$$

ஆரை  $l$  கொண்ட கம்பியின் நிலைத்த நுனியிலிருந்து சுட்டி P யின் தூரம்  $l$  உம், சுட்டி P யின் கோண விலகல்  $\theta$  வும் ஆயின் கம்பியின் சடத்தின் விறைப்பு மட்டு

$$n = \frac{2mgRl}{\pi \theta a^4}.$$

இவ்வாய்கருவியைப் பயன்படுத்தும் பரிசோதனைகளில் கம்பியின் மையத் திணுடே கம்பியின் அச்சுச் செல்லாமையால் தோன்றும் வழுவை நீக்கும் பொருட்டுத் தட்டில் அதே சுமையைப் பயன்படுத்திக் கம்பியை இரு திசைகளிலும் திருகித் திருகற் கோணத்தின் சராசரி காணப்படுகிறது.

**பரிசோதனை.**—மேற்படி ஆய்கருவியில் பயன்படுத்தத்தக்க கம்பிகள் மூன்று உள் எனக் கொள்வோம் ; அவற்றுள் இரண்டு கம்பிகள் ஒரே ஆரையை உடையவை ; ஆனால் வெவ்வேறு சடங்களால் ஆனவை ; இரண்டு கம்பிகள் ஒரே சடத்தால் ஆனபோதிலும் வெவ்வேறு ஆரைகளை உடையவை.

(d) கம்பிகளுள் ஒன்றையும் சுட்டியைச் சிலனு D யிற்கு அணித்தாயும் பயன்படுத்துமிடத்துத் தட்டில் வெவவேறு திணிவுகளை ஏற்றி அவற்றிற்கு ஒத்த சுட்டி அளவீடுகளை நோக்குக. மேற்படி சூத்திரத்தின்படி  $\theta$  ஆனது  $m$  இறகு நேர்விசைச்சமமாக இருத்தல் வேண்டும். இதனை வரைபு முறையின்படி மெய்ப்பிக்க.

(b) நாணிலிருந்து தொங்குந திணிவு மாறாது இருக்கக் கம்பியில் சட்டமும் சுட்டியும் வெவ்வேறு நிலைகளில் அமைக்கப்பட்டிருக்கும்பொழுது, அதாவது || வெவ்வேறு பெறுமானங்களை கொண்டிருக்கும்பொழுது கோணவிலகலுக்கு வாசிப்புத் தொடரொன்று எடுக்கப்படுகிறது. 1 இன் பெறுமானமொவ்வொன்றிற்கும் திருகலைப் பெறுமொருட்டு முதலிலே கம்பியின் விகாரப்பாத இயல்பான நிலையிலும், பின்னர் தராசுத்தட்டில் மாறத் திணிவு இருக்கிறபோதும் அளவுச்சட்ட வாசிப்பை நோக்குதல் வேண்டும். இவ்வாறு 1 இன் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு திருகல்  $\theta$  பெறப்படுகிறது. வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தித் தரப்பட்ட கம்பியொன்றிற்கு  $\frac{\theta}{l}$  மாறிலி எனக் காட்டுக.

(c) அதே ஆரையுடைய ஆனால் வெவ்வேறு சடங்களாலான கம்பிகளின் விறைப்பு மட்டுகளை ஒப்பிடுக. பொது ஆரை  $\alpha$  யும் விறைப்பு மட்டுகள்  $n_1, n_2$  உம் ஆகும். கம்பி மொவ்வொன்றிற்கும் ஐயும் கம்பியிற் சுட்டியின் நிலையையும் மாறச்செய்க. இனிப் பொதுவாக மேலே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டை

$$\theta = \frac{c}{n} (ml)$$

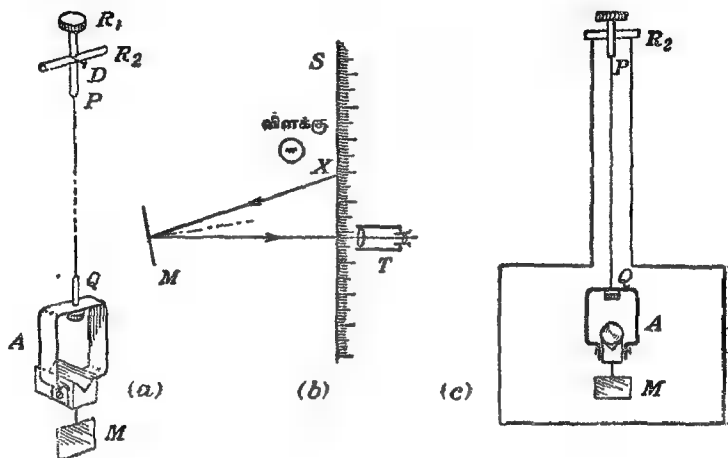
என எழுதலாம்; இங்கு  $c$  ஒரு மாறிலி. எனவே  $ml$  தொடர்பாக  $\theta$  வைக் குறித்தால், நோக்கோட்டின் சரிவானது விறைப்பும்  $n$  இறகு நோமாறு விசைச்சமம். எனவே அமைக்க முடியுமான இரு வரைபுகளின் சரிசுளைப் பயன்படுத்தி விறைப்பு மட்டுகளை ஒப்பிடமுடிகிறது.

(d) அதுபோலவே ஒரே சடத்தாலான ஆனால் வெவ்வேறு ஆரைகள் கொண்ட இரு கம்பிகளைப் பயன்படுத்திக் கம்பிகளின் அதே மாறா நீளம், தராசுத்தட்டில் மாறத் திணிவு என்பவற்றிற்குரிய கோணவிலகலானது, கம்பியாரையின் நான்காம் வலுவுக்கு நோமாறு விசைச்சமம் எனக் காட்டுக.

(e) வெவ்வேறு திணிவுகளின் தொடரொன்றையும், அதே திணிவிற்கு 1 இன் வெவ்வேறு பெறுமானங்களையும் பயன்படுத்தி,  $ml = K\theta$  என வரைபு முறையொன்றைக் காட்டுக. இங்கு  $K$  ஒரு மாறிலியாகும். நோக்கோட்டின் சரிவிலிருந்து  $K$  யைப் பெறுக; இதிலிருந்து, சோதிக்கப்படும் கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பும்  $n$  இன் பெறுமானத்தைத் துணிக.

முறுக்கல் அலைவுகளைப் பயன்படுத்திக் கம்பியொன்றினது சடத்தின் முறுக்கல் விறைப்பைத் துணிதல் [அத்துடன் குறிப்பிட்ட அச்சொன்று பற்றிக் கோல்களின் சடத்துவத் திருப்பங்களை ஒப்பிடுதல்].—இதற்குரிய ஆய்கருவியானது படம் 7·22 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. தொங்கற் கம்பி PQ ஆற் காவப்படுகின்ற உலோகத்தட்டு A இல், தளவாடி M இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 7·22 (a) [இரு சடத்துவத் திருப்பங்களை ஒப்பிடுவதற்குத் தொங்கற் கம்பியானது பொசுபர் வெண்கலத்தால் ஆனதாயிருத்தல் நன்று]. படம் 7·22 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு, ஆடியிலிருந்து கிட்டத்தட்ட ஒரு மீற்றர் தூரத்திலிருக்கின்ற கிடையாளவிடையொன்றின் விம்பமானது அவ்வாடியால் ஆக்கப்பட்டுக் கிடைத் தொல்காட்டியொன்றால் நோக்கப்படுகிறது. வேறொரு கோல்  $R_2$  இன் ஊடே செங்குத்தாகச் செல்லுகின்ற கோல்  $R_1$  உடன் கம்பி பற்றாசு பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது; படம் 7·22 (c) யில் காட்டியுள்ள

வாறு  $R_1$  தொங்கற் தொகுதியைத் தாங்குவதற்குப் பயன்படுகிறது. திருகு  $D$  யைத் தளரச்செய்து  $R_1$  ஐத் திருப்பி, அளவிடைக்குச் சமாந்தரமாக ஆடியை அமைக்கலாம். இரு கண்ணாடிப் பக்கங்கள் கொண்ட மரப் பெட்டியொன்று காற்றோட்டங்களிலிருந்து ஆய்கருவிக்குக் காப்பு அளிக்கிறது.



படம் 7-22. கம்பியொன்றினது சடத்தின் முறுக்கல் விறைப்பைத் துணிவதற்குரிய இயக்கவியல் முறை.

அளவிடையில் இருக்கின்ற புள்ளி  $X$  இன் விம்பம் தொலைகாட்டியின் குறுக்குவெட்டு மயிருடன் பொருநதுமாறு தொலைகாட்டியும் விளக்கொன்றால் ஒளிர்விக்கப்படும் அளவிடையும் செப்பமிடப்படுகின்றன.  $X$  ஆனது, கறுப்பு அம்பொன்றால் குறியிடப்பட்டிருக்கிறது. சிறு திருகொன்றை வழங்கித் தொட்டிலானது சிறுமுறுகலலைவுகள் ஆற்றுமாறு செய்யப்படுகிறது; ஊசலாடலைவுகள் தோன்றவண்ணம் கவனஞ் செலுத்தல் வேண்டும். நேரமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி அலைவுக்காலம் காணப்படுகிறது. இருவர் ஒன்றுசேர்ந்து பரிசோதனையை நடத்தினால், அவர்களில் ஒருவர் தொலைகாட்டியினுடே குறி  $X$  இன் விம்பத்தை நோக்கி, அவ்விம்பமானது தொலைகாட்டியின் குறுக்குவெட்டு மயிரைக் கடக்கும்பொழுது சடுதியான சத்தமொன்றை உண்டாக்குவார்; அப்பொழுது மேற்படி நிகழ்ச்சியின் நேரத்தை மற்றவர் குறித்துக்கொள்வார். சராசரிக்காலம் வழக்கம்போல் பெறப்படுகிறது.

அடுத்துத் தொட்டிலில் உலோக உருளையொன்று வைக்கப்படுகிறது; தொங்கலின் அச்சானது உருளையின் புவியீர்ப்பு மையத்தினுடே செல்லை வேண்டும். அம்புப் புள்ளியின் விம்பம் தொலைகாட்டியின் கிடைக் குறுக்கு

மயிர்மீது இருக்குமாறு அத்தொலைகாட்டி செப்பமிடப்பட்டு இருந்தால் அதேபார்வை மீளும்வரை தொட்டிலில் உருளை அரக்கிவைக்கப்படுகிறது. இதனால் தொங்கல், அச்சுப் பற்றித் தொட்டிலின் சடத்துவத் திருப்பம் மாறாமையும், தொங்கல் உருளையின் புவிவீர்ப்பு மையம் என்பவையூடாகச் செல்லுகின்ற அச்சுப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் பொருத்தமானது என்பதும் நிச்சயப்படுத்தப்படுகின்றன.

அடுத்து நன்கு தெரிந்துள்ள முறைகளுள் ஒன்றால் தொட்டில், உருளை என்பவற்றின் ஆவர்த்தன காலம் காணப்படுகிறது.

உருளை, அதன் தொட்டில் என்பவற்றின் இயக்கத்தை எடுத்துரைக்கும் வகையீட்டுச் சமன்பாடு

$$I\ddot{\theta} + b\theta = 0.$$

இங்கு கோணவிலகல்  $\theta$  வும், தொங்கலின் முறுக்கன் மாறிலி  $b$  யும், அதனது சுழற்சியச்சுப் பற்றித் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I$  யும் ஆகும். ஆனால்

$$b = \frac{\pi n a^4}{2l} \quad [\text{ப. 327}].$$

எனவே ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{b}} = 2\pi \sqrt{\frac{2Il}{\pi n a^4}}.$$

தூரதிட்டமாக  $I$  என்பது தொங்கல் அச்சுப்பற்றி உருளையின் சடத்துவத் திருப்பம் மட்டுமன்று ; ஏனெனில், தொட்டிலும் அதே அச்சுப்பற்றி ஒரு வரையறுத்த ஆனால் இதுவரை தெரியாத, சடத்துவத் திருப்பம் உடையது எனக் கொள்க. இதையிட்டே தனித்தொட்டிலின் ஆவர்த்தன காலத்தைத் துணியவேண்டியதாகின்றது.

தொட்டிலின் ஆவர்த்தன காலம்  $T_0$  உம் உருளை, தொட்டில் ஒன்று சேர்ந்த ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{b}} \quad \text{உம்} \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_1}{b}} \quad \text{உம்}$$

ஆகும் ; இங்கு  $I_0$ ,  $I_1$  என்பன முறையே சுழற்சியச்சுப் பற்றி தொட்டில், உருளை என்பவற்றின் சடத்துவத் திருப்பங்கள் ஆகும். இனி, உருளையின் பரிமாணங்களிலிருந்து  $I_1$  ஐக் கணித்துக் கொள்ளலாம். ப. 82, இற் காண்க. மேற்படி சமன்பாடுகளை வர்க்கமாக்கி  $I_0$  ஐ நீக்க,

$$b = \frac{4\pi^2 I_1}{(T_1^2 - T_0^2)}.$$

எனவே

$$n = \frac{8\pi I_1}{(T_1^2 - T_0^2) a^4}.$$



இனி, கம்பியின் நீளம், ஆரை என்பவற்றை அளப்பது மட்டுமே எஞ்சியிருக்கிறது. இச்சூத்திரத்தில் ஆரையின் நான்காம் வலு வருகிறபடியால் போதிய திருத்தத்துடன் கம்பியின் விட்டத்தை அளத்தல் வேண்டும். கோல  $R_1$ , தொட்டில் ஆகியவற்றிலிருந்து கம்பியை அப்புறப்படுத்த முடியுமாயின் தெரிந்த வெப்பநிலையுடைய நீரில் அமிழ்த்திக்குமாறு தராசுப் புயமொன்றிலிருந்து கம்பியைத் தொங்கவிடுவதால் நேரிடும் திணிவு நட்ட நோக்கலிலிருந்து கம்பியின் சராசரி ஆரையைத் துணியலாம். இல்லாவிட்டால் திருகு நுண்மானியொன்றைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்.

பரிசோதனையின் நோக்கானது கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டைக் காணல் அன்று, அது குறிப்பிட்ட அச்சொன்று பற்றி இரு பொருட்களின் சடத்துவத் திருப்பங்களை ஒப்பிடுதல் எனின்,  $b$  யையோ கம்பியின் பரிமாணங்களையோ காணவேண்டியதேயில்லை. ஏனெனில் இரண்டாவது உருளை வைக்கப்பட்டிருக்கும் பொழுதுள்ள ஆவர்ததன் காலம்  $T_2$  உம், தொங்கலச்சப் பற்றி அதன் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_2$  உம் ஆயின்,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2 + I_1}{b}}.$$

எனவே,

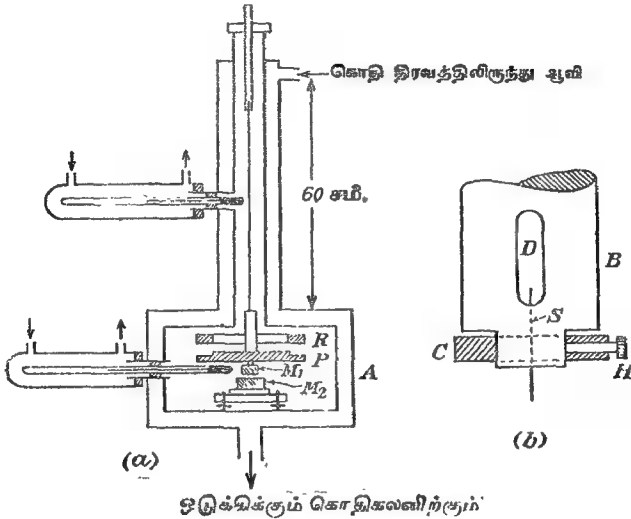
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{T_1^2 - T_0^2}{T_2^2 - T_0^2} = \frac{(T_1 - T_0)(T_1 + T_0)}{(T_2 - T_0)(T_2 + T_0)}.$$

உலோகக் கம்பியொன்றின் விறைப்பும் வெப்பநிலையுடன் அதன் மாறலும்.—கம்பியொன்றின் சடத்தினது விறைப்பின் மாறல் தொடர்பாகக் ஹோர்டன் (Horton)† எனபவர் நடாத்தியுள்ள இப்பரிசோதனைகளில், சோதிக்கப்படுகின்ற கம்பியும் அதிரியும், அதாவது கம்பியால் அதன் கீழ் நுனியில் காவப்படும் பொருளும் ஆவியால் வெப்பமாக்கப்படும் கஞ்சகக் குழாய் A யில் அடைக்கப்பட்டிருந்தன, படம் 7.23(a). ஆவியானது மேல் நுனி வழியாகப் புகுந்து, கீழ் நுனிவழியாக வெளியேறி ஒடுக்கியொன்றிற்குச் சென்று அங்கிருந்து கொதிகலததுக்குச் செலுத்தப்பட்டது. இவ்வாறு ஆவியாகும் திரவத்தின் பண்பு மாறாது இருந்தது. அதன் இரு நுனிகளும் பிடிசுருவிகளால் பிடிக்கப்பட்டுக் கம்பி W அமைந்திருந்தது; கம்பியானது பிடிசுருவிகளின் தாடைகளின் நுனிகளில், ஒரே நேர் வட்ட வெட்டில் அதனது பரிதி சுற்றி இறுக்கப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கும் வண்ணம் பிடிசுருவிகள் தனிப்பட்ட முறையிலே திப்பமிப்பட்டிருந்தன. அத்தகைய பிடிசுருவியொன்றைச் செய்யும்பொருட்டு படம் 7.23 (b) யிற் காட்டியுள்ள வாறு கம்பியைக் காவும் உருக்குக்கோல் B ஐ நுனியில் ஒடுக்கி அதற்கு உருக்காலான பட்டை C அளிக்கப்பட்டது. இந்தக் கோலில் B யின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகவும், அதன் கீழ் நுனிக்கு அணித்தாயும் நீண்ட துவாரம் D யும் நுண்பிளவு S உம் ஆக்கப்பட்டன. பிளவினுள் உலோக மென் தகட்டுத் துண்டொன்றைப் புகுத்திப் பட்டையை இருத்தி,

†ஹோர்டன், *Phil. Trans.*, A, 204, 1, 1905.

அது திருகு H இனால் இறுக்கப்பட்டது. சோதனைக் கம்பியின் அதே விட்டம் [நி.க.அ. இல. 20] உடைய துவாரமொன்று கோலின் அச்ச வழியே துளைக்கப்பட்டது. எனவே சோதனைக் கம்பியை அதன் தானத்தில் வைக்க முடிந்தது.

3/8 அங். தடிப்பும் 5 அங். விட்டமும் உடைய துவக்குலோகத்தாலான, வட்டத்தட்டொன்றே அதிரும்பொருள P ஆக இருந்தது ; தட்டின் கீழ்ப் பக்கத்துடன் தளவாடியொன்று இணைக்கப்பட்டிருந்தது. அதனது சுழற் சியச்சுப் பற்றி அதிரி P யின் சடத்துவத் திருப்பத்தை உயர்த்துமபொருடாக P யுடன் வட்டவளையம் R ஐ இணைக்க முடியும். P யின் மேல் முகத்தின் விளிமபை ஒகேகுவதால் ஆகும் வட்டத் தவாளியில் வளையம் சரியாகப் பொருந்தி இருந்தது. எனவே தவாளியிலே மையமாகவும் இலகுவாகவும் வளையத்தை இருத்தலாம்.



படம் 7-23. வெப்பநிலையுடன் விநைப்பின் மாறலைப் பரிசோதனை முறைப்படி ஆராய்தல்.

ஊஞ்சலாடல் இல்லாது தட்டை அதிரச் செய்யும்பொருட்டு அதன் புவி யீர்ப்புமையம் ஊடே செல்லுகின்ற நிலைக்குத்து அச்சப் பற்றி அது சுழலுமாறு தட்டின் கீழ்ப்புறப் பக்கத்தில் இரு இடையூறுபட்ட காற்றுத் தாரைகள் செலுத்தப்பட்டன. நேர வரிசையில் தாரைகளைச் செப்பஞ் செய்து அதிர்வுகளின் வீச்சத்தை விரைவில் உயர்த்தமுடிகின்றது.

ஆய்கருவியுள்ளே உள்ள வெப்பநிலை, இதற்கென தேசிய பௌதிக ஆய்சாலையில் நியமமாக்கப்பட்ட இரசங்கொண்ட இரு கண்ணாடி வெப்ப

மானிகளால் தரப்பட்டது. வெப்பமானிகளின் காம்புகள் மாறா வெப்ப நிலையொன்றில் நிலைநிறுத்தியுள்ள நீர்க்கஞ்சுக் குழாய்களாற் சூழப்பட்டிருந்தபடியால் காம்பின் திறந்த வைப்புக்கான திருத்தத்தை மிக எளிதாகச் செய்யமுடிந்தது.

அதிர்வுகளைத் திருத்தமாக நேரங்காணும் பொருட்டு  $M_1$  இற்குக் கீழே இரண்டாவது தளவாடி  $M_2$  ஒழுங்கு செய்யப்பட்டது.  $M_2$  நிலையானது;  $M_1$  இன் ஓய்வுநிலையில் இரு ஆடிகளும் சமாந்தரம். ஆவர்த்தன காலம் ஒரு செக்கன் உடைய பளிச்சீடுகள் இரு ஆடிகளாலுந் தெறிக்கப்பட்டுத் தொலைகாட்டியினூடாக நோக்கப்பட்டன; தொலைகாட்டியின் பார்வைப் புலம் பரந்ததாய் இருந்தபடியால் எப்பொழுதும் பளிச்சீட்டின் இரு விம்பங்கள் காணப்பட்டன; ஒன்று அதேநிலையிலும் மற்றையது பளிச்சீடு உண்டானபொழுது அசையும் ஆடி இருந்த நிலையைப் பொறுததுள்ள வேறான புலப் பாகத்திலுமாகக் காணப்பட்டன. இரு ஆடிகளும் திட்டமாகச் சமாந்தரமாக இருக்கும்பொழுது இரண்டாவது பளிச்சீடு நிகழ்மாயின் அதன் இரு பளிச்சீட்டு விம்பங்களும் பொருந்தும்; இப்பொருந்துகைகளிலிருந்து அதிருந் தொகுதியின் ஆவர்த்தன காலம் பெறப்பட்டது.

வழக்கமாக, மிகமிக நெருங்கிய நேரங்களை ஒப்பிடும் பொழுதே உடனி கழ்ச்சி முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஹோட்டன் ஆனவர் போயினரிங்லின் கருத்தொன்றைப் பயன்படுத்தினார்; இரு ஆவர்த்தன காலங்கள் பெரிதும் வேறுபடுகின்ற போதிலும் இம்முறையைப் பயன்படுத்தி அவற்றை ஒப்பிடமுடியும். இதனை எடுத்துக்காட்டும் பொருட்டு முழு அதிர்வொன்றின் காலம்  $4.116$  செக்கன் எனக் கொள்வோம். இதைப் பளிச்சீடுகளின்  $1$  செக்கன் ஆவர்த்தன காலத்துடன் ஒப்பிட வேண்டியதாகிறது. இனி தொலைகாட்டியில் அதே இடத்தில் பளிச்சீடொன்றின் விம்பங்கள் இப்பொழுதுதான் பொருந்தியுள்ளன எனக் கொள்க; இப்பொருந்துகை நிகழ்ந்த செக்கனைப் பூச்சியம் என அழைப்போம்.  $4$  செக்கன் சென்றபின் இரு ஆடிகளும் சரிசமாந்தரமாக இருக்கமாட்டா; எனவே தொலைகாட்டியிற் பளிச்சீட்டு விம்பங்கள் ஓரளவு பிரிந்திருக்கும். ஆவர்த்தன காலம்  $4$  செக்கனுக்குக் கூடுதலாய் இருக்கிறபடியால் அசையும் ஆடி நிலைதத ஆடிக்குச் சமாந்தரமாக இன்னும் வந்திருக்க மாட்டது; எனவே அசையும் பளிச்சீடானது அதன் பூச்சிய நிலைக்குக் குறைந்தே தோற்றும்.  $n$  செக்கன்கள், அதிர்வுக் காலத்தின் மிகுநெருங்கிய அண்ணளவான ஒரு முழுவெண் மடங்கு ஆகுக;  $n$  ஒரு முழு எண் ஆகும். அப்பொழுது நாம்  $n$  செக்கன் காத்திருந்தால் இலக்கம்  $n$  கொண்ட பளிச்சீடு நிகழும் பொழுது இரு ஆடிகளும் நெருங்கிய முறையில் சமாந்தரமாக இருக்கிற படியால் பளிச்சீடுகளும் மிக அண்ணளவாகப் பொருந்தும். இனி  $9 \times 4.116 = 37.044$ ; எனவே  $37$  செக்கன்கள் கழிந்ததும் அசையும் பளிச்சீடு நிலையானதற்கு மிகு அணித்தாய்த் தோற்றுதல வேண்டும்; ஏனெனில் இன்னும்  $0.044$  செக்கனில் ஆடும் நிலையான ஆடிக்குச் சமாந்தரமாகிவிடும் என அறிக. முன்புபோல ஆடாகாலத்தின் மடங்கு

37 செக்கன்களுக்குக் கூடுதலாய் இருக்கிறபடியால், பளிச்சீடானது அதன் ஓய்வுநிலைக்குக் குறைந்தே தோற்றும். இனி 37 ஆவது பளிச்சீடுக் குப்பின் தோன்றும் பளிச்சீடுகளை ஒன்று, இரண்டு என்றவாறு அழைத்துச் செக்கன்களை எண்ணுகிறோம் என வைத்துக்கொள்வோம்; மீண்டும் ஒன்றிலிருந்து தொடங்கி அதுபோல் செய்வோம். ஒவ்வொரு மூப்பத்தேழாவது பளிச்சீடின் நிலையும் அதற்கு அடுத்து முந்தியுள்ள பளிச்சீடின் நிலையைக் குறித்துக் குறைந்தே தோற்றும்; அதாவது அது நிலைத்த மையப் பளிச்சீடிலிருந்து கூடுதலாகப் பிரிந்திருக்கும். இவ்வாறு நடக்கும்பொழுது இலக்கம் 1 உடைய பளிச்சீடு (அதாவது 37 ஆவதற்கு அடுத்துப் பின் வந்தது) நிலைத்த மையப் பளிச்சீடைக் கொஞ்சம் கொஞ்சமாக அணுகும்; பின்னர் அதனுடன் பொருந்தும். அப்பொழுது அசையும் ஆடியானது ஒரு முழு செக்கன் பிந்திற்று என்பது தெளிவாம். ஏனெனில் அது நிலைத்த ஆடிக்குச் சமாதானமாக வர இன்னும்பொரு செக்கன்கள் தேவைப்படும். ஒவ்வொன்றும் 37 செக்கன்கள் கொண்ட N கூட்டங்கள் எண்ணப்பட்ட பின்னரே இப்பொருந்துகை நிகழ்கிறது எனக் கொள்க.

ஆகவே அதிரியானது  $37N + 1$  செக்கன்களில் 9N அதிர்வுகளை ஆற்றுகிறது; அதிர்வுக் காலம் T எனின்,

$$9NT = 37N + 1, \quad \text{அல்லது} \quad T = \left( \frac{37}{9} + \frac{1}{9N} \right) \text{ செக்கன்கள்.}$$

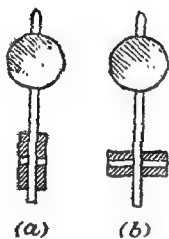
பரிசோதனையின்போது சரியான பொருந்துகை அரிதாய் இருந்தபடியால் மேற்படி நேரங்காண் முறையானது சற்று மாற்றி அமைக்கப்பட்டது; விவரங்களுக்கு ஆரம்ப வெளியீட்டை ஆராய்க.

வெப்பநிலை மாற்றம் தொடர்பாகக் கம்பி, அதிரி என்பவற்றின் நீட்டற் பரிமாணங்கள் அடைந்த மாற்றங்களையிட்டுத் திருத்தங்கள் செய்யப் பட்டன; நியம மீற்றர்-ஒப்பீட்டுமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி ஏகபரிமாண விரிவுக் குணகங்கள் அளக்கப்பட்டன.

தனிச் செம்பு, உருக்கு (பியானோகைம்பி) ஒழிந்த சபங்கள் ஒவ்வொன்றினிடத்தும், குறிப்பிடவொரு வெப்பநிலையில் விறைப்பு மட்டு மாற்றிற்று. அது நேரத்துடன் அதிகரித்தது எனக் கிடைக்கப்பெற்ற முடிபுகளிலிருந்து காணப்பட்டது. தனிச் செம்பு, உருக்கு என்பவற்றினிடத்து வெப்பநிலை கூடுமபொழுது விறைப்பு மட்டு குறைந்து காணப்பட்டது. இரண்டிற்கும்டையேயுள்ள தொடர்பு ஏகபரிமாணமானது. பொன், இரும்பு, தகரம், ரயம் என்பவற்றினிடத்து மேற்படி “நேரவிளைவு” தவிர்க்கப்படின், தொடர்பு ஏகபரிமாணமானதொன்று ஆகுமாறு முடிபுகள் அமைந்திருக்கின்றன.

இம்முறை தொடர்பாக ஏற்கெனவே தந்துள்ள சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி மீளதன்மை மட்டுகள் கணிக்கப்பட்டன; அங்குக் கூறியுள்ள நீர்நிலையின் முறையைப் பயன்படுத்தியே கம்பியின் சராசரி விட்டம் பெறப்பட்டது.

**உருக்கிய படிசுத்தின் விறைப்பு மட்டு.**—உருக்கிய படிசுத்தின் விறைப்பு மட்டையும் வெப்பநிலையுடன் அதன் மாறலையும் துணியும்பொருட்டு வற்கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள ஆய்கருவி போன்றதொன்றையே ஹோட்டன்<sup>†</sup> பயன்படுத்தினார். உருக்கிய படிசுத்திலிருந்து ஆக்கப்பட்ட நார்களைப் பயன்படுத்துமிடத்து, அதன் சுழற்சி அச்சப் பற்றி அதிரியின் சடத்துவத் திருப்பம் மாறும்பொழுது திணிவு மாறாமல் இருத்தல் வேண்டும் எனப் போய்ஸ் ஏறகெனவே காட்டியுள்ளார். ஹோட்டன் இந்நிபந்தனைகளைப் இருபகுதிகளால் ஆன அதிரியொன்றைப் பயன்படுத்தினார்; அது பித்தளைக் கோலொன்றையும், ஒரு துவாரம் அதன்



(a) (b)  
படம் 7-24. படிசுநாள் முறுக்கற் பரிசோதனைக் கருக்கான அதிரி.

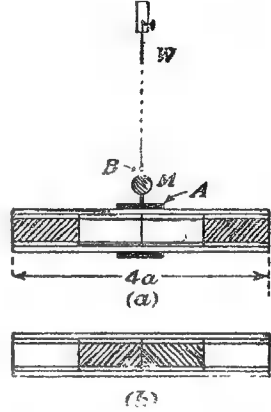
அச்ச வழியேயும், மற்றையது அவ்வச்சுக்குச் செங்குத்தாகவும் அதன் புவிப்பீழ் மையம் ஊடாகவும் துளைக்கப்பட்ட இரு துவாரங்கள் கொண்ட பித்தளை உருளையொன்றையும் கொண்டிருந்தது. இத்துளைகளின் விட்டமும் கோலின் விட்டமும் சமமாயிருந்தன. எனவே அதைப் படம் 7-24 (a) அல்லது (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு பொருத்த முடிந்தது. மற்றைப் பரிசோதனை விவரங்கள் உணரத்தக்க அளவில் மாற்றப்படவில்லை.  $15^\circ \text{C}$ . இல் உருக்கிய படிசுத்தின் விறைப்பும்  $3.00 \times 10^{11}$  எதன். சமீ.  $^{-2}$  எனக் காணப்பட்டது; மட்டு வெப்பநிலையுடன் கூடிற்று.

**முறுக்கலையுப் பரிசோதனைகளில் அதிரியாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மாக்ஸ்வெல் ஊசி.**—கம்பியொன்றினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டை இயக்க வியல் முறைப்படி துணிவதற்குத் திட்டமிட்ட பரிசோதனைகளில் வசதியான அதிரியொன்று மாக்ஸ்வெலின் ஊசி எனப்படுகிறது. அது நான்கு சம பித்தளைக் குழாய்த் துணடுகளைச் செருகி வைக்கக்கூடிய பித்தளைக் குழாயொன்றாகும்; ஒவ்வொரு குழாயின் நீளமும் அது பொருந்தியிருக்கும் குழாய் நீளத்தின் ஒருகால்வாசி ஆகும். சிறு குழாய்களுள் இரண்டு பொள்ளானவை; மற்றவை ஈயத்தால் நிரப்பப்பட்டுள்ளன [அல்லது அவை பொருத்தமான நீளமும் விட்டமும் உடைய பித்தளையாலான திண்மக் கோல்கள் ஆகலாம்]. நீண்ட பித்தளைக் குழாயானது ஆடி M ஐக் காவுகின்ற கட்டைப் பித்தளைக் குழாய் A இனுள் சரியாய்ப் பொருந்தியிருக்கிறது; A யின் மையம் ஊடாக நிலைக்குத்தாகச் செல்லுகின்ற கட்டையான தடித்த பித்தளைக் கம்பி B யுடன் ஆடி விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. விறைப்புமட்டுத் தேவைபடுகின்ற கம்பி W வின கீழ் நுனியானது B யுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதன் மேல் நுனி தக்க பிடியி யொன்றால் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

<sup>†</sup>ஹோட்டன், *Phil. Trans.*, A, 204, 407, 1905.

படங்கள் 7-25 (a) யிலும் (b) யிலும் காட்டியுள்ளவாறு குழாய்களை வைத்து அலைவு அச்சப் பற்றித் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பத்தை நியாயமான அளவு மாற்றலாம். இவை  $I_1$ ,  $I_2$  என்பவற்றால் குறிக்கப்படுக;  $I_2$  ஐக் காட்டிலும்  $I_1$  பெரிதாய் இருக்க. அடுத்து வழக்கமான முறைகளுள் ஒன்றால் ஆவர்த்தன காலங்கள்  $T_1$ ,  $T_2$  என்பன துணியப்படுகின்றன. கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டைத் துணியும் பொருட்டு ( $I_1 - I_2$ ) இற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுதல் வேண்டும்.

நீண்ட குழாயின் நீளம்  $4a$  யும், ஈயம் கொண்டிருக்கும் குழாய் ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள ஈயத்தின் திணிவு  $m$  உம் ஆகுக; பின்னையது ஈயம் நிரம்பிய குழாய், வெறுங் குழாய் என்பவற்றின் திணிவு வித்தியாசம் ஆகும். [திண்மப் பித்தளைக் கோல்களைப் பயன்படுத்துமிடத்து அவற்றுள் ஒன்றிற்கும் வெறுங்குழாய் ஒன்றிற்கும் உள்ள வித்தியாசத்தையே காணல் வேண்டும்.] இனி அதன் புவியீர்ப்பு மையத்தினுடே செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தச்சொன்று பற்றி நீளம்  $a$  கொண்ட சீரான கோலொன்றின் சடத்துவத் திருப்பம்  $\frac{1}{2}ma^2$  ஆகும். ப. 76 இற் காண்க. எனவே ப. 78 இலுள்ள தேற்றப்படி (a) யிலுள்ள ஈயத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்



படம் 7-25. மாக்ஸ்வெலின் ஊசி.

$$2m[\frac{1}{2}a^2 + (\frac{3}{2}a)^2] = \frac{1}{3}ma^2.$$

இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில் அது

$$2m[\frac{1}{2}a^2 + (\frac{1}{2}a)^2] = \frac{1}{3}ma^2.$$

எனவே மேற்படிக்க கோவைகளின் வித்தியாசம் சுழற்சியச்சப் பற்றித் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பத்தில் தோற்றும் மாற்றம்  $4ma^2$  ஆகும்.

மேற்படிக்க கோவையை நேரே எழுதியிருக்கலாம். ஏனெனில் இரு ஈயப் பகுதிகளின் திணிவு மையங்களைக் கிடைத்தாரம்  $a$ , அதாவது  $(\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}a)$  இனாற் பெயர்த்து வைப்பதாலேயே தொகுதியின் புவியீர்ப்புமையமூடே செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தச்சப் பற்றி அதனொருகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் மாறுகின்றது; எனவே சுழிப்பாரையின் வர்க்கத்தில் ஆகும் மாற்றம்

$$2[(\frac{3}{2}a)^2 - (\frac{1}{2}a)^2] = 4a^2.$$

(a), (b) என்னும் ஒழுங்குகளுக்கு ஒத்த அலைவுக் காலங்கள் முறையே  $T_1$  உம்  $T_2$  உம் ஆகுக. சுழற்சியச்சப் பற்றி குழாய்கள், ஆடி, கோல் B

என்பவற்றின் சடத்துவத் திருப்பம்  $I_0$  எனின்,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_1}{b}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_2}{b}}.$$

$$\therefore T_1^2 = \frac{4\pi^2}{b} (I_0 + I_1); \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2}{b} (I_0 + I_2).$$

$$\therefore (T_1^2 - T_2^2) \frac{b}{4\pi^2} = (I_1 - I_2).$$

எனவே கம்பியினது முறுக்கன் மாறிலி  $b$  இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்கலாம். கம்பியின் விட்டத்தையும் அதன் நீளத்தையும் கண்ட பின்னர், கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டைப் பெறலாம்.

**எடுத்துக்காட்டு.**—ஒரு கூட்டம் கம்பித்துணைகளை நுனிகு நுனியாகத் தொடுக்கப்பட்டிருக்குமிடத்து முறுக்கல் விறைப்பு மட்டானது, அதாவது  $\Gamma \div \theta$ , சமாதரமாகத் தொடுக்கப்பட்ட தடைகளினிடத்துப் பயன்படுத்தப்படும் அதே சூத்திரத்தால் தரப்படுகிறது என நிறுவுக; இங்கு குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான கருதல்களை உடையன. இதிலிருந்து நீளம்  $l$  உடைய கூம்பு கம்பியொன்றினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டு, அதன் நுனிகளின் ஆரைகள்  $a$ ,  $b$  என்பவை தொடர்பாகக் கம்பியின் முறுக்கன் மாறிலியைக் காண்க; இங்கு  $b > a$ .

அதன் குறுக்கு வெட்டு வட்டமானதும், ஆனால் நீளம் வழியே அதன் விட்டம் மாறுபடாதுமான உலோகக் கம்பியொன்று தரப்பட்டிருந்தால் அவ்வுலோகத்தின் விறைப்பு மட்டிற்குத் திருத்தமான பெறுமானமொன்றைப் பெறும் பொருட்டு எவ்வாறு நீர் பெற்ற சூத்திரத்தை மாற்றியமைத்துப் பரிசோதனையில் பயன்படுத்துதல் வேண்டும் என்பதைக் காட்டுக.

வழக்கமான குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தினால்,

$$\Gamma = \frac{\pi n a^4 \theta}{2l}.$$

எனவே  $l_1, a_1, n_1, \theta_1; l_2, a_2, n_2, \theta_2; \dots$  முதலியவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட கம்பிகளுக்கு

$$\Gamma = \frac{\pi n_1 a_1^4 \theta_1}{2l_1} = \frac{\pi n_2 a_2^4 \theta_2}{2l_2} = \dots = \frac{\pi n_k a_k^4 \theta_k}{2l_k} = \dots$$

$$\therefore \Sigma(\theta) = \Gamma \left[ \frac{2l_1}{\pi n_1 a_1^4} + \frac{2l_2}{\pi n_2 a_2^4} + \dots + \frac{2l_k}{\pi n_k a_k^4} + \dots \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{\left[ \frac{\Gamma}{\Sigma(\theta)} \right]} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{\left( \frac{\pi n_k a_k^4}{2l_k} \right)} \\ &= \frac{1}{\left[ \frac{\Gamma}{\theta_1} \right]} + \frac{1}{\left[ \frac{\Gamma}{\theta_2} \right]} + \dots + \frac{1}{\left[ \frac{\Gamma}{\theta_k} \right]} + \dots \end{aligned}$$

இது தேற்றத்தை நிறுவுகிறது.

அடுத்து படம் 7.26 (a) யில் காட்டியுள்ள கம்பியில் நீளம்  $l$  கொண்ட துண்டொன்றைக் கருதுக; கம்பியின் பூச்சிய நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள குறுக்கு வெட்டின் இடை ஆரை  $y$  ஆகுக; இவரு

$$y = \left( \frac{b-a}{l} \right) x + a.$$

இம்மூலகத்தின் நுனிகளிடையேயுள்ள திருகல்  $\delta\theta$  எனின்,

$$\Gamma = \frac{\pi n y^4 \delta\theta}{2 \delta x},$$

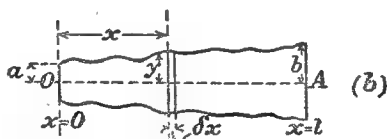
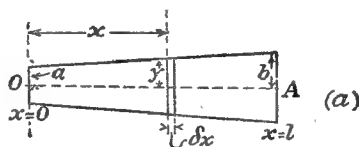
அல்லது

$$\frac{\Gamma}{\delta\theta} = \frac{\pi n \left( \frac{b-a}{l} x + a \right)^4}{2} \cdot \frac{1}{\delta x}.$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{\left( \frac{\Gamma}{\theta} \right)} &= \int_{x=0}^{x=l} \frac{d\theta}{\Gamma} = \frac{2}{\pi n} \int_0^l \frac{dx}{\left( \frac{b-a}{l} x + a \right)^4} \\ &= -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\pi n} \cdot \frac{l}{b-a} \left[ \frac{1}{b^3} - \frac{1}{a^3} \right]. \end{aligned}$$

$$\therefore \text{முறுக்கல் மட்டு} = \frac{3 \pi n a^3 b^3}{2 l} \cdot \frac{1}{a^3 + ab + b^3}.$$

சீரற்ற கம்பியொன்றின் நெட்டாங்கு வெட்டு படம் 7.26 (b) யிற் காட்டப்



படம் 7.26. மாறுகின்ற விட்டமுடைய கம்பிகளின் முறுக்கல் விறைப்பு மட்டு.

பட்டுள்ளது. முன்னர் போலவே நீளம்  $l$  உடைய மூலகமொன்றுக்கு

$$\frac{\Gamma}{\delta\theta} = \frac{\pi n y^4}{2 \delta x} \quad \text{அல்லது} \quad 2 \Gamma \frac{\delta x}{y^4} = \pi n \delta\theta.$$

எனவே

$$2 \Gamma \Sigma \left( \frac{\delta x}{y^4} \right) = \pi n \theta:$$



இங்கு வெவ்வேறு வெட்டுகளிற் கம்பியின் விட்டத்தை அளந்து, ■ உடன்  $y^{-1}$  இன் மாற்றத்தைக் காட்டும் வரைபைக் கீறி, மேற்படி கூட்டிலே வரைபு முறைப்படி செய்தல வேண்டும்.

இருநூற்றொங்கல் ; விறைப்பிற்குரிய திருத்தம்.—(a) சமாந்தர நாண்கள். தொங்கல் நாண்களோ கம்பிகளோ சமாந்தரமாக இருக்குமிடத்துப் படம் 7·27 (a) என்பது ஆய்கருவியின் கிடைப்படம் ஆகுக ; நாண்களைக் குறிக்கின்ற வட்டங்களின் விட்டங்கள் மிகப் பெரிதாகப்பட்டிருக்கின்றன. தொங்கலாற் காவப்படுகின்ற சட்டத்திற்கு அணித்தாயுள்ள கம்பியின் வெட்டில், L ஆனது நிலைத்த நேர்கோடொன்று ஆகுக. அதன் மையம் O ஊடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தான அச்சப்பற்றிச் சட்டம் கோணம்  $\psi$  யினூடாகச் சுழன்றபின் அச்சட்டத்தைக் குறித்து நோக்கோடு L நிலை மாற்றம் அடைந்திராது, படம் 7·27 (b) யிற் காண்க ; அதாவது கம்பியில் திருகல்  $\psi$  ஆகும். எனவே கம்பியின் குறுக்குவெட்டாரை  $a_0$  உம், அதன் நீளம்  $\lambda$  உம் ஆயின், அவற்றின் விறைப்புக் காரணமாகச் சட்டம் மீது கம்பிகளால் அதிகப்படியாகப் பிரயோசிக்கப்படுகின்ற மீள்தரு இணையானது

$$2\left(\frac{\pi n a_0^4 \psi}{2\lambda}\right) = \frac{\pi n a_0^4 \psi}{\lambda}.$$

இங்கு  $n$ , கம்பியினது சடத்தின் விறைப்பு மட்டு ஆகும். எனவே சிற்றிலேவுகளின் இயக்கச் சமன்பாடானது

$$I\ddot{\psi} + \left(\frac{mga^2}{\lambda} + \frac{\pi n a_0^4}{\lambda}\right)\psi = 0.$$

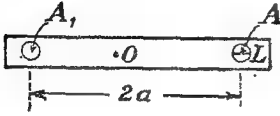
ஆகின்றது, ப. 159 இற் காண்க ; அதாவது  $I = m\kappa^2$  எனின்

$$T = 2\pi\kappa \sqrt{\frac{1}{a^2 + \frac{\pi n a_0^4}{mg}} \cdot \frac{\lambda}{g}};$$

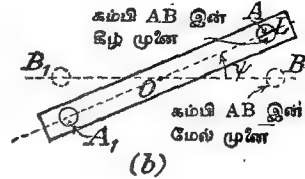
இங்கு  $m$  என்பது சட்டத்தின் திணிவு, முதலியவை.

(b) சமாந்தரமல்லா நாண்கள்.—இவ்வெடுத்துக்காட்டில் படம் 7·27 (c) ஆனது அதனது நிலையிற் சமநிலைத் தானத்தில் இருக்கின்ற ஆய்கருவியின் கிடைப்படம் ஆகுக ; ப. 160 இலுள்ள அதே குறிப்பீடானது இங்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. படம் 7·27 (d) யில் இருக்கின்றவாறு, சட்டமானது கோணம்  $\psi$  யாற் பெயர்க்கப்பட்டபோது சட்டத்தில் நிலைத்துள்ள நேர்கோடு L ஆனது கோணம்  $\psi$  யினூடாக அசையும் ; ஆனால் கம்பியின் திருகலைக் கம்பியச்சுக்குச் செங்குத்தான தளத்தில் அளந்தால் அது  $\psi$  கோணம்  $\alpha$  ஆகும் ; இங்கு  $\alpha$  என்பது நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கம்பியொன்று ஆக்கும் சாய்வுக்கோணம் ஆகும். இதை நிலைநிறுத்தும் பொருட்டுத் தொங்குஞ் சட்டம் பெயர்க்கப்பட்டபோது

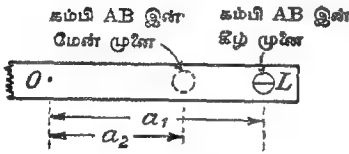
தாங்கும் கம்பிகள் திருகலுறுகின்றன மட்டுமன்றி அவற்றின் நுனிகளில் அவை சற்று வளைவுறுகின்றனவுங்கூட எனபது குறித்ததற்பாலது. இவ் வளைவுடன் தொடர்புள்ள சக்தி முழு நிலைச் சக்தியைக் காட்டிலும் சிந்து



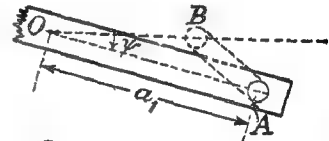
(a)



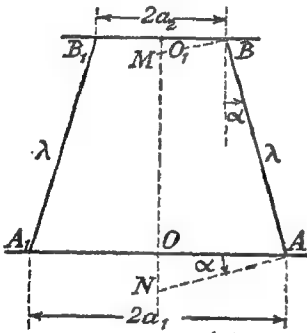
(b)



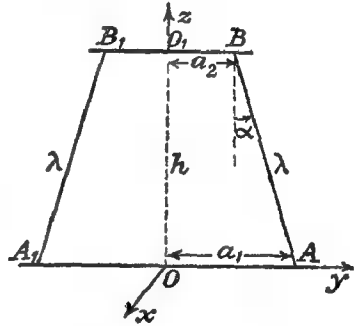
(c)



(d)



(e)



(f)

படம் 7-27. இருநாற்றொங்கல் ; விறைப்பிற்குரிய திருத்தம்.

எனக் கொள்ளின், அப்பொழுது கம்பியின் நீளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்ச AN ஐக் குறித்துக் கம்பி AB யின் நுனியைச் சுயாதீன முறையிற் சுழலுமாறு விடுகின்ற பிணைச்சலொன்றால் கம்பிகள் ஒவ்வொன்றும் சட்டம் AA<sub>1</sub> உடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன என எடுத்துக் கொள்ளலாம், படம் 7-27 (e) ; அதுபோலவே கம்பிகள் B யிலும் B<sub>1</sub> இலும் பிணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; இங்கு AB யிற்குப் பொருத்தமான அச்ச BM ஆகும். அப்பொழுது கம்பி AB யிலுள்ள திருகற் கோணம் திசைகள் AN, BM என்பவற்றிற்கு இடையேயுள்ள கோணம் ஆகும் ; நடைமுறையில் BM சுழலமாட்டாது.

$AA_1 = 2a_1$  எனின், சட்டமானது கோணம்  $\psi$  யினால் திரும்புமிடத்து  $\psi$  சிறிதாயிருந்தால், கடதாசித்தாளுக்குச் செங்குத்தாக  $A$  ஆனது தூரம்  $a_1$   $\psi$  அசையும். எனவே நேர்கோடு  $AN$  எனபது கோணம்

$$\frac{a_1\psi}{AN} = \frac{a_1\psi}{a_1\sec\alpha} = \psi \text{ கோசை } \alpha$$

அசையும்.

கம்பிகளின் விறைப்பாற் சட்டமீது பிரயோசிக்கப்படுகின்ற இணை

$$2 \left[ \frac{\pi n a_0^4 \psi \text{ கோசை } \alpha}{2\lambda} \right] = \frac{\pi n a_0^4 \psi \text{ கோசை } \alpha}{\lambda}.$$

இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெறும்பொருட்டு அடிப்படைத் தத்துவங்களிலிருந்து தொடங்கித் தொகுதியின சக்தியைக் கருதுவோம். சட்டத்தின் பெயர்ச்சிக்குமுன  $A$  யின ஆளகூறுகள்  $(a_1, 0, 0)$  ஆகுக; கோணம்  $\psi$  யாற் பெயர்க்கப்பட்ட பின் அவை  $(a_1 \text{ கோசை } \psi, a_1 \text{ சைன் } \psi, z)$  ஆகுக. இங்கு  $z$  எனபது சட்டத்தின் எந்தப் புள்ளியிலும் உள்ள சிறு நிலைக்குத் தான ஏற்றம் ஆகும். கம்பியொவ்வொன்றின் நீளமும் மாறுது இருக்கின்றபடியால்,

$$\lambda^2 = h^2 + (a_1 - a_2)^2 = (h - z)^2 + (a_1 \text{ கோசை } \psi - a_2)^2 + (a_1 \text{ சைன் } \psi)^2;$$

$$\text{இது} \quad -2hz + z^2 - 2a_1a_2 \text{ கோசை } \psi + 2a_1a_2 = 0$$

எனத் தருகிறது; அல்லது  $z^2 \leq 2hz$  எனின்,  $\psi$  சிறிது ஆதலால்

$$hz = a_1a_2(1 - \text{கோசை } \psi) = \frac{1}{2}a_1a_2\psi^2.$$

$$\therefore \text{நிலைச் சக்தி அதிகரிப்பு} = mgz = \frac{mga_1a_2\psi^2}{2h}.$$

இனி கம்பிகளின் மீள்தன்மைச் சக்தியானது

$$\begin{aligned} & 2 \left[ \frac{1}{2} (\text{இறுதி இணை}) \times (\text{இறுதித் திருகல்}) \right] \\ &= 2 \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi n a_0^4 \psi \text{ கோசை } \alpha}{2\lambda} \times \psi \text{ கோசை } \alpha \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{\pi n a_0^4 \text{ கோசை }^2 \alpha \cdot \psi^2}{\lambda}. \end{aligned}$$

எனவே கருதப்படுகின்ற கணத்தில் தொகுதி கொண்டிருக்கின்ற முழுச் சக்தியும்

$$\frac{1}{2} I \dot{\psi}^2 + \left[ \frac{mga_1a_2}{2h} + \frac{1}{2} \frac{\pi n a_0^4 \text{ கோசை }^2 \alpha}{\lambda} \right] \psi^2$$

ஆகும்; இது மாறுது.  $\lambda = h \sec \alpha$  ஆதலின், வகையிட,

$$m \kappa^2 \ddot{\psi} + 2 \left[ \frac{mga_1a_2}{2h} + \frac{\pi n a_0^4 \text{ கோசை }^2 \alpha}{2h} \right] \psi = 0$$

என்பதை இயக்கச் சமன்பாடாகப் பெறுகிறோம்.

$$\begin{aligned} \therefore T &= 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m\kappa^2}{h} + \frac{\pi n a_0^4 \text{கோசை}^3 \alpha}{h}}{h}} \\ &= 2\pi \kappa \sqrt{\frac{h}{g a_1 a_2 + \frac{\pi}{m} \cdot n a_0^4 \text{கோசை}^3 \alpha}} \end{aligned}$$

**கனவளவு மட்டும் நெருக்கத்தகவும்.**—சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான பொருளொன்றுமீது, ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தான, சமமான, மூன்று நெருக்கு தகைப்புக்கள பிரயோகிக்கப்படின், பொருளில் எந்தத் தளமீதும் ஆற்றுகின்ற தகைப்பானது அததளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்திருக்கும். அமுக்கம்  $p$  ஐப் பிரயோகிக்குமிடத்துச் சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான பொருளொன்றின் கனவளவு  $V$  ஆகுக. அமுக்கம்  $(p + \delta p)$  வரை ஏற்றப்பட்டவிடத்து மேற்படிப் பொருளின் கனவளவு  $(V + \delta V)$  ஆகுக. தகைப்பு ஏற்றம்  $\delta p$  யால் ஆகின்ற விகாரமானது  $-\frac{\delta V}{V}$  ஆகும்; தகைப்பின் ஏற்றத்தின்போது கனவளவு குறைகிறபடியால் சயக்குறியானது தேவைப்படுகிறது. இவ்வெடுத்துக்காட்டிற் பொருத்தமான மீள்தன்மை மட்டு திரவியத்தின கனவளவு மட்டு எனப்படும். அதை  $\beta$  ஆற் குறித்தால் அது

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\text{தகைப்பு}}{\text{விகாரம்}} = \frac{\text{தகைப்பில் அதிகரிப்பு}}{\text{விகாரத்தில் அதிகரிப்பு}} \\ &= \text{எல்} \lim_{\delta p \rightarrow 0} - \frac{\delta p}{\left(\frac{\delta V}{V}\right)} = -V \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right) \end{aligned}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

[பொதுவாக  $v$  உட்பட வெப்பநிலை முதலியன போன்ற வேறு மாறிகளைக் கொண்ட சார்பாகப்  $p$  இருக்கிறபடியால் இங்கு பகுதி வகையீட்டுக் குணகத்தைக் கண்டிப்பாய்ப் பயன்படுத்த வேண்டும்.]

பொருளொன்றின்மீது சீரான அமுக்க அதிகரிப்பைப் பிரயோகிக்கும் போது வழக்கமாக, இவ்வகையான விகாரம் உண்டாகின்றது.

திரவியமொன்றினது கனவளவு மட்டின் நிகர்மாற்றானது நெருக்கத்தகவு  $\kappa$  எனப்படும். பாயிகளினிடத்து இதைச் சற்று நேரல்லாத முறையாக அளக்க முடிகின்றது; திண்மப் பொருள்களினிடத்து, அண்மையில் நிறுவப்போகும் சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி அப்பொருள்களின் நீட்டல் மட்டு, விறைப்பு மட்டு என்பவற்றிலிருந்து இதனைக் கணிப்பது வழக்கம்.

திண்மப் பொருள்களினிடத்துத் தகைப்பின் மாற்றமானது சேறலில்லா முறையாகவும் புறமாற்று முறையாகவும் அல்லது மெதுவாகச் சமவெப்ப

முறையாகவும் நிகழ்கின்றபோது கனவளவு மட்டானது உணரத்தக்க வகையில் மாறுவதில்லை என அறிவோம் ; முந்திய முறை சமவெந்திரப்பி முறை எனவும் பிந்தியது சமவெப்பு முறை எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன ; ஆனால் வாயுக்கள், திரவங்கள் என்பவற்றினிடத்து தகைப்பு மாற்றம் நேரிடும் நிலைமையைக் கண்டிப்பாய்ச் சரியாகக் குறித்தல்வேண்டும். [தொகுதி II ஐப் பார்க்க.]

வெப்பநிலையும் எந்திரப்பியும் மாறுது இருக்கின்றபோது இலட்சிய வாயுவின் கனவளவு மட்டுக்கள்.—(a)  $p$  யும்  $v$  யும் முறையே ஓர் அலகுத் திணிவுடைய வாயுவின் அழுக்கமும் கனவளவும் ஆகுக. அழுக்கம்  $(p + \delta p)$  ஆகுமிடத்து கனவளவு  $(v + \delta v)$  ஆகுக. வாயுவானது மாறு வெப்பநிலையில் பேணப்பட்ட இலட்சிய வாயு எனின், மேற்படி மாற்றங் களிடையேயுள்ள தொடர்பானது போயிலின் விதிப்படி தரப்படும் ; அதாவது  $pv$  என்னும் பெருக்கமானது மாறுது இருக்கும். வகையில்,

$$p \cdot \delta v + v \cdot \delta p = 0.$$

எனவே

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{p}{v}.$$

எனவே கனவளவு மட்டானது

$$\beta_T = -v \cdot \frac{\partial p}{\partial v} = p,$$

அதாவது மாறு வெப்பநிலையில், இலட்சிய வாயுவின் கனவளவு மட்டானது அவ்வாயுமீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற அழுக்கத்துக்குச் சமன என்பதே கருதது. [ந.கு. அழுக்கம் தனியான அல்லது ஈர்ப்பு அலகுகளிலேயே உணர்த்தப்படுதல் வேண்டும்.]

(b) இலட்சிய வாயுவின் புறமாற்றத்தக்க சேறலில் (அல்லது சமவெந்திரப்பி) விரியினிடத்துப்  $pv^\gamma =$  மாறிலியாகும் ; இங்கு  $\gamma$  ஆனது வாயுவின் இரு பிரதான தன்வெப்பங்களின் விகிதம் ஆகும். இதற்கு ஒத்த கனவளவு மட்டு  $\beta_s$  எனின்,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = -\gamma \frac{p}{v},$$

அதாவது

$$\beta_s = -v \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = \gamma p.$$

சமவியல்பான திரவியமொன்றின் மீள்தன்மைக் குணங்களிடையே யுள்ள தொடர்புகள்.—பொருள்களில், பிரயோகவியல்களாகிய எந்திரவியல், உலோகப் பிரிவியல் என்பவற்றில்  $E$ ,  $n$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  என்னும் மீள்தன்மைக் குணங்களிடையேயுள்ள பின்வரும் தொடர்புகள் மிகு முதன்மை வாய்ந்தவை ஆகும்.

(α) தொடக்கநிலை ஆய்வு : E, σ, n, β ஆகிய மீள்தன்மைக் குணகங்களுக்கு ஏற்கெனவே வரைவிலக்கணம் கூறப்பட்டிருக்கிறது; அடுத்துச் சமவியல்பான திரவியமொன்றிற்கு இக்குணகங்களுள் இரண்டு மட்டுமே சாராதவை எனக் காட்டுவோம்; அதாவது இரண்டைத் தெரிந்திருந்தால் மற்றவையைக் கணிக்கலாம் என்றவாறு.

இத்திரவியத்தாலான சதுரமுகியொன்றைக் கருதுக. அதன் பக்கமொவ்வொன்றினதும் இயல்பான நீளம் c ஆகுக; ஒவ்வொன்றும் சதுரமுகியின ஒரு சோடி முகங்களுக்குச் செங்குத்தான மூன்று சம இழுவைத் தகைப்புக்கள் p யினால் இச்சதுரமுகியானது தாக்கப்படுகிறது எனக் கொள்க. விகாரம் ε ஆகுக. அப்பொழுது ε² ஐயும் அதற்கு மேலான வலுக்களையுங்கொண்ட உறுப்புக்களைப் புறக்கணிக்குமிடத்துச் சதுரமுகியின் புதுக் கனவளவு c³(1 + ε)³ என்பது c³(1 + 3ε) ஆகின்றது. எனவே கனவளவு விகாரம் 3ε ஆகும்; எனவே கனவளவு மட்டு β என்பது

$$\beta = \frac{p}{3\epsilon}, \quad \text{அல்லது } p = 3\beta\epsilon \quad \dots \dots (i)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

பிரயோசிக்கப்படும் தகைப்பானது ஒரு சோடி எதிரான முகங்கள் மீது மட்டுந் தாக்கினால் அம்முகங்களுக்குச் செங்குத்தான திசையில் விகாரம்  $\frac{p}{E}$  ஆகும்; இங்கு E ஆனது சதுரமுகித் திரவியத்திற்குரிய யங்ஸின் மட்டு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக AB யிற்குச் சமாந்தரமான தகைப்பொன்றால், AB (அல்லது AB யிற்குச் சமாந்தரமான எந்த நேர்கோடும்) வழியே ஆகின்ற விகாரம் இதுவே, படம் 7-28 (α). இருந்தாலும் மூன்று சோடி இழுவைத் தகைப்புக்கள் எல்லாம் செயலுறும் பொழுது AB யிலுள்ள விகாரத்தின் ஒரு பங்கு மற்றைத் தகைப்புச் சோடிகளால் ஆகின்றது; இவ்வதிகப் படியான தகைப்புக்கள் ஒவ்வொன்றும் AB யில்  $-\sigma \frac{p}{E}$  அளவு விகாரத்தை ஆக்கும்; இங்கு σ என்பது பொய்சோன் விகிதம் ஆகும், ப. 322. எனவே AB வழியே முழு நீட்சி விகாரமும்

$$\frac{p}{E} - 2\sigma \frac{p}{E} = \frac{p}{E} (1 - 2\sigma) = \epsilon \quad \dots \dots (ii)$$

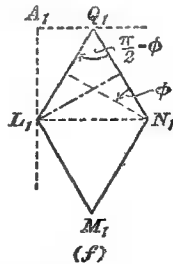
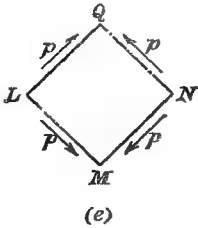
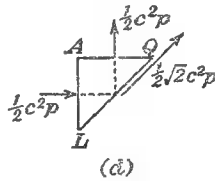
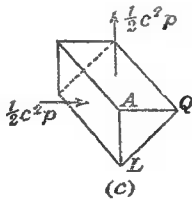
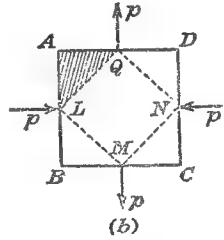
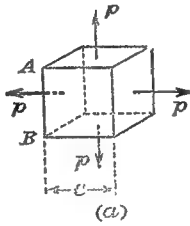
$\frac{p}{\epsilon}$  இற்குச் சமன்பாடுகள் (i) உம் (ii) உம் தரும் பெறுமானங்களைச் சமன்படுத்த,

$$3\beta = \frac{E}{1 - 2\sigma}.$$

அடுத்து அதே சதுரமுகிக் கட்டையில், ஆக ஒருசோடி எதிரான முகங்கள் மீது சீரான இழுவைத் தகைப்பொன்றையும், அதற்குச் சமனான நெருக்கு தகைப்பொன்றை வேறொரு முகமீதும், வேறெந்தத் தகைப்புக்களும் இன்றி பிரயோகிக்க. இவை படம் 7·27 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. L, M, N, Q என்பவை முறையே பக்கங்கள் AB, BC, CD, DA என்பவற்றின் மையப் புள்ளிகள் ஆகுக. சதுரமுகியில் ALQ ஐக் குறுக்கு வெட்டொன்றைக் கொண்ட பாகத்தைக் கருதுக ; படங்கள் 7·27 (c) யையும் (d) யையும் பாராக.

சதுரமுகியின் இப்பாகமீது தாக்குகின்ற புற விசைகள் (i) நிலைக்குத்து மேனோக்கி  $\frac{1}{2}c^2p$  யும், (ii) வலப்பக்க முகமாக  $\frac{1}{2}c^2p$  யும், (iii) அதனமீது சதுரமுகியின் அது ஒழிந்த பாகம் பிரயோகிக்கின்ற விலையும் ஆகும்.  $\frac{1}{2}c^2p$  என்னும் முதல் இரு விசைகளின் விளையுள்

$$2\left(\frac{1}{2}c^2p\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}c^2p.$$



படம் 7·28. E, σ, η, β என்னும் மீள்தன்மைக் குணங்களிடையேயுள்ள தொடர்புகள்.

இது  $LQ$  இற்குச் சமாந்தரமாகத் தாக்குகிறது. எனவே சமநிலையையிட்டுப் பாகம்  $ALQ$  மீது சதுரமுகியின் எஞ்சிய பாகம் பிரயோகிக்கின்ற விசை  $\frac{1}{2}\sqrt{2}c^2p$  யிற்குச் சமனாகவும் திசை  $QL$  இற்குச் சமாந்தரமாகவும் இருத்தல் வேண்டும். ஆனால் முகம்  $QL$  இன் பரப்பளவு  $\frac{1}{2}c\sqrt{2}.c = \frac{1}{2}\sqrt{2}c^2$  ஆகும். எனவே,  $LQ$  விற்குக் குறுக்கே கொய் தகைப்பு  $p$  உளது.

சதுரமுகியின் பாகம்  $LMNQ$  என்பதையும் அதன்மீது தாக்குகின்ற தகைப்புத் தொகுதியையும் படம் 7-28(e) காட்டுகிறது. இத்தகைப்புக்களின் விளைவாகப் படம் 7-28(f) இல் காட்டியுள்ளவாறு சதுரம்  $LMNQ$  ஆனது சாய்சதுரம்  $L_1M_1N_1Q_1$  என ஆகின்றது.

இனி  $M_1Q_1 = c\left[1 + \frac{p}{E} + \sigma\frac{p}{E}\right]$ ; எனவே  $M_1Q_1$  வழியேயுள்ள நீட்சி விகாரமானது  $\frac{p}{E}(1 + \sigma)$  ஆகும்; அதுபோலவே  $L_1N_1$  வழியே நெருக்கும் விகாரமொன்றுமுளது; அதன் அளவு  $\frac{p}{E}(1 + \sigma)$  ஆகும்.

$\epsilon = \frac{p}{E}(1 + \sigma)$  ஆகுக; அப்பொழுது  $AB, BC$  களின் புது நீளங்கள் முறையே  $c(1 + \epsilon)$  உம  $c(1 - \epsilon)$  உம் ஆகும்.  $L_1Q_1N_1 = \frac{\pi}{2} - \phi$  ஆகுக; இங்கு  $\phi$  என்பது கொய்வுக கோணம் ஆகும்;  $\Delta L_1N_1Q_1$  ஐக் கருதுக.

$$\begin{aligned} L_1N_1^2 &= (N_1Q_1 - L_1Q_1 \text{ சைன் } \phi)^2 + (L_1Q_1 \text{ கோசை } \phi)^2 \\ &= N_1Q_1^2 + L_1Q_1^2 - 2N_1Q_1 \cdot L_1Q_1 \text{ சைன் } \phi. \end{aligned}$$

$$\therefore \text{சைன் } \phi = \frac{L_1Q_1^2 + N_1Q_1^2 - L_1N_1^2}{2L_1Q_1 \cdot N_1Q_1} = \frac{2L_1Q_1^2 - L_1N_1^2}{2L_1Q_1^2}.$$

$$\text{ஆனால் } L_1Q_1^2 = A_1L_1^2 + A_1Q_1^2; \quad L_1N_1^2 = 4A_1Q_1^2.$$

$$\begin{aligned} \therefore 2L_1Q_1^2 - L_1N_1^2 &= 2[A_1L_1^2 - A_1Q_1^2] \\ &= 2(A_1L_1 - A_1Q_1)(A_1L_1 + A_1Q_1) \\ &= [c(1 + \epsilon) - c(1 - \epsilon)] \left[\frac{1}{2}c(1 + \epsilon) + \frac{1}{2}c(1 - \epsilon)\right] \\ &= 2c^2\epsilon. \end{aligned}$$

$$L_1Q_1^2 = \frac{1}{2}c^2 \text{ ஆதலின்,}$$

$$\phi = \text{சைன் } \phi = \frac{2c^2\epsilon}{c^2} = 2\epsilon.$$

$$\therefore p = n\phi = 2n\epsilon,$$

$$\text{அதாவது} \quad \epsilon = \frac{p}{2n}.$$

$$\text{ஆனால்} \quad \epsilon = \frac{p}{E}(1 + \sigma); \quad \text{எனவே} \quad 2n = \frac{E}{1 + \sigma}.$$



$3\beta = \frac{E}{1-2\sigma}$  உம்,  $2n = \frac{E}{1+\sigma}$  உம் ஆதலின், இவ்விரு சமன்பாடுகளிலிருந்தும்  $\sigma$  வை நீக்க,

$$\frac{3}{n} + \frac{1}{\beta} = \frac{9}{E}.$$

அதுபோலவே

$$\sigma = \frac{E}{2n} - 1 = \frac{3\beta - 2n}{6\beta + 2n}$$

எனக் காட்டலாம்.

(b) பகுப்புமுறை.—சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான கம்பியொன்று ஈர்க்கப்படுமிடத்து, ஈர்க்கும் விசைகள் தாங்குகின்ற திசையில் நீட்சியொன்றும் மேறபடி திசைககுச் செங்குத்தான எல்லாத் திசைகளிலும் சுருக்கம் ஒன்றும் தோன்றுகின்றன எனக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இனிச் சமவியல்புடைய திரவியமொன்றாலான அலகுச் சதுரமுகியொன்றைக் கருதுக; அதன் ஓரங்களுக்குச் சமாந்தரமான திசைகளில் தாங்குகின்ற மூன்று தகைப்புக்களால் அச்சதுரமுகி தாக்கப்படுக.  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  எனப்பன அத்தகைப்புக்களும்,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  எனப்பன அவற்றிற்கு ஒத்த விகாரங்களும் ஆகுக. தகைப்பானது அது பிரயோகிக்கப்படும் திசையில், பொருளை நீட்ட முயலுமாயின் அது நேரானது எனக் கருதப்படும்; அதாவது இழுவைத் தகைப்பு நேர் ஆகும். அப்பொழுது  $\epsilon_1$  ஆனது  $p_1$  ஐச் சாரும். அதன் அமைப்பில்  $p_2$  உம்  $p_3$  உம் சமச்சீராக இருக்கும். எனவே

$$\epsilon_1 = \lambda p_1 + \mu(p_2 + p_3),$$

$$\epsilon_2 = \lambda p_2 + \mu(p_3 + p_1),$$

$$\epsilon_3 = \lambda p_3 + \mu(p_1 + p_2).$$

இங்கு  $\lambda$ ,  $\mu$  என்ன மாறிலிகள்.  $\epsilon$  களின் தொடர்பாகப்  $p$  களைத் தரும் தீர்வுகளை இச்சமன்பாடுகளிலிருந்து பெறலாம். எனவே

$$p_1 = \lambda \epsilon_1 + \mu(\epsilon_2 + \epsilon_3),$$

$$p_2 = \lambda \epsilon_2 + \mu(\epsilon_3 + \epsilon_1),$$

$$p_3 = \lambda \epsilon_3 + \mu(\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

என நாம் எழுதலாம்.  $\lambda$  வும்  $\mu$  வும் கருதப்படுகின்ற பொருளினது திரவியத்தின் இயல்பைப் பொறுத்துள்ளன.

(i) அலகுச் சதுரமுகி வடிவுடைய பொருளொன்று மீது தாக்கும் அமுகக் கமானது  $p$  அளவு குறைக்கப்படுக; இதனால் பொருள் விரிகிறது.  $\Delta$  என்பது பின்ன விரி ஆகுக; அதாவது அது, தொடக்கக் கனவளவைக் குறித்துக் கனவளவு கூடுதலின் விகிதம் ஆகும். அப்பொழுது எல்லா விகாரங்களும் ஒன்றிற்கொன்று சமன் ஆதலின்,

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 = p_3 = -p, \\ \Delta &= \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \\ &= 3\epsilon. \end{aligned}$$

மேற்படி விகாரத்தை  $\epsilon$  என்க.

$$\text{எனவே} \quad -p = (\lambda + 2\mu)\epsilon = \frac{1}{3}(\lambda + 2\mu)\Delta;$$

$$\text{எனவே} \quad \beta = -\frac{p}{\Delta} = \frac{1}{3}(\lambda + 2\mu) \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$

(ii) அடுத்து சதுரமுகியின் ஓரமொன்றிற்குச் சமாந்தரமான அச்சொன்று வழியே தாக்குமாறு தகைப்பு பிரயோகிக்கப்படுக, அதாவது  $p_1 = p$  யும்  $p_2 = p_3 = 0$  உம் ஆகும். இது ஓர் எளிய நெட்டாங்கு இழுப்புக்குரிய எடுத்துக்காட்டாகும்; இங்கு இழு திசையிலுள்ள நீட்சியொன்றுடன் அத்திசைக்குச் செங்குத்தான திசைகளில் சுருக்கம் தோன்றும்.

அப்பொழுது

$$\begin{aligned} p_1 &= p = \lambda\epsilon_1 + \mu(\epsilon_2 + \epsilon_3), \\ 0 &= \lambda\epsilon_2 + \mu(\epsilon_3 + \epsilon_1), \\ 0 &= \lambda\epsilon_3 + \mu(\epsilon_1 + \epsilon_2). \end{aligned}$$

கடைசி இரு சமன்பாடுகளினதும் விளைவாக  $\epsilon_2 = \epsilon_3$ . எனவே

$$(\lambda + \mu)\epsilon_2 + \mu\epsilon_1 = 0;$$

எனவே பொய்சோனின் விகிதம்  $\sigma$  என்பது

$$\sigma = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

$$\text{இனி} \quad p = \lambda\epsilon_1 + 2\mu\epsilon_2,$$

$$\text{அத்துடன்} \quad \epsilon_2 = -\sigma\epsilon_1.$$

$$\text{எனவே} \quad p = (\lambda - 2\sigma\mu)\epsilon_1;$$

ஆகவே யங்வின் மட்டு  $E$ ,

$$E = \frac{p}{\epsilon_1} = \lambda - 2\sigma\mu \quad . \quad . \quad . \quad (ii)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

(iii) அடுத்து கொய்வுறும் அலகுச் சதுரமுகியொன்றைக் கருதுக இவ்வெடுத்துக்காட்டில் கொய் தகைப்புக்கள்  $p_1 = -p_2 = p$  களாலும்  $p_3 = 0$  ஆலும் தரப்படுகின்றன. அப்பொழுது

$$\begin{aligned} p &= \lambda\epsilon_1 + \mu(\epsilon_2 + \epsilon_3), \\ -p &= \lambda\epsilon_2 + \mu(\epsilon_3 + \epsilon_1), \\ 0 &= \lambda\epsilon_3 + \mu(\epsilon_1 + \epsilon_2). \end{aligned}$$

இச்சமன்பாடுகளுள் முதல் இரண்டையும் கூட்டினால்

$$0 = (\lambda + \mu)(\epsilon_1 + \epsilon_2) + 2\mu\epsilon_3.$$

அவற்றுள் கடைசியானதைப் பயன்படுத்தி ஏற்கெனவே பெற்றுள்ள திலிருந்து  $(\epsilon_1 + \epsilon_2)$  என்பதை நீக்க,

$$0 = -(\lambda + \mu)\lambda\epsilon_3 + 2\mu^2\epsilon_3.$$

எனவே

$$\lambda^2 + \mu\lambda - 2\mu^2 = 0,$$

அதாவது  $\lambda = \mu$  அல்லது  $\lambda = -2\mu$  என்பன உண்மையாக இராவிட்டால்  $\epsilon_3 = 0$ ; அப்பொழுது  $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 0$ ; உடன வருகின்ற வகுப்பு காட்டுகிறபடி ஒன்றில்  $n = 0$  அல்லது  $\beta = 0$  ஆனாலன்றி மேற்படி நிபந்தனையானது நடைமுறையில் தோன்றாது.  $\epsilon = \epsilon_1 = -\epsilon_2$  என எழுதினால்,

$$p = (\lambda - \mu)\epsilon.$$

ஆனால்  $\epsilon = \frac{1}{2}\phi$ ; இங்கு  $\phi$  கொய்வு விகாரம். [ப. 304 இற்காண்க].

$$\therefore n = \frac{p}{\phi} = \frac{1}{2}(\lambda - \mu) \quad . \quad . \quad . \quad (iii)$$

$$3\beta = \lambda + 2\mu \text{ எனவும்}$$

$$2n = \lambda - \mu \text{ எனவும்}$$

ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

$$\therefore \mu = \beta - \frac{2}{3}n \text{ உம் } \lambda = \beta + \frac{4}{3}n \text{ உமாம்.}$$

$$\therefore \sigma = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\beta - \frac{2}{3}n}{2\beta + \frac{4}{3}n} = \frac{3\beta - 2n}{6\beta + 2n}; \quad . \quad . \quad . \quad (iv)$$

மேலும் இங்கு  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  என்பவற்றிற்கு ஏற்கெனவே கண்டுகொண்ட அவற்றின் பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டால்,

$$E = (\lambda - 2\sigma\mu) = \frac{9\beta n}{3\beta + n} \quad . \quad . \quad . \quad (v)$$

$E$  இற்கும்  $\sigma$  இற்கும் மேற்படிச் சூத்திரங்களை நிலைநிறுவிதற் குரிய காரணம் என்னவென்றால்,  $\lambda$  வையும்  $\mu$  வையும் மீள்தன்மைக் குணகங்கள்  $\beta$ ,  $n$  என்பவற்றுடன தொடர்புபடுத்தும் சமன்பாடுகளிலிருந்து, அவற்றை உடனே பெறமுடிகின்றது என்பதேயாம். இனி நடைமுறையில்  $\beta$ ,  $\sigma$  என்பவற்றைக் காட்டிலும்  $E$ ,  $n$  என்பவையே வழக்கமாகப் பரிசோதனை முறைப்படி எளிதிற் காணப்படுகின்றன. எனவே  $E$ ,  $n$  என்பவை தொடர்பாக  $\sigma$  வையும்  $\beta$  வையும் எடுத்துக் கூறுதல் தேவைப்படுகிறது.

$$E = \lambda - 2\sigma\mu = \lambda - \frac{2\mu^2}{\lambda + \mu} \text{ உம்}$$

$$2n = \lambda - \mu \text{ வும் ஆதலின்}$$

$$E - 2n = \mu \left[ 1 - \frac{2\mu}{\lambda + \mu} \right] = \mu \cdot \frac{\mu - \lambda}{\lambda + \mu}.$$

$$\therefore \frac{E - 2n}{2n} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \sigma,$$

$$\text{அதாவது} \quad \sigma = \left( \frac{E}{2n} - 1 \right) \quad . \quad . \quad . \quad (vi)$$

$E = \lambda - 2\sigma\mu$ ,  $2n = \lambda - \mu$  ஆகிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க,

$$\mu = \frac{E - 2n}{1 - 2\sigma} = \frac{(E - 2n)n}{3n - E} \quad \left[ \because \sigma = \frac{E}{2n} - 1 \right].$$

$$\therefore \lambda = 2n + \mu = \frac{4n^2 - nE}{3n - E}$$

$$\beta = \frac{1}{3}(\lambda + 2\mu) = \frac{En}{9n - 3E} \quad . \quad . \quad . \quad (vii)$$

பொய்சோனின் விகிதத்தின் எல்லைப் பெறுமானங்கள்.  $\sigma = \frac{3\beta - 2n}{6\beta + 2n}$

என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டுள்ளது.  $n$  ஆனது தவிர்க்க முடியாதபடி நேர்க்கணியமொன்றாகும்; எனவே அதன் இழிவுப் பெறுமானம் பூச்சியம் ஆகும். பொய்சோன் விகிதத்தின் உயர்வுப் பெறுமானம் 0.5 ஆகும்; அது  $n=0$  ஆகுமிடத்துத் தோன்றும். மற்றப்படி,  $n=\infty$  ஆகுமிடத்து

$$[\sigma]_{n \rightarrow \infty} = \left[ \frac{\frac{3\beta}{n} - 2}{\frac{\beta}{n} + 2} \right]_{n \rightarrow \infty} = -1$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\text{எனவே} \quad -1 < \sigma < 0.5.$$

இருந்தாலும் நடைமுறையில்  $\sigma$  ஒரு நேர் எண் ஆதல் வேண்டும்; எடுத்துக்காட்டாக, அது மறை எண்ணை இருக்குமாயின் அத்தகைய திரவியத்தாலான கம்பியொன்றை ஈர்க்கும் விசைகள் தாக்குமிடத்து அது ஈர்க்கப்படும் திசைக்குச் செங்குத்தான திசையில் விரியும். உலோகம் (அல்லது வேறொரு பொருள்) எதுவாகிலும் அது இவ்வாறு ஆற்றாது. எனவே, நடைமுறையில்

$$0 < \sigma < 0.5.$$

மீள்தன்மைக் குணகங்களிடையேயுள்ள வேறுசில முதன்மையான தொடர்புகள்.—சமவியல்பான திரவியமொன்றைக் கருதுக; அதில் உள்ள தலைமையான தகைப்புக்கள்  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  என்பவை ஆகுக. ஒவ்வொன்றும்

தனியாகத் தாக்கீப் பிறப்பிக்கும் அதே விகாரத்தையே இப்பொழுதும் பிறப்பிக்கும். இனி இழுவைத் தகைப்பு  $p_1$  இன் சொந்தத் திசையிலே விகாரம்  $\epsilon_1$  எனபது உடன்தோன்றும் ; அதன் பருமன்

$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; இங்கு  $E$ , தரப்பட்ட திரவியத்தினது யங்ஙின் மட்டு. மற்றை இரு தலைமைத் தகைப்புக்களின் திசைகளிலே, தலைமைத் தகைப்பு  $p_1$  இனால் ஆகும் விகாரங்கள்

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = -\sigma \epsilon_1 = -\frac{\sigma}{E} \cdot p_1.$$

எல்லா மூன்று தகைப்புக்களும் தொழிற்படும்போது

$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_2 + p_3), \quad \epsilon_2 = \frac{p_2}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_3 + p_1),$$

$$\epsilon_3 = \frac{p_3}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_1 + p_2).$$

$p_1 = p_2 = p_3$  எனின், விகாரம் ஒரு மாறிலியாகும் ; அது

$$\epsilon = \frac{p}{E} (1 - 2\sigma)$$

இனால் தரப்படுகிறது.

$$\therefore \beta = \frac{p}{\Delta} = \frac{p}{3\epsilon} = \frac{1}{3} \left[ \frac{E}{1 - 2\sigma} \right].$$

எடுத்துக்காட்டு.—பக்க விகாரம் முற்றிலும் தடுக்கப்பட்ட முறையில் எரிக்கப்பட்ட சமவியல்பான திரவியமொன்றாலான கோலொனரிலுள்ள விகாரங்களைக் கணிக்க.

ஏற்கெனவே நிலைநிறுத்தியுள்ள தொடர்புகளிலிருந்து

$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_2 + p_3), \quad \epsilon_2 = 0 = \frac{p_2}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_3 + p_1), \quad \epsilon_3 = 0 = \frac{p_3}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_1 + p_2).$$

$$\therefore p_2 = p_3.$$

எனவே,

$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{2\sigma}{E} \cdot p_1,$$

$$0 = \frac{p_2}{E} - \frac{\sigma}{E} (p_2 + p_1).$$

$$\therefore p_2 \left[ \frac{1}{E} - \frac{\sigma}{E} \right] = \frac{\sigma}{E} \cdot p_1$$

$$\therefore p_2 = p_1 \left( \frac{\sigma}{1 - \sigma} \right).$$

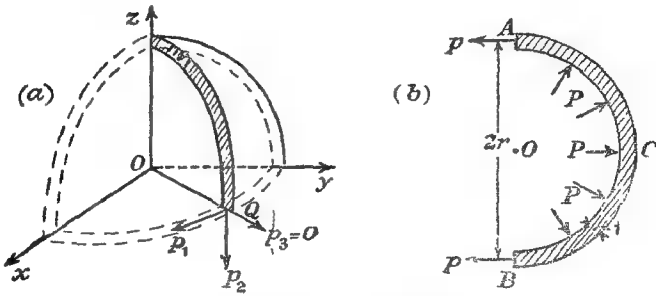
$$\therefore \epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{2\sigma}{E} \left( \frac{\sigma}{1 - \sigma} \right) p_1 = \frac{p_1}{E} \left[ \frac{1 - \sigma - 2\sigma^2}{1 - \sigma} \right].$$

$\sigma = 0.25$  எனின்,

$$\epsilon_1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{p_1}{E};$$

அதாவது, நீட்சியானது, பிரயோகிக்கப்படும் இழுப்பின் திசைக்குச் செங்குத்தான திசைகளில் அதே கோல் சுருங்குமாறு விடப்பட்டு, முந்திய விசைக்குச் சமமான விசையொன்றால் ஈர்க்கப்படுவதால் உடையாகும் நீட்சியைக் காட்டிலும் ஆறில் ஒன்று சிறிது.

**உள்ளழுக்கத்துக்கு உட்பட்ட மெல்லிய கோளவோடொன்றில் தகைப்புக்கள்.**— கோளவோடொன்று அழுக்கமுறும் பாயியொன்றைக் கொண்டிருக்கும்பொழுது, அதன் சவாகளின் புள்ளிகள ஓவ்வொன்றிலும் அச்சவர்களுக்குச் செங்குத்தான, சீரான, அதிகப்படியான, அழுக்க மொன்று உளது; இங்கு பாயியின் நிறை புறக்கணிக்கப்படுகிறது. இம் மேலதிகமான அழுக்கம்  $P$  ஆகுக. எனவே ஓட்டுத் திரவியம் தகைப்புறு



படம் 7.29. மெல்லிய கோளவோடொன்றில் தகைப்புக்கள்.

கிறது. படம் 7.29 (a) யைக் கருதுக; இங்கு கோளவோட்டின் எட்டில் ஒன்று காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அதிலிருந்து ஒருபகுதி அப்புறப்படுத்தப் பட்டிருக்கிறது. தளம்  $xOy$  யிலுள்ள ஓட்டுப் புள்ளி  $P$  யில் தாக்குகின்ற மூன்று தலைமைத் தகைப்புக்களைக் கருதி, ஓட்டிலுள்ள தகைப்புக்கள் பற்றிய எல்லாச் செய்திகளையும் பெறலாம். இத்தலைமைத் தகைப்புக்கள்  $p_1, p_2, p_3$  ஆகும்; அவை முறையே  $Q$  விலுள்ள வெட்டின் மூலக மொன்றிற்குச் செங்குத்தாகவும்,  $zO$  விற்குச் சமாந்தரமாகவும், நீட்டிய  $OQ$  வழியேயும் தாக்குகின்றன. மெல்லிய ஓடுகளுக்கு ஆரைத் தகைப்பு  $p_3$  பூச்சியம் எனக் கொள்ளலாம்; மேலும் சமச்சீரையிட்டுப்  $p_1 = p_2 = p$  (என்க);  $p$  தொடலித் தகைப்பு எனப்படும்.  $p$  யை மதிப்பிடும்பொருட்டு, முழு ஓடும், விட்டத்தளம்  $AOB$  இனால் இருசம பாகங்களாக வெட்டப்படுக, படம் 7.29 (b). தீட்டப்பட்ட பாகம் அப்புறப்படுத்தியும், ஆனால் இருப்பு அரைக்கோளமீதுள்ள விசைகள் மாறாமலும் இருக்கின்றன எனக் கற்பனை செய்வோம். இவ்வரைக்கோளத்தின் சமநிலையைக் கருதுவோம். ஓட்டின் தடிப்பு  $\parallel$  ஆகுக; அது ஆரை  $r$  ஐக் காட்டிலும் சிறிது எனக் கொள்ளப் படுகிறது; பாகம்  $ACB$  மீது அப்புறப்படுத்தியுள்ள பாகத்தால் பிரயோகிக் கப்படுகின்ற விசைகள் விளையுள்  $2\pi r \cdot p$  உடையன; இது அரைக்கோளமீது உள்ளே இருக்கின்ற மேலதிகமான அழுக்கத்தாலாகும் விளையுள் விசை

P.  $\pi r^2$  இற்குச் சமன். எனவே

$$2\pi r t . p = \pi r^2 . P ;$$

ஆகவே

$$p = \frac{Pr}{2t}.$$

$p_1 = p_2$  ஆதலாலும்,  $p_3$  பூச்சியம் எனக் கொள்ள முடிகிறபடியாலும் ஓட்டுப் புள்ளிகள் யாவற்றிலும் தொடலி விகாரம் மாறாது இருக்கும்; அது

$$e = \frac{p_1}{E} - \frac{\sigma}{E} . p_2 \quad [\text{ப. 354 இற் காண்க}]$$

$$= \frac{Pr}{2tE} (1 - \sigma)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு கருதப்படும் ஓட்டுத் திரவியத்திற்கு E எனப்பது யங்வின் மட்டும்,  $\sigma$  எனப்பது பொய்சோனின் விகிதமும் ஆகும்.

உள்ளமூக்கத்தால் தாக்கப்படும் மெல்லிய உருளையோடொன்றில் தகைப்புக்கள்.—அமுககமுறும் பாயியைக் கொண்ட குழாய் அல்லது கொதி கலம் போன்ற மெல்லிய உருளையோடொன்றுள் மேலதிகமான அமுககம் P ஆகுக. அப்பொழுது, பாயியின் நிறையைப் புறக்கணிக்குமிடத்து, அமுககம் எங்கும் மாறாமலும் சுவாகளுக்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்திருக்கும். தலைமைத் தகைப்புகள் (a) குறுக்கு வெட்டினது எல்லைக் கோட்டின தொடலித் திசையிலும் (b) உருளையச்சுக்குச் சமாந்தரமான நோகோடொன்று வழியேயும் (c) கருதப்படும் புள்ளியூடே செல்லுகின்ற ஆரை வழியேயும் அமைந்திருக்குமாறு திரவியம் தகைப்புறும். இவை படம் 7.30(a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அவை முறையே பரிதி அல்லது வளையத் தகைப்பு  $p_1$  எனவும், நெட்டாங்குத் தகைப்பு  $p_2$  எனவும், ஆரைத் தகைப்பு  $p_3$  எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன; அவையே தலைமையான மூன்று தகைப்புக்கள். மெல்லிய ஓடுகளினிடத்து, மறறை இரு தலைமைத் தகைப்புக்களைக் காட்டிலும் ஆரைத் தகைப்பு எப்பொழுதும் சிறிதே.

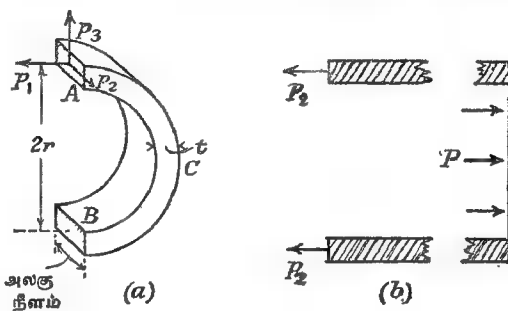
இடையீடு அலகுத்தாரமாகவும், ஓட்டின அச்சுக்குச் செங்குத்தாகவுமுள்ள, இரு தளங்களுக்கிடையேயுள்ள ஓட்டுப்பகுதியின் அரைவாசிமீது தாக்குகின்ற விசைகளைக் கருதுக.  $p_3 \rightarrow 0$ ; எனவே அத்தகைப்பு புறக்கணிக்கப்படுகிறது.  $p_1$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணும்பொருட்டு, வெட்டின் அப்புறப்படுத்தியுள்ள பாகத்தால் ACB மீது A யிலும் B யிலும் தாக்குகின்ற விசைகள் ABC மீது தாக்குகின்ற விளையுள் விசையால் சமமாக்கப்படுகிறது என்னுஞ் செய்தியைப் பயன்படுத்துகிறோம். விளையுள் விசையானது மாறாது இருக்கின்றது எனக் கொள்ளப்படுகிறது. A யில் (அல்லது B யில்) உள்ள விசையானது  $p_1 t$  ஆகும்; அதே நேரத்தில், பாயியின் மேலதிகமான அமுககத்தால் வளைபரப்புமீது தாக்குகின்ற விசை ( $2r \times 1$ ) P ஆகும். சமநிலையையிட்டு

$$2p_1 t = 2rP \quad \text{அல்லது} \quad p_1 = \frac{Pr}{t}.$$

நெட்டாங்குத் தகைப்பு  $p_2$  ஐக் கணிக்கும் பொருட்டு, படம் 7.30 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு, உருளையின் பாகமொன்று அப்புறப்படுத் தப்பட்டுள்ளது எனக் கற்பனை செய்க ; எஞ்சியிருக்கின்ற பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுக. அப்பொழுது அப்புறப்படுத்தியுள்ள பாகத்தால் திரவியத்தில் பிரயோகிக்கப்படும் விசையானது  $2\pi r t \cdot p_2$  ஆகும். முழுதும் சமநிலையில் இருக்குமாயின் இது உருளையின் நுனிமீது தாக்குகின்ற விசை  $\pi r^2 \cdot P$  யிற்குச் சமனாய் இருத்தல் வேண்டும். எனவே

$$p_2 = \frac{Pr}{2t}.$$

எனவே பரிதித் தகைப்பானது நெட்டாங்குத் தகைப்பின் இரு மடங்காகும்.



படம் 7.30. மெல்லிய உருளையொன்றினுள் தகைப்புக்கள்.

பரிதி விகாரமும், நெட்டாங்கு விகாரமும் முறையே  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  ஆகுக. அப்பொழுது

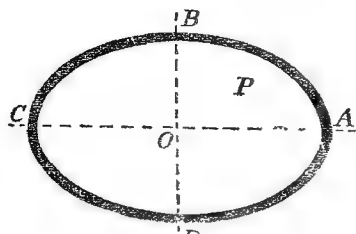
$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{\sigma}{E} \cdot p_2 = \frac{Pr}{Et} (1 - \frac{1}{2}\sigma),$$

$$\epsilon_2 = \frac{p_2}{E} - \frac{\sigma}{E} \cdot p_1 = \frac{Pr}{Et} (\frac{1}{2} - \sigma).$$

**மெல்லிய முட்டையுரு உருளை.**—முட்டையுரு வெட்டுடைய மெல்லிய உருளைகளிடத்து, அதன எல்லைகளோடு வழியே வளையத் தகைப்பானது புள்ளிகள்தோறும் மாறும் ; மேலும் முட்டையுரு வெட்டானது வட்ட வடிவத்தைக் கொள்ள முயல்கிறது. எனவே படம் 7.31 இல் காட்டியுள்ள நீளவளையவுருளையொன்றின் குறுக்கு வெட்டடக் கருதுவோமாயின் B, D போன்ற இழிவு வளைவு உடைய புள்ளிகளின் அண்டையில் வளைவு கூடுமாறு கூனல் திருப்பம் தொழிற்படும் ; A யிலும் C யிலும் வளைவு ஓர் உயர்வாகும் ; எனவே அங்கு வளைவு சுருங்குமாறு கூனல் திருப்பங்கள் தொழிற்படும். A யில் அல்லது C யிலுள்ள வளையத் தகைப்பை முந்திய பந்திகளிற் செய்ததுபோல் இங்கும் கணித்துக் கொள்ளலாம் ;



அது



படம் 7-31. மெல்லிய முட்டையுரு உருளியிலுள்ள தகைப்புக்கள்.

$$(p_1)_A = \frac{P.OA}{t}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

B யில் அல்லது D யில் வளைத் தகைப்பு  $P.OB \div t$  ஆகும்.

அதுபோலவே நெட்டாங்குத் தகைப்பு

$$p_2 = \frac{P \times \text{குழாயின் உள்வெட்டுப்பரப்பு}}{t \times \text{குழாயின் சுற்றளவு}}$$

இந்தியா நப்பருக்குப் பொய்சோனின் விசுத்தைப் பரிசோதனை முறைப் படி துணிதல்.—படம் 7-32 (a) யில், AB ஆனது நீளம் கிட்டத்தட்ட ஒரு மீற்றரும், விட்டம் 2சமீ. உம், மெல்லிய சுவரும் கொண்ட இந்தியா நப்பாக்கு குழாய்த் துண்டொன்றாகுக. மூடப்பட்டிருக்கின்ற அதன கீழ் நுனியானது கொளுக்கியொன்றைக் கொண்டுள்ளது; அக்கொளுக்கியிலிருந்து வெவவேறு சுமைகளைத் தொங்கவிடலாம். மேல்முனை A ஆனது மயிர்த்துளைக்குழாய் C ஐக் காவும் நப்பர் அடைப்பானொன்றால் மூடப்பட்டிருக்கிறது. நப்பர்க்கு குழாயும் C யின் ஒரு பகுதியும் வளி அகற்றிய நீரால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது; விறைப்பான தாளொன்றால் ஆய்கருவி தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. நப்பர்க்கு குழாய்மீது சுமையேற்றப்பட்டால் அது ஈர்க்கப்படும்; அதே நேரம் அதன உட்கனவளவு கூடி, C யில் பிறையுரு இறங்கும். பிறையுருவின் இறக்கத்திலிருந்து உட்கனவளவு மாற்றம் அறியப்படுகிறது; மேலும் குழாய் AB யின் நீட்சி அளக்கப்படின் இந்தியா நப்பருக்குப் பொய்சோனின் விசுத்தின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

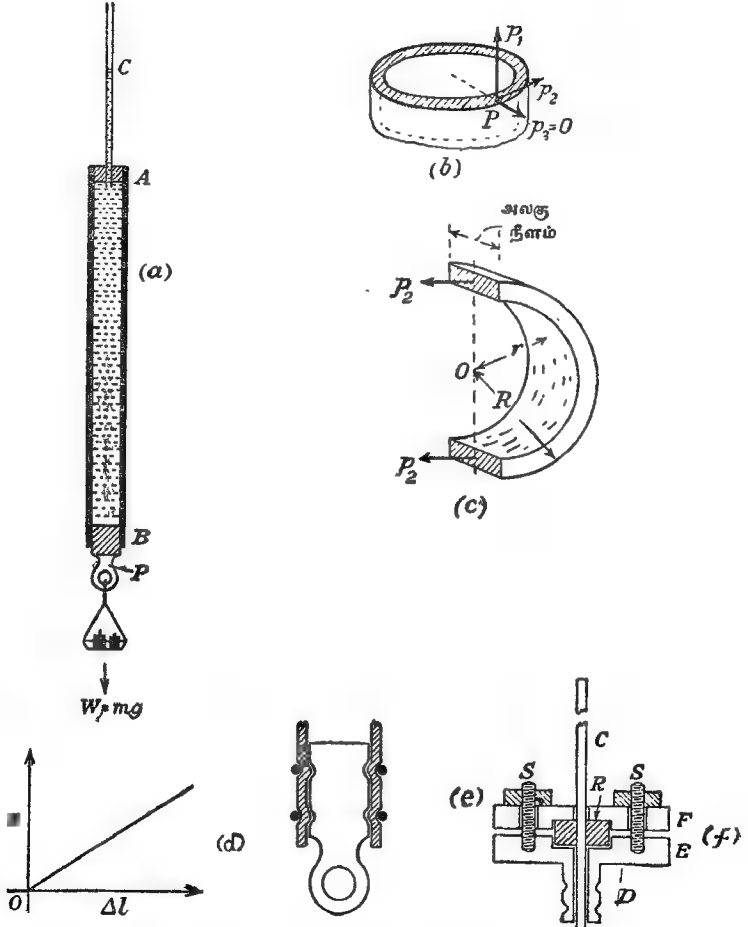
நப்பர்க்கு குழாயின் உட்கனவளவு  $v$  யும், நீளம்  $l$  உம், அதன் குறுக்கு வெட்டு உள்ளாரை  $r$  உம் ஆகுக. திணிவு  $m$  ஆற சுமையேற்றிய பின்னர்  $l + \Delta l$  உம்  $r + \Delta r$  உம் முறையே  $l + \Delta l$  உம்  $r + \Delta r$  உம் ஆகுக. அதே நேரம் உட்கனவளவு  $v + \Delta v$  ஆகுக.

$$v = \pi r^2 l \quad \text{ஆதலின்} \quad \Delta v = \pi r^2 \Delta l + 2\pi r l \Delta r \quad \text{ஆகும்.}$$

பொய்சோனின் விசுதம்  $\sigma$  வுடன் இம்மாற்றங்களைத் தொடர்புபடுத்தும் பொருட்டுக் குழாய்ச் சுவர்களுள் இருக்கின்ற புள்ளி P யில் தாக்குகின்ற மூன்று தலைமைத் தகைப்புக்களைக் கருதுவோம். படம் 7-32 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு அவை  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  ஆகும்;  $p_1$  ஆனது அச்சுத் தகைப்பு;  $p_2$  பரிதித் தகைப்பு,  $p_3$  ஆரைத் தகைப்பு; குழாய்ச் சுவர்கள் மெல்லியவை ஆதலின், கடைசித் தகைப்பைப் பூச்சியம் எனக் கொள்ளலாம். இனி

$$p_1 = \frac{mg}{\pi(R^2 - r^2)};$$

இங்கு  $R$  என்பது குழாயின் குறுக்குவெட்டின் வெளியாரை ஆகும்.  $p_2$  ஐக் காணும்பொருட்டுக் குழாயில் அலகு நீளமொன்றைக் கருதுக. அது இரு சமதொடாங்கான கூறுகளாகப் பிரிக்கப்படுக; அவற்றுள்



படம் 7.32. இந்தியா றப்பருக்குப் பொம்சோனின் விதித்ததைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.

ஒன்று படம் 7.32(c) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வெட்டின் தட்டையான செவ்வக நுனிகள் மீது குழாயின் அப்புறப்படுத்தப்பட்ட பாகத்தாலாகும்

விசைகளின் தொகை

$$2p_2 [1 \times (R - r)]$$

ஆகும். குழாயுள் எங்கும் அமுக்கமானது வளிமண்டலவழுக்கம் எனின், வளைபரப்புக்கள் மீதுள்ள விளையுள விசை பூச்சியமாகும் ; எனவே மேற்படி விசையும் பூச்சியம் ஆதலவேண்டும். இது குழாயிலுள்ள நீரால் ஆகின்ற அமுக்கத்தின் புறக்கணிப்பை ஒத்திருக்கிறது. எனவே

$$p_2 = 0.$$

$\epsilon_1$  ஆனது அச்ச அல்லது நெட்டாங்கு விகாரமும்,  $E$  ஆனது இந்தியாற்பரினது யங்வின் மட்டும் எனின்,

$$\epsilon_1 = \frac{p_1}{E} - \frac{\sigma}{E} p_2 = \frac{p_1}{E}, \quad [\because p_2 = 0]$$

ப. 354 இற் காண்க ; ஆனால் இது  $\frac{\Delta l}{l}$  ஆகும் ; எனவே  $E$  இற்குப் பெறுமானம் காணமுடியும்.

இனி 
$$\epsilon_2 = \frac{p_2}{E} - \frac{\sigma}{E} p_1 = -\frac{\sigma}{E} p_1 = -\sigma \epsilon_1.$$

ஆனால் 
$$\epsilon_2 = \frac{2\pi (r + \Delta r) - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{\Delta r}{r}.$$

எனவே 
$$\sigma = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = -\frac{\Delta r}{r} \div \frac{\Delta l}{l}.$$

ஆனால் 
$$\frac{\Delta v}{\Delta l} = \pi r^2 + 2\pi r l \frac{\Delta r}{\Delta l}.$$

இதிலிருந்து 
$$\sigma = -\frac{l}{r} \left( \frac{\Delta v}{\Delta l} - \pi r^2 \right) \frac{1}{2\pi r l} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\pi r^2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta l} \right].$$

மயிர்த்துளைக் குழாயின் ஆரை  $a$  எனின்,

$$\Delta v = \pi a^2 \cdot \Delta x ;$$

இங்கு நீர்மட்ட இறக்கமானது  $v$  யின் ஏற்றத்தை ஒத்திருக்கிறபடியால்,  $C$  யில் பிறையுருவினது மட்டத்தின் இறக்கம்  $\Delta x$  ஆகும்.

$$\therefore \sigma = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{a^2}{r^2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta l} \right].$$

எனவே ஒரு தொகையான சுமைகளைப் பயன்படுத்தி  $\Delta x$ ,  $\Delta l$  என்பவற்றின், அதற்கு ஒத்த பெறுமானத் தொடர்களைக் குறித்தால், அவ்வாறு கிடைத்த நேர்கோட்டின் சரிவைப் பயன்படுத்தி  $\sigma$  வின் பெறுமானத்தைக் காணமுடிகின்றது, படம் 7-32 (d).

நகரும் நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தியே  $x, l$  என்பவற்றின் மாற்றங்களை அளத்தல் வேண்டும் ; செருகியில்,  $P$  என்னும் இடத்தில், பொருத்தப்பட்டுள்ள ஊசி  $P$  ஐப் பயன்படுத்தி  $\Delta l$  ஐ அளக்கலாம்.

றப்பர்க் குழாய்க்கும் ஆய்கருவியின் எஞ்சிய பகுதிக்குமிடையேயுள்ள மூட்டுக்களில் பொசிவுகள் தோன்றாதவாறு கீழ்வரும் உபகரணங்கள் பயன்படுகின்றன. அதன் வளைபரப்பைச் சுற்றி இரு தவாளிகள் உடையதும் அதன் கீழ் முனையிற் பித்தனை வளையமொன்று இணைக்கப்பட்டதுமான திண்மப் பித்தனைத் துண்டொன்றால் முனை  $B$  அடைக்கப்பட்டுள்ளது ; வளையத்திலிருந்து தெரிந்த சுமையொன்றைத் தொங்கவிடலாம். அடைப் பாளை றப்பர்க் குழாயின் கீழ் நுனியுட் செலுத்தி, அது இரும்புக் கம்பியால் உறுதிப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது, படம் 7.32 (e) ஐக் காண்க.

பயன்படுத்தப்படும் திரவம் நீர் ஆதலின், அதனுள் பிறையுரு சுயாதீனமாக இயங்கும் பொருட்டு மயிர்த்துளைக் குழாயானது துப்புரவாய் இருத்தல் வேண்டும். இதை எளிதிற செய்வதற்கும் அதே நேரம் பொசிவில்லா மூட்டொன்றைப் பெறுவதற்கும், பித்தனைத் தட்டு  $E$  உடன் திண்மப் பித்தனைச் செருகி  $D$  பற்றரசு பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 7.32 (f). தட்டில் இரு திருகுகள்  $S$  உள் ; இரண்டாவது பித்தனைத் தட்டொன்றாடே இத்திருகுகள் செல்லுகின்றன. ஓர் உருளை வடிவான றப்பர்ச் செருகியின் அரைவாசியைக் கிட்டத்தட்டக் கொள்ளுமாறு  $E$  யும்  $F$  உம் உட் குழிவாக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; செருகி ஊடே கண்ணாடிக் குழாய் செல்லுகின்றது ; கண்ணாடிக் குழாய்  $C$  இறகு இடங்கொடுக்கு முகமாகத் தட்டுக் களும் செருகியும் அமைந்திருக்கும் பொழுது துளைக்கப்படுகின்றன.  $F$  அசையாதவாறு  $S$  இலுள்ள சுரைகள் அதைப் பிடித்திருக்கின்றன ; மேலும் அவை, மூட்டுப் பொசியாதவாறு தட்டுக்கள் றப்பர்ச் செருகியை இறுக்கிப் பிடிப்பதற்கும் உதவுகின்றன. துப்புரவாக்கல் முதலியவற்றிற்கு முழு ஆய்கருவியும் எளிதில் கழற்றப்படுகிறது.

**விகாரச் சக்தி.**—மீள்தன்மைப் பொருளொன்றை விகாரப்படுத்துகின்ற விசைகளின் திசையில் அப்பொருள் இளகுகிறது ஆதலின், அப்பொருளை விகாரப்படுத்துவகாலே அவ்விசைகள் வேலை செய்கின்றன எனப்பது தெளிவு. பொருளின் மூலகமொவ்வொன்றினமீதுஞ் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கீரணும்பொருட்டு அவ்வொவ்வொரு மூலகத்தையும் அதன் பரப்பு மீது தாக்குகின்ற விசைகளால் தாக்கப்படும் தனித்த பொருளொன்று எனக் கூருதலாம். உளளே இருக்கின்ற மூலகமொன்றினிடத்து, அதன் பரப்பில் தாங்குகின்ற விசைகள் உளதகைப்புக்களிலிருந்து உறபத்தியாகின்றவையே ; ஆனால் பொருளின் பரப்பிலுள்ள மூலகமொன்றிற்கு விகாரப்படுத்தும் விசைகள், பொருளில் அதற்கு அடுத்துள்ளதாய் இருக்கின்ற பாகங்களின் தாக்கம், அதன் வெளியெல்லமீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற விசைகளின் தாக்கம் என்பவற்றால் ஆகின்றன. பொருளின் எல்லா மூலகங்கள் மீதுஞ் செய்யப்படுகின்ற முழு வேலையும் அப்பொருளை விகாரப்

படுத்துமிடத்துச் செய்யப்படும் வேலை ஆகும். உள்விசைகள் சமனெதிர் ஆன உறுப்புக்களைக் கொண்ட சோடிகளாலேயே அமைக்கப்பட்டிருக்கிறபடியால் இவ்வாறு கணிக்கப்படுகின்ற முழு வேலையானது புற விசைகளாற் செய்யப் பட்ட வேலைக்குச் சமன்.

விகாரப்பட்ட பொருள் ஒன்றை விகாரப்படாத நிலைக்குத் திரும்பவும் மந்தமாக மீளமாறு விட்டால், அப்பொருளானது பூரண மீள்தன்மை உடையதாயின், அதை விகாரப்படுத்தும் பொருள்கள் மீது விகாரம் கூடும்பொழுது இருந்த அதே விசைகளை அது இப்பொழுதும் பிரயோகிக்கும். எனவே விகாரப்பட்ட பொருளானது அதன் இயல்பான நிலையை மீளும்பொழுது செய்யும் வேலை அதை விகாரப்படுத்துவதற்கு புறப்பொருள்கள் செய்த வேலைக்குச் சமன். பூரண மீள்தன்மையுடைய பொருளொன்றுமீது செய்த வேலை முழுவதையும் அப்பொருள் திருப்பித் தரக்கூடும் என இக்கருத்துக்களிலிருந்து தெளிவாகிறது; எனவே, இத்தகைய பொருளொன்றின் மீது செய்யப்பட்ட வேலையானது அதனுள் சக்தியாகச் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்றது எனக் கருதுதல் வசதியானது; இது மீள்தன்மைச் சக்தி அல்லது விகாரச் சக்தி எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

ஈர்க்கப்பட்ட கம்பியொன்றில் விகாரச்சக்தி.—நுனியொன்றில் நிலையாக் கப்பட்ட கம்பியொன்று சீராக அதிகரிக்கின்ற விசை  $F$  இனால் ஈர்க்கப்படுகின்றது எனக் கருதுவோம். [உண்மையில் ஒவ்வொரு நுனியிலும் விசையொன்று என்றவாறு, கம்பி இரு எதிரான விசைகளால் தாக்கப்படுகிறது; ஆனால் நுனியொன்று நிலையாக் கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்ளப்படுகிறபடியால் ஒரு விசை மட்டுமே வேலை செய்கிறது.]  $l$  கம்பியின் இயல்பான நீளத்தையும்,  $S$  அதன் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவையும் குறிக்க. விகாரம்  $e$  உம் நீட்சித் தகைப்பு  $p$  யும் ஆகுக. அப்பொழுது மீள்தன்மை எல்லையை விஞ்சாத கம்பியின் நீட்சி  $le$  உம், கம்பியின் இந்நீட்சி  $\delta(le)$  ஆல் கூடும்பொழுது செய்யப்படும் வேலை

$$\delta W = (pS) \delta(le) = pSl \delta(e).$$

$\therefore$  விகாரத்தை 0 இலிருந்து  $e_0$  வரை கூட்டிய பொழுது செய்யப்பட்ட முழு வேலையும்

$$W = \int_0^{e_0} pSl de = SlE \int_0^{e_0} e de \quad \left[ \because E = \frac{p}{e} \right]$$

$$= \frac{1}{2} SlE e_0^2.$$

பிரயோகிக்கப்பட்ட உயர்வுவிசை  $F_0$  எனின்,

$$E = \frac{F_0}{S} \div e_0.$$

$$\therefore W = \frac{1}{2} F_0 \times (le_0)$$

$$= \frac{1}{2} F_0 \times \text{கம்பியின் நீட்சி}.$$

எனவே கம்பியின் அலகுக் கனவளவொன்றிற்கான விகாரச்சக்தி

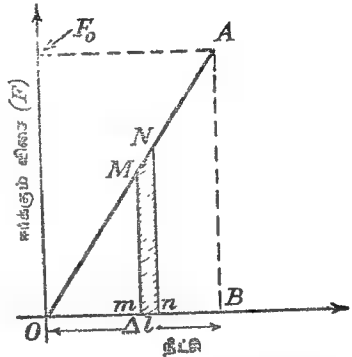
$$[\frac{1}{2} F_0 \times l \epsilon_0] \div Sl = \frac{1}{2} p_0 \epsilon_0,$$

இங்கு  $p_0$  என்பது உயரிழுவைத் தகைப்பாகும்.

மேற்படி தொடர்பை முறைமை சற்றுக் குறைந்த வழியொன்றால் கீழ் வருமாறு பெறமுடியும். படம் 7-33 இல், நேர்கோடு OA ஆனது, ஈர்க்கும் விசை  $F$ , கம்பியின் நீட்சி என்ப வற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பை எடுத்துக்காட்டுகிறது எனக்கொள்க; OA நேர்கோடாதலால் பூரணமீள் தன்மையெல்லையானது மீறப்பட்டிருக்க முடியாது. நீட்சி அதிகரிக்குங்காலே அது இலிருந்து  $n$  வரை என்க, கம்பி அடைந்துள்ள நிலைச் சக்தி நயம்  $Mm.mn$  ஆகும்; எனவே புள்ளி A யால் எடுத்துக் காட்டப்படும் நிலையை அடைந்த பொழுது கம்பியில் விகாரச்சக்தி

$$\frac{1}{2} OB.BA = \frac{1}{2} \Delta l.F_0$$

ஆகும்; இங்கு  $\Delta l$  என்பது, நீட்சி OB யும்,  $F_0$  அதற்கு ஒத்த விசையும் ஆகும்.



படம் 7-33. ஈர்க்கப்பட்ட கம்பியொன்றில் விகாரச்சக்தி.

கம்பியின் தொடக்க நீளம்  $l$  உம், அதன் குறுக்குவெட்டாரை  $r$  உம் எனின், அலகுக் கனவளவொன்றிற்குரிய விகாரச்சக்தி

$$\frac{\frac{1}{2} \Delta l.F_0}{\pi r^2.l} = \frac{1}{2} (\text{தகைப்பு} \times \text{விகாரம்});$$

இங்கு தகைப்பும் விகாரமும் புள்ளி A யிற்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களாகும்.

மாறுகின்ற இழுவைக்குக் கீழ்ப்பட்ட கோலொன்றில் விகாரச்சக்தி.— அடுத்து நீளம்  $l$ , குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு  $S$  கொண்டதும், படம் 7-34 இல் காட்டியுள்ளவாறு அதன் சொந்த நிறைக்குக் கீழ்ப்பட்டுத் தொங்குகின்றதுமான சீரான ஒரு கோலுடன் தொடர்புள்ள விகாரச் சக்தியைக் கருதுவோம். தன் முழு நீளம் வழியே மாறாத தகைப்பொன்றால் தாக்கப்பட்ட கம்பியொன்றினிடத்தே விகாரச்சக்தியின் அடர்த்திக்கு  $\frac{1}{2} p_0 \epsilon_0$  என்னும் கோவை பெறப்பட்டுள்ளது. நாம் கருதும் எடுத்துக்காட்டில் இருப்பது போல, தகைப்பு மாறுகின்றபோது, கோலைப் பிரித்துக் கிடைக்கின்ற மூலக மொவ்வொன்றினிடத்தும் மேற்படி கோவையானது இன்னும் சரியானது.

எனவே கோலில் நீளம்  $\delta x$  உடைய மூலகத்திற்கு

$$\delta W = \frac{1}{2} (p\epsilon) S \delta x$$

$$= \frac{1}{2} \frac{p^2 S}{E} \delta x \quad \left[ \because E = \frac{p}{\epsilon} \right].$$

ஆனால்  $p$  ஆனது கோலிற் கருதப்படும் மூலகத் திற்குக் கீழேயுள்ள பாகத்தின் நிறையால் ஆகிறது. எனவே  $\rho$  கோலினது திரவியத்தின் அடர்த்தியும்,  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும் ஆயின்

$$p = \frac{(xS\rho)}{S} = x\rho g.$$

படம் 7-34. மாறுகின்ற இழுவைக்குக் கீழ்ப்பட்ட கோலொன்றில் விகாரச் சக்தி.

$$\therefore \delta W = \frac{1}{2} x^2 \rho^2 g^2 \frac{S}{E} \delta x.$$

$$\therefore W = \frac{1}{2} \int_0^l x^2 \rho^2 g^2 \frac{S}{E} dx = \frac{1}{6} \frac{S}{E} \cdot \rho^2 g^2 l^3.$$

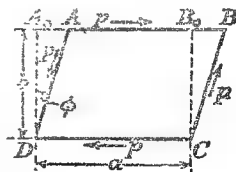
தூய கொய்வு விகாரமொன்றுடன் தொடர்புள்ள விகாரச்சக்தி.—சம வியல்புடையதும் ஓரினமானதுமான சுடத்தாலான, இயல்பாகச் செவ்வக வடிவமுடைய, கட்டையொன்று வரிப்படத் தளத்துக்குச் செங்குத்தான அதன் முகங்கள் மீது தாக்குகின்ற கொய்தகைப்புக்களால் தாக்கப்படுக. தொகுதி படம் 7-35 இற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. CD யை அடையாளமாகக் கொண்ட முகம் நிலையாக்கப்பட்டிருக்க; மேல் முகம்  $A_0B_0$  ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட நிலையிலிருந்து AB யிற்கு இயங்குக;  $\phi$  கொய்வு விகாரம் ஆகும்.

AB ஐச் சவடாகக் கொண்ட முகத்தின் பரப்பளவு  $S$  எனின், மேற்படி பெயர்ச்சியை யிட்டுச் செய்யப்பட்ட வேலையானது

$$\frac{1}{2} (pS) A_0A = \frac{1}{2} pS (b\phi). \quad [b = A_0D \text{ எனின்.}]$$

ஆனால்  $n$  ஆனது கட்டையினது திரவியத் தின் விறைப்புக் குணகம் எனின்  $p = n\phi$  ஆகும்.

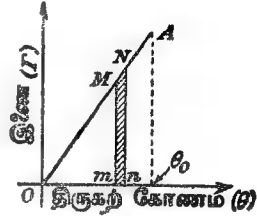
$$\therefore \text{செய்யப்பட்ட வேலை} = \frac{1}{2} pS \cdot b \cdot \frac{p}{n}.$$



படம் 7-35. தூய கொய்வு விகாரமொன்றுடன் தொடர்புள்ள விகாரச்சக்தி.

$$\therefore \text{அலகுக் கனவளவொன்றிற்குச் சேமித்துள்ள சக்தி} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{n} = \frac{1}{2} p\phi.$$

திருகிய கம்பியொன்றில் விகாரச்சக்தி.—அடுத்து அதன் முனையொன்று நிலையாக்கப்பட்டதும் மறுமுனை அங்கு பிரயோகிக்கப்படும் இணை  $\Gamma$  வினால் திருகியுள்ளதுமான கம்பியொன்றைக் கருதுக. கம்பியினது திரவியத்தின் பூரண மீள்தன்மையெல்லையானது மீறப்படாமல் இருக்கும்வரை  $\Gamma$ , கம்பியின் அசையக்கூடிய நுனியின் திருகற்கோணம்  $\theta$  என்பவற்றிற்கிடையே யுள்ள தொடர்பு ஒருபடியானது; இத்தொடர்பானது வரைபு முறைப்படிப் படம் 7-36 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இணையானது  $\Gamma$  விவிருந்து  $\Gamma + \delta\Gamma$  விற்கு உயர்த்தப்பட்டு அதனால் திருகற்கோணம்  $\delta\theta$  உயாவதால் மாதிரிமீது செய்யப்படும் வேலை  $\Gamma\delta\theta$  ஆகும்; இங்கு  $\Gamma$  எனபது இணையின் சராசரிப் பெறுமானம் ஆகும். இச்சக்தியானது கம்பியின் விகாரச்சக்தியை அதிகரிக்கச் செய்கிறது. அது வரிப்படத்தில்  $MNnm$  என்னும் மூலகப் பரப்பளவால் எடுத்துக் காட்டப்படுகிறது. எனவே நேர்கோடு  $OA$  யிற்குக் கீழேயுள்ள பரப்பளவு மாதிரி விகாரப்பட்டதால் இதிற சேமித்திருக்கும் சக்தியை எடுத்துக்காட்டுகிறது. இணை அதனது உயாவுப் பெறுமானத்தை அடைந்தபொழுது திருகற்கோணம்  $\theta_0$  ஆய் இருந்தால், மீள்தன்மையெல்லையை மீறுதவிடத்து மாதிரியின் விகாரச்சக்தி



படம் 7-36. திருகிய கம்பியொன்றில் விகாரச்சக்தி.

$$W = \int_0^{\theta_0} \Gamma d\theta.$$

ஆனால் கம்பியில் திருகல்  $\theta$  வாக இருந்தால்,

$$\Gamma = \frac{\pi n \theta}{2l} \cdot a^4. \quad [\text{ப. 326 இற் காண்க}]$$

எனவே 
$$W = \frac{1}{2} \frac{\pi n \theta_0^2}{l} \cdot a^4 = \frac{1}{2} \Gamma_0 \theta_0 = \frac{\Gamma_0^2 l}{\pi n a^4};$$

இங்கு  $\Gamma_0$  எனபது கம்பிமீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற உயர்வுப் புற இணை ஆகும்.

திருகிய கம்பியொன்றிலுள்ள விகாரச்சக்திக்குப் பிறிதொரு கோவையைப் பெறும் பொருட்டு, அலகுக் கனவளவொன்றுக்கு விகாரச்சக்தி

$$\frac{1}{2} p \phi = \frac{1}{2} \frac{p^2}{n}$$

ஆகும் என்னுஞ் செய்தியைப் பயன்படுத்தலாம்; இங்கு குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான அர்த்தங்களை உடையன. இனி, கம்பியிலே ஆரைகள்  $r$ ,  $r + \delta r$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட உருளைத்துண்டொன்றி



லுள்ள புள்ளிகள் எல்லாவற்றிலும் தகைப்பு மாறாதிருக்கும். ப. 329 ஐப் பார்க்க ; அதன் பெறுமானம்

$$\frac{r}{a} p_0$$

ஆகும்; இங்கு  $p_0$  என்பது கம்பியிலுள்ள உயர்வுத் தகைப்பு ஆகும் கருதப்படுகின்ற மூலக உருவையின கனவளவு  $2\pi r l \cdot \delta r$  ஆதலின், அதனுடன் தொடர்புள்ள சக்தி

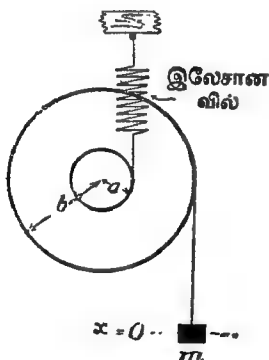
$$\delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{a^2} \cdot p_0^2 \cdot \frac{1}{n} \cdot 2\pi r l \cdot \delta r$$

$$= \frac{\pi l p_0^2}{n a^2} \cdot r^3 \delta r.$$

$$\therefore W = \frac{\pi l p_0^2}{n a^2} \int_0^a r^3 dr = \frac{\pi a^2 l}{4n} \cdot p_0^2;$$

இது எல்லா மூலகங்களும் உயர்வுப் பெறுமானம்  $p_0$  வரை தகைப் புறநிருக்குமிடத்துக் கம்பியிற் சேமிக்கப்பட்டிருக்க வேண்டிய சக்தியின் அரைவாசி ஆகும்.

**எடுத்துக்காட்டு.**—திணிவு  $m$  ஆனது கிடையான “சில்லுமச்சாணியு” மொனறின் விளிம்பில் சுற்றியுள்ள, இலேசான, ஈரக்கமுடியாத நான் ஒன்றால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. அச்சாணிமீது



படம் 7.47. இலேசான சுரி வில்லொன்றால் சமநிலையில் நிலைநிறுத்தியுள்ள கமையேற்றிய சில்லுமச்சாணியும்.

சுற்றியுள்ள நான் ஒன்றால் தொகுதி சமநிலையில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது; இந்நாணினை நுனியொன்று இலேசான சுரி வில்லொன்றின் கீழ் நுனியுடன் கட்டப்பட்டிருக்கிறது; வில்லின் மேலமுனை, படம் 7.37 இல் காட்டியுள்ளவாறு, நிலையாகப்பட்டிருக்கிறது. அச்சாணியின் ஆரை  $a$  யும், சில்லின் ஆரை  $b$  யும், அதன் சுழற்சியச்சப் பற்றிச் சில்லின் சட்டத்துவத் திருப்பம்  $I$  யும் எனின், தொகுதியின் சிறநிலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

நிலையியற் சமநிலையிற் தொகுதி இருக்கும்பொழுது வில்லின் நீ.சி = ஆகும்; வில்லில் ஈர்க்கும் விசைக்கும் வில்லின் நீட்சிக்குமிடையேயுள்ள விகிதசமவியல்பு மாறிலி  $k$  ஆகும். விசை  $kx$  ஆதலின், சமநிலையையிட்டு

$$mgb = kx$$

என இருத்தல் வேண்டும்; இங்கு  $g$  புவிமீர்ப்புச் செறிவு ஆகும். வில்லின்கண் சேமிக்கப்பட்டுள்ள சக்தி

$$\frac{1}{2} (kx) x = \frac{1}{2} kx^2;$$

இந்நிலையில் திணிவு  $m$  இருக்கும்பொழுது அதன் நிலைச் சக்தி பூச்சியம் எனக் கருதப்படின, இதவே தொகுதியின் நிலைச்சக்தி.

அடுத்து நிலைக்குத்தான நேர்கோடொன்று வழியே  $m$  இயங்குமாறு தொகுதி குழப்பப் பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க. அது தூரம்  $x$  எறியதும் வில்லின் நீட்சி  $\left(\frac{a}{b}\right) x$  குறைந்து

விடும் | எனவே தொகுதியின் முழுச் சக்தியும்

$$\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I \left( \frac{\dot{x}}{b} \right)^2 + \frac{1}{2} k \left( z - \frac{a}{b} x \right)^2 + mgx;$$

இது  $m$  ஐ இயக்கிவைகருமுன் வில்லிற் சேமிக்கப்பட்டிருந்த சக்தி  $\frac{1}{2} k z^2$  இற்குச் சமன் ஆதலே வேண்டும். எனவே

$$\frac{1}{2} \dot{x}^2 \left\{ m + \frac{I}{b^2} \right\} + x \left\{ mg - \frac{a}{b} \cdot k z \right\} + \frac{1}{2} x^2 k \left( \frac{a}{b} \right)^2 = 0.$$

இக்கோவையில் இரண்டாவது அடைப்புக்களிலுள்ள உறுப்பு பூச்சியம் ஆதலின், இயக்கம் எளிய இசையானது என்பது தெளிவு; அதன் ஆவாத்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\left( m + \frac{I}{b^2} \right) \div k \left( \frac{a}{b} \right)^2}$$

$$= 2\pi \frac{b}{a} \sqrt{\frac{1}{k} \left( m + \frac{I}{b^2} \right)}.$$

**அதைப்புச் சக்தியும் அதிர்ச்சியும்.**—பேச்சு முறையில் பிரயோகிக்கப்படும் விசைகள் நீக்கப்பட்டதும் அவற்றால் விகாரப்பட்ட பொருளின் மீளுந்திறன் அதைப்புச் சக்தி என்னுஞ் சொல்லால் உணர்த்தப்படுகிறது; தொழினுட்ப நூல்களில் மீள்தன்மையெல்லை மீறப்படாமல் இருக்குமிடத்து, பெரு ளொன்றை விகாரப்படுத்தும்பொழுது செய்யப்படும் வேலை அதைப்புச் சக்தி எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எனவே நீளம்  $l$  கொண்ட சீரான கோலொன்றைக் கருதுக; ஒரு சோடி ஈர்க்கும் விசைகள்  $F$  ஆல் அது தாக்கப்படுமிடத்து நீட்சி  $\Delta l$  உம் கோலுட் தகைப்பு  $p$  யும் ஆகுக. கோலினது திரவியத்தின் யங்வின மட்டு  $E$  எனின்,

$$E = p \div \left( \frac{\Delta l}{l} \right) = \frac{F}{S} \cdot \frac{l}{\Delta l};$$

இங்கு  $S$  கோலின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு. விகாரச்சக்தி  $U$  அல்லது மேற்படி நீட்சியை ஆக்குமிடத்துச் செய்யப்பட்ட வேலை

$$U = \frac{1}{2} (\text{தகைப்பு} \times \text{விகாரம்}) \times \text{கனவளவு}$$

$$= \frac{1}{2} \left( p \cdot \frac{p}{E} \right) \times \text{கனவளவு}$$

$$= \frac{1}{2} (\text{தகைப்பு})^2 \times \text{கனவளவு} \div \text{யங்வின மட்டு}.$$

$$\text{எனவே அலகுக் கனவளவொன்றிற்கான அதைப்புச் சக்தி } \frac{1}{2} \frac{p^2}{E}.$$

மீள்தன்மைப் பொருளொன்றின் அதைப்புச் சக்தியானது மோதுகை அல்லது பொறிமுறை அதிர்ச்சியொன்றின்போது, நிலையான அமைப் பொன்றைப் பெறுது அதை எதிர்ப்பதற்கு அப்பொருள் கொண்டிருக்கும் ஆற்றலைக் குறிக்கிறது.

சோதனை அதைப்புச்சக்தி.—அதை நிலையாய் விகாரப்படுத்தாமல், சட்டத் துண்டொன்றின் அலகுக் கனவளவொன்றில் மிகப்பெருமளவில் சேமிக்கக் கூடிய சக்தியானது அச்சடத்தின் சோதனையதைப்புச்சக்தி எனப்படும். எனவே கம்பி வடிவமுடைய சடமொன்றிற்கு மீள்தன்மையெல்லை  $p_0$  எனின் அதனது சோதனையதைப்புச்சக்தி  $\frac{1}{2} \cdot \frac{p_0^3}{E}$  ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு.—நீளம்  $l$  உம் சராசரி ஆரை  $r$  உம் உடைய, சீரான கோலொன்று படம் 7.38 இல் காட்டியுள்ளவாறு, நிலைக்குததாகத் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க. திணிவு  $m$  கொண்ட விழும் சுமையொன்றை ஏற்றுக்கொள்ளும் பொருட்டு அதன் கீழ் நுனியில் படையொன்று அளிக்கப்படுக. வளையம்  $R$  ஆல் திணிவு எடுத்துக்காட்டப் பட்டிருக்கிறது. படையீது மோதுமுன் வளையம், உயரம்  $h$  இனுடாக விழுகின்றது எனவும் இம்மோதுகையாற கோல நீட்சி  $x$  ஐப் பெறுகிறது எனவும் கொள்க.

விழும் வளையத்தின் நிலைச் சக்தி நடம், அதாவது  $mg(h+x)$  எனபது, கோலின் ஈர்ப்பில் செலவாகிறது. உயர்நீட்சியின்போது கோலிலுள்ள தகைப்பானது  $p_0$  எனின் மீள்தருவிசை  $p_0(\pi r^2)$  ஆகும்; எனவே கோலை ஈரத்தலினிற் செய்யப்படுகின்ற வேலை  $\frac{1}{2}(p_0\pi r^2)x$  ஆகும். எனவே

$$mg(h+x) = \frac{1}{2}p_0\pi r^2x.$$

ஆனால்

$$x = \frac{p_0^2 l}{E}.$$

$$\therefore 2mg\left(h + \frac{p_0^2 l}{E}\right) = \frac{\pi r^2 p_0^3 l}{E}.$$

$$\therefore p_0 = \frac{2mg \cdot \frac{l}{E} \pm \sqrt{4m^2 g^2 \cdot \frac{l^2}{E^2} + 8 \frac{\pi r^2 l}{E} \cdot mgh}}{\frac{2\pi r^2 l}{E}}$$

$$= \frac{mg}{\pi r^2} \pm \frac{\sqrt{m^2 g^2 l^2 + 2\pi r^2 l \cdot mgh \cdot E}}{\pi r^2 l}$$

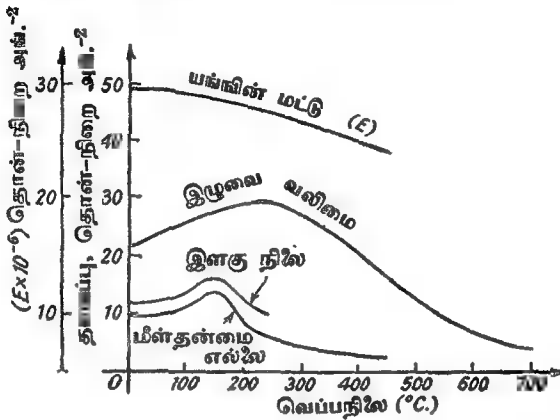
படம் 7.38.

$h \rightarrow 0$  எனின்  $p_0 \rightarrow \frac{mg}{\pi r^2} \pm \frac{mg}{\pi r^2}$ , அதாவது  $\frac{2mg}{\pi r^2}$  அல்லது பூச்சியம்.

பூச்சியமான பெறுமானத்திற்குப் பெளதிகவியலில் அர்த்தமில்லை. கோலொன்று திடரென ஈர்க்கப்படுமாறு சுமை பிரயோகிக்கப்படின, அப்பொழுது கோலின் உயர்வு நீ-சிகரூரிய தகைப்பு படிப்படியாகச் சுமையேற்றியவிடத்துத் தகைப்பின் இருமடங்காகும் என மற்றைத் தீர்வு உணர்த்துகிறது.

இரும்பின் மீள்தன்மையியல்புகளில் வெப்பநிலையாலாகும் விளைவுகள்.— வெப்பநிலையுடன் (கிட்டத்தட்டத் தூய) இரும்பின் மீள்தன்மை இயல்புகள் மாறும் வகை படம் 7.39 இல் வளையிகளால் எடுத்துக்காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. யங்லின் மட்டானது வெப்பநிலை கூடும்பொழுது கிட்டத்தட்டச் சீராகக் குறைகிறது; ஆனால் இழுவை வலு  $250^\circ$  ச. இல் கிட்டத்தட்ட 33 தொன். நிறை. அங்<sup>-2</sup>. பெறுமானமுடைய உயர்வு ஒன்றைக் காட்டுகிறது. மீள்தன்மையெல்லை, இளகுநிலை என்பவற்றிற்கான வளையிகள்

ஒவ்வொன்றும் கிட்டத்தட்ட  $150^{\circ}$  ச. இல் உயர்வைக் காட்டுகின்றன ; ஆனால் உயர்வுகளைக் குறித்து வளையிகள் சமச்சீரானவையன்று.



படம் 7.39. (கிட்டத்தட்ட தூய) இரும்பின் மீள்தன்மை இயல்புகளில் வெப்பநிலையாலாகும் விளைவுகள்.

**அழுத்தமான கோளங்களின் மொத்தத் திறம்:** நியூற்றனின் பரிசோதனை முறை விதி.—இரு கோளங்கள் நேராகச் சாடும்பொழுது, அதாவது இயக்கத்தினை மொத்தத் திறம் புள்ளியிலுள்ள பொதுச் செவ்வன் வழியே அமைந்திருக்கும் பொழுது, மொத்தத் திறம் நிகழ்ந்தவுடனே கோளங்கள் அவற்றின் மைய வினைக்கோடு வழியே கொண்டிருக்கின்ற தொடர்பு வேகமானது மொத்த லுக்கு முன் இருந்த தொடர்பு வேகத்தின்  $-e$  மடங்கு எனப் பரிசோதனை முறைப்படி நியூற்றன் கண்டுபிடித்தார் ; இங்கு  $e$  கோளங்களினது திரவியங்களின் இயல்பைப் பொறுத்ததுள்ள மாறிலியொன்றாகும். உருக்கு, தந்தம் போன்ற வன் திரவியங்களுக்கு  $e$  கிட்டத்தட்ட 1 ஆகும் ; ஆனால் ஈயம் போன்ற மென் திரவியங்களினிடத்து அது சிறிதாம்.

கோளங்கள் சரிவாகச் சாடுமாயின், அம்மொத்தலின் கணத்தில் அவற்றின் பொதுச் செவ்வன் வழியே, மொத்தலுக்குப்பின் இருக்கின்ற அவற்றின் தொடர்பு வேகக் கூறுனது மொத்தலுக்குமுன் அதே திசையிலிருந்த தொடர்பு வேகத்தின்  $-e$  மடங்கு ஆகும்.

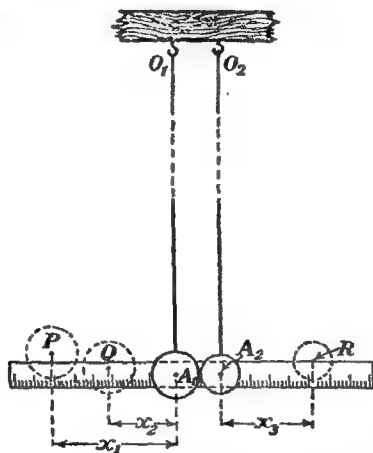
$e$  என்னும் கணியம் கண்டிப்பாய் நேரானது ; அது மீளமைவுக் குணகம் அல்லது அதைப்புச்சக்தி எனப்படும்.

மொத்தலுக்கு முன்னர், மொத்தத் திறம் கணத்தில் அவற்றின் பொதுச் செவ்வன் வழியே, கோளங்களின் வேகக்கூறுகள்  $u_1, u_2$  என்பனவும், மொத்தலுக்குப்பின் அதே திசையில் அவை  $v_1, v_2$  என்பனவும் ஆயின் முன்னர் கூறியுள்ள விதியை

$$v_1 - v_2 = -e(u_1 - u_2)$$

எனக் கோவைப்படுத்தலாம் ; அதாவது விலகு வேகம் அணுகு வேகத்தின்  $e$  மடங்கு.

கீழே கூறியுள்ளவாறு பரிசோதனையொன்றை நடாத்தி மேற்படி முடிவுக்கு நியூற்றன் வந்தார். இரு கோளங்கள் சமாந்தரமான நூல்கள்  $O_1A_1, O_2A_2$  எனவவற்றால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன, படம் 7.40 ; கோளங்கள் சுயாதீனமாகத் தொங்கும்போது அவை ஒன்றையொன்று தொட்டுக் கொண்டும், அவற்றின் மையங்கள் வரிப்படத் தளத்திலுள்ள கிடையான நேர்கோடொன்றில் அமைந்தும் இருக்குமாறு நூல்களின் நீளங்கள் செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றன.



படம் 7.40. இரு அபுத்தமான கோளங்களின் மோதுகை.

அடுத்து கோளம்  $A_1$  ஐ  $A_1$  இற்கு மேலே உயரம்  $z_1$  இல் இருக்கின்ற புள்ளி P இற்கு உயர்த்தி, நூல இறுக்கப்பட்டிருக்க அது விடுவிக்கப்படுகிறது. கோளம்  $A_2$  ஐ மோதும்போது அதன் கதி  $+\sqrt{2gz_1}$  ஆகும். கணவோய்வு அடையுமுன் கோளங்கள் முறையே உயரங்கள்  $z_2, z_3$  என்பவற்றை அடையுமாயின், மொத்தலுக்குப்பின் அவற்றின் கதிகள் முறையே  $+\sqrt{2gz_2}$  உம்  $+\sqrt{2gz_3}$  உம் ஆகும்.

கோளங்கள் பின்னதைக்குமாயின் அவற்றின் விலகு வேகம்

$$\sqrt{2g}(\sqrt{z_2} + \sqrt{z_3})$$

உம், அவற்றின் அணுகுவேகம்  $\sqrt{2gz_1}$  உம் ஆகும்.  $\frac{\sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}}{\sqrt{z_1}}$  என்பது

$z_1$  ஐயும் மோதுங் கோளங்களின் திணிவுகளையும் சாரவில்லை என நியூற்றன் கண்டுகொண்டார். அது கோளங்களின் இயல்பைச் சார்ந்தது.

கோளங்கள் பெயர்க்கப்படும் உயரங்களை அளப்பதைக் காட்டிலும் அவற்றின் கிடையான பெயர்ச்சிகள் ■ என்பவற்றை அளப்பது திருத்தம் மிக்கது. அப்பொழுது,  $z$  ஐக் காட்டிலும் தாங்கும் நூல்களின் நீளம் பெரிதாயின,  $x^2 = z(2l - z) = 2zl$ . ஆதலால், வேகமானது ■ இற்கு நேர்விகிதசமம் ; இங்கு  $l$  தாங்கும் நூலொன்றின் நீளம் ஆகும். ஆனால்  $v^2 = 2gz$  ; எனவே

$$v^2 = \frac{g}{l} x^2$$

அல்லது ■ ஆனது  $x$  இற்கு நேர்விகிதசமம். எனவே வரிப்படத்தில் காட்டியுள்ள குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்துவோமாயின்

$$e(x_1 - 0) = -(-x_2 - x_3)$$

$$\text{அல்லது} \quad e = \frac{x_2 + x_3}{x_1}.$$

$e = \frac{x_2 + x_3}{x_1}$  எனக் காட்டியபின், இனி கோளம்  $A_1$  இன் திணிவு  $M$  உம் கோளம்  $A_2$  இன் திணிவு  $m$  உம் ஆயின் உந்தச் சமன்பாட்டை

$$Mx_1 + m(0) = Mv_1 + mv_2$$

என எழுதலாம்.

$$\begin{aligned} \therefore Mx_1 &= -Mx_2 + mx_3 \\ &= -M(ex_1 - x_3) + mx_3. \end{aligned}$$

$$\therefore x_1 = \frac{M+m}{M} \left( \frac{1}{1+e} \right) x_3.$$

$x = x_3$ ,  $y = x_1$  என்றவாறு குறித்தால் சாய்வுவிகிதம்  $\left( \frac{1}{1+e} \right) \frac{M+m}{M}$  உடைய நேர்கோடொன்றை நாம் பெறல்வேண்டும். இவ்வாறு மீளமைவுக் குணகத் திற்குப் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

**மொத்தலால் இயக்கச்சக்தி நட்டம்.**—பொருள்கள் மோதுங்காலே, பொதுவாக அவற்றின் முழு இயக்கச் சகதியானது குறைகின்றது. நேர் மொத்தலை மட்டும் கருதுதல் போதியதாகும் ; ஏனெனில் சரிவான மொத்தலினிடத்து மையக்கோடு வேகக்கூறுகள் மட்டுமே இயக்கச் சக்தியில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தமுடியும் என்பதேயாம் ; மையக்கோடுக்குச் செங்குத்தான வேகக் கூறுகள் மாறாமல் இருக்கின்றன ; அத்திசையில் கணத்தாக்கு இல்லாததால் எனக் கொள்க.

மோதுங் கோளங்களின் திணிவுகள்  $m_1$  உம்  $m_2$  உம் எனின், ஏற் கெனவே வரையறை செய்துள்ள குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தினால்,

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

உம்

$$v_1 - v_2 = -e(u_1 - u_2)$$

உமாம்.

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து  $v_2$  ஐ நீக்கும் பொருட்டு

$$v_2 = v_1 + e(u_1 - u_2)$$

என்றவாறு பயன்படுத்த,

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2[v_1 + e u_1 - (1 + e)u_2].$$

ஆனால்

$$m_2(u_1 - v_1) = m_2 u_1 - m_2 v_1;$$

எனவே இரு கடைசிச் சமன்பாடுகளையும் கூட்ட,

$$u_1 - v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (1 + e)(u_1 - u_2).$$

இச்சமன்பாடானது இரு பொருள்களினதும் தொடக்க வேக வித்தியாசம் தொடர்பாக முதற் பொருளின் வேகமாற்றத்தைக் கோவைப்படுத்துகிறது.

சக்திநட்டம்

$$\frac{1}{2}m_1(u_1^2 - v_1^2) + \frac{1}{2}m_2(u_2^2 - v_2^2)$$

ஆகும் ; இதனை W என்க.

$$\begin{aligned} \therefore 2W &= m_1(u_1 - v_1)(u_1 + v_1) + m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \\ &= m_1(u_1 - v_1)(u_1 + v_1) - m_1(u_1 - v_1)(u_2 + v_2) \\ &= m_1(u_1 - v_1)(u_1 - u_2 + v_1 - v_2) \\ &= m_1(u_1 - v_1)(u_1 - u_2)(1 - e) \\ &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (u_1 - u_2)^2 (1 - e^2), \end{aligned}$$

$$(u_1 - v_1) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (1 + e)(u_1 - u_2) \quad \text{ஆதலின்.}$$

(ாற்றில் வெப்பமாகத் தோன்றுகின்ற) இச்சக்தி நட்டமானது கண்டிப்பாய் நேரான மூன்று காரணிகளாலேயே கோவைப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது. ஒன்றில்  $e = 1$  ஆகுமிடத்து, அல்லது மோதுகை நிகழமுடியாத எடுத்துக் காட்டான  $u_1 = u_2$  என்னுமிடத்துச் சக்திநட்டம் பூச்சியம் ஆகும். எனவே  $0 < e < 1$  ஆதலின், சக்திநட்டம் எப்பொழுதும் நிகழும் எனப் பொதுவாகக் கூறலாம்.

கிடையான தட்டைப் பரப்பொன்றின்மீது உருக்குக் கோளமொன்றின் மொத்தலைப் பரிசோதனை முறைப்படி ஆராய்தல்.—பரப்புக்கு மேலே சிறு மின்காந்தமொன்றால், உருக்காலான குண்டுப்போதிகையொன்று தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. மின்னோட்டத்தை நிற்பாட்டியதும் [இருந்தாலும் ப. 694 இற் காண்க] குண்டு விழுகின்றது; வாலித்தாள் வளையம் R இன்

மிகத்தாழ்ந்த தளத்தை பின்னதைக்குங் குண்டு சரியாக அடையுமாறு அவ்வநையதைச் செப்பஞ்செய்து அக்குண்டு அடையும் உயரத்தைத் துணிய முடியும். தூரங்கள்  $Z, z$  என்பவை அளக்கப்படுகின்றன ;

$$(v_1 - v_2) = -e(u_1 - u_2)$$

என்னும் கோவையிலிருந்து மீளமைவுக் குணகம் காணப்படுகிறது. இனி  $u_2 = v_2 = 0$  உம்  $u_1 = +\sqrt{2gz}$  உம் ஆகும் ; அதே நேரம்  $v_1 = -\sqrt{2gz}$  ஆகும் ; எனவே

$$e = +\sqrt{\frac{z}{Z}}$$

உண்மை கூறுமிடத்து  $Z, z$  என்பவை குண்டினது புலியீர்ப்பு மையத்தின் இறக்கத்தையும் அதற்கடுத்துள்ள ஏற்றத்தையும் குறிக்கின்றன ; ஆனால் வழக்கமாகப் பயன்படும் தூரங்கள் பெரிதாய் இருக்கின்றமையால் அனேகமாக இதையிட்டுத் திருத்தம் வேண்டியதில்லை.

பரிசோதனையைத் திரும்பச் செய்தால், கருதப்படுகின்ற பரப்புக்களின் புதுப் பாகங்களுக்கிடையே தொடுகை நேரிடும்போதுதான் ஒற்றுமையான பேறுகளைப் பெறமுடியும் ; ஏனெனில் தொடுபரப்பைச் சுற்றித் தோற்றியுள்ள விகாரம் முற்றிலும் மறையாமல் இருக்கலாம்.

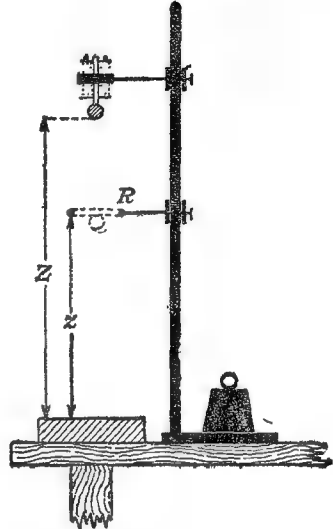
எடுத்துக்காட்டு. சிறு கோளமொன்று, உயரம்  $h$  இலிருந்து அசையமுடியாத நிலைத்தன மொன்றினமீது விழுகின்றது. அதைப்புச் சக்திக் குணகம்  $e$  எனின், கோளத்தின் அதைத்தல் முடிவடையும்வரை, கோளம் சென்றுள்ள முழுத்தூரம்  $\frac{(1+e^2)}{(1-e^2)}z$  எனவும், கோளம் விடுவிக்

கப்பட்ட கணத்திலிருந்து நேரம்  $\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2z}{g}}$  கழிந்தபின் அது நிலையான ஓயவு அடைகிறது எனவும் காட்டுக.

கோளமானது முதன்முதலாகத் தளம் மீது படும்பொழுது அதன் கீழ்முகமான வேகம்  $v = \sqrt{2gz}$  ஆகும் ; பின்னதைவு வேகம்  $ev$  ஆகும் ; இதே வேகத்துடன் கோளம் இரண்டாவது முறை தளத்தை மோதும் எனக் கொள்ளப்படுகிறது. எனவே பின்னதைவு வேகங்கள்

$$ev, e^2v, e^3v, \dots$$

ஆகும் ; முதலாவது, இரண்டாவது, மூன்றாவது முதலிய பின்னதைவுகளுக்குப் பின் கோளம்



படம் 7-41. கிடைத் தளமொன்றில் உருக்குக் கோளமொன்றின் மோத்தல்.



ஏறும் உயரங்கள் முறையே

$$\frac{(e^0)^2}{2g}, \frac{(e^1)^2}{2g}, \frac{(e^2)^2}{2g}, \dots$$

அல்லது

$$e^1z, e^4z, e^9z, \dots$$

ஆகும்.

எனவே அது சென்ற முழுத்தாரம்

$$z + 2[e^2z + e^4z + \dots] = z \frac{1+e^2}{1-e^2}.$$

இனி முதலாவது வீழ்ச்சி எடுத்த நேரம்  $\sqrt{\frac{2z}{g}}$  ஆகும்;  $e^0, e^1, \dots$  முதலிய கதிகள்

ஒவ்வொன்றும் பூச்சியமாவதற்கான நேரங்கள் முறையே

$$\frac{e^0}{g}, \frac{e^1}{g}, \dots \text{ அல்லது } e \sqrt{\frac{2z}{g}}, e^2 \sqrt{\frac{2z}{g}}, \dots$$

எனவே அதன் முழுப்பயணத்திற்குச் செல்வான நேரம்

$$\sqrt{\frac{2z}{g}} + 2 \left[ \sqrt{\frac{2z}{g}} (e + e^3 + e^5 + \dots) \right] = \left( \frac{1+e}{1-e} \right) \sqrt{\frac{2z}{g}}.$$

## பயிற்சி VII

7-01. படிப்படியாக உயர்த்தப்படும் சமையொன்றால் ஈர்க்கப்படுகின்ற நிக்கற் கம்பியில் நிகழ்கின்றவற்றைச் சுருக்கிக் கூறுக.

மீள்தன்மையெல்ல, பூரண மீள்தன்மை, பொய்சோனின் விசிதம் என்பவற்றிற்கு விலககணங் கூறுக.

றப்பா நாண் ஒன்று ஈர்க்கப்படும் பொழுது அதன் வடிவமாற்றத்துடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் அதன் கனவளவு மாற்றம் புறக்கணிக்கத்தக்கது. றப்பாக்குப் பொய்சோனின் விசிதம் 0.5 எனக் காட்டுக.

7-02. இயல்பான நீளம்  $l$  உம் மீள்தன்மை நீட்டல் மட்டு  $\lambda$  உம் உடைய இலேசான மீள் தன்மை இழையொன்றின் நுனியிலிருந்து திணிவு  $m$  கொண்ட துணிகையொன்று தொங்கு கிறது. இழையானது  $l$  அளவு ஈர்க்கப்பட்ட நிலையில் புவிப்பு, மீள்தன்மை வழிகளால் வரும் மொத்த நிலைச்சக்தி  $\frac{\lambda z^2}{2l} - mgz +$  மாறிலி எனக் காட்டுக. இக்கோவையின் கணநிலைப்

பெறுமானத்தைக் கருதி துணிக்கையின் சமநிலைத்தானத்தைத் துணிக.

$$\left[ z = mg \frac{l}{\lambda} \right]$$

7-03. (a) நீளம் கிட்டத்தட்ட 20 சமீ., ஆரை கிட்டத்தட்ட 1 மிமீ. கொண்ட கம்பி (b) நீளம் கிட்டத்தட்ட 1 மீற்றர், செவ்வகக் குறுக்குவெட்டு 2 சமீ.  $\times$  0.5 சமீ. உடைய கோல், வடிவத்தில் இருக்கின்ற செம்பிற்கு எவ்வாறு யங்வின மட்டைக் காணலாம் என்பதை விளக்குக. இவ்விரு எடுத்துக்காட்டுகளுக்கான பரிசோதனை விவரங்களையும் அவற்றுள் ஒன்றிற்கான கொள்கையைப் பற்றிய உரையொன்றையும் தருக. (G)

7-04. விட்டம் 1.783 அங். உம் உயரிழுவைவலு உடையதுமான உருக்குச் சட்டமொன்று சோதிகும உபகரணமொன்றில் வைக்கப்பட்டது. 36 தொன திணிவுடைய சமையொன்றிற் குரிய நீட்சி  $6.65 \times 10^{-3}$  அங். ஆம். நீட்சியானது 15.0 அங். நீளமுடைய துண்டொன்றில் அளக்கப்பட்டால் உருக்கிற்கு யங்வின மட்டின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$[3.25 \times 10^4 \text{ தொன்-நிறை அங்.}^{-2}]$$

7.05. இழுவையுறும் கயிறென்று அழுத்தமான வளையொன்றைச் சுற்றியிருக்கின்றது. அக்கயிறுரல் ஆகும் உளமுகமான உதைபட்க்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

பக்கங்கள்  $\frac{1}{2}$  அங். தடிப்பும எல்லையிழுவை 40 தொன்-நிறை. அங். -<sup>2</sup> தாங்கக் கூடியது ரா. திரவியத்தால் 3 அடி ஆரை கொண்ட உருளைக் கொதிகலமொன்று ஆக்கப்பட்டுள்ளது. கொதிகலனுள் எல்லையும்கத்ததைக் கணிகக். [42 வளி]

7.06. பறப்புசிலலொன்று வட்டவடிவமுடைய உருக்குத் தட்டொன்றின் ஓரத்தில் இணைக் கப்பட்ட சீரான ஈய விளிம்பாலானது. ஈயமானது அடாத்தி 11.4 கி. சமீ. -<sup>3</sup> உம் இழுவை வலிமை  $1.60 \times 10^8$  தைன். சமீ. -<sup>2</sup> உம் உடையதாயின், உடைப்பு நிகழுமுன் விளிம்பின் மிகவு யாந்த வேகத்தைக் காண்க; மேலும் விளிம்பின் விட்டம் 20 சமீ. ஆக இருக்கும் பொழுது செக்கனொன்றில் ஆற்றமுடியுமான மிகவுயாந்த சுழற்சியெண்ணிக்கையைக் காண்க. [188]

7.07. 8 சமீ. தடிப்பு உடைய இந்தியா நபராலான 10 சமீ. சதுரத் தாளொன்றின் முகமொன்று, நிலைக்குத்தான சுவரொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதன் மற்றை முகத்துடன் மரத்துண்டொன்று ஒட்டப்பட்டிருக்கிறது. மரத்துண்டிலிருந்து 30 கி. திணி வுடைய சுமையொன்று தொங்கவிடப்பட்டபோது ஈற்றில் துண்டானது 0.030 சமீ. இறங்கிற்று எனத் தெரியவந்தது. நபரின் விறைப்பு மட்டையும நபரில் க. சமீ. ஒவ்வொன்றுள் ஈரம் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்ற சகதியையும் பெறுக.

[ $1.96 \times 10^7$  தைன். சமீ. -<sup>3</sup>,  $2.21 \times 10^8$  எக. சமீ. -<sup>3</sup>]

7.08. கொய் விகாரமொன்றை உண்டாக்கலுக்குரிய இரண்டு முறைகளை விவரித்துக்கூறி அவற்றை ஆய்க. இரு வெவ்வேறான விகார வகைகளைக் கருதிச் சமவியலுடைய திண்ம மொன்றில் அலகுக் கனவனவொன்றுத் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்ற விகாரச்சக்தி

$\frac{1}{2}$  (இறுதித் தகைப்பு  $\times$  இறுதி விகாரம்)

எனக் காட்டுக.

தனது மேல் நுனியில் நிலையாக்கியுள்ள நிலைக்குத்தான நப்பர் நாண ஒன்று, அதன் கீழ் நுனியிற் படிப்படியாகச் சுமையேற்றப்படுமபோது, 10 சமீ. நீட்சியுறுகிறது. சுமை திடீரென ஏற்றப்படுக கணிப்புமுறையை விளக்கி நாணின் உயர்வு நீட்சியைக் காண்க.

[20 சமீ., 0.63 செக்.]

மேலும் பினதொடர்கின்ற அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க. (G)

7.09. கம்பி வடிவத்தில் இருக்கின்ற உலோகமொன்றின் விறைப்பு மட்டிற்கு, அக்கம்பியின் அச்சப் பற்றி ஆற்றப்படும் முறுகல் அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலமும் வேறு கணியங்களும் தொடர்பாக, கோவையொன்றைப் பெறுக.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தி உலோகத்தின் விறைப்பு மட்டைக் காணுமிடத்துள்ள வெவ்வேறு வழக்களின் சாரமுதன்மையை ஆய்க.

7.10. கண்ணாடியைச் சீரான சட்டவடிவத்தில் பயன்படுத்தி, எவ்வாறு அத்திரவியத்திற்கு யங்-யின் மட்டு E, பொய்சோனின் விசிதம்  $\sigma$  என்பவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காணமுடியும் என்பதை விவரித்துக்கூறி விளக்குக.

கண்ணாடிக்கு  $E = 7.2 \times 10^{11}$  தைன். சமீ. -<sup>2</sup> உம்,  $\sigma = 0.25$  உம் எனின், அத்திரவியம் சமவியலானது எனக் கருதி தேவைப்படுகின்ற சூத்திரத்தைப் பெற்று, அதற்கு விறைப்பு மட்டைக் கணிகக். (S) [ $2.88 \times 10^{11}$  தைன். சமீ. -<sup>3</sup>]

7.11. சமவியலான திண்மமொன்றின் விறைப்பு மட்டிற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக. அவ்வரைவிலக்கணத்திலிருந்து அதன் அச்சப் பற்றிக் கம்பியொன்றைத் திருகுவதற்கான இணைக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக. நிலையான தாங்கியொன்றிலிருந்து நீளம் 50.2 சமீ. உம், விட்டம் 0.092 சமீ. உம் கொண்ட கம்பியொன்று நிலைக்குத்தாகத் தொங்க விடப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் கீழ் நுனியில் விட்டம் 4.36 சமீ. உடைய சிறு உருளையொன்று நிலைக்குத்தாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருளையில் சுற்றப்பட்ட இரு நுண்ணிய இழைகள் கம்பிகள் மார்க்கமாகக் கிடையாகச் சென்று அவற்றின் சுயாதீன நுளிகளில் தராசுத் தட்டுக் களைத் தாங்கியுள்ளன. தராசுத்தட்டு ஒவ்வொன்றிலும் திணிவு 100 கி. உடைய சுமை

யொன்று வைக்கப்பட்டபோது கம்பியின் கீழ் நுனி 162° திருகப்பட்டுள்ளது எனத் தெரியவந்தது. கம்பியின் திரவியத்திற்கு விறைப்பு மட்டின் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.  $[2.70 \times 10^{11}$  தைன சமீ. -2]

7-12. நீளம் 1 சமீ. உம, ஆரை  $\alpha$  சமீ. உம உடைய நிலைக்குத்தான சீரான கம்பியொன்றின் மேல் நுனியானது நிலையாகப்பட்டு, அதன் கீழ் நுனியில் திருப்பம்  $\phi$  தைன. சமீ. கொண்ட கிடை இணையொன்று பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ளது. முத்த கோட்பாடுகளிலிருந்து, கீழ் நுனியில் திருத்த கோணத்தைக் காண்க. கம்பியினது திரவியத்தின் விறைப்பு மட்டு  $\equiv$  தைன சமீ. -2 ஆகும்.

கம்பியின் விறைப்பு மட்டைத் துணிதலுக்கான முறையொன்றைக் கூறி, எவ்வாறு வினைவின திருத்தமானது கம்பியின் நீளம், அதன் ஆரை ஆகியவற்றை அளக்கும்போது ஆகும் ஒரு சதவீத வழக்களாற பாதிகப்படுகிறது என்பதை ஆராய்க. (G)

7-13. ஆரை  $\alpha$  கொண்ட கம்பியொன்றில், அலகு நீளமொன்றிற்குத் திருத்தகோணம்  $\phi$  பெறும் பொருட்டு அதன் நுனிகளில்  $\frac{1}{2}\pi$  எனனும் இணையைப் பிரயோகித்தல் ஓவணமும் எனக் காட்டுக;  $n$ , கம்பியினது திரவியத்தின் விறைப்புமட்டு.

விட்டம் 0.6 மிமீ. கொண்ட நிலைக்குத்துக் கம்பியொன்றின் நுனியில் ஏதோவொரு திணிவு இணைக்கப்பட்டபோது அதில் உண்டாகியுள்ள நீட்சி 1.12 மிமீ. ஆகவும், அதன் முறுக்கல் அலைவுகளின் ஆவாததன் காலம் 15 செக. ஆகவும் இருந்தன. கம்பியின் அச்சப் பற்றி அததிணிவின சுழிப்பாறை 3 சமீ. என்ன யங்கின மட்டு, விறைப்பு மட்டு என்பவற்றின் வித்தத்தைக் காண்க. (G) [2.40]

7-14. வீட்டவடிவக் குறுக்குவெட்டைய திண்மத் தண்டொன்றிற்குப் பதிலாக, தன் நுனிகளில் சமனெதிரான இணைகளின் பிரயோகத்தால் சமவளவில் திருகப்படக்கூடிய பொள் தண்டொன்றைப் பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது. பொள் தண்டின் வெளி விட்டமானது அதன் உள் விட்டத்தின் இருமடங்காயின், இம்மாதற்றதால் மிச்சமாகும் திரவியத்தைப் பின்னத்திற காண்க. [0.87]

7-15. கம்பியொன்றின் கீழ் நுனியில் பற்றுகப்படுத்தியுள்ள உலோகச் சட்டமொன்று முறுக்கல்கைகள் ஆற்றுகிறது. (a) கம்பியின் நீட்டப் பரிமாணங்களை (b) உலோகச் சட்டத்தின் நீட்டப் பரிமாணங்களை (c) சட்டம், கம்பி ஆகிய இரண்டின் நீட்டப் பரிமாணங்களை அரைவாசியாகுவதால் எவ்வாறு அலைவுக்காலம் மாற்றப்படும்?

[(a)  $2\sqrt{2}$  மடங்கு மிகும், (b)  $4\sqrt{2}$  மடங்கு குறையும் (c) அரைவாசியாகும்.]

7-16. வட்டக் குறுக்குவெட்டைய உருக்குக் கொலொன்று அதன் நுனிகளில் சமனெதிரா இணைகளின் பிரயோகத்தால், அதன் அச்சப் பற்றித் திருகப்படுகிறது. உருக்கின் விறைப்பு மட்டு  $8.5 \times 10^{11}$  தைன. சமீ. -2 எனவும் உருக்கால் தாங்கக்கூடிய உயர்வுத் தளைப்பு  $5.5 \times 10^9$  தைன. சமீ. -2 எனவுங் கொண்டு உருக்கின் கன சதமீற்றரொன்றுச் சேமித்து வைக்கக்கூடிய சராசரி உயர்வுச் சக்தியைக் கணிக்க. [உமது விடையைப் பொறியியல் அலகுகளிலும் வெப்பவியல் அலகுகளிலும் தருக].

[ $1.78 \times 10^9$  எக. சமீ. -3, 0.42 கலோ. சமீ. -3]

7-17. திண்மமொன்றின் கனவளவு மட்டை என்யை மீளதன்மை மட்டுகள் தொடர்பாகக் கணிகுமிடத்துப் பயன்படும் சூத்திரமொன்றைப் பெறுக. பித்தனியின் கனவளவு மட்டைத் துணிதலுக்கு நேரான பரிசோதனை முறையொன்றைச் சருக்கமாகக் கூறுக.

7-18.  $E = 2 \times 10^{12}$  தைன. சமீ. -2 உம,  $n = 1 \times 10^{12}$  தைன சமீ. -2 உம் கொண்ட உலோகம் ஒன்றிற்கு  $\beta$  வைக் காண்பிடத்து  $\frac{1}{E} = \frac{1}{3n} + \frac{1}{9\beta}$  எனனும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்பட்டால்  $E$ ,  $\equiv$  ஒவ்வொன்றும் 1 சதவீதத்துக்குள்ளான திருத்தம் உடையதாயின்,  $\beta$  வின கணித்த பெறுமானத்திலுள்ள வழுவைக் காண்க.

[0.67  $\times 10^{12}$  தைன. சமீ. -3, 0.050]

7-19. எனைய மீள்தன்மை மட்டுகள் தொடர்பாகச் சமவியல்புடைய திரவியமொன்றின் யங்லின் மட்டிற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. பொய்சோனின் விசித்தத்திற்கு வரை விலக்கணங் கூறிக் சமவியல்புடைய திரவியங்களினிடத்து அதனது எல்லைப் பெறுமானங்களை ஆய்க.

7-20. ஆரை II சமீ. உம் நீளம் III சமீ. உம் கொண்ட உருளைவடிவமான கோலொன்று அதன் ஒரு நுனியில் நிலையாகக்கப்பட்டு, அதன் மறு நுனியில் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற இணையொன்றால் கோணம்  $\theta$  திருக்கப்படுகிறது. கோலினது திரவியத்தின் விறைப்பு மட்டிற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. திரவியத்தினது யங்லின் மட்டு தெரிந்திருந்தால் கனவளவு மட்டிற்குரிய பெறுமானமொன்றை எப்படிப் பெறுவீர்?

7-21. மீள்தன்மை மட்டுகள் மூன்றிற்கும் பொய்சோனின் விசித்தத்திற்கும் வரைவிலக்கணங் கூறுக. E,  $\beta$ ,  $\eta$  எனபன முறையே யங்லின் மட்டும், கனவளவு மட்டும், விறைப்பு மட்டும் எனின் அப்பொழுது

$$E = \frac{9\eta\beta}{3\beta + \eta}$$

எனக் காட்டுக.

வார்ப்பிரும்பாலான பொள்ளுருளைக் கம்பமொன்றின் வெளிவிட்டம் 10.0 அங். உம், உள்விட்டம் 8.0 அங். உம், நீளம் 10.0 அடியும் ஆகும். அதன்மீது 60 தொன சுமை யொன்றைப் பிரயோகிக்குமிடத்து அது எவ்வளவு சுருங்கும்.

[வார்ப்பிரும்பினது யங்லின் மட்டை 8000 தொன்-நிறை. அங்.-<sup>3</sup> என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.]

[0.032 அங்.]

7-22. சீரான கண்ணாடிக் குழாயொன்று அதனது நீளத்தில் 2 மீற்றர் தாங்கிக் குக் கீழே கிடக்குமாறு விறைப்பான தாங்கியொன்றிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது. குழாயின் மேற்படிப் பகுதியானது நீரால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது. குழாய் சுமையேற்றப்பட்டதும் தாங்கிக் குக் கீழே இருக்கின்ற பாகம் 0.13 சமீ. விரிந்தது; அதே நேரம் நீரால் நிரப்பப்பட்ட பாகத்தின் நீளம் ஆக 0.080 சமீ. தான விரிந்தது. கண்ணாடியினது பொய்சோனின் விசித்தத்தைக் காண்க.

[0.19]

7-23. முறையே 0.4 சமீ., 0.6 சமீ. எனனும் முழு நீட்சிகளைத் தோற்றுவிக்கும் நிறைகளால் நிலைக்குத்தான கம்பியொன்று சுமையேற்றப்படுகிறது. கம்பியினது திரவியத்தின் மீள்தன்மையெல்லை மீறப்படவில்லை எனக் கருதி, இவ்விரு நீட்சிகளைத் தோற்றுவிக்கும் பொழுது செய்யப்பட்ட வேலைகளை ஒப்பிடுக.

[1 : 2.25]

7-24. இயல்பான நீளம் II கொண்ட, இலேசான, நிலைக்குத்தான, மீள்தன்மை இழை யொன்றின் கீழ் நுனியில் இணைக்கப்பட்ட திணிவு  $\eta$  என்பது அவ்விழையில் நீட்சி  $\alpha$  யைத் தோற்றுவிக்கிறது. ஓய்வாயிருக்கின்ற  $\eta$  ஐ நிலைக்குத்தாகப் பெயர்த்துப் பின் விடுவித்த

போது திணிவின் அலைவுக்காலம்  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha}{g}}$  எனக் காட்டுக.

III உடன் திணிவு  $\mu$  ஐச் சேர்த்தபோது அலைவுக்காலம் 20 சதவீதம் கூடிற்று. திணிவுகள்  $\mu$ , III எனபவற்றை ஒப்பிடுக.

[ $\mu = 0.44 \eta$ ]

7-25. உருக்காலான இரு உருளைத் தண்டுகள் அலகு நீளமொன்றிற்கு ஒரே திணிவு உடையன. ஒன்று திண்மமாக இருக்க, மற்றையது பொள்ளானது; இதன் வெளியாரை, உள்ளாரையின் இருமடங்கு. தண்டுகளின் முறுக்கல் விறைப்பு மட்டுகளையும் அவற்றில் III திருகலிணைகளால் ஆக்கப்படும் உயர்வு விகாரங்களையும் ஒப்பிடுக.

[5 : 3, 5 : 3]

7-26. தொங்கலொன்று, நீளம்  $l$  உம் ஆரை  $r$  யும் கொண்ட கம்பியொன்றையும் அக கம்பிக்குக் கீழே அதனாற் காலப்படுகின்றதும் நீளம்  $l/10$  உம் ஆரை  $10r$  யும் உடையது மான கம்பியொன்றையும் கொண்டது. அவ்வொவ்வொன்றிலும் திரவியம் ஒரே அளவினது. மேல்நுனி பிடிபூட்டப்பட்டுள்ளது. நிலைக்குத்தான அச்சொன்று பற்றிக் கீழ் நுனி திருகப் படுகிறது. (a) முழுத் தொங்கலின் முறுக்கல் விறைப்பு மட்டை (b) தொங்கலின் கூறுகள் ஒவ்வொன்றினதும் கீழ் நுனி திருகப்படும் கோணங்களின் விதித்ததைக் காண்க.

$$\left[ (a) \frac{l}{2(1+10^{-5})} \cdot \frac{7\pi^4}{l}; (b) 10^\circ. \right]$$

7-27. மீளமைவுக் குணகத்திற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக: (a) உருக்காலான இரு கோளங்கள் (b) உலோகத்தாலான கிடைப் பரப்பொன்றின்மீது மோதுகின்ற உருக்குக் கோளம், என்பவற்றிற்கு எவ்வாறு இக்குணகத்தை நீர் துணிவீர என்பதை விவரித்துக் கூறுக.

200 கி. திணிவை உடைய உலோகக் குண்டொன்று 121 சமீ. உயரத்திலிருந்து கிடையான மாபின் தரைமீது விழுகது முதன்முதலான பின்னதைவால் உயரம் 100 சமீ. எழும்புகிறது. (a) தரைமீது ஓயவுபெறும் வரை குண்டு இயங்கிய முழுத்தூரம் (b) குண்டு விரைக்கப்பட்ட நேரத்திலிருந்து இது நடைபெறும்வரை செல்லான முழுக் காலவளவு என்பவற்றைக் கணிக்க. தரைமீதுற்ற முதல் இரு மொத்தலாற் குண்டு அனுபவிக்கும் சக்தி நடம் எவ்வளவு ஆகும்.

$$[(a) 1273 \text{ சமீ. } (b) 10.4 \text{ செக.}, 7.52 \times 10^6 \text{ எக.}]$$

7-28. நோகோடொன்றில் வேகம்  $u$  வுடன் அசைகின்ற ஈலியம் அணுவொன்று ஓய்வாயிருக்கின்ற ஐதரசன் அணுவொன்றுடன் நேராக மொததுகிறது. இரு அணுக்களும் பூரண மீளதன்மையுடையதாய் (அதாவது  $e=1$ ) நடந்து கொள்ளுமிடத்து, (a) மோதுகைக்குப் பின் ஐதரசன் அணுவின் வேகம் (b) ஈலியம் அணுவின் பின்னச் சக்தி நடம் என்பவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் காண்க. ஈலியம் அணுவின் திணிவு ஐதரசனினது அணுத் திணிவின் நான்கு மடங்காகும்.

$$[(a) \frac{3}{5} u, (b) 0.64]$$

7-29. ஓர் அழுத்தமான கிடைத்தளத்தின் புள்ளியொன்றிலிருந்து, கிடைத்தளத்துடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்கும் திசையில் சிறுகோளமொன்று வேகம்  $u$  வுடன் எறியப்படுகிறது. மீளமைவுக் குணகம்  $e$  எனின் பின்னதைவு முடிவடையும்வரை கோளமானது தளம் வழியே தூரம்  $\frac{u^2}{g} \frac{e}{1-e}$  ஈ அசைந்துவிடும் என நிறுவுக. பின்தொடர்ந்து யாது நிகழும் என்பதை ஆய்க.

7-30. ஒவ்வொன்றும் திணிவு  $m$  ஐ உடையதும் மாறா வேகம்  $u$  வுடன் அசைகின்றதுமான துணிக்கைகள் கொண்ட அருவியொன்று அதனுணிக்கைகளை நோக்கி உறுதிவேகம்  $u_0$  உடன் அசைத்து வைக்கப்படுகின்ற தட்டொன்றுமீது செங்குத்தாகச் சாடுகிறது. மீளமைவுக் குணகம்  $e$  எனின் துணிக்கையொவ்வொன்றிற்கும் இயக்கச் சக்தி மாற்றம்

$$\frac{1}{2} m(1+e) [u^2 - u_0^2 - e(u + u_0)^2]$$

ஆகும் எனவும், அலகு நேரபொன்றில் அதன் மீது  $N$  துணிக்கைகள் மோதுமிடத்துத் தட்டின் உறுதியியக்கத்தையிட்டு அதன்மீது  $Nm(1+e)(u+u_0)$

என்னும் விசையைப் பிரயோகிக்க வேண்டும் எனவும் காட்டுக.

7-31. வல்லுருக்காலான குண்டொன்று 30 சமீ. உயரத்திலிருந்து ஒப்பமான கண்ணாடித் தட்டொன்றின்மீது போடப்படுகிறது; பின்னதைவு 28.5 சமீ. ஆகும். (a) கண்ணாடியைக் குறித்து உருக்கின் மீளமைவுக் குணகம் (b) குண்டு விரைத்தபின் அது தொடர்ந்து அதைத் தூண்ட நேரம் (c) குண்டு செல்லும் முழுத் தூரம், என்பவற்றிற்குப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$[(a) 0.975 (b) 19.3 \text{ செக. } (c) 1170 \text{ சமீ.}]$$

7-32. திணிவு  $1.66 \times 10^{-24}$  கி. உம், வேகம்  $10^8$  கிமீ. செக்.  $-1$  உம் உடைய அணுவொன்று திணிவு  $6.64 \times 10^{-24}$  கி. உடையதும் ஓய்வாயிருக்கின்றதுமான அணுவொன்றின் மீது நேராக மோதுகிறது. மோதுகை பூரண மீள்தன்மையானது எனக் கொண்டு அம்மோதுகைக்குப் பின் அணு ஒவ்வொன்றின் வேகத்தையும் அவ்வொவ்வோர் அணுவும் மாறுகின்ற சக்தி மாற்றத்தையும் காண்க. (a) எகருகளில் (b) இலத்திரன் போல்ட்றுகுகளில், மாற்றங்களைக் கூறுக. [இலத்திரனேற்றம்  $-4.80 \times 10^{-10}$  நி.மி.அ. எனவும், 300 போல்ட்றுக்கள் 1 நி.மி.அ. அழுத்தம் ஆகும் எனவும் கொள்ளலாம்.]

[(ஈ) 80 கிமீ. செக்.  $-1$ , (ஐ)-120 கிமீ. செக்.  $-1$ ;  $1.62 \times 10^{-12}$  எக். அல்லது 132 இ. வோ]

7-33. நீளம்  $2\alpha$  ஐ உடைய சீரான, மெல்லிய, கிடையான கோலொன்று அதன் நுனிகளிலிருந்து ஒவ்வொன்றும் நீளம்  $l$  ஐ உடைய இரு நாகளால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. அதனது புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாகச் செல்லுகின்ற நிலைக்குத்தசுப் பற்றி அக்கோலினது சிற்றலைவுகளின் மீட்டறன்  $f$  ஐ,  $l$  உம் புவியீர்ப்பு ஆமுடுகல் வீதம்  $g$  உம் தொடர்பாகத் துணிக் ; அண்ணளவாகக் கம் ஏதும் செய்தால் அது சரியென்று காட்டுக.

(a) அதன் மையத்தில் செறிந்திருக்கின்ற சுமையொன்றைக் கோல் தாங்குமாயின்  $f$  ஆனது சுமையின் எகபரிமாணச் சார்பு ஆகின்றது என்பதையும், (b) தாங்கும் நார்கள் முறுக்கல் விறைப்புடையதாயின் எவ்வாறு  $f$  இறகான கோவை மாற்றம் அடைகிறது என்பதையும் காட்டுக. [நாரொன்றின் நுனி, அதனது மறுநுனியைக் குறித்துக் கோணம்  $\theta$  யால் திருகப்பட்டிருப்பின் மீளதரு இணை  $b\theta$  ஆகும் எனக்கொள்ளலாம் ; இங்கு  $b$  மாறிலியொன்றாகும்.] G (alt'd).

## அதிகாரம் VIII

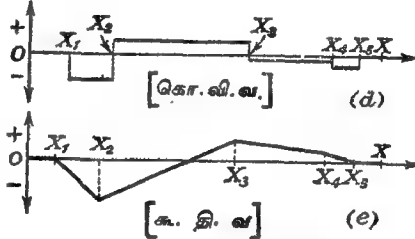
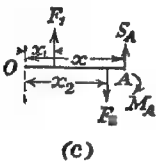
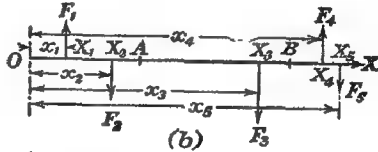
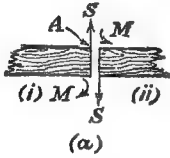
### வளைகளின் கூனல், சரி வில் என்பவை பற்றிய கொள்கை

**சுமத்திய வளைகள். கூனல் திருப்பம்.**—புறவிசைத் தொகுதியொன்றின் தாக்கத்தின்கீழ் சமநிலையில் இருக்கின்ற மீள்தனமைபு பொருளொன்று எதேச்சையான இரு பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கின்றது எனக் கருதுவோம். அப்பொழுது அவ்விரு பாகங்களுள் ஒன்றின்மீது தாக்குகின்ற புற விசைகளும் அதே பாகமீது மற்றைப் பாகத்தில தாக்குகின்ற உள் விசைகளும் ஒன்றுசேர்ந்து சமநிலையில் இருத்தல் வேண்டும். புற விசைகளால் தாக்கப்படுகின்ற வளைகளின் சமநிலை பற்றிய ஆய்வு பினதொடர்கின்றது ; அவ் ஆய்வானது விகாரங்கள் ஒழிந்த நிலையில், அவற்றின் நீளபக்க அச்சக்கள் கிடையாக இருக்கின்ற சீரான வளைகளுக்கு மட்டுமே உரியதாகும். மேலும் வளைமீதுள்ள புற விசைகள் யாவும் நிலைக்குததாகவும், வளையின் சுமத்திய நிலையில் அவ்வளையிலுள்ள தகைப்புகள் மீள்தன்மையெல்லையை மீறாமலும் இருக்கின்றன எனக் கொள்ளப்படுகின்றது.

கிடையான வளையொன்றின் ஒரு துண்டு A யில் நிலைக்குத்தான தளமொன்றால் இரு பாகங்களாகப் பிரிந்திருப்பதைப் படம் 8·01 (a) எடுத்துக்காட்டுகிறது ; அத்துண்டுகள் முறையே (i) உம (ii) உம் எனக். அப்பொழுது வளையில், A யின் வலப்பக்கத்திலுள்ள பாகமானது இடப்பக்கத்துப் பாகமீது விசைத்தொகுதியொன்றைப் பிரயோகிக்கின்றது ; இத்தொகுதியும் அப்பாகமீது தாக்குகின்ற புறவிசைகளும் சமநிலையில் இருத்தல் வேண்டும் ; நிலைக்குத்தான ஒரு விசை, ஓர் இணை என்பவற்றின் சேர்மானத்திற்கு விசைத்தொகுதி சுருங்குதல் வேண்டும். அதுபோலவே வளையின் இரண்டாவது பாகம், முதலாவது பாகத்தால் ஆகும் விசைத்தொகுதியொன்றை அனுபவித்தல் வேண்டும் ; இத்தொகுதியும் நிலைக்குத்தான ஒரு விசை, ஓர் இணை என்பவற்றின் சோமானத்திற்குச் சுருங்குதல் வேண்டும் ; விசை, இணை ஒவ்வொன்றும் முறையே வளையத்தின் முதலாவது பாகமீது தாக்குகின்றவற்றிற்குப் பருமனற்ற சமனாகவும் திசையில் எதிராகவும் உள். இரண்டாவது பாகத்தின் தாக்கத்தால் பாகம் (i) ஆனது அனுபவிக்கும் விசைத்தொகுதியானது விசை S, இணை M என்பவற்றின் சேர்மானம் ஆகின், முழு வளையும் சமநிலையில் இருக்கிறதாதலின், பாகம் (ii) ஆனது விசை - S, இணை - M என்பவற்றின் சேர்மான விசைத்தொகுதியொன்றை அனுபவிக்கும். விசைகள் S கொய் விசைகள் எனப்படும் ; இணைகள் M என்பவை வளையிலே A யிலுள்ள குறுக்குவெட்டில் தாக்குகின்ற கூனல் திருப்பங்கள் எனப்படும். இவ்வதிகாரத்தின் முற்பகுதியில் எவ்வாறு S ஐயும் M ஐயும் காண்பதென வழிவகைகள் விரிவாகக் கூறப்படும்.

வளைவில் கற்பனைப் பிரிப்புக்கோட்டிற்கு இடப்பக்கத்துள்ள பாகத்துக்கு உகந்த  $S$ ,  $M$  என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் கணித்தல் எப்பொழுதும் எமது வழக்காகும். படம் 8·01 (a) யில் காட்டியுள்ள திசைகளில்  $S$ ,  $M$  என்பன தாக்கும்பொழுது அவை நேர் எனக் கருதப்படும்.

அலகு நீளமொன்றிற்குப் புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுடையதும் படம் 8·01 (b) யில் காட்டியுள்ள புறவிசைத் தொகுதியால் தாக்கப்படுகிறதுமான வளை  $OX$  ஐக் கருதுக. வளைவில் குறுக்குவெட்டு  $A$  இல், கொய் விசையையும் கூனல் திருப்பத்தையும் காணவேண்டியிருக்கிறது எனக் கொள்க. படம் 8·01 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு வளைவில்,  $A$  யின் இடப்பக்கத்திலுள்ள பாகத்தைக் கருதுக. வளைவின் முனை  $O$  விலிருந்து  $A$  யின் தூரம்  $x$  என்க; இங்கு  $x_2 \leq x \leq x_3$ .  $S_A$  யும்  $M_A$  யும் முறையே கொய்விசையும் கூனல் திருப்பமும் ஆயின் வளைவினது இப்பாகத்தின் சமநிலைக்குரிய நிபந்தனைகள்



படம் 8·01. கொய்விசைகளும் கூனல் திருப்பங்களும்.

$$F_1 + S_A = F_2$$

உம்

$$M_A + F_2 x_2 - F_1 x_1 - S_A x = 0$$

உமாகும்.

எனவே

$$S_A = F_2 - F_1,$$

அத்துடன்,

$$M_A = F_1(x_1 - x) - F_2(x_2 - x).$$

அதுபோலவே  $S_B$  யும்  $M_B$  யும் தூரம்  $O$  விலிருந்து  $x$  இல் இருக்கின்ற குறுக்கு வெட்டிலுள்ள கொய் விசையும் கூனல் திருப்பமும் எனின்

$$F_1 + S_B = F_2 + F_3.$$

$$\therefore S_B = F_2 - F_1 + F_3$$

$$= S_A + F_3.$$

இங்கு  $x_3 \leq x \leq x_4$ .



எனவே வளைவில் புற விசைகள் தாக்காத பாகமொன்றில், கொய்விசையானது மாறாது இருக்கிறது; ஆனால் புறவிசையொன்று பிரயோகிக்கப்படுகின்ற புள்ளியொன்றில் [அதாவது தாங்கும் புள்ளியொன்றில் அல்லது சுமத்தும் புள்ளியொன்றில்] அது தொடர்கின்றது. A யிருக்கின்ற பாகத்திலிருந்து B யிருக்கின்ற பாகத்திற்குச் செல்லுகின்றபோது கொய்விசையின் பெறுமானம் அடையும் மாற்றம்  $S_B - S_A$  என்பது, வளைவில் A யிற்கும் B யிற்குமிடையேயுள்ள பாகமீது தாக்குகின்ற புற விசைக்குச் சமன்.

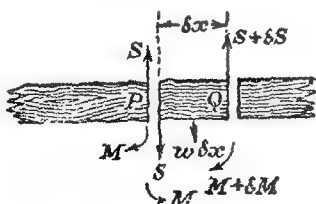
மேலும் B யில்

$$M_B + F_2x_2 + F_3x_3 - S_Bx - F_1x_1 = 0.$$

எனவே  $[M_A]_{x=x_2} = [M_B]_{x=x_3}$  ஆதலின் M ஆனது தொடர்ச்சியானது.

மேற்படி வளைவில் மிகப்பல சூறுக்கு வெட்டுகளில் கொய்விசை, கூனல் திருப்பம் என்பவற்றின் பெறுமானங்கள் கணிக்கப்பட்டிருக்கின்றன எனக் கொள்க. வளைவின் நீளத்தை எடுத்துக்காட்டும் அடிக்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக இவ்வாறு கிடைக்கப்பெற்ற பெறுமானங்களை அளவிடைக்கு வரைக. இவ்வண்ணம் கிடைக்கப் பெறுகின்ற வரைபுகள் முறையே கொய்விசை வரம்படம் எனவும் கூனல் திருப்ப வரம்படம் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. கருதப்படும் வளைவினிடத்து முந்தியது புற விசைகள் தாக்கும் புள்ளிகளில் தொடர்ச்சியினமையுடைய அடிக்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோடுகளாலான தொடையொன்றாகும்; பிந்தியது வெவ்வேறான சரிவுடைய நேர்கோடுகளாலானது, படம் 8-01 (d) யையும் (e) யையும் காண்க.

எடுத்துக்காட்டுக்கள் மூலம் மேற்படி குறிப்புக்களை விளக்குமுன், ஓய்வாகவும் அதன் அச்ச கிடையான நிலையில் இருக்கின்றதுமான வளையொன்றைக் கருதுவோம். அதன் அலகு



படம் 8-02. வளையின் மூலகமொன்றில் விசைகளும் இணைகளும்.

நீளமொன்றின் நிறை  $w$  ஆகுக; அதாவது  $w = \mu g$ ; இங்கு  $\mu$  என்பது வளையின் அலகுநீளத் திணிவும் (நீட்டலடர்த்தி)  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும் ஆகும். இவ்வளையிலே நீளம்  $\delta x$  கொண்ட சிறு மூலகமொன்றின் மீது தாக்குகின்ற விசைகளும் இணைகளும் படம் 8-02 இல் காட்டியுள்ளவாறு இருக்க. அவை மூலகத்தின் மையப்புள்ளி ஊடே கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற அதன் நிறை  $w \delta x$  உம்,

கொய்விசைகள்  $S$  உம்  $(S + \delta S)$  உம், இணைகள்  $M$  உம்  $(M + \delta M)$  உம் ஆகும். இம்மூலகத்தின் சமநிலையயிட்டு இரண்டாம் வரிசைச் சிறு

கணியங்களைப் புறக்கணித்தால்,

$$S + w \delta x = S + \delta S,$$

அதாவது  $w = \frac{dS}{dx}$

அத்துடன்,  $M + \delta M - M + w \delta x \left( \frac{\delta x}{2} \right) - (S + \delta S) \delta x = 0,$

அதாவது  $S = \frac{dM}{dx}$

என நாம் பெறவேண்டும். ஏற்கெனவே நிலைநிறுத்தியுள்ள இரு சமன் பாடுகள்

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = w$$

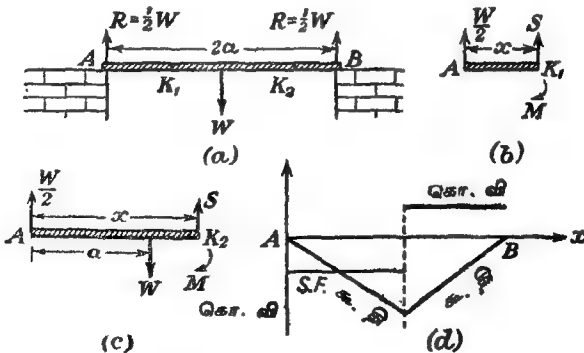
எனத் தரும்.

கீழ்த்தரப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்கள் இவ்வுண்மைகளை விளக்கிவைக்கின்றன ; மேலும் எவ்வாறு வளைமின பூரண கொய்விசை வரிப்படத்தையும் [கொ.வி.வ.] கூனல் திருப்ப வரிப்படத்தையும் [கூ.தி.வ.] பாதிக்கிறது என்பதையும் அவை காட்டுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு. (i) தன் நுனியில் தாங்கப்பட்டதும் அதன் மையத்தில் நிறை W வை உடைய சமையொன்றைக் காவுகின்றதுமான இலேசான, கிடை வளையொன்றைக் கருதுக.

தாங்கிகளால் வளைந்துள்ள தாக்கங்களை ஒவ்வொன்றும்  $\frac{W}{2}$  ஆகும் ; படம் 8-03 (a) யில்

காட்டியுள்ளவாறு, அவை மேல்முக்கமாகத் தாக்குகின்றன. முதல வளையில் நுனி A யிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள குறுக்குவெட்டு  $K_1$  இல் கொய் விசையையும் கூனல்



படம் 8-03. தளது மையத்தில் காவுகின்றதும் ஸ்தாதினமாகத் தாங்கப்பட்டதுமான இலேசான வளை.

திருப்பத்தையும் கருதுக ; இங்கு  $0 < x < a$  வளையின் பாகம்  $AK_1$  ஐத் தாக்குகின்ற கொய் விசையும் இணையும் படம் 8-03 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு என்க. அப்பொழுது சமநிலைக்கான

நிபந்தனைகள்

$$\frac{W}{2} + S = 0 \quad \text{உம்}$$

$$M - Sx = 0 \quad \text{உம் ஆகும்.}$$

$$\therefore S = -\frac{W}{2} \quad \text{உம}$$

$$M = Sx = -\frac{1}{2}Wx \quad \text{உம் ஆகும்.}$$

எனவே  $K_1$  என்னும் புள்ளியில், அப்புள்ளியின் இடப் பக்கத்திலுள்ள பாகமீது தாக்கு கின்ற கொய விசையானது கீழ்க்கமாகவும், அதேநேரம் கூனல் திருப்பமானது இடஞ்சுழி யாகவும் அமைந்திருக்கின்றன.

அதுபோலவே,  $K_2$  எனபது A யிலிருந்து தூரம்  $x$ ,  $a < x < 2a$  இலுள்ள குறுக்கு வெட்டொன்றையின் படம் 8-03 (c) யிற் காண்க. சமநிலைக்கான நிபந்தனைகள்

$$\frac{W}{2} + S = W, \quad \text{அதாவது} \quad S = \frac{W}{2} \quad \text{உம}$$

$$M + Wa - Sx = 0, \quad \text{அதாவது} \quad M = -Wa + \frac{1}{2}Wx \quad \text{உம}$$

ஆகும்.

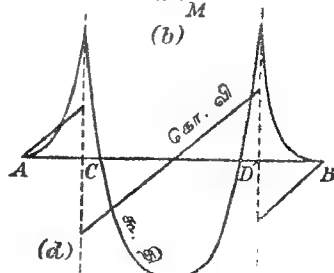
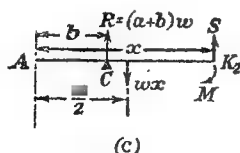
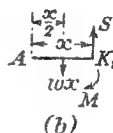
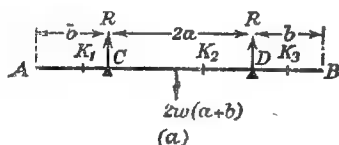
ஒவ்வோர் எதேதுக்காட்டிலும், முனைர் நிலைநிறுத்தியுள்ள குத்திரத்திற்கு இணங்க

$$\frac{dM}{dx} = S \quad \text{உம்} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = 0 \quad \text{உம்}$$

எனக் காண்கிறோம்.

இப்பயிற்சிக்குப் பொருத்தமான கொய்விசை வரிப்படமும் கூனல் திருப்ப வரிப்படமும் படம் 8-03 (d) யில் சுட்டிக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு (ii).—அலகு நீளமொன்றிற்கு நிறை  $w$  வும் நீளம்  $2(a+b)$  யும் கொண்ட சீரான வளைவானது, ஒவ்வொன்றும் அதற்கு அணிததாயுள்ள துனியிலிருந்து தூரம்  $b$  யில் இருக்கின்ற தாங்கிகளால் கிடையான நிலையில் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. வளையில வெவ்வேறு குறுக்குவெட்டுகளில் கொய்விசை, கூனல் திருப்பம் எனப்பவற்றின் பெறுமானங்களை ஆராய்க.



படம் 8-04. சமச்சீரான வளைக்கப்பட்டுள்ள தாங்கிகள் மீது புறச் சுமையேற்றாத, பாரமுள்ள சீரான வளை.

படம் 8-04 (a) யில் காட்டியுள்ளதுபோலே தாங்கியொவ்வொன்றிலும் தாக்கம்  $R$  ஆகும். அப்பொழுது  $R = (a+b)w$ . பாகம்  $AK_1$  இன் சமநிலையைக் கருதுக, இங்கு,  $\blacksquare$  என்பது

வளையின் நுனி A யிலிருந்து  $K_1$  இன் தூரமும்  $0 < x < b$  யும் ஆகும். படம் 8·04 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு S உம் M உம் இருக்கட்டும். அப்பொழுது சமநிலை நிபந்தனைகளுக்கு

$$S = wx \quad \text{உம்}$$

$$M = Sx - wx(\frac{1}{2}x) = \frac{1}{2}wx^2 \quad \text{உமாம்.}$$

அடுத்து வளையின் பாகம்  $AK_2$  ஐக் கருதுக ; இங்கு A யிலிருந்து  $K_2$  இன் தூரம் ■ ஆனது ■  $< x < (b + 2a)$  எனப்பற்றுகேற்ப அமைந்திருக்கிறது. சமநிலையின் பொருட்டுப் படம் 8·04 (c) யைக் காண்க,

$$S + (a + b)w = wx \quad \text{உம்}$$

$$M + R(x - b) - \frac{1}{2}wx^2 = 0 \quad \text{உம}$$

ஆதல் வேண்டும்.

$$\therefore S = (x - a - b)w \quad \text{உம்}$$

$$M = \frac{1}{2}wx^2 - w(a + b)(x - b) \quad \text{உமாம்.}$$

முறைமையான ஆய்வை வளையில் இரண்டாவது தாங்கிக்கு அப்பாலிருக்கின்ற பாகத்திற்கு நடத்த வேண்டியதில்லை ; ஏனெனில் B யிலிருந்து தூரம்  $z$ ,  $b > z > 0$  இலுள்ள புள்ளி  $K_3$  இல் தாக்குகின்ற கொயவிசையும் கூனல் திருப்பமும் A யிலிருந்து தூரம்  $x = |z|$  இல் அவற்றிற்கு ஒத்ததாய் தாக்குகின்ற கணியங்களுக்குப் பெறுமானத்தைப் பொறுத்தமட்டில் சமனாகவும் போகக்கூடாது பொறுத்தமட்டில் எதிராகவும் உன. கொயவிசை, கூனல் திருப்பம் என்பவற்றிற்குரிய வரிப்படங்கள் படம் 8·04 (d) யில் காட்டியுள்ளவாறாகும்.

**முனைநெம்பு.**—முனைநெம்பு என்பது அதன் ஒரு நுனி சுவரொன்றிலோ வேறொரு விறைப்பான தாங்கியொன்றிலோ நிலையாக்கிய நீளம் l ஐ உடைய சீரான கிடையான கோல் AB இனாலானது, படம் 8·05 (a). அதன் சொந்த நிறை புறக்கணிக்கத்தக்கது எனவும் அதன் சுயாதீன நுனியில் நிறை W ஐ அது காவுகின்றது எனவும் நாம் முதனமுதலிலே கொள்வோம். நிலைத்த நுனியில் மேலமுகமான தாக்கம் R உம் கோல்மீது சுவர் பிரயோகிக்கின்ற இணை Z உம் ஆகுக.

முழுக்கோலினதுஞ் சமநிலையைக் கருதுமிடத்து :

$$R - W = 0 \quad \text{உம்}$$

$$Z + Wl = 0 \quad \text{உம்}$$

அல்லது

$$R = W \quad \text{உம்} \quad Z = -Wl \quad \text{உமாம்.}$$

எனவே இங்கு ஏற்றுக்கொண்ட வழக்கின்படி இணை இடஞ்சுழியானது.

அடுத்து நெம்பின் பாகம் AK இன் சமநிலையைக் கருதுக, இங்கு K ஆனது A யிலிருந்து தூரம் x இலுள்ள வெட்டாகும்,  $0 < x < l$ . நெம்பின் இப்பாகமீது தாக்குகின்ற விசைகளும், இணைகளும் படம் 8·05 (b) யிற் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கின்றன. சமநிலைக்குரிய நிபந்தனைகளின்படி.

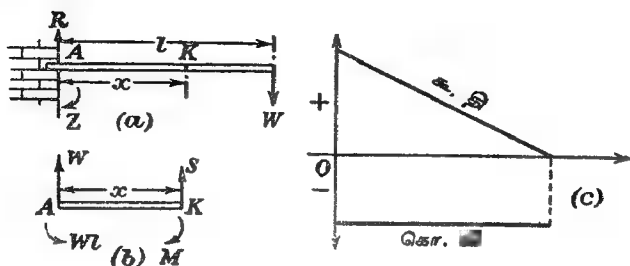
$$W + S = 0 \quad \text{அல்லது} \quad S = -W \quad \text{ஆகவும்}$$

$$M - Wl - Sx = 0 \quad \text{ஆகவும்}$$

வேண்டும் ; அதாவது

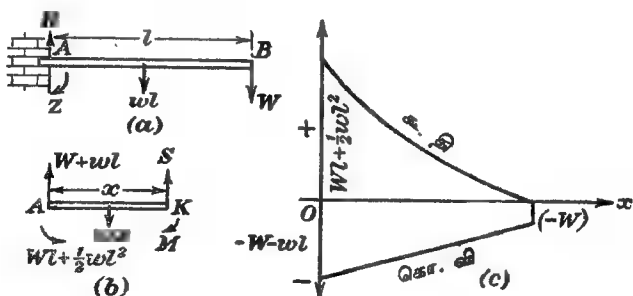
$$M = W(l - x).$$

எனவே கொய்விசை வரிப்படமும் கூனல் திருப்ப வரிப்படமும் படம் 8.05 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைகின்றன.



படம் 8.05. புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையையுடைய நெம்பு.

அடுத்து மேற்படி நெம்பானது அலகுநீளம் ஒன்றிற்கு நிறை  $w$  உடையது எனக் கொள்க. நிலைத்த நுனியில் நிலைக்குத்தான தாக்கம்  $R$  உம் கோல்மீது சுவர் தாக்கும் இணை  $Z$  உம் ஆகுக, படம் 8.06 (a).



படம் 8.06. அதன் சுமாதின் நுனியில் கமையேற்றிய சீரான நெம்பு.

முழுநெம்பின் சமநிலையைக் கருதுவோம் ; அதற்கான நிபந்தனைகள்

$$R - wl - W = 0 \quad \text{உம்}$$

$$Z + Wl + \frac{1}{2}wl^2 = 0 \quad \text{உமாம்.}$$

எனவே  $R = W + wl$  உம்

$$Z = -Wl - \frac{1}{2}wl^2 \quad \text{உமாம்.}$$

அதாவது இவ்விணையானது பெறுமானம்  $(Wl + \frac{1}{2}wl^2)$  உடையது ; அது இடஞ்சுழியாகத் தாக்குகிறது.

அடுத்து நிலைத்த நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள குறுக்குவெட்டில் கொய்விசை  $S$  உம் கூனல் திருப்பம்  $M$  உம் ஆகுக; இங்கு  $0 < x < l$ . அப்பொழுது நெம்பின் இப்பாகமீது தாக்குகின்ற விசைகளும், இணைகளும் படம் 8-06 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கின்றன. சமநிலையயிட்டு

$$W + wl + S = wx,$$

அதாவது

$$S = -W - w(l - x)$$

எனவும்,

A ஐக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களைக் கணித்து

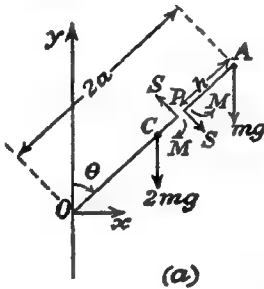
$$M + \frac{1}{2}wx^2 - Wl - \frac{1}{2}wl^2 - Sx = 0$$

எனவும்

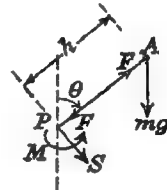
பெறுகிறோம்.

$$\begin{aligned} \therefore M &= [-W - w(l - x)]x - \frac{1}{2}wx^2 + Wl + \frac{1}{2}wl^2 \\ &= W(l - x) + \frac{1}{2}w(l - x)^2. \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு.—



(a)



(b)

படம் 8-07.

நிலைக்குத்தான தளமொன்றில் சுழலுமாறு, நீளம்  $2a$  ஐ உடைய இலேசான ஆனால் விறைப்பான கோல் OA ஆனது நிலைத்த புள்ளி O வில் அழுத்தமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. கோலில் A என்னுமா புள்ளியில், திணிவு  $m$  ஐ உடைய துணிக்கையொன்றும், அதன் மையம் C யில் திணிவு  $2m$  ஐ உடைய இன்னுமொன்றும் விறைப்பாகப் பற்றப்பட்டிருக்கின்றன. கோலானது ஓய்வுநிலையில், மேல்முகமான நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் கோணம்  $\theta$  ஆகும்பொழுது விடுவிகப்படுகிறது. மேல்முகமான நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் அது கோணம்  $\phi$  வை ஆக்குகனால் அதன் கோணவேகம்  $\dot{\theta}$ ,

$$3a \dot{\theta}^2 = 4g \text{ (கோசை } \alpha - \text{கோசை } \theta)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது எனக் காட்டுக.

மேலும் கோலின் கோண ஆமாடுகளையும், A யிலிருந்து தூரம்  $h$  ( $h < a$ ) இலுள்ள குறுக்கு வெட்டில் கொய்விசை, கூனல் திருப்பம் என்பவற்றையும் துணிக. கோசை  $\phi$  வின் எந்தப் பெறுமானங்களுக்கு கோலின் மேல்ரைவாசி நெருக்கமுறுநிலையில் இருக்கிறது?

Oy உடன் கோலானது கோணம்  $\theta$  ஆக்கும்பொழுது கோலமீதுள்ள புற விசைகளாக, A யில்  $mg$  யும் C யில்  $2mg$  யும் O வில் தாக்கமும் உள்ளன. ஓய்வு நிலையிலிருந்தே கோல விடுவிகப்பட்டதால் சக்தித் தத்துவம்

$$\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \alpha^2 \theta^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4\alpha^2 \cdot \theta^2 + 2mg \cdot \alpha \text{ கோசை } \theta + mg \cdot 2\alpha \text{ கோசை } \theta \\ = 2mg \cdot \alpha \text{ கோசை } \alpha + mg \cdot 2\alpha \text{ கோசை } \alpha.$$

அதாவது

$$3\alpha\theta^2 = 4g \text{ (கோசை } \alpha - \text{கோசை } \theta)$$

எனவே

$$\theta = \frac{2g}{3\alpha} \text{ சைன் } \theta.$$

அடுத்து குறுக்குவெட்டு P யில் கொய்விசைகள் SS, கூனற்றிருப்பவர்கள் MM எனப்பற்றைக் கருதுக; இங்கு  $PA = h$ ; கோல விறைப்பானதாதலால் மீள்தன்மை பற்றிய கருத்துக்கள் எழமாட்டா, கீழே காண்க. இனி A யின் ஆமுடுகலானது, OA யிற்குச் செங்குத்தாக  $2a\theta$  உம, AO வழியே  $2a\theta^2$  உம உடையதாகும். எனவே PA மீதுள்ள விசைகளைப் PA யிற்குச் செங்குத்தாகத் துணிக்க,

$$m(2a\theta) = mg \text{ சைன் } \theta + S.$$

P பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களைக் கணிக்க,

$$m(2a\theta)h = mgh \text{ சைன் } \theta - M.$$

$$\therefore S = 2am \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{g}{\alpha} \text{ சைன் } \theta - mg \text{ சைன் } \theta, \\ = m[\frac{4}{3}g \text{ சைன் } \theta - g \text{ சைன் } \theta] = \frac{1}{3}mg \text{ சைன் } \theta,$$

அத்துடன்

$$M = -2am \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{g}{\alpha} \text{ சைன் } \theta \cdot h + mgh \text{ சைன் } \theta \\ = -\frac{1}{3}mgh \text{ சைன் } \theta.$$

இனி கோலின் பாகம் PA யில் உதைப்பு F எனக்கொள்க. A யிலுள்ள திணிவு  $m$  மீது தாக்குகின்ற விசைகள் படம் 8·07 (b) யில் காட்டியுள்ள வாறு அமைந்திருக்கின்றன. AP வழியே விசைகளைத் துணிக்க,

$$m(2a \cdot \theta^2) = mg \text{ கோசை } \theta - F.$$

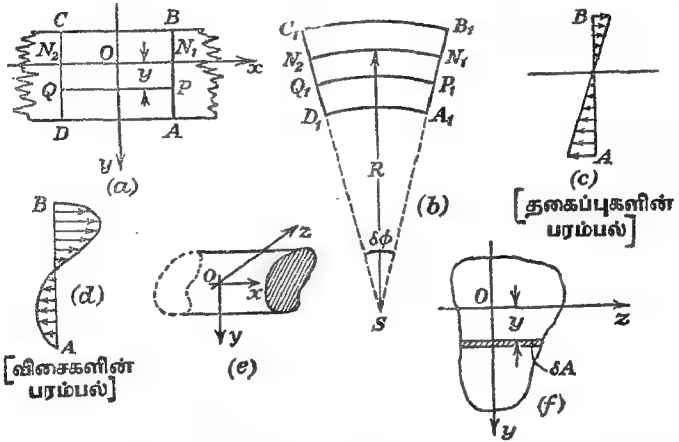
$$\therefore F = mg \text{ கோசை } \theta - 2a\theta^2 \cdot m \\ = mg \text{ கோசை } \theta - 2am \cdot \frac{4g}{3\alpha} (\text{கோசை } \alpha - \text{கோசை } \theta) \\ = \frac{1}{3}mg[11 \text{ கோசை } \theta - 8 \text{ கோசை } \alpha].$$

$\therefore \theta = \alpha$  ஆகுமிடத்து F நேராகும்;  $\theta$  கூடுங்கால் அது குறைகிறது; கோசை  $\theta = \frac{8}{11}$  கோசை  $\alpha$  ஆகுமிடத்து அதன் குறி மாறுகிறது.

ஆகவே தொடக்கத்தில் F ஓர் அமுக்கம் ஆகும்; கோசை  $\theta < \frac{8}{11}$  கோசை  $\alpha$  ஆகும்பொழுது அது ஓர் இழவை ஆகிறது.

கூனலால் ஆகும் தகைப்புக்கள்.—படம் 8·08 (a) யில் விகாரப்படாத நிலையில் நேராக இருக்கின்ற கோலொன்றினது மூலகத்தின் நெட்டாங்கு வெட்டு ABCD ஆகுக; இருந்தாலும் இனி கோல் விறைப்பானது

அன்று ; எனவே கீழே காட்டியுள்ளவாறு அதனது மீள்தன்மை மட்டைக் கருதவேண்டும். கோலின் சடம் சமவியல்புடையது எனவும் ஓரினமானது எனவும் கொள்ளப்படுகிறது. வரிப்படத் தளத்திற்குச் செங்குத் தான குறுக்கு வெட்டின் வடிவம் இங்கு தொடர்பில்லாதது. இணையொன்றின் பிரயோகத்தால் வளையானது கூனப்பட்ட பின்னர் அதன் அதே மூலகத்தின் நெட்டாங்கு வெட்டைப் படம் 8·07 (b) காட்டுகிறது ; இவ்வண்ணம் கூனல் ஆக்கப்படும்பொழுது அது தூய கூனல் எனப்படும். வளையின் எந்தப் புள்ளியிலும் மீள்தன்மையெல்லை மீறப்படவில்லை எனக்



படம் 8·08. இணையொன்றின் பிரயோகத்தால் கூனலுற்ற வளை. [தூய கூனல்.]

கொள்ளப்படும். இந்நெட்டாங்கு வெட்டிலுள்ள எந்தப் புள்ளியின் நிலையும் செவ்வகவச்சுக்கள்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பவை தொடர்பாகக் குறிக்கப்படுக ;  $y$  யின் நேரான திசை கீழ்முகமானது என்பது குறித்தற்பாலது.

குறுக்குவெட்டு  $AB$  யில் கூனல் திருப்பம்  $M$  எனின், அப்பொழுது வளையின் மேற்பாகத்து இழைகள் ஈர்க்கப்பட்டும் அதன் கீழ்ப்பாகத்து இழைகள் அழுக்கப்பட்டும் இருப்பதைப் படம் 8·07 (b) எடுத்துக் காட்டுகிறது. வரையறுத்த பரப்பொன்றின்மீதுள்ள இழைகள் விகாரப்படமாட்டா ; அதுவே நடுநிலைப் பரப்பு ; அதன் அடையாளம்  $N_1N_2$  என்பது  $x$  ஆள்கூற்றச்சாக எடுக்கப்படுகிறது ; அவ்வடையாளமானது வழக்கமாக வளையின் நடுநிலையச்சு எனக் குறிக்கப்படுகிறது.  $P_1Q_1$  வழியேயுள்ள விகாரமானது [அது  $x$  அதிகரிக்குந் திசையில் நேர் எனக் கருதப்படும்].

$$\frac{P_1Q_1 - PQ}{PQ} = \frac{(R - y)\delta\phi - R\delta\phi}{R\delta\phi} = -\frac{y}{R}.$$



இங்கு  $R$  என்பது  $N_1N_2$  இலிருந்து  $B_1A_1$  உம்  $C_1D_1$  உம் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளியின் தூரமும்,  $\delta\phi$  என்பது காட்டப்பட்ட கோணமும் ஆகும். தகைப்பு  $-\frac{E}{R}y$  ஆகும்; இங்கு  $E$  என்பது வளையின் திரவியத்து யங்வினின் மட்டு ஆகும். இங்கு இழையொவ்வொன்றும் நெட்டாங்காக விரியவும் குறுக்குப்பக்கமாகச் சுருங்கவும் சுயாதீனமாய் முடியும் எனக் கொள்ளப்படுகிறது; அதாவது தகைப்புறுங்காலே மற்றெல்லா அடுக்குகளிலிருந்து பிரிந்திருக்கிறதுபோல் அது தொழிற்படுகிறது. இல்லாவிடில்  $E$ , வளையின் திரவியத்து யங்வினின் மட்டு ஆகமாட்டாது; அது வேறொரு மீள்தன்மைக் குணகம் ஆகும்.

எனவே தகைப்பானது நடுநிலைப் பரப்பிலிருந்து அது கருதப்படும் புள்ளியினது தூரத்தின் எக்பரிமாணச் சார்பு ஆகும், படம் 8·08 (c) யைப் பார்க்க. இனி நாம் ஏற்றுக்கொண்ட வழக்கின்படி  $AB$  யின் புள்ளி யொன்றிலுள்ள தகைப்பானது வளையில்  $AB$  இறகு வலப்பக்கமாக இருக்கின்ற பாகத்தால் ஆனது; எனவே  $AB$  மீது தாக்குகின்ற விசைத் தொகுதியின் திருப்பமானது கூனல் திருப்பம்  $M$  ஆய் இருத்தல் வேண்டும், படம் 8·08 (d) யைப் பார்க்க.

எமது  $x, y$  அச்சுகள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டதும் மூன்றாவது, அதாவது  $z$  அச்சானது படம் 8·08 (e) யில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு அமைந்திருக்கும். படம் 8·08 (f) இல்,  $\delta A$  எனபது வளையின் குறுக்குவெட்டிலுள்ள பரப்பின் மூலகமொன்று என்க; அம்மூலகத்தின் நீளம்  $z$  அச்சுக்குச் சமாந்தரம்; அதன் அகலம்  $\delta y$ . இனி இப்பரப்பின் மூலகத்தினிடத்து  $x$  அதிகரிக்குந் திசையில், அதன் மீதுள்ள விசை  $\left(-\frac{E}{R}y\right) \delta A$ , எனவே குறுக்குவெட்டு  $AB$  மீதுள்ள முழு விசையும்

$$-\frac{E}{R} \int y dA.$$

கூனல் தூயது எனக் கொள்ளப்பட்டபடியால் இது பூச்சியமாகும். [தொகையீடானது கருதப்படும் குறுக்குவெட்டு முற்றிலும் செய்யப்படுகிறது.]

$$\therefore \int y dA = 0.$$

ஆனால்

$$\int y dA = \bar{y} A;$$

இங்கு  $\bar{y}$  ஆனது  $Oz$  இலிருந்து வெட்டினது மையப்போலியின் தூரம் ஆகும்; அதாவது  $\bar{y} = 0$  அல்லது நடுநிலையச்சானது வெட்டினது மையப்போலியூடாகச் செல்லுகின்றது.

வலஞ்சுழித் திசையில் நடுநிலைப்பரப்பு ஊடே செல்லுகின்ற நேர்கோட்டு என்று பற்றி வெட்டு மீது தாக்குகின்ற விசைகளின் திருப்பமானது

$$-\left[-\frac{E}{R}\int y.y\,dA\right]=\frac{E}{R}\int y^2\,dA=\frac{EI}{R};$$

இங்கு  $I$  கருதப்படும் வெட்டின் சடத்துவத் திருப்பம் ஆகும். [அது திணிவைச் சார்ந்திராதபடியால்  $I$  எனபது உண்மையான சடத்துவத் திருப்பம் அன்று என வற்புறுத்தப்படுகிறது;  $\int y^2\,dA$  ஐக் குறிக்குமுகமாக மட்டுமே  $I$  பயன்படுத்தப்படுகிறது; முந்தியது நடுநிலைச்சுப் பற்றி பரப்பின் இருபடித் திருப்பம் ஆகும். சிலவேளைகளில் அது பரப்பின் இரண்டாவது பரப்பளவுத் திருப்பம் என அழைக்கப்படுகிறது. அதன் பெறுமானம், குறுக்கு வெட்டின் அளவு, வடிவம் என்பவற்றாலும் நடுநிலைச்சின் தானத்தாலும் மட்டுமே நிர்ணயிக்கப்படுகின்றது].

$R^{-1}$  இற்குப் பதிலாக  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ஐப் புகுத்தக்கூடிய அளவில் வளையின் கூனல் சிறிதாய் இருப்பதால்

$$M=\frac{EI}{R}=EI\frac{d^2y}{dx^2}.$$

$\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right]$  மறை எனின், வளைவாரையும் மறையாகும்; அதாவது  $y$  யின் மறைப் பக்கத்துப் புள்ளியொன்றிலிருந்து பார்க்கும்பொழுது வளையின் அணித்தாயுள்ள பரப்பு குழிவுள்ளது.]

$EI$  என்னும் காரணி வளையின் வளைவு விறைப்பு எனப்படும்.

$|p|=\frac{E}{R}|y|$  ஆதலின் நெட்டாங்குத் தகைப்பானது நடுநிலைப் பரப்பிலிருந்து (வெட்டின்) மிகத்தூரமான எல்லையில் ஓர் உயர்வு ஆகும்.

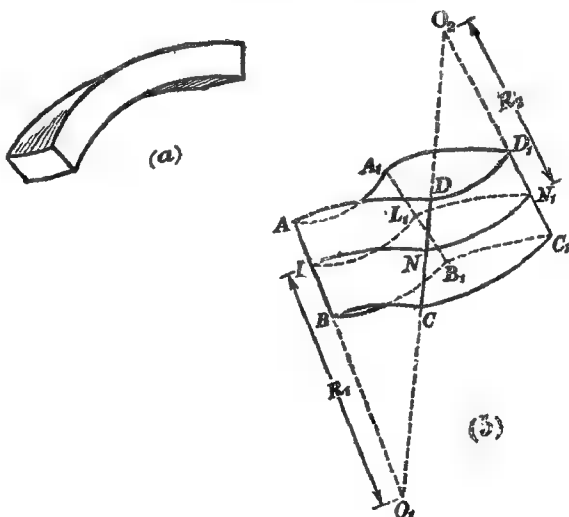
$M=\frac{EI}{R}$  ஆதலின்  $|p|=\frac{M}{I}|y|$  என்பது தெளிவாகும்.

சாதாரண கூனல்.—எளிய கூனல் பற்றிய ஆய்வொன்று ஏற்கெனவே தரப்பட்டிருக்கிறது; அது கூனலுக்குரிய சிறப்பு எடுத்துக்காட்டொன்றாகும்; அவ்வெடுத்துக்காட்டில் கொய்விசை இல்லை. பெரும்பாலும் நடைமுறையில், கூனலுடன் எப்பொழுதும் கொய்விசைகள் தோன்றுகின்றன; அவை வளையின் குறுக்கு வெட்டுகளில் நிலைக்குத்தான கொய்வொன்றை உண்டாக்க முயல்கின்றன. இது நிகழும்பொழுது பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, எந்த வெட்டின் குறுக்கேயும் தாக்கும் விசைகள் இணையொன்றையும் அக்குறுக்கு வெட்டிலுள்ள கொய் விசைகளையும் சமமாக்கல் வேண்டும்; அதாவது நெட்டாங்குத் தகைப்பும் தொடலித் தகைப்பொன்றும் உடன் தோன்றும். இருந்தாலும் நடைமுறையில் அமைப்பொன்றைத் திட்டமிடும்பொழுது வருகின்ற எடுத்துக்காட்டுக்களில் எளிய கூனலுக்கான கொள்கையைப் பயன்படுத்துதல் போதியதாகும் எனப் பெளதிக அறிஞரும்

எந்திரியும் முடிவு செய்துள்ளனர். ஆகையால் பின்தொடர்கின்றதில் முற்றிலும் நாம் நிலைநிறுத்தியுள்ள எளிய சூத்திரத்தாலேயே தகைப்புறும் வளையின் வளைவு கூனல் திருப்பத்துடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்வோம்.

**குறுக்குக் கூனல் ; முரண் முறிவு வளைவு.**—அதன் ஒவ்வொரு இழையும் அமுக்கும் அல்லது இழுக்குந் தகைப்பொன்றால் தாக்கப்படும்பொழுது அவ்விழை தடையின்றி முறையே விரிய அல்லது சுருங்க முடியுமாயின், வளையொன்று நெட்டாங்காக அதாவது அதன் நீளம் கிடக்கும் தளத்தில், கூனுவிக்கப்படுமிடத்து அக்கூனலுடன் எதிரான வளைவுள்ள குறுக்குக் கூன் ஒன்றும் தோன்றவேண்டும். படம் 8·08 இல் கருதியுள்ள வளையினிடத்து, நடுநிலைப் பரப்பிற்கு மேலேயுள்ள இழைகள் ஈர்க்கப்படுகின்றன; எனவே அவ்வொவ்வொன்றும் பக்கச் சுருங்கலுறல் வேண்டும்; அதே நேரம் பக்கவிரிவுறுமாறு கீழ் இழைகள் அமுகப்படுகின்றன.

மேற்படி குறிப்புக்களைக் கீழ்வரும் எளிய பரிசோதனை தெளிவாக்குகிறது. பரிமாணங்கள் கிட்டத்தட 5 சமீ.  $\times$  3 சமீ.  $\times$  0·5 சமீ. கொண்ட இந்தியா றப்பாத் துண்டொன்றின் நீளம் வட்டவிலுள்ளொரு வளைக்கப் பட்டால் றப்பரால் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும் வடிவம், படம் 8·09 (a) யில்



படம் 8·09. குறுக்குக் கூனல் : முரண் முறிவு வளைவு.

காட்டியுள்ளதுபோல் இருக்கும்; நெட்டாங்கு நார்கள் மட்டுமன்றி அவற்றிற்குச் செங்குத்தான நார்களுங்கூட வட்ட விற்களாகக் கூனப்படுகிறது.

இந்தியா றப்பருக்குக் கீழேயுள்ள புள்ளியொன்றைக் குறித்துக் குழிவாக இருக்கும் வண்ணம் நெட்டாங்கு நார்கள் கூனப்படின, அப்பொழுது றப்பருக்கு மேலேயுள்ள புள்ளியொன்று பற்றிக் குறுக்கு நார்கள் குழிவாக இருக்கும். நெட்டாங்குத் தளத்திற்குச் செங்குத்தான தளத்தில் ஆக்கப்படும் கூனலானது மாதிரிக்கு முரண்-முறிவு வளைவு ஒன்றை அளிக்கின்றது.

இனி செவ்வகக் குறுக்குவெட்டை உடைய வளையொன்று நடுநிலைப் பரப்பிற்கு மேலேயுள்ள இழைகள் ஈர்க்கப்படவும், அதற்குக் கீழேயுள்ள இழைகள் அழுக்கப்படவும் எளிய கூனல் உறுகிறது எனக் கருதுக. படம் 8.09 (b) யில் ABCD என்பது கூனலுற்ற வளையின மூலகமொன்றின் பக்கமொன்றாகுக் ; இப்பக்கமானது கூனல் தளத்திற்குச் சமாந்தரமாகும். LN என்னுங் கோடு வழியே இப்பக்கம் நடுநிலைப் பரப்பால் வெட்டப் பட்டும். மூலகத்தின் எதிர்ப்பக்கம்  $A_1B_1C_1D_1$  ஆகுக ; அதை நடுநிலைப் பரப்பானது  $L_1N_1$  வழியே வெட்டுகிறது. LN இன் வளைவாரை  $R_1$ , வளையினது திரவியத்தின் பொய்சோனின் குணகம்  $\sigma$  என்பன தொடர்பாக முரண் முறிவு வளைவாரை  $R_2$ , அதாவது  $LL_1$  (அல்லது  $NN_1$ ) இன் ஆரைக்குக் கோவையொன்றைப் பெற வேண்டும். நீட்டிய AB யும் DC யும்  $O_1$  இற் சந்திக்க ; நீட்டிய CD யும்  $C_1D_1$  உம்  $O_2$  இற் சந்திக்க.

$LN = L_1N_1 = a$  யும்  $NN_1 = LL_1 = b$  யும் ஆகுக. அப்பொழுது AL முதலியன  $= h$  எனின்

$$\frac{AD}{LN} = \frac{R_1 + h}{R_1} \quad \text{அதாவது } AD = a \left( 1 + \frac{h}{R_1} \right).$$

$$\text{மேலும் } \frac{DD_1}{NN_1} = \frac{R_2 - h}{R_2} \quad \text{அதாவது } DD_1 = b \left( 1 - \frac{h}{R_2} \right).$$

$$\text{ஆனால் } \frac{AD - LN}{LN} = AD \text{ வழியேயுள்ள நெட்டாங்கு விகாரம் ;}$$

மேலும்

$$\frac{NN_1 - DD_1}{NN_1} = DD_1 \text{ வழியே அலகு அகலமொன்றிற்கான பக்கச்}$$

சுருங்கல்.

$$\therefore \sigma \left[ \frac{AD}{a} - 1 \right] = \left[ 1 - \frac{DD_1}{b} \right];$$

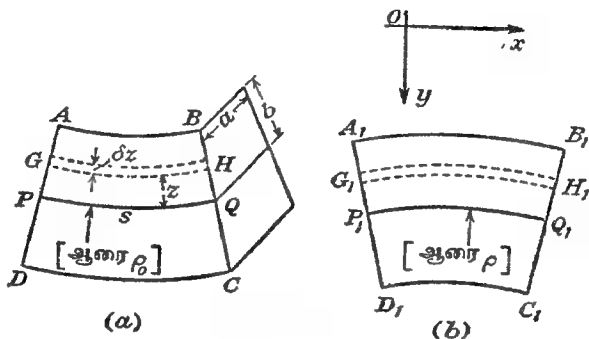
அதாவது

$$R_1 = \sigma R_2.$$

தொடக்கத்திலே சரி நேரல்லாத வளையொன்றின் கூனல்.—படம் 8.10(a) யில், ABCD ஆனது சற்றுத் தொடக்கத்தில் கூனலுற்ற வளையொன்றின் மூலகமொன்றாகுக. PQ ஆனது நடுநிலைப் பரப்பு (உண்மையில் வரிப் படத் தளத்தில் அதன் அடையாளம்) ஆகுக.  $PQ = s$  ஆனது

ஒரு சிறு முடிவுள்ள நீளம் எனின், அப்பொழுது  $AB = s - \Delta s_0$  என்க. எனவே வரிப்படத்தில் காட்டியுள்ள குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்த,

$$\frac{s - \Delta s_0}{\rho_0} = \frac{\rho_0 - b}{\rho_0} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{\Delta s_0}{\rho_0} = \frac{b}{\rho_0}.$$



படம் 8.10. சிறு தொடக்க வளைவுற்றிருக்கின்ற வளையொன்றின் கூனல்.

கூனலை ஆக்கும் பொருட்டு வளைமீது தரப்பட்ட விசைத்தொகுதியொன்று பிரயோகிக்கப்பட்ட பின்னர்  $AB$  ஆனது  $A_1B_1$  ஆகினால்,  $A_1B_1 = s + \Delta s$  என்க. அப்பொழுது

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{b}{\rho};$$

இங்கு  $\rho$ , நடுநிலைப் பரப்பின் புது வளைவாரை ஆகும்; எல்லாக் கணியங்களும் எண் கணியங்களாகவே கருதப்படுகின்றன. எனவே  $AB$  யின் நீளமானது  $\Delta s + \Delta s_0 = sb \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right]$  என்பதால் கூடியிருக்கிறது.

அடுத்து, (புள்ளியிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ள) இழை  $GH$  ஐக் கருதுக; அது  $PQ$  விற்கு மேலே உயரம்  $z$  இல் இருக்கிறது. இது  $G_1H_1$  ஆகும் பொழுது உண்டாகின்ற நீட்சி  $\eta$ ,

$$\frac{\eta}{\Delta s + \Delta s_0} = \frac{z}{b}, \quad \text{அல்லது} \quad \eta = zs \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right]$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

வளையினது திரவியத்தின் யங்ஸின் மட்டு  $E$  எனின் [வழக்கம்போல் வளை நெருக்கப்பட்டிருக்கும்போதுஞ் சரி அது ஈர்க்கப்பட்டிருக்கும்போதுஞ்

சரி E யின் பெறுமானம் அதுவே எனக் கொள்கிறோம்] அப்பொழுது

GH மீது அதற்கடுத்துள்ள இழைகளால்  
பிரயோகிக்கப்படுகின்ற ஈர்க்கும் விசை

$$E = \frac{a \delta z}{zs \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right] \div s \left[ 1 - \frac{z}{\rho_0} \right]}$$

$$= \frac{\text{ஈர்க்கும்விசை}}{a \delta z} \div z \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right], \quad \frac{z}{\rho_0} \rightarrow 0 \text{ எனின்.}$$

$$\therefore \text{ஈர்க்கும் விசை} = a E \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right] z \delta z.$$

காட்டப்பட்ட மூலகத்தின் நுனியை நடுநிலைப் பரப்பு வெட்டும் புள்ளி Q ஊடே செல்லுகின்ற நேர்கோட்டைக் குறித்து இவ்விசையின் திருப்பம்

$$E \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right] z^2 \delta z$$

ஆகும்.

ஈர்க்கும் விசைமுழுவதும் பூச்சியம் ஆதலின், PQ என்பது மூலகத்தினது குறுக்குவெட்டின் திணிவுமையம் ஊடே செல்லுகின்ற தளமொன்றில் கிடக்கவேண்டும் ; எனவே முழுத்திருப்பம் M ஆனது

$$E \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right] \int a z^2 \delta z$$

ஆகும் ; இங்கு தொகையீடு வளைவின் ஆழம் முற்றிலும் செய்யப்படுகிறது.

$$\therefore M = EI \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right], \quad I = \int a z^2 \delta z \text{ எனின்.}$$

உண்மை கூறுமிடத்து  $\rho$  நேர் எனின்  $\rho_0$  மறையாகும் ; எனவே மேற்படி சூத்திரத்தை

$$M = EI \left[ \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right],$$

அதாவது  $M = EI \times$  வளைவுமாற்றம் என எழுதினால் அது சாலவும் நன்று.

வேறுமுறை : வளைவின் கருதப்படும் மூலகத்தை நேராக்கும் பொருட்டு  $M_0 = \frac{EI}{\rho_0}$  என்பதால் தரப்படும் கூனல் திருப்பம்  $M_0$  ஐப் பிரயோகித்தாக

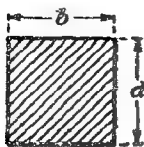
வேண்டும். அதிகப்படியான வளைவை ஆக்கும்பொருட்டு  $\frac{EI}{\rho}$  வினால் தரப்படும் கூனல் திருப்பம் அதிகப்படியாகத் தேவைப்படுகின்றது. எனவே வளைவை  $\rho_0$  இலிருந்து  $\rho$  இற்கு மாற்றிவைக்கத் தேவைப்படுகின்ற முழுக் கூனல்

திருப்பம்

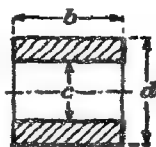
$$M = EI \left[ \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right]$$

$$= EI \times \text{வளைவுமாற்றம்.}$$

இங்கு குறிகள் கணக்கில் சேர்க்கப்படவில்லை.



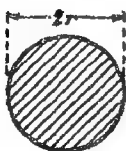
$$I = \frac{1}{12} b d^3$$



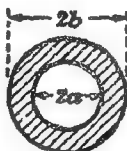
$$I = \frac{1}{12} b (d^3 - c^3)$$



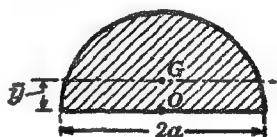
$$I = \frac{1}{48} b d^3$$



$$I = \frac{1}{4} \pi r^4$$



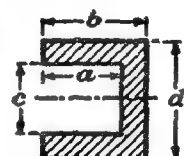
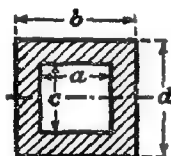
$$I = \frac{1}{4} \pi (b^4 - a^4)$$



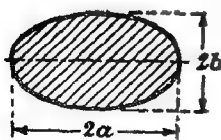
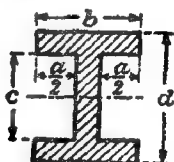
$$\bar{y} = \frac{4a}{3\pi} = 0.424a$$

$$I = \frac{1}{8} \pi a^4 - \pi a^2 \left( \frac{4a}{3\pi} \right)^2$$

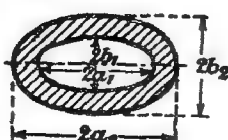
$$= 0.110 a^4$$



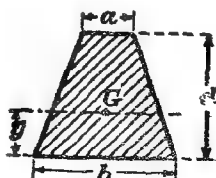
$$I = \frac{1}{12} (b d^3 - a c^3)$$



$$I = \frac{\pi}{4} a b^3$$



$$I = \frac{\pi}{4} (a_2 b_2^3 - a_1 b_1^3)$$

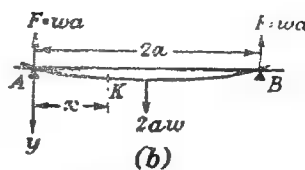
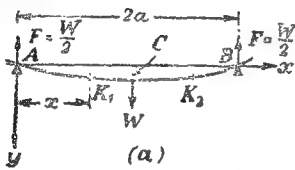


$$\bar{y} = \frac{d(2a+b)}{3(a+b)}$$

$$I = \frac{(a^2 + 4ab + b^2)d^3}{36(a+b)}$$

வெவ்வேறு குறுக்குவெட்டுகளுக்கான “சுத்துவத் திருப்பங்கள்” அல்லது இரண்டாவது பரம்பளவுத் திருப்பங்கள் என்பவற்றின் அட்டவணியில் ஒவ்வொரு பெறுமானமும் பரப்பளவின் “புரியிப்பு மையம்” ஊடே செல்லுகின்ற கிடைச்சொன்று பற்றிப் பெற்றுள்ளதாகும்.

அதனது நுனிகளில் தாங்கப்பட்டதும் மையமான சுமையொன்றைக் காவுகின்றதுமான இலேசான வளை.—படம் 8·11 (a) யில், அதனது நுனிகளிலுள்ள தாங்கிகள் மீது, கிடையான நிலையில், ஓய்வாயிருக்கின்ற வளை AB ஆகுக. வளையின் நீளம்  $2a$  ஆகுக; அதன் மையப் புள்ளியில் நிறை  $W$  வை உடைய சுமையொன்றை அது காவுகிறது எனக் கொள்க. வளை இலேசானது; எனவே  $W$  உடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்பொழுது அதன் சொந்த நிறை புறக்கணிக்கத்தக்கது. தாங்கிகளில் தாக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும்  $\frac{1}{2}W$  ஆகும்; அவை மேனமுகமாகத் தாக்குகின்றன. அப்பொழுது வழக்கம்போலே,  $A$  யிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் இருக்கின்ற



படம் 8·11. வளையொன்றில் (a) மாறுகின்ற, (b) சீரான சுமையேற்றுதல்.

புள்ளி  $K_1$  இல் கொய்விசை  $S$  ஆனது  $-\frac{1}{2}W$  எனவும் அதேநேரம் கூனற்றிருப்பம்  $M$  ஆனது  $M = -\frac{1}{2}Wx$  எனபதால் தரப்படுகின்றது எனவும் காண்கிறோம்; இங்கு  $0 \leq x \leq a$ .

எனவே

$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = M = -\frac{1}{2}Wx \quad \text{அல்லது} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{2} \frac{W}{EI} x.$$

இச்சமன்பாட்டைத் தொகையிடும்போது

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{4} \frac{W}{EI} x^2 + A.$$

இங்கு  $A$  ஆனது தொகையீட்டு மாறிலியொன்றாகும்.  $x = a$  என்னும்

புள்ளியில்  $\frac{dy}{dx}$  பூச்சியம் ஆதலின்,

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=a} = 0 = -\frac{1}{4} \frac{W}{EI} a^2 + A.$$

$$\therefore A = \frac{1}{4} \frac{W}{EI} a^2.$$

மீண்டும் தொகையிட,

$$y = -\frac{1}{12} \frac{W}{EI} x^3 + \frac{1}{4} \frac{W}{EI} a^2 x.$$

$x=0$  ஆகுமிடத்துக் கோணல் பூச்சியம் ஆதலின் இன்னுமொரு மாறிலியைச் சேர்க்கவேண்டியதில்லை.



எனவே வளைவின் மையத்தில் கோணம்

$$[y]_{x=a} = \frac{1}{6} \frac{W}{EI} \cdot a^3$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

மேலும் தாங்கிகளில் வளைவின் சரிவு,  $x$  பூச்சியமாகும்பொழுது  $\frac{dy}{dx}$  இன் பெறுமானமே ஆகும்.  $A$  யில் கிடைத்தளத்துடன் வளை ஆக்கும் கோணம்  $\theta$  ஆயின்

$$\text{தான் } \theta = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{1}{4} \frac{W}{EI} \cdot a^2.$$

இவ்வெடுத்துக்காட்டில் வளைவின் பாகம்  $CB$  என்பதிலுள்ள புள்ளி  $K_2$  இல், தொகுதியின் சமச்சீரைக் கருதிக் கோணலை உடனே எழுதலாம். இருந்தாலும், இதனிலும் சிக்கலான எடுத்துக்காட்டுக்களில் கையாளப்படும் முறையை விளக்கும்பொருட்டு முழுத் தீர்வும் இத்துடன் தரப்படுகிறது.  $A$  யிலிருந்து  $K_2$  இன் தூரமானது  $x$  ஆகுக; இங்கு  $a \leq x \leq 2a$ . அப்பொழுது  $K_2$  இல் கூனற்றிருப்பம்

$$M = -Wa + \frac{W}{2} \cdot x.$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{W}{EI} \cdot a + \frac{1}{2} \frac{W}{EI} \cdot x.$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{W}{EI} \cdot ax + \frac{1}{4} \frac{W}{EI} \cdot x^2 + A_1;$$

இங்கு  $A_1$  என்பது மாறிலியொன்றாகும்.  $x=a$  ஆகுமிடத்து  $\frac{dy}{dx}$  பூச்சியமாகும் என்னும் செய்தியால் அது நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. எனவே

$$0 = -\frac{W}{EI} \cdot a^2 + \frac{1}{4} \frac{W}{EI} \cdot a^2 + A_1.$$

$$\therefore A_1 = \frac{3}{4} \frac{W}{EI} \cdot a^2.$$

மீண்டும் தொகையிட,

$$y = -\frac{W}{2EI} \cdot ax^2 + \frac{1}{12} \frac{W}{EI} \cdot x^3 + \frac{3}{4} \frac{W}{EI} \cdot a^2x + B_1.$$

$B_1$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலியாகும்.  $x=2a$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின்

$$0 = \frac{W}{EI} \left[ -\frac{1}{2}a \cdot 4a^2 + \frac{1}{12} \cdot 8a^3 + \frac{3}{4}a^2 \cdot 2a + B_1 \right].$$

$$\therefore B_1 = -\frac{Wa^3}{6EI}.$$

$$\text{ஆகவே முன்போலவே } [Y]_{x=a} = \frac{1}{6} \frac{W}{EI} \cdot a^3.$$

**சீராகச் சுமையேற்றியுள்ள வளை.**—அடுத்து அதனது நுனிகளில் தாங்கப் பட்டதும் அலகு நீளமொன்றிற்கு நிறை  $w$  என்ற வீதத்தில் சீராகப் பரம்பிய சுமையொன்றைக் காவுகின்றதுமான கிடையான வளையொன்றைக் கருதுக ; இங்கு  $w$  இல் வளையின் அலகுநீளமொன்றின் நிறையும் அடங்கலாம் அல்லது அது இந்த நிறை மட்டுமேயாகவும் ஆகலாம். படம் 8-11 (b) யில் நீளம்  $2a$  ஐ உடைய வளை AB ஆகுக. வழக்கின்படி ஆள்கூற்று அச்சுக்களின் திசைகள் எடுக்கப்படுகின்றன. கூனற்றிருப்பம் தேவைப்படுகின்ற புள்ளி K இலுள்ள குறுக்குவெட்டின் தூரம்  $x$  ஆகுக. A யிலுள்ள உதைப்பு  $w a$  ஆகும். இனி வளையின் பாகம் AK இன் சமநிலையைக் கருதுக ; K யில் கொய்விசையும் கூனற்றிருப்பமும் முறையே S உம் M உம் ஆகுக. அப்பொழுது

$$w a + S = w x, \text{ அதாவது } S = w(x - a) \quad \text{உம்}$$

$$M + \frac{1}{2} w x^2 - S x = 0 \quad \text{உமாம்.}$$

எனவே 
$$M = w \left( \frac{x^2}{2} - a x \right).$$

[ந. கு. S இன் பெறுமானமானது எங்களுக்குத் தேவைப்படுவதில்லை ; எனவே K யைக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களை எடுப்பதால் அதைத் துணிவது தவிர்க்கப்படுகிறது ; அப்பொழுது

$$w a x + M - \frac{1}{2} w x^2 = 0 ;$$

எனவே முன்போலவே 
$$M = w \left( \frac{x^2}{2} - a x \right). ]$$

எனவே 
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{2} w x^2 - w a x \right].$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6} w x^3 - \frac{1}{2} w a x^2 \right] + A ;$$

இங்கு A தொகையீட்டு மாறிலி. ஆனால் அதனது மையப்புள்ளியில் வளையானது கிடையாய் இருக்கிறபடியால்

$$\left[ \frac{dy}{dx} \right]_{x=a} = 0 = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6} w a^3 - \frac{1}{2} w a^3 \right] + A,$$

அதாவது 
$$A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{EI} \cdot w a^3.$$

மீண்டும் தொகையிட,

$$y = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{24} w x^4 - \frac{1}{6} w a x^3 + \frac{1}{3} w a^3 x \right].$$

இங்கு  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின் தொகையீட்டு மாறிலி மறைகிறது.

$$\therefore \left[ y \right]_{x=a} = \frac{5}{24} \cdot \frac{w a^4}{EI}.$$

வளையார்ல் காவப்படும் முழுச் சுமையின் நிறையை  $W_0$  இறை குறித்தால் அதாவது  $W_0 = 2\alpha w$  ஆனால், வளையின் மையத்தில் கோணலானது

$$\frac{5}{48} \frac{W_0 a^3}{EI}$$

சுமையொன்றை வளையின் மையத்தில் செறித்து வைக்காது, அதை அவ்வளைமீது சீராகப் பாப்பிவைத்தால், உயர்வுக் கோணலானது அதன் முந்திய பெறுமானத்தின் எட்டில் ஐந்திற்குக் குறைக்கப்படுகிறது.

வளையொன்றின் இறுக்கம்.—வளையொன்றின் இறுக்கமானது அவ்வளை பாவிற்கு அதன் உயர்வுக்கோணல் கொண்டிருக்கும் விசைம் என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகிறது. இறுக்கமானது  $\eta^{-1}$  இனால் குறிக்கப்பட்டால், அப்பொழுது பெரிய பாவுடைய உருக்காலான தீராந்திகளிடத்து  $1000 < \eta < 2000$ . மரத்தாலான வளைகளிடத்து  $\eta$  ஆனது 400 இற்குக் குறையாமல் இருத்தல் வேண்டும்.

வளையொன்றின் கோணலைத் துணிதலுக்குரிய பொது முறை.—வளைகளின் கூனல் தொடர்பாக இதுவரை ஆராயப்பட்டுள்ள எந்த எடுத்துக் காட்டிற்கான தீர்வும்

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2}$$

என்னும் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும் என்னுஞ் செய்தியைப் பொறுத்துள்ளது; ஏற்கெனவே தரப்பட்டுள்ள முறைகளால்  $M$  இன் பொதுப் பெறுமானம் கணிக்கப்பட்டுள்ளது. இனி மிகு சிக்கலான எடுத்துக் காட்டொன்றில்  $M$  ஐக் கணிக்குமுன் தாங்கிகளால் வளைமீதுள்ள உதைப்புக் களைத் துணிதல் வேண்டும்; ஆனால் தாங்கிகளின் தொகை இரண்டை மீறினால் அவ்வுதைப்புக்களை நிலையியல் முறைகளால் துணியமுடியாது; எனவே தாங்கிகளின் தொகை இரண்டை மீறாமல் இருக்கும்பொழுது மட்டுமே கூனற்றிருப்பத்தைக் கணிக்க முடிகின்றது. ஆனால் [ப. 383 ஐப் பார்க்க].

$$\frac{dS}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2} = w$$

என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு  $w$  வளையின் அலகு நீளமொன்றின் நிறையாகும். எனவே வகையீட்டுச் சமன்பாடானது

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = w$$

ஆகிறது; இது

$$EI y^{IV} = w$$

எழுதப்படும்.

இச்சமன்பாட்டின் தொகையீடானது நான்கு எதேச்சையான் மாறிலி களைப் புகுத்துகின்றது ; எடுத்துக்காட்டின் எஞ்சிய நிபந்தனைகளைப் பயன்படுத்தி இவற்றைத் துணியலாம். அதன் நுனிகளில் உள்ள தாங்கிகள் மீது கிடையான நிலையில் இருக்கின்ற சீராகச் சுமையேற்றப்பட்டுள்ள வளையொன்றின் கோணலை மீண்டும் கருதி, வளையொன்றின் கூனல் பற்றிய எடுத்துக்காட்டொன்றின் ஆய்வில் எவ்வாறு இம்முறை கையாளப்படுகிறது என்பதை விளக்குவோம். ஆனால் இதைச் செய்யுமுன் முதன்மையான தேற்றமொன்றை நாம் நிலைநிறுத்த வேண்டியதாகின்றது.

**கொள.**—வளையொன்றின் தாங்கிய நுனியொன்றில் கூனற்றிருப்பம் பூச்சியம் ஆகும் என்பதை நிலைநிறுத்துதல்.

ஆள்கூறுகளின் உற்பத்தி என எடுக்கப்படுகின்ற நுனியில், வளைமீது தாங்கியால் ஆகும் உதைப்பு  $R$  எனக் கொள்க. வளையில் தாங்கியிலிருந்து தூரம்  $\delta x$  இலுள்ள குறுக்குவெட்டில்  $S$  உம்  $M$  உம் முறையே கொய் விசையும் கூனற்றிருப்பமும் ஆகுக, படம் 8.11 (c) யைப் பார்க்க. வளையின் இம்மூலகத்தின் சமநிலையையிட்டு பின்வருகின்ற நிபந்தனைகள் நிறைவேற்றப்படவேண்டும்.

(a) நிலைக்குத்தாக விசைகளைத் துணித்தால்

$$S + R - w \delta x = 0 ;$$

எனவே  $\delta x \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து எல்லையில்  $S = -R$ .

(b) உற்பத்தி பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால்

$$M + w \delta x \left( \frac{1}{2} \delta x \right) - S \delta x = 0.$$

இரண்டாம் வரிசையில் பெறப்படும் கணியங்களைப் புறக்கணித்தால்,

$$M = S \delta x$$

$$= 0,$$

$[\delta x \rightarrow 0 \text{ ஆகுமிடத்து}]$ .

எனவே தேற்றம் நிறுவப்பட்டுள்ளது.

அதன் நுனிகளில் தாங்கப்பட்டுள்ள சீராகச் சுமையேற்றிய வளை :—  
[வேறு முறை].

$$EIy^{IV} = w$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டைத் தொகையிட,

$$EIy''' = wx + A ;$$

இங்கு  $A$  துணியவேண்டிய மாறிலியொன்றாகும். மீண்டும் தொகையிட

$$EIy'' = \frac{1}{2}wx^2 + Ax + B.$$

சுயாதீன நுனி  $x=0$  இல் கூனற்றிருப்பம் எனவே  $y''$  என்பது பூச்சியம் ஆதலால் மாறிலி  $B$  பூச்சியம் ஆகும்.

இன்னுமொருமுறை தொகையிட,

$$EIy' = \frac{1}{6}wx^3 + \frac{1}{2}Ax^2 + C;$$

$x=a$  ஆகுமிடத்து  $y'=0$  ஆதலால் மாறிலி  $C$  துணியப்படுகிறது. இது

$$C = -\frac{1}{6}wa^3 - \frac{1}{2}Ax^2$$

எனத் தருகிறது.

மீண்டும் தொகையிட,

$$EIy = \frac{1}{24}wx^4 + \frac{1}{6}Ax^3 - \frac{1}{6}wa^3x - \frac{1}{2}Aa^2x;$$

$x=0$  என்னும் புள்ளியில் கோணல் பூச்சியம் ஆதலால் இங்கு தொகையீட்டு மாறிலி எதுவும் சேர்க்கப்படாது.  $x=2a$  ஆகுமிடத்தும்  $y$  பூச்சியம் ஆகும் என்னுஞ் செய்தியைப் பயன்படுத்தி  $A$  துணியப்படுகிறது. இது

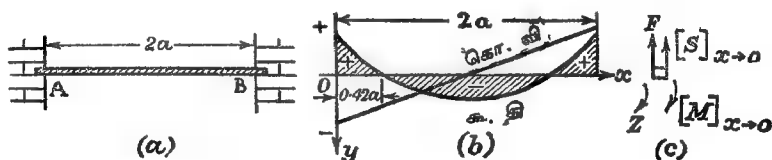
$$EI[y]_{x=2a} = 0 = \frac{2}{3}wa^4 + \frac{4}{3}Aa^3 - \frac{1}{3}wa^4 - Aa^3$$

என்பதைத் தருகிறது.

$$\therefore A = -wa.$$

எனவே முன்போல  $EIy = \frac{1}{24}wx^4 - \frac{1}{6}wax^3 - \frac{1}{6}wa^3x + \frac{1}{2}wa^3x$   
 $= \frac{1}{24}wx^4 - \frac{1}{6}wax^3 + \frac{1}{3}wa^3x.$

**நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளைகள்.**—வளையொன்றின் நுனிகளில் சாய்வில் எந்த மாறலையும் தாங்கிகள் தடுக்கும்வண்ணம் அத்துனை



படம் 8.12. நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளைகள்.

உறுதியாக அவ்வளையானது அதன் நுனிகள் ஒவ்வொன்றிலும் நிலையாக்கப்பட்டிருந்தால், அது நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளை என்று குறிக்கப்படுகிறது. அதன் நுனிகள் அதே கிடைத் தளத்தில் கிடக்கும்வண்ணம் அமைந்திருக்கின்ற வளையே இங்கு கருதப்படுகின்றது. சீரான வளையொன்றை இவ்வண்ணம் தாபிப்பதால் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் கோணல் குறைக்கப்படுகிறது எனக் காண்போம்; அதாவது வளையிலே முறியும் இயல்பு குறையும்.

படம் 8.12 (a) யில், AB ஆனது நீளம்  $2a$  யும் அலகுநீளம் ஒன்றிற்கு நிறை  $w$  வும் உடைய நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட சீரான வளையொன்றாகுதல்; அதன் நுனிகள் கிடைத் தளமொன்றில் நிலையாக்கப்பட்டு இருக்கின்றன.

அப்பொழுது

$$EIy^{IV} = w$$

என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வானது வளையில் நடுநிலைப் பரப்பின் வடிவத்தைத் தரும் ; இங்கு காட்டியுள்ளவாறு ஆள்கூற்றச்சுக்கள் அமைந்திருக்கின்றன.

$$\therefore EIy'' = \frac{1}{2}wx^2 + Ax + B \quad \text{உம்}$$

$$EIy' = \frac{1}{6}wx^3 + \frac{1}{2}Ax^2 + Bx + C \quad \text{உமாம்.}$$

இங்கு A யும் B யும் C யும் தொகையீட்டு மாறிலிகள்.

இனி  $x=0$  ஆகுமிடத்தும்  $x=2a$  ஆகுமிடத்தும்  $y'=0$ .

$$\therefore C=0.$$

மேலும்  $EI[y']_{x=2a}=0=\frac{4}{3}wa^3+2Aa^2+2Ba.$

$$\therefore EIy = \frac{1}{24}wx^4 + \frac{1}{6}Ax^3 + \frac{1}{2}Bx^2;$$

இங்கு  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின, தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியம் ஆகின்றது.

$x=2a$  ஆகுமிடத்தும் கோணல் பூச்சியம் ஆகும் என்றுங் செய்திபயன்படுத்த,

$$EI[y]_{x=2a} = \frac{2}{3}wa^4 + \frac{4}{3}Aa^3 + 2Ba^2 = 0.$$

A யிற்கும் B யிற்கும் உரிய சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகண்டால்,

$$A = -wa, \quad B = \frac{1}{3}wa^2.$$

$$\therefore EIy = \frac{1}{24}wx^4 - \frac{1}{6}wax^3 + \frac{1}{6}wa^2x^2.$$

$x=a$  ஆகுமிடத்து வளையின் கோணல் ஓர் உயர்வு ஆகும். அது

$$EI[y]_{x=a} = \frac{1}{24}wa^4$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; அதாவது அதே வளையானது நுனியிலுள்ள தாங்கிகள் மீது சுயாதீனமாக அமாநதிருந்தபோது அதன் மையத்தில் கிடைத்த கோணலின் ஐந்தில் ஒன்றே இப்பொழுது கிடைக்கிறது.

கிடையாக, நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளையின் எந்தப் புள்ளிக்கும் கூனற்றிருப்பம்

$$M = EIy'' = \frac{1}{2}wx^2 - wax + \frac{1}{3}wa^2.$$

இங்கு  $x=0$  ஆக,  $[M]_{x=0} = \frac{1}{3}wa^2;$

$x=a$  ஆக,  $[M]_{x=a} = -\frac{1}{6}wa^2;$

கடைசியே  $x=2a$  ஆக,  $[M]_{x=2a} = \frac{1}{3}wa^2.$

மேலும்  $x=a \pm \frac{a}{\sqrt{3}} = 0.42a$  அல்லது  $1.58a$  என்னுமிடங்களில் M பூச்சியம் ஆகும்.

கொய்விசை  $S$  ஆனது  $S = \frac{dM}{dx}$  என்பதால் தரப்படுகிறபடியால்  $S = w(x - a)$  எனப் பெறுகிறோம். எனவே நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளையொன் றிற்குரிய கூனல் திருப்பம், கொய்விசை விளக்கப்படங்கள் படம் 8·12(b) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கின்றன.

சுவரால், வளையின நுனிமீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற நிலைக்குத்தான விசை  $F$  ஐயும் இணை  $Z$  ஐயும் துணியும்பொருட்டு நாம் பின்வருமாறு செய்யலாம். வளையில்  $x=0$  என்னும் அணிததாய் இருக்கின்ற மூலக் த்தின் சமநிலையைக் கருதுவோம், படம் 8·12(c) யைப் பார்க்க.

$F = -[S]_{x=0} = w\alpha$  எனவும்  $Z = -[M]_{x=0} = -\frac{1}{2}w\alpha^2$  எனவும் பெறுகிறோம்; அதாவது  $Z$  ஆனது பருமன்  $\frac{1}{2}w\alpha^2$  ஐ உடையதும் இடஞ் சுழியாகத் தாங்குகின்றதுமான இணையொன்றாகும்.

எடுத்துக்காட்டு.—பாவு  $l$  உம் புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையும் உடைய வளையொன்று அதனது நுனியொவ்வொன்றிலும் கிடையாக நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. வளையின் நுனிகளிலிருந்து சம தூரங்கள்  $\blacksquare$  யில் இரு சமமான சுமைகள்  $W$  ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றன. வளையின் மையப் புள்ளியில் கோணலை ஆராய்க.

வளையின நுனியொவ்வொன்றிலும் தாங்கியால் ஆகும் தாக்கமானது மேல்முகமான விசை  $W$  ஆகும் என்பது உடனே தெளிவு; மேலும் சிலவேளை முறுக்கமும் இருக்கக்கூடும்.  $x=0$  என்னும் நுனியில், இம்முறுக்கம்  $\blacksquare$  ஆகும்; அதன் போக்கு இடஞ்சுழி எனக் கொள்க.

வளையில் நீளம்  $2\blacksquare$  உடைய பாகமொன்றின் சமநிலையைக் கருதுக; இங்கு  $0 < x < \alpha$ . கொய் விசைகள் எங்கும் பூச்சியம் ஆகும். எனவே வழக்கமான குறிப்பீட்டைப் பயன் படுத்த,

$$EIy'' = Z - Wx.$$

இதைத் தொகையிட்டால்

$$EIy' = Zx - \frac{1}{2}Wx^2$$

என்பது கிடைக்கிறது;  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y'=0$  ஆதலின் தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியம் ஆகும்.

மீண்டும் தொகையிட

$$EIy = \frac{1}{2}Zx^2 - \frac{1}{6}Wx^3;$$

$x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின் இங்கும் தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியம் ஆகும்.

அடுத்து வளையில்  $\alpha < x < \frac{1}{2}$  இனால் வரையறுக்கப்பட்ட பாகமொன்றின் சமநிலையைக் கருதுக. அப்பொழுது,

$$EIy'' = Z - W\alpha;$$

இதைத் தொகையிட

$$EIy' = (Z - W\alpha)x + A.$$

இங்கு  $A$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.  $x = \frac{l}{2}$  என்னுமிடத்து  $y' = 0$  ஆதலின்

$$A = -(Z - W\alpha)\frac{l}{2}.$$

எனவே

$$EIy' = (Z - Wa) \left( x - \frac{l}{2} \right).$$

மீண்டும் தொகையிட

$$EIy = \frac{1}{2} (Z - Wa) \left( x - \frac{l}{2} \right)^2 + B;$$

இங்கு B ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.

இதுவரை பெற்றுள்ள சமன்பாடுகளில் தெரியாக் கணியங்கள் Z உம் B யும் துணியப்படவில்லை. Z ஐத் துணியும் பொருட்டு  $x = a$  ஆகுமிடத்து  $y'$  தொடருகின்றது என்னுஞ் செய்தியைப் பயன்படுத்துகிறோம்; எனவே

$$Za - \frac{1}{2} Wa^2 = (Z - Wa) \left( a - \frac{l}{2} \right)$$

அல்லது

$$Z = \frac{Wa}{l} (l - a) = Wa \left[ 1 - \frac{a}{l} \right].$$

மேலும்  $x = a$  ஆகுமிடத்து வளைமில் கருதப்படும் பாகம் எதுவாகிலும் கோணல் ஒரே பெறுமானம் உடையதாகும். எனவே

$$\frac{1}{2} (Z - Wa) \left( a - \frac{l}{2} \right)^2 + B = \frac{1}{2} Za^2 - \frac{1}{6} Wa^3;$$

$$B = \frac{1}{2} Wa^2 \left[ \frac{l}{4} - \frac{a}{3} \right]$$

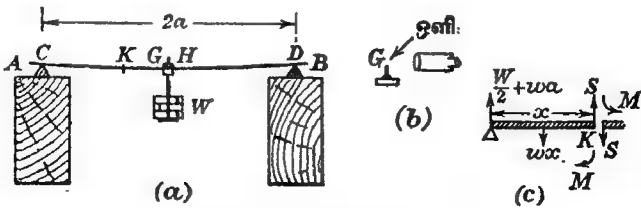
என இது தருகிறது.

இவ்வாறு வளைமின் எந்தப் புள்ளியிலும் கோணல் தெரிந்ததே; எனவே

$$\left[ y \right]_{x=\frac{1}{2}l} = \frac{Wa^2}{EI} \left[ \frac{l}{8} - \frac{a}{6} \right]$$

உடனடியாகப் பெறுகிறோம்.

வளையொன்றின் மாறுகின்ற கூனலைப் பயன்படுத்திப் பரிசோதனைமுறைப் படி யங்ஙின் மட்டைத் துணிதல்.—படம் 8·13(a) யில், AB ஆனது ஒரு



படம் 8·13. வளையொன்றின் மாறுகின்ற கூனலைப் பரிசோதனைமுறைப்படி மட்டைத் துணிதல்.

சீரான வளை ஆகுக; அதன் திரவியத்திற்கு யங்ஙின் மட்டைக் காணல் வேண்டும். கிடைத் தளமொன்றில் இரு உறுதிமிக்க தாங்கிகள் மீதுள்ள



கத்தியோரங்கள் C, D என்பவற்றில் அது ஓய்வாய் இருக்க. C யிற்கும் D யிற்கும் நடுவான புள்ளி H இல் தராகத்தட்டு P ஆனது வளை யில் பற்றப்பட்டிருக்கிறது; தட்டிலிருக்கின்ற சுமையின் நிறை W வை மாற்றிவைக்கலாம். வளையின் மையத்தில் கோணலை அளக்கும் பொருட்டுப் படம் 8·13(b) யில் காட்டியுள்ளவாறு, வளையின் மையத்தில் உருக்காலான ஊசியொன்றின் சிறு துண்டொன்றை மெழுகால் பற்றி, அதன் கூர், ஒளியால் நன்கு துலக்கப்படுகிறது [பதிவுப்பனனி ஊசியானது சிறப்பாக இங்கு பயன்படுகிறது]. கிடையான குறுக்குவெட்டு மயிரொன்று அளிக் கப்பட்டுள்ள பார்வைத்துண்டுடைய கிடையான நுணுக்குக்காட்டியொன்று ஊசியின் கூர்மீது குவியுமாறு செய்யப்படுகிறது; நுணுக்குக்காட்டி விறைப் பாண தாளொன்றில் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

2a ஆனது C யிற்கும் D யிற்கும் இடையேயுள்ள தூரமும், 10 ஆனது வளையின் அலகுநீளமொன்றின் நிறையும் எனின், குறுக்குவெட்டு K யில் படம் 8·13(c), கூனற்றிருப்பம்,

$$M + \left(\frac{W}{2} + wa\right)x - wx\left(\frac{x}{2}\right) = 0$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

$$\therefore M = -\frac{W}{2}x - wax + \frac{1}{2}wx^2.$$

$$\therefore EIy'' = -\frac{W}{2}x - wax + \frac{1}{2}wx^2.$$

$$\therefore EIy' = -\frac{W}{4}x^2 - \frac{1}{2}wax^2 + \frac{1}{6}wx^3 + A.$$

இங்கு A ஒரு மாறிலி ஆகும்;  $x=a$  ஆகுமிடத்து  $y'=0$  என்னுஞ் செய்தியைப் பயன்படுத்தி அதைத் துணியலாம். இது

$$0 = -\frac{W}{4}a^2 - \frac{1}{2}wa^3 + \frac{1}{6}wa^3 + A$$

என்பதைத் தருகிறது.

$$\therefore A = \frac{W}{4}a^2 + \frac{1}{3}wa^3.$$

$$\therefore EIy' = -\frac{W}{4}x^2 - \frac{1}{2}wax^2 + \frac{1}{6}wx^3 + \frac{W}{4}a^2 + \frac{1}{3}wa^3.$$

$x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின் தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியம் ஆதலால்

$$EIy = -\frac{W}{12}x^3 - \frac{1}{6}wax^3 + \frac{1}{24}wx^4 + \frac{W}{4}a^2x + \frac{1}{3}wa^3x.$$

$x=a$  என்பதில் உயர்வுக் கோணல் தோற்றுகிறது ; அதை  $\xi$  இனால் குறித்தால் அது

$$EI\xi = -\frac{W}{12}a^3 - \frac{1}{6}wa^4 + \frac{1}{24}wa^4 + \frac{W}{4}a^3 + \frac{1}{3}wa^4$$

$$= \frac{1}{6}Wa^3 + \frac{5}{24}wa^4.$$

$$\therefore \xi = \frac{a^3}{6EI}W + \text{மாநிலி}$$

$$= \frac{a^3g}{6EI}(m+p) + \text{மாநிலி};$$

இங்கு தட்டின் திணிவு  $p$  யும், தட்டு காவும் திணிவு  $m$  உம், புவியீர்ப்புச் செறிவு  $g$  யும் ஆகும்.

$$\therefore \xi = \frac{a^3g}{6EI}m + \text{மாநிலி}.$$

எனவே  $m$ ,  $\xi$  என்பவற்றிற்கு ஒன்றிற்கொன்று ஒத்த பெறுமானத் தொடரொன்றைப் பெற்றபின், அவற்றை முறையே கிடைக்கூறுகளாகவும் நிலைக்கூறுகளாகவும் குறித்தால் சரிவு,

$$\frac{a^3g}{6EI}$$

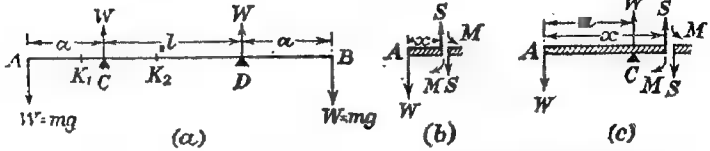
கொண்ட நேர்கோடொன்றை நாம் பெறவேண்டும்.

ஆரை  $r$  ஐ உடைய வட்டக் குறுக்குவெட்டுக் கொண்ட வளையொன்றிற்கு  $I = \frac{1}{4}\pi r^4$  ; அகலம்  $a$  யும், ஆழம்  $b$  யும் உடைய செவ்வகக் குறுக்கு வெட்டுக் கொண்ட வளையொன்றிற்கு  $I = \frac{1}{12}ab^3$  ; கடைசியாக உள்ளாரை  $r_1$  உம் வெளியாரை  $r_2$  உம் உடைய குறுக்குவெட்டுக் கொண்ட குழாயொன்றிற்கு  $I = \frac{1}{4}\pi(r_2^4 - r_1^4)$ . எனவே ஆராயக்கூடிய எந்த வளையின் திரவியத் திற்கும்  $E$  யின் பெறுமானத்தைக் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

வளையொன்று சீராகக் கூனலுற்றிருக்கும்போது யங்ஸின் மட்டைத் துணி தல்.—சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான வளையொன்று சீராகக் கூனலுற்றிருப்பதற்கு, அதாவது வளைவாமை மாறாது இருப்பதற்கு, வேண்டிய நிபந்தனைகளை ஆராய்வோம்.  $M = \frac{EI}{R}$  ஆதலின் அதன நடுநிலைப் பரப்பானது வட்டமொன்றின் பரிதியின் பாகமொன்றாக அமையுமாறு கூனலுற்றிருக்கின்ற வளையின் எந்தப் பாகத்திலும்  $M$  மாறாது இருத்தல் வேண்டும் என்பது தெளிவு. நடைமுறையில் இது கீழ்வருமாறு பெறப்படுகிறது.

படம் 8.14 (a) யில், AB ஆனது நீளம்  $(l+2a)$  யை உடைய சீரான வளை ஆகுக ; அது C யிலும் D யிலும் உள்ள தாங்கிகள் மீது இருக்கிறது ; அவ்வொவ்வொன்றும் அதற்கு அணித்தாயுள்ள வளை நுனியிலிருந்து

தூரம்  $a$  யில் இருக்கிறது. தாங்கும் புள்ளிகள் கிடைத் தளமொன்றில் இருக்க; அ்தனது நுனியொவ்வொன்றிலும் நிறை  $W$  வை உடைய சுமையை வளை காவுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது சமச்சீரையிட்டு  $C$  யிலும்  $D$  யிலும் வளைமீதுள்ள உதைப்புக்கள சமனாகும்; அதனது அலகு நீளமொன்றின் நிறை புறக்கணிக்கத்தக்கது என்ற வகையில் வளை அத்துணை இலேசானதாயின் அவ்வுதைப்பு ஒவ்வொன்றும்  $W$  ஆகும்.



படம் 8-14. இலேசான வளையொன்றின் சீரான கூனலால் பரிசோதனை முறைப்படி யங்மின் மட்டைத் துணிதல்.

$A$  என்பது செவ்வக ஆள்கூற்று உற்பத்தி ஆகுக. அப்பொழுது  $A$  யிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் ( $0 \leq x \leq a$ ) இருக்கின்ற புள்ளி  $K_1$  இலுள்ள குறுக்கு வெட்டொன்றில் வழக்கம்போல், படம் 8-14 (b),

$$S = W$$

எனவும்

$$M - Sx = 0$$

எனவும்

பெறுகிறோம்.

$$\therefore M = Wx.$$

$A$  யிலிருந்து தூரம்  $x$  இல்,  $a \leq x \leq (a + l)$  ஆக இருக்கின்ற புள்ளி  $K_2$  இல், படம் 8-14 (c) யைப் பார்க்க,

$$S = 0.$$

எனவே  $C$  பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்துக் குறிப்பிட்ட எந்த எடுத்துக்காட்டிலும்  $W$  வும்  $\blacksquare$  யும் மாறாமல் இருக்கின்றபடியால்

$$M = Wa = \text{மாறிலி}$$

ஆகும். எனவே வளையின் நடுப்பாவு சீராகக் கூனலுற்றிருக்கிறது என்பது தெளிவாகும்; நுனி ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள சுமையின் திணிவு  $m$  எனின், வளைவாரையானது

$$\frac{EI}{R} = Wa = mga$$

என்பதால் தரப்படும்.

மையப் புள்ளியில் ஏற்றம்  $h$  ஆகுக; முந்திய பரிசோதனையில் செய்த வாறு அதை அளக்கலாம். இனி வட்டமொன்றின் நனகு தெரிந்த இயல்பின்படி

$$(2R - h)h = \left(\frac{l}{2}\right)^2.$$

எல்லா நடைமுறை எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் மீள்தன்மையெல்லை மீறாமல் இருக்குமிடத்து  $h$  சிறிது ஆதலால்,

$$R = \frac{I}{8h}.$$

$$\therefore E = \frac{I^2}{8h} \cdot \frac{mga}{I}.$$

[ந.கு. வளையானது அலகு நீளமொன்றிற்குப் புறக்கணிக்க முடியாத அளவில் நிறையுடையதாய் இருக்குமாயின் வளையின் நடுப் பாவுக்குக் குறுக்கு வெட்டுகளில் கொய் விசையானது மறையாது; எனவே பொதுவாக

$$\frac{dM}{dx} = S$$

ஆதலாலும், இதன்படி  $M$  மாறும் பெறுமானம் உடையதாயின்  $S$  பூச்சியம் ஆதல் வேண்டும் என்பதாலும்,  $M$  மாறாது இருக்கவே முடியாது.]

வேறுமுறை :

$$M = Wa$$

ஆதலின்

$$EIy'' = Wa.$$

$$\therefore EIy' = Wax + A;$$

இங்கு  $A$  தொகையீட்டு மாறிலியாகும். இனி வளையின் மையத்தில் (அது  $x=b$  என்பதில் என்க)  $y'=0$ .

$$\therefore EIy' = Wa(x-b).$$

$$\therefore EIy = Wa\left(\frac{1}{2}x^2 - bx\right) + B;$$

இங்கு  $B$  தொகையீட்டு மாறிலி; அது  $x=a$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  எனனுஞ் செய்தியால் துணியப்படுகிறது.

$$\therefore 0 = Wa\left(\frac{1}{2}a^2 - ab\right) + B.$$

$$\therefore EIy = Wa\left[\frac{1}{2}x^2 - bx - \frac{1}{2}a^2 + ab\right].$$

அதாவது வளையின் மையத்தில் கோணலைப் பெறும்பொருட்டு  $x=b$  எனப் புகுதற்கு.

$$\therefore EI[y]_{x=b} = -\frac{1}{2}Wa[b-a]^2 = -\frac{1}{2}mag[b-a]^2 = -\frac{1}{2}magl^2;$$

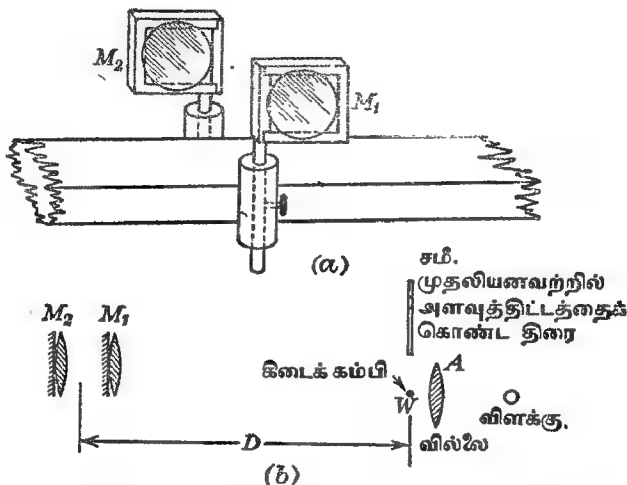
எனவே  $E$ ,  $I$  ஒவ்வொன்றும் கண்டிப்பாய் நேர் ஆதலால்  $[y]_{x=b}$  மறை ஆகும்.  $2L=3l$  ஆகுமிடத்து எழுப்பம் ஓர் உயர்வாகும். இங்கு வளையின் முழுநீளம்  $L=2a+l$ .

வளையொன்றின் திரவியத்திற்குப் பரிசோதனை முறைப்படிப் பொய்சோனின் விகிதத்தைத் துணிதல்.—சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான வளையொன்று கூனலுற்றிருக்கும்பொழுது முரண்முறிவு வளைவாரைக்கு கூனற்றளத்து வளைவாரை கொண்டிருக்கும் விகிதமானது அவ்வளையினது

வியத்தின் பொய்சோனின் விஐதம்  $\sigma$  இற்குச் சமன் என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. ப. 394 இம் காணக. சட்டமொன்றினிடத்து இவ் வளைவாமைகளையும், அத்துடன்  $\sigma$  இற்குப் பெறுமானமொன்றையும் துணியும் பொருடும் படம் 8-14 (a) யில் காட்டியுள்ளவாறு சட்டத்திற் சமையேற்றப் படுக; சட்டம் இரும்பாலானது என்க; வளையினது அலகு நீளமொன்றின நிறை சிறிது என்னும் நிபந்தனையின் பேரில் வளையின நடுப்பாகத்துக் குறுக்கு வெட்டுகள் எல்லாவற்றிலும் கூனற்றிருப்பம் மாறாமல் இருக்கிற படியால் அப்பாகத்தில் பாவானது சீராகக் கூனலுற்றிருக்கும். கத்தி யோரங்கள் C, D என்பவற்றின இடைத்தூரத்தை நேராகவும், சமையேற்றப்பட்டபோது சட்டத்தின் முறபக்கத்து ஓரத்தின் மையப்புள்ளியின் ஏறத்ததை நகரு நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தியும், அளந்து நடுநிலைப் பரப்பின் வளைவாமை எளிதில் துணியப்படுகிறது. முரணமுறிவு வளைவின் ஆரையைத் துணிவது சிக்கல்மிக்கது. இதன்பொருட்டுச் சில வேளைகளில் சட்டத்தின ஓரங்களில், அவற்றின் மையப் புள்ளிகளில், பித்தளையாலான இணைத் திருகுகள் பற்றாசால் ஒட்டப்பட்டிருக்கின்றன. இதற்கைய இணைத் திருகுகள் மின்னியலில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப் படுகின்றன; ஆனால் இங்கு அவற்றைப் பிடிக்கருவிகள் என அழைப்போம். அவற்றின அச்சுக்கள் சட்டத்தின மேல் முகத்துக்குச் செங்குத்தாக இருத்தல் வேண்டும். ஒவ்வொன்றும் சற்றேறாககுறைய 40 சமீ. நீள முடைய ஈர் ஊசிகள் இறுக்கங்களால் உறுதியாகப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கின்றன. ஊசிகள் நேராக இருத்தல் வேண்டும் என்பது கட்டாயம் அன்று; ஊசிகளுள் ஒன்று அதன் சுயாதீன நுனியில் மிமீ. இல அளவுகோடிட்ட அளவிடைபொன்றைக் காவுகிறது; இரண்டாவது ஊசியின் சுயாதீன நுனி இவ்வளவிடையைத் தொடத்தும் தொடாததுமாகச் சாய்ந்திருக்கிறது. சட்டம் வளைவுற்றபோது ஈர் ஊசிகளும் கிடையான அச்சுக்களைக் குறித்து ஒன்றையொன்று நோக்கிச் சுழல்கின்றன; ஊசியொன்றின் நுனியைக் குறித்து மற்றை ஊசியினது நுனியின் தொடர்புப் பெயாச்சியை மிமீ. அளவிடையில் நேராகத் துணியலாம். சட்டத்தின நடுநிலைப் பரப்பிற்கு மேலே ஊசி நீளம் எவ்வளவு உளது என்பதும், சட்டத்தின் அகலமும் தெரிந்திருந்தால் முரணமுறிவு வளைவாமையை உடனே பெறமுடிக்கிறது. வசதியான பருமனுடைய இருட்டிச் சட்டங்களுக்கு மீளத்தன்மையெல்லே மீறப்படாமல் இருக்க வேண்டுமாயின் தொடாபசைவானது 3 அல்லது 4 மிமீ. ஐ மீறமாட்டாது; எனவே திருத்தமான பேறுகள் தேவைப்பட்டின் நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தியே இப்பெயர்ச்சியை அளத்தல் வேண்டும்.

கீழ்வரும் ஒழுங்குமுறையானது வசதியானதும் திருத்தமானதும் என இந்நூலாசிரியர் கண்டார். ஊசிகளுக்குப் பதிலாக இரு சிறுதளவாடிகள்  $M_1$ ,  $M_2$  என்பன பிரதியிடப்பட்டுள்ளன. படம் 8-15 (a); இறுக்கியிற சரியாகப் பொருந்தியிருக்கின்ற தடிப்பான சிறு செபுக் கம்பித் துண்டு களுடன் பற்றுச் பிடிக்கப்பட்ட செம்புச் சட்டங்களால் அவ்வாடிகள்

தாங்கப்படுகின்றன. ஆடிகள் ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமாக அல்லது கிட்டத்தட்டச் சமாந்தரமாக இருக்கும் வண்ணம் இச்செம்புக் கம்பிகள் சற்று கூனப்பட்டுள்ளன. ஆடி ஒவ்வொன்றிற்கும் எதிரே இரு மீற்றர் குவியத் தூரம் உடைய ஒருங்குவில்லையொன்று நிலையாக்கப்பட்டுள்ளது. இழை விளக்கொன்றிலிருந்து கிடையான ஒளிக்கற்றை ஆடிகள் மீது படுமாறு செலுத்தப்படுகிறது, படம் 8-15 (b) யைப் பார்க்க. ஒருங்கு



படம் 8-15. சீராகக் கூனலுற்ற வளையை நோக்கிப் பொய்சோனின் விசித்ததைப் பரிசோதனைமுறையாகத் துணிதல்.

வில்லை A யைப் பயன்படுத்தி இது செய்யப்படுகிறது ; இவ்வில்லைக்கு எதிரே நேரான நுண்கம்பி W ஈர்க்கப்பட்டிருக்கிறது. ஒவ்வோர் ஆடியும் அத்துடன் கூடியிருக்கின்ற வில்லையும், கம்பிக்கு அணித்தாக வைக்கப்பட்ட நிலைக்குத்தான ஒளிக்கசிவுடைய திரையொன்றுமீது அக்கம்பியின் இரு விம்பங்களை ஆக்குகின்றன. நீண்ட குவியத் தூரம் உடைய ஒருங்கு வில்லையொன்றின் பெரிய குவிய ஆழம் காரணமாக இதைச் செய்ய முடிகிறது. வளையில் சுமையேற்றப்பட்டபொழுது கம்பியின் விம்பங்கள் பெயர்க்கப்பட்டுள்ளன ; இப்பெயர்ச்சிகள் அளவிடையிலிருந்து ஆடிகளின் இடைத் தூரம் எனபவற்றைப் பயன்படுத்தி ஆடிகளின் சாய்வு மாறல் களைக் கணித்துக் கொள்ளமுடிகிறது. வளையின் அகலம் தெரிந்திருந்தால் முரண்முறிவு வளைவாரையை உடனே துணியமுடிகிறது.

விம்பங்களினது பெயர்ச்சிகளின் கூட்டுத்தொகை  $d$  யும், அளவிடைக் கும் ஆடிகளுக்கும் இடையேயுள்ள இடைத்தூரம்  $D$  யும் ஆயின், சுமை

யேற்றிய வளையினிடத்துச் சாய்வுமாறலானது

$$\phi = \frac{d}{2D}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; ஆடியொவ்வொன்றும் இக்கோணத்தின் அரை வாசியளவிற்கு அசைகிறது. சட்டத்தின் அகலம்  $b$  எனின்,

$$R_2 = \text{முரண்முறிவு வளைவாரை} = \frac{b}{\phi} = \frac{2bD}{d}.$$

சட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்றம்  $y_m$  எனின், அப்பொழுது கூனலுறு தளத்திலுள்ள வளைவாரை  $R_1$  ஆனது

$$2R_1 y_m = \frac{1}{4} l^2$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது. இங்கு  $l$  என்பது கத்தியோரங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம் ஆகும். ஆனால்

$$\sigma R_2 = R_1.$$

அதாவது

$$\frac{2\sigma b D}{d} = \frac{l^2}{8y_m},$$

அல்லது

$$y_m = \frac{l^2}{16\sigma b D} d.$$

எனவே சட்டத்தில் சுமைத்தொடரொன்றைப் பிரயோகித்து  $y_m = y$ ,  $d = x$  என்றவாறு குறித்தால் சரிவு  $\frac{l^2}{16\sigma b D}$  ஐயுடைய நேர்கோடொன்று கிடைத்தல் வேண்டும். இச்சரிவிலிருந்து சட்டத்தில் திரவியத்திற்குப் பொய்சோனின் விகிதத்தின் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்கலாம்.

இரும்பிற்கு யங்ஙின் மட்டின் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்கும்பொருட்டு பக்கம் 409 இல் பெற்றுள்ள சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

**முனைநெம்பொன்றின் திரவியத்திற்குப் பரிசோதனைமுறைப்படி யங்ஙின் மட்டைத் துணிதல்.**—முனைநெம்பானது அதனது நுனியொன்றில் நிலையாக்கப்பட்டுள்ள, கிடையான சீரான வளையொன்றாகும் ; அலகு நீள மொன்றிற்கு நிறை  $w$  உடைய முனைநெம்பு ஒன்று அதனது சுயாதீன நுனியில் நிறை  $W$  கொண்ட சுமையொன்றைக் காவுமிடத்து, அச்சுயாதீன நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் கூனற்றிருப்பம்,

$$EIy'' = M = W(l-x) + \frac{1}{2}w(l-x)^2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என [பக்கம் 386 இற் காண்க] காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore EIy' = -\frac{1}{2}W(l-x)^2 - \frac{1}{6}w(l-x)^3 + \frac{1}{2}Wl^2 + \frac{1}{6}wl^3.$$

இங்கு தொகையீட்டு மாறிலியானது  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y'=0$  என்னும் நிபந்தனையைப் பயன்படுத்திப் பெறப்பட்டுள்ளது.

மீண்டும் தொகையிட,

$$EIy = \frac{1}{6}W(l-x)^3 + \frac{1}{24}w(l-x)^4 + \frac{1}{2}Wl^2x + \frac{1}{6}wl^3x + C.$$

இங்கு C ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி;  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆதலின்

$$C = -\frac{1}{6}Wl^3 - \frac{1}{24}wl^4.$$

$$\therefore EIy = \frac{1}{2}Wlx^2 - \frac{1}{6}Wx^3 + \frac{1}{24}w(l-x)^4 + \frac{1}{6}wl^3x - \frac{1}{24}wl^4.$$

$$\therefore EI[y]_{x=l} = \frac{1}{6}Wl^3 + \frac{1}{6}wl^4.$$

$$\therefore [y]_{x=l} = \xi = \frac{l^3}{3EI} [W + \frac{3}{8}W_0].$$

இங்கு  $W_0$  வளையின் முழுநிறை  $wl$  ஆகும்.

(a) நிலையியல் முறை.—எனவே முனைநெம்பொன்றின் நுனியில் தெரிந்த சுமைத் தொடரொன்றைப் பிரயோகித்து, அத்தொடரின் ஒவ்வொரு சுமைக்கும் ஒத்த கோணல்  $\xi$  ஐ அளந்து, W தொடர்பாக  $\xi$  ஐக் குறித்தால், கிடைக்கின்ற வரைபானது  $\frac{l^3}{3EI}$  கொண்ட நேர் கோடொன்றாகும்; எனவே, முனைநெம்பின் திரவியத்திற்கு யங்நின் மட்டைக் காணலாம். உண்மை கூறுமிடத்து முனைநெம்பின் நிலைத்த நுனியுடே செல்லுகின்ற கிடைத் தளத்துக்குக் கீழே, அதன் சுயாதீன நுனியின் பெயர்ச்சி  $\xi$  ஐ அளப்பதில்லை; அதற்குப் பதிலாகச் சுமையேற்றப்படும்பொழுது சுயாதீன நுனியின் நிலைமாறல்  $\chi$  ஐயே அளக்கிறோம். இருநதாலும்  $\chi + \alpha = \xi$  ஆதலின், W தொடர்பாக  $\chi$  யைக் குறித்து வரும் வரைபின் சரிவு இப்பொழுதும்  $\frac{l^3}{3EI}$  ஆகும்; இங்கு  $\alpha$  ஒரு மாறிலி ஆகும்.

150 சமீ. நீளம், 0.5 சமீ. தடிப்பு, 2.5 சமீ. அகலம் கொண்ட மரத்தாலான வரிச்சுப்போன்ற நீண்ட முனைநெம்பொன்றினிடத்து வளையின் தொடக்கக் கோணலானது நியாயமான அளவில் இருக்கும்; எனவே இவ்வதிகாரத்தில் கோணலையிட்டு விவரித்ததுள்ள கொள்கையானது பொருந்தாது. கிடைத் தளமொன்றில் கோணலுறுமாறு நெம்பு OA ஐத் தாபித்தால் இத்தொல்லை தீர்க்கப்படுகிறது, படம் 8.16(a); அப்பொழுது நெம்பின் நிறை கணிப்பில் சேராது. இவ்வண்ணம் தாபித்ததுள்ள நெம்பினது கோணலின் பொருட்டு நெம்பின் சுயாதீன நுனியில் இணைக்கப்பட்டுள்ள இலேசான இழையொன்று, படம் 8.15(b), இலேசான குறைந்தது 5 சமீ. விட்டமுடைய கப்பியொன்றுமீது சென்று தராசுத் தட்டொன்றைக் காவுகிறது. தட்டிற் சுமையேற்றப்பட்டதும் வளை கோணலுறுகிறது; தட்டில் முதற் சுமைகூடும்பொழுதும் பின்னர் அது குறையும்பொழுதும் கோணல் களை அளக்க முடியும். மேலும், பிரயோக விசையின் திசையைப் புறமாற்றி, திருமபல் விசையிலே அலகு மாற்றத்திற்கான கோணலிலுள்ள மாற்றத்திற்கு நம்பத்தக்க சராசரிப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம்.

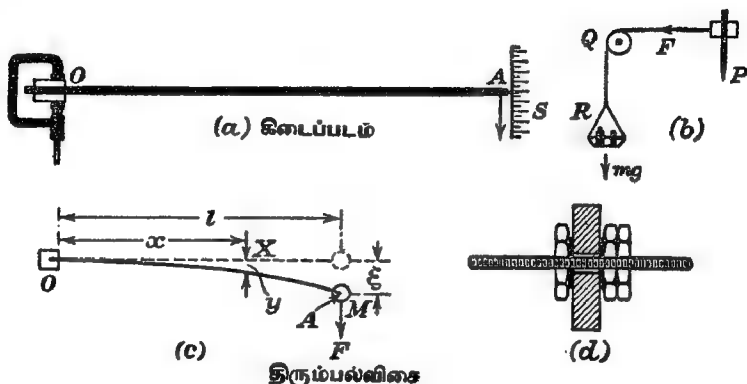
† கிடைபுன 45° இற சாயநதுள்ள தளமொன்றிலே தங்குகின்ற ஓர் இலேசான அலுமினியக் குழாயை உபயோகிப்பது நன்று; ப. 431, படம் 8.23 (b) ஐயும் இடைநிலைப் பௌதிகவியல் (பாகம் 4), ப. 97 ஐயும் பார்க்க.



கப்பியில் சிறு உராய்வு விசைகள் உள ; முனைநெம்பினது சமநிலையின் இருபக்கங்களிலும் அவதானிப்புகளை எடுப்பதால் அவை நீக்கப்படாது ; அவற்றிற்கான திருத்தத்தையிட்டு

$$\xi = \frac{mg + \beta}{EI} \cdot \frac{l^3}{3}$$

என எழுதலாம் ; இங்கு  $mg = W$ ,  $\beta$  ஒரு மாறிலி ;  $\beta$  ஆனது தெரியாமல் இருக்கின்றபோதிலும், ஏற்கெனவே குறித்துள்ள வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி  $E$  யைக் காணலாம்.



படம் 8-16. முனைநெம்பு : அதனது திரவியத்திற்குப் பரிசோதனை முறைப்படி யங்ளின் மட்டைத் துணிதல்.

(b) இயக்கவியல் முறை.—முனைநெம்பொன்றின் மேற்படி ஒழுங்குமுறையைப் பயன்படுத்தி அந்நெம்பின் நுனியில் வெவ்வேறு திணிவுகளை ஏற்றி அதன் அதிர்வுகாலங்கண்டு, அதனது திரவியத்தின் யங்ளின் மட்டிற்குப் பெறுமானம் காணலாம். இங்கு குறிப்பிட்டுள்ள முனை நெம்பினிடத்து தொடர்பு முறையாக இயக்கம் மெதுவாகவே இருக்கிறது ; எனவே மாட்டேற்றுப் புள்ளியொன்றின் குறுக்காக நெம்பினது நுனியின் கப்பை நோக்க முடிக்கிறது ; ஆவர்த்தனகாலம்  $T$  ஐக் காணும்பொருட்டுச் சுழனிலைகாட்டி முறை வேண்டியதில்லை. நிலையியல் முறையை நெம்பின் திணிவு பாதிப்பதில்லை ; இருந்தாலும் இவ்வெடுத்துக்காட்டில் அதைப் புறக்கணித்தலாகாது ; அதன் விளைவைப் பின்வருமாறு ஆராயலாம்.

[கிடைத் தளமொன்றில்] நெம்பின் நுனியில் கோணச்செய்யும் விசையின் கணநிலைப் பெறுமானம்  $F$  ஆகுக. அப்பொழுது நிலைத்த நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள புள்ளி  $X$  இல், கணநிலைக் கோணல்  $y$  எனின், படம் 8-15(c),

$$EIy = \frac{1}{2}Fx^2 - \frac{1}{6}Fx^3.$$

மேலும்,

$$EIy'' = M = F(l - x)$$

ஆதலின், பக்கம் 385 இற் காண்க, இதை எளிதில் மெய்ப்பித்துக் காட்டலாம்; இங்கு  $W$  இற்குப் பதிலாக  $F$  எழுதப்படுகிறது.

$x=l$  ஆகுமிடத்து கணநிலைக் கோணல்  $\xi$ ,

$$EI\xi = \frac{1}{3}Fl^3$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; எனவே,

$$y = \left[ \frac{3}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{l^3} \right] \xi.$$

எனவே நிலைத்த நுனியிலிருந்து தூரம் ■ இல் வளையின் துணிக் கையொன்றின் கணநிலை வேகம்

$$\dot{y} = \left[ \frac{3}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{l^3} \right] \dot{\xi}.$$

முனைநெம்பில் அலகுநீளமொன்றின் திணிவு  $\mu$  எனின், நெம்பின் இயக்கச் சக்தி

$$\int_0^l \frac{1}{2} \mu \left[ \frac{3}{2} \frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2} \frac{x^3}{l^3} \right]^2 \dot{\xi}^2 dx = \frac{33}{280} \mu l \dot{\xi}^2.$$

நெம்பின் நுனியிற காவப்படும் திணிவு  $M$  இன் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2} M \dot{\xi}^2$  ஆகும்.

அதன் நிலை எதுவாகிலும் வளையின் நிலைச் சக்தியானது அந்நிலையை வளை அடையும்பொருட்டுச் செய்யப்படும் வேலைக்குச் சமன். எனவே கருதப்படும் நிலையில் அது

$$\int_0^{\xi} F d\xi = \int_0^{\xi} \frac{3EI}{l^3} \xi d\xi = \frac{3}{2} \frac{EI}{l^3} \xi^2.$$

முழு இயக்கச் சக்தி + நிலைச் சக்தி மாறியாதலின்

$$\left( \frac{1}{2} M + \frac{33}{280} \mu l \right) \dot{\xi}^2 + \frac{3}{2} \frac{EI}{l^3} \xi^2 = \text{மாறிலி};$$

எனவே  $t$  தொடர்பாக வகையிட்டு

$$\left( \frac{1}{2} M + \frac{33}{280} \mu l \right) \ddot{\xi} + \frac{3}{2} \frac{EI}{l^3} \xi = 0$$

என்பதை இயக்கச் சமன்பாடாகப் பெறுகிறோம். எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(M + \frac{33}{140} \mu l) l^3}{3EI}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

மீண்டும்  $M$  தொடர்பாக  $T^2$  ஐக் குறிக்கும் வரைபு முறையொன்றே  $E$  யையும்  $\mu$  வையும் துணியப் பயன்படுகிறது. அதிரும் வளையிற்கு இக்கொள்கையானது ஒருவேளை முற்றிலும் பூரணமானதொன்று; எனவே

இம்முறையைப் பயன்படுத்தி  $\mu$  வைக் காண்பது விரும்பற்பாலதன்று.  $\frac{38}{140}\mu l$  என்னும் உறுப்பை ஒரு மாறிலியெனக் கருதலாம்; ஏற்கெனவே காட்டியுள்ள வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி இவ்வெடுகோளைச் சோதிக்கலாம்.

**வேறுமுறை.**—முனைநெம்பின் சுயாதீன நுனியில் சுமை  $M$  ஐ ஏற்றி அம்முனையை இன்னும்  $\chi$  என்னும் ஓர் அளவினாற் பெயர்த்தால், அதனது சமநிலையை மீள்தரு விசையொன்று தாகரும். இவ்விசையானது  $\chi$  இற்கு நேரடி விகிதசமன்; நெம்பானது விடுவிக்கப்பட்டதும் அதனது சமநிலையைக் குறித்து எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமாறு இம்மீள்தரு விசை  $M$  ஐத் தூண்டும்.

திணிவு  $m$  உடைய சுமையொன்றினிடத்துப் பெயர்ச்சி  $\xi$  ஆனது

$$\xi = \frac{mgl^3}{3EI}$$

எனபதால் தரப்படுகிறது; எனவே அலகுப் பெயர்ச்சியொன்றிற்கான மீள்தரு விசை

$$\frac{mg}{\xi} = \frac{3EI}{l^3}$$

எனவே திணிவு  $M$  இன் சமநிலையிலிருந்து பெயர்ச்சி  $\chi$  இற்கு மீள்தரு விசை  $\frac{3EI}{l^3} \chi$  ஆகும்; இது திணிவு  $M$  மீதும் முனைநெம்பு மீதும் ஆற்றுகின்றது.

எனவே சுமை  $M$  இன் இயக்கம்,

$$(M + m_0)\ddot{\chi} + \frac{3EI}{l^3} \chi = 0$$

என்னுஞ் சமனபாட்டால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $m_0$  என்பது திருத்தவுறுப் பொனருகும்; நெம்பின் திணிவையிட்டு அது ஒரு மாறிலி எனக் கொள்ளப்படுகிறது. எனவே ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(M + m_0)l^3}{3EI}}$$

எனவே  $M$ ,  $T$  என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமானத தொடரொன்றைப் பெற்று,  $T^2$  தொடராக  $M$  ஐக் குறித்தால், வரைபின் சரிவு ஒரு மாறிலி ஆகும்; எமது ஆய்விற்கு கையாண்ட எடுகோள்கள் சரி எனின் அது  $\frac{4\pi^2 l^3}{3EI}$  ஆகும். இவ்வண்ணம், முனைநெம்பினது திரவியத்திற்கு யங்வின் மட்டினது பெறுமானம் காணலாம்.

இயக்கவியல் முறையில் முனைநெம்புமீது தராசுத்தட்டைச் சுமையேற்ற முடியாது; எனவே நெம்பின் சுயாதீன நுனியுடே பித்தளைத் திருகொன்று புகுத்தப்பட்டுச் சுரைகளால் நிலையாக்கப்படுகிறது (படம் 8.16 (d) யிற்

காண்க). நெம்பால் காவப்படும் திணிவைக் கூட்டுமுகமாகப் பித்தளைத் திருகில் தெரிந்த திணிவுடைய தட்டுக்கள் கோக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவதானிப்புகள் வரைபு முறைப்படி கருதப்பட்டின் பித்தளைத் திருகு, நிலையாக்கும் சுரைகள் என்பவற்றின் திணிவை அறிய வேண்டியதில்லை.

[முனைநெம்பின் திணிவு புறக்கணிக்கத்தக்கதாயின்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{MI^3}{3EI}};$$

மேலும் திணிவு  $M$  உடைய சுமையாலாகும் பெயர்ச்சி

$$\xi = \frac{1}{3} \frac{Mgl^3}{EI}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. ஆதலின்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\xi}{g}}.$$

இவ்வாறு புவியீர்ப்புச் செறிவுக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம். இச்செய்தியானது குறித்தற்பாலது.]

நுண்கம்பியொன்றை முனைநெம்பாகப் பயன்படுத்தி அதன் விட்டம் துணிதல்.—பக்கம் 413 இற பெற்றுள்ள சமன்பாடுகளிலிருந்து, சுமையேற்றாத முனைநெம்பொன்றின் கோணல்

$$\xi = \frac{1}{8} \frac{l^3}{EI} W_0 = \frac{1}{8} \frac{l^3}{EI} M_0 g = \frac{1}{8} \frac{l^3}{EI} (\pi r^2 \rho_0 l) g$$

என்பதால் தரப்படுகிறது எனக் காண்கிறோம்; இங்கு  $W_0$  நெம்பின் நிறை,  $M_0$  அதன் திணிவு,  $r$  அதன் குறுக்குவெட்டு ஆரை,  $\rho_0$  அதன் திரவியத்தின் அடர்த்தி ஆகும். அடர்த்தி  $\rho$  உடைய திரவமொன்றில் நெம்பு அமிழ்ந்திருக்கும்பொழுது கோணல்  $\xi_\rho$  ஆனது

$$\xi_\rho = \frac{1}{8} \frac{l^3}{EI} (\pi r^2 l g) (\rho_0 - \rho)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. இச்சமன்பாடுகளிலிருந்து

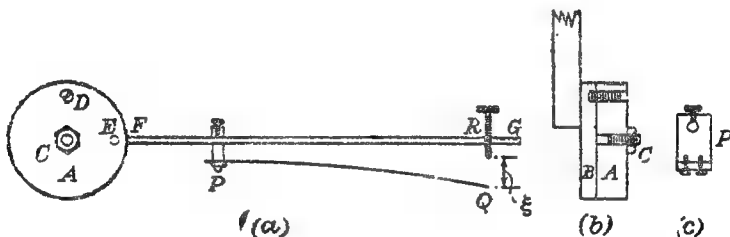
$$\frac{\xi_\rho}{\xi} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

எனப் பெறுகிறோம்; எனவே  $\rho$  ஆனது தெரிந்திருந்தால்  $\rho_0$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணமுடியும்.  $E$  தெரிந்திருந்தால் கம்பியின் ஆரையைத் துணியமுடியும்.

நூலாசிரியரால் இத்தகைய பரிசோதனையொன்றிற்கெனத் திட்டமிட்ட ஆய்கருவியொன்று படம் 8.17 (a)-(b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. திருகு, சுரை C என்பவற்றைப் பித்தளைத்தட்டு A இரண்டாவது பித்தளைத்தட்டு B யுடன் இறுகப் பற்றப்பட்டிருக்கிறது. B யுடன் கோலொன்று பற்றுக

பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது; எனவே ஆய்கருவியை இறுக்கியொன்றில் நிலை யாக்கலாம். FG எனபது A யுடன் பற்றுக. பிடிக்கப்பட்ட பித்தளைக் கோலொன்றாகும்; திருகு D காட்டியுள்ள நிலையில் இருக்கும்பொழுது கோல் கிடைநிலையில் இருக்கும். D பின்வாங்கும்பொழுது கோல் FG ஆனது கிட்டத்தட்ட நிலைக்குத்தான தானத்தில் விழும்; அது அப்பொழுது சரியாக நிலைக்குத்துத் தானத்தில் இருக்குமாறு D, E என்பவற்றின் மையங்கள் தட்டு B யின் மையத்தில் கோணம்  $\frac{1}{2}\pi$  ஐ எதிரமைக்கும்படி செய்தபின் B யிலுள்ள துவாரம் E யில் திருகு D புகுத்தப்படுகிறது.

சோதிக்கப்படும் கம்பியின் நுனியொன்று சிறு இறுக்கி P யில் நிலையாக்கப்படுகிறது. P யின் அமைப்பைப் பற்றிய விபரங்களையிட்டுப் படம் 8·17 (c) யைப் பார்க்க. [வெவ்வேறான நீளங்கள் உடைய கம்பிகளை ஏற்றுக்கொள்ளும்பொழுது FG வழியே P யை அடுத்து வைக்கலாம்.] FG யும் கம்பியும் நிலைக்குத்துக் கீழாகச் சுட்டியிருக்கும்பொழுது FG யின் நுனியில் இருக்கின்ற ஊசி R ஆனது, அதனது கூர் கம்பியின் நுனி பைத் தொடுமவரை செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது. FG ஆனது கிடையாக



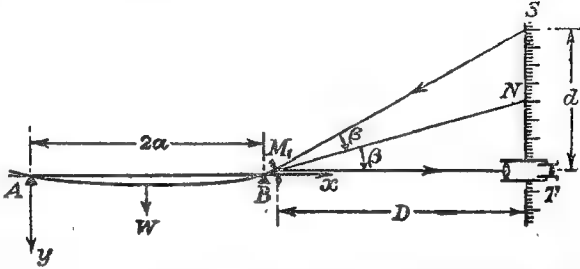
படம் 8·17. நுன்கம்பியொன்றினது திரவியத்தின் அடர்த்தியைத் துணிதல்.

இருக்கும்பொழுது, புலியீர்ப்பில்லாதபோது அது இருக்கவேண்டிய கிடை நிலையிலிருந்து கம்பி கோணலாகிறது; நகரும் நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தி இடப்பெயர்ச்சி  $\xi$  ஐ அளக்கலாம்.

அடர்த்திதெரிந்த உப நீர்க்கரைசலை நிலைக்குத்தான கண்ணாடிப் பக்கங்கள் உடைய தொட்டியொன்றில் வாத்துப் பரிசோதனை மீண்டும் செய்யப்படுகிறது; எனவே  $\xi$  பெறப்படுகிறது. E தெரிந்திருந்தால் ஏற்கெனவே காட்டியுள்ள முறைப்படி கம்பியினது குறுக்குவெட்டு ஆரையின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

ஒளியியல் முறைப்படி வளையொன்றின் கோணலைத் துணிதல்.—படம் 8·18 இல், AB ஆனது நீளம்  $2a$  ஆனால் அலகு நீளமொன்றிற்குப் பறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுடையதும், அதே கிடைத் தளத்தில் இரு கத்தி யோரங்கள் மீது சமச்சீரான நிலையில் இருக்கின்றதுமான ஒரு வளையாக்கு.

$M_1$  வளையின் நுனியொன்றில் விறைப்பாகப் பற்றப்பட்ட ஒரு சிறு தளவாடியாகுக. S சதமமீற்றர்களில் கோடிட்ட நிலைக்குத்தான அளவுச்சட்டமொன்றாகும்; அது வளையைக் கொள்ளும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில்,  $M_1$  இலிருந்து தூரம் D யில் இருக்கிறது; தெறிப்பால் தளவாடியில் உண்டாகின்ற



படம் 8.18. மாறும் கூனலுற்ற வளையொன்றினது நுனியின் சாய்வை ஒளியியல் முறைப்படி துணிதல்.

அதன் விம்பம் நிலைத்த தொலைகாட்டி T ஊடே நோக்கப்படுகிறது. வளையானது அதன் மையப்புள்ளியில் நிறை W உடைய சுமையொன்றைக் காவுமிடததுக் கிடைத் தளத்துடன் வளையின் சாய்வு, காட்டியுள்ளவாறு,  $\beta$  ஆகுக. வளை சுமையேற்றப்படாதபோதும், பின்னர் அது சுமையேற்றப்பட்டபோதும் தொலைகாட்டியின் குறுக்குக் கம்பிகளில் முறையே காணப்படும் அளவுச்சட்ட வாசிப்புகளின் வித்தியாசம் d எனின் அப்பொழுது  $\beta$  சிறிது ஆதலால்,

$$\text{தான் } 2\beta = \frac{d}{D} \text{ அல்லது தான் } \beta = \frac{d}{2D}.$$

வளையில் A யிலிருந்து தூரம் x இலுள்ள குறுக்கு வெட்டு K யில் கூனற்றிருப்பம் M எனின், வழக்கம்போல்

$$\frac{W}{2} \cdot x + M - W(x-a) = 0$$

ஆகும்; இங்கு  $a \leq x \leq 2a$ .

$$\therefore EIy'' = W\left(\frac{x}{2} - a\right).$$

$$\therefore EIy' = W\left(\frac{x^2}{4} - ax\right) + A;$$

இங்கு, A ஒரு மாறிலி;  $x = a$  ஆகுமிடத்து  $y' = 0$  என்னும் உண்மையைக் கொண்டு இதன் பெறுமதி நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. இது

$$A = \frac{3}{4}a^2W$$

எனத் தருகிறது.

$x = 2a$  ஆகுமிடத்தில் சாய்வு தான்  $(\pi - \beta)$  ஆகும் ; அது

$$EI \text{ தான் } (\pi - \beta) = W [a^3 - 2a^3 + \frac{1}{2} a^3] = - \frac{Wa^3}{4}.$$

$$\therefore \text{ தான் } \beta = \frac{Wa^3}{4EI}.$$

எனவே

$$d = \frac{ga^3D}{2EI} m;$$

இங்கு  $m$  சுமையின் திணிவும்,  $\mu$  புவிவீர்ப்புச் செறிவும் ஆகும்.

பரிசோதனையின்போது வளையின் மையப் புள்ளியில் பற்றப்பட்டிருக்கின்ற தராசுத் தட்டில் பல சுமைகளை ஏற்றி,  $m$ ,  $d$  என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமானங்கள் முறையே கிடைக்கூறுகளாகவும் நிலைக்கூறுகளாகவும் குறிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு கிடைக்கப்பெற்ற புள்ளிகள் ஊடே வரைந்துள்ள மிகச் சிறந்த நேர்கோட்டின் சாய்வானது  $\frac{gDa^3}{2EI}$  இற்கு இடைப் பெறுமானமொன்றைத் தருகிறது.  $E$  யைக் காண்பதற்கு இப்பெறுமானம் மேலுள்ள சூத்திரத்திற் பயன்படுகிறது.

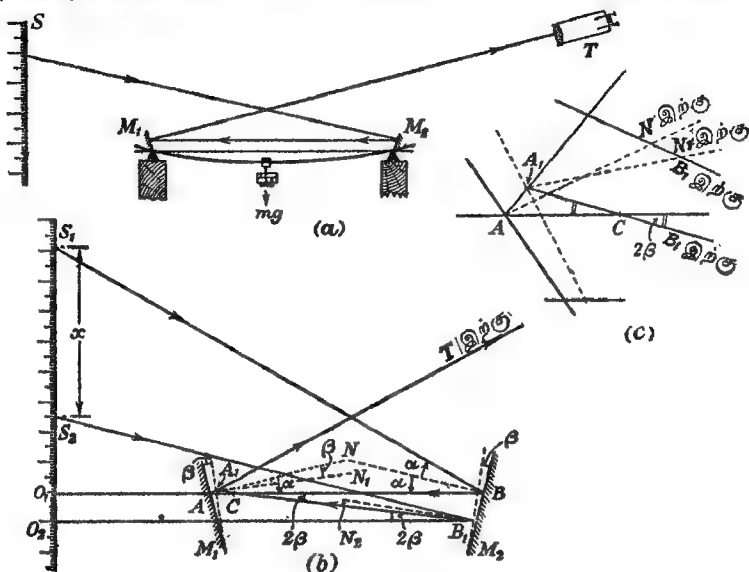
மேற்படி நிறுவலில் வளையின் நுனிக்கு அணித்தாய் ஆடி  $M_1$  இருக்கிறது எனக் கொள்ளப்படுகிறது—இல்லாவிடில் அது சுழற்சியொன்றுடன் பெயர்வொன்றையும் அனுபவிக்கும். இம்முறையின் திருத்தத்தைப் பெரிதாக்கும் பொருட்டு வளையின் மற்ற நுனியில் இரண்டாவது ஆடியொன்றைத் தாபிக்கலாம் ; இன்னுமொரு தொலைகாட்டியைப் பயன்படுத்தி அங்குள்ள சாய்வு காணப்படுகிறது.

[வளையினது முதலாவது அரையின் சமநிலையைக் கருதியும் அதற்கான வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைப் போட்டும், நுனி  $x = 0$  இற்குரிய தான்  $\beta$  என்னும் சரிவைக் கணித்தும் நாம் பெற்ற சூத்திரத்தைப் பெறமுடியும்.]

ஒரு சீரான வளையினது திரவியத்திற்குக் கூனிக்கின் முறையால் யங்ஸின் மட்டைத் துணிதல்.—இம்முறையானது கூனிக் (König) என்பவரால் 1885 இல் திட்டமிடப்பட்டது ; ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறப்பட்டது இதன் எளிதாக்கம் ஒன்றாகும். கூனிக் முறையின் நயம் யாதெனில், வளையின் ஒவ்வொரு நுனியிலும் உண்டாகின்ற சாய்வு மாறல்கள் ஒரே காலத்திற் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதேயாம். ஆய்கருவியானது வரிப்பட முறைப்படி படம் 8.19 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.  $M_1$ ,  $M_2$  என்னும் இரு தளவாடிகள் சோதிக்கப்படும் வளையில், வளையைத் தாங்கும் கத்தியோரங்களுக்குச் சற்று அப்பால், விறைப்பாகப் பற்றப்பட்டிருக்கின்றன ; வளையின் சுமையேற்றப்படாத நிலையில் ஆடிகள் ஒவ்வொன்றின் செவ்வனும் கிடையுடன் கோணம்  $\alpha$  ஆக்குகிறது. ஆய்கருவியைக் கொண்டிருக்கும் தளத்தில் அமைந்திருக்கிற நிலைக்குத்தான அளவுச்சுட்டம்  $S$  இன் பிரிப்புக்களின் விம்பங்கள் தொலைகாட்டி  $T$  ஊடே நோக்கப்படுகின்றன.

† கூனிக், *Berlin Phys. Ges. Verh.*, 1885.

வளையின் மையத்தில் திணிவு  $m$  சுமையேற்றப்பட்டால் வளையின் ஒவ்வொரு நுனியிலும் கிடையுடன் அதன் சாய்வு  $\beta$  ஆகுக; அப்பொழுது, ஆடியொவ்வொன்றும் கோணம்  $\beta$  வினாடாகச் சுழலும்.  $T$  ஊடே நோக்கியுள்ள அளவுச்சட்ட மூலப்புமாறல்  $m$  எனக் கொள்க; அதாவது



படம் 8-19. வளையொன்றினது திரவியத்திற்குக் கூனிக்கின் (ஒளியியல்) முறையால் யங்ஸின் மட்டைத் துணிதல்.

முதலிலே வளை சுமையேற்றப்படாதபோதும், அடுத்து அது சுமையேற்றப்பட்டபோதும்,  $T$  யில் முறையே காணப்படும் விம்பங்களுக்குச் சட்டம்  $S$  இல் ஒத்ததாய் உள்ள பிரிப்புக்களின் இடைத்தூரம்  $x$  ஆகும்.

ஒளிக்கதிர் ஒன்று தொலைகாட்டியிலிருந்து புறப்பட்டு, அதன் அச்ச வழியே சென்று, ஒவ்வொரு ஆடியிலும் அடுத்தடுத்துத் தெறிக்கப்பட்டுச் சட்டத்தை அடைகிறது எனக் கற்பனை செய்க. இக்கதிரானது  $A$  யில்  $M_1$  மீது பட்டு, படம் 8-19(b), பின்  $B$  யில்  $M_2$  மீது படுமாறு  $AB$  மார்க்கமாகச் செல்லுக. பின்னர் அது  $BS_1$  வழியே தெறிக்கப்படுகிறது. நீட்டிய  $BA$  ஆனது சட்டத்தை  $O_1$  இல் வெட்டுக.  $BO_1 = D$ ,  $AB = d$  என்க. இனி  $s$ ,  $d$ ,  $D$  என்பவற்றை  $\beta$  வுடன் தொடர்புபடுத்த வேண்டியதாகின்றது.  $AN$  உம்  $BN$  உம் ஆடிகளுக்கு முறையே  $A$  யிலும்  $B$  யிலும் இருக்கின்ற செவ்வன்கள் ஆகுக. கிடையுடன் ஆடி ஒவ்வொன்றிற்கும் படுகைப்புள்ளியில் வரைந்துள்ள செவ்வனானது கோணம்  $\alpha$  ஆக்குமாயின், அப்பொழுது

$$S_1O_1 = D \text{ தான் } 2\alpha.$$



$M_1$  ஆனது கோணம்  $\beta$  வினாடாக அசையும்போது  $T$  யிலிருந்து வருகின்ற கதிரானது முதல் ஆடிமீது  $A_1$  இற் பட்டு  $A_1B_1$  வழியே தெறிக் கப்படுக ; இங்கு  $B$  ஆனது இரண்டாவது ஆடியில் படுகைப்புள்ளியாகும்.  $AB$  யும்  $A_1B_1$  உம் ஒன்றையொன்று  $C$  யில் வெட்டுமாயின்

$$\widehat{ACA_1} = \widehat{BCB_1} = 2\beta$$

படம் 8.19(c) ஐப் பார்க்க; சம்பந்தப்பட்ட கதிர்கள் அங்கு மிக விவரமாகக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

இனி  $B_1$  இலிருந்த ஆடி  $M_2$  இன் செவ்வன  $B_1N_2$  அதே ஆடியின் நிலை  $B$  யிற்குரிய செவ்வனைக் கோணம்  $\beta$  வில் வெட்டுகிறது. எனவே  $B_1$  இலுள்ள செவ்வன கிடையுடன கோணம்  $(\alpha - \beta)$  ஆக்குகிறது.

$$\therefore \widehat{CB_1N_2} = (\alpha - \beta) - \widehat{CB_1O_2} \quad [B_1O_2 \text{ ஆனது } AB \text{ யிற்குச் சமாந்தர மாதலின}]$$

$$= \alpha - 3\beta.$$

$$\begin{aligned} \text{இனி} \quad \widehat{O_2B_1S_2} &= \widehat{CB_1O_2} + 2.N_2\widehat{B_1C_1} \\ &= 2\beta + 2(\alpha - 3\beta) = 2\alpha - 4\beta. \end{aligned}$$

$$\text{மேலும்} \quad \frac{S_1O_1}{D} = \text{தான் } 2\alpha = 2\alpha, \quad \alpha \text{ சிறிதாயின்.}$$

அன்றியும்

$$\frac{S_2O_2}{D} = \text{தான் } (2\alpha - 4\beta) = 2\alpha - 4\beta, \quad \beta \text{ சிறிதாயின்.}$$

சட்டத்திலிருந்து  $B$  யும்  $B_1$  உம் சம தூரங்களில் இருக்கின்றன என இச்சமனபாடுகளிற் கொள்ளப்படுகிறது.

$$\begin{aligned} \text{இனி} \quad x &= S_1S_2 = O_1S_1 - O_1S_2 \\ &= O_1S_1 - [O_2S_2 - O_2O_1] \\ &= 2\alpha(D) - (2\alpha - 4\beta)D + 2\beta(d) \\ &= 4\beta D + 2\beta d. \end{aligned}$$

$$\therefore \beta = \frac{x}{4D + 2d}.$$

ஆனால் பக்கம் 420 ஐப் பார்க்க, தான்  $\beta = \frac{1}{4} \frac{W}{EI} a^2$ ; இங்கு  $d = 2a$ ; எனவே  $E$  யிற்குப் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

நாம் பயன்படுத்தியுள்ள அண்ணளவுகள் நடைமுறையில் நிறைவேற்றப்படுகின்றன என்பதை உறுதிப்படுத்தும் பொருட்டு, ஆடிகளிலிருந்து நியாயமான தூரத்திற் சட்டத்தை வைத்து, ஒளிக்கதிர்கள் கணக்காக ஆடிகளுக்கு மேலாகச் செல்லுமாறு தொலைகாட்டி,  $E$  டிற்குப் படுத்தப்படுகிறது.

வளையொன்றின் திரவியத்திற்கு யங்ஙின் மட்டைத் துணிதலிற் பயன்படுத்தப்படும் இம்முறையானது மையத்தில் இறக்கம் அளக்கப்படும் முறையைக் காட்டிலும் திருத்தமிக்கது; ஏனெனில் இறக்கத்தைக் காட்டிலும் கோணம் பி வையே மிகு திருத்தத்துடன் அளக்கமுடியும்; மேலும், சுமை கூடும்பொழுது வளையுட் கத்தியோரங்கள் புகுமாயின் அது இறக்கத்தை நுணுக்குக்காட்டியொன்றால் நேரே நோக்கிக் கிடைக்கும் வாசிப்புக்களைப் பாதிப்பதைப்போல் இங்கு பாதிக்கமாட்டாது. அன்றியும் சிறிய சுமைகளை இங்கு பயன்படுத்த முடிக்கின்றபடியால் திரவியத்தின் மீள்தன்மையெல்லே மீறி வளைக்குச் சேதம் உண்டாவதற்கு அவ்வளவு இடமிராது.

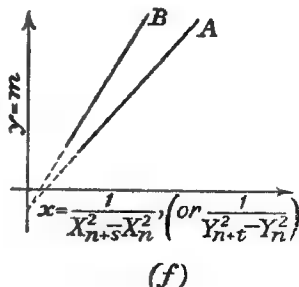
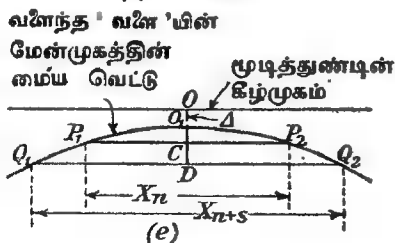
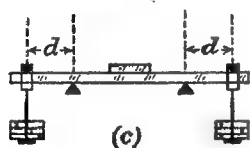
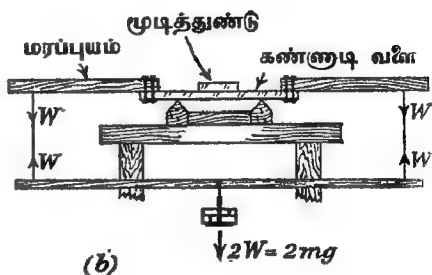
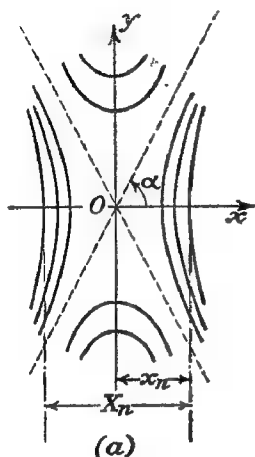
கண்ணாடிக்குக் கோணுவின் முறையால் மீள்தன்மை மாறிலிகளைத் துணிதல்.—ஒரு சீரான கூனற்றிருப்பத்திற்கு உட்படும் செவ்வகக் கண்ணாடித் தகடொன்றினது மேற்பரப்பின் வடிவழிவை ஒளியியல் முறைப்படி நோக்கிக் கண்ணாடியின் மீள்தன்மை மாறிலிகளைத் துணியும் முறையொன்றைப் பற்றிய கட்டுரையைக் கோணு† எனபார் 1869 இல் வெளியிட்டார். கிடைத் தளமொன்றிற் கிடக்கின்ற இரு கத்தியோரங்கள் மீது தட்டைத் தாங்கி அதன் நுனிகளிலிருந்து நிறைகளைத் தொங்கவிட்டு, மேற்பரப்பிற்கு வளைவு கொடுக்கப்பட்டது; கத்தியோரங்கள் வளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக இருந்தன. வளைமீது தட்டைக்கண்ணாடி மூடித்துண்டொன்று இருந்தது. இத்தொகுதியானது சோடியவொளியால் தக்கவாறு ஒளிர்ப்பிக்கப்படுகின்றபோது மூடித் துண்டிற்கும் வளைக்கும் இடையில் ஓரிடமாக கப்பட்ட தலையீட்டு விளிம்புகள் கிடைக்கப்பெற்றன. தலையீட்டு மாதிரியானது வரிப்பட முறைப்படி படம் 8·20 (a) யிற் காட்டியுள்ளவாறு அதிபரவளைவுகளின் ஈரிணைத் தொகுதிகளாலானது. வளை வழியேயும் குறுக்காகவும் விளிம்புகளை அளந்து நெட்டாங்கு, குறுக்கு வளைவுகள் பெறப்பட்டன; எனவே புவசோனின் விகிதத்தை உடனே கணிக்க முடிகிறது. வழக்கம்போல், நீள்பக்க வளைவிலிருந்து கண்ணாடிக்கு யங்ஙின் மட்டின பெறுமானம் கணிக்கப்பட்டது. இருந்தாலும் வளையின் அகலத்துடன் ஒப்பிடில் கத்தியோரங்களின் இடையீடு சிறிதாய் இருந்தபடியால் அவருடைய வளைவுகளுட் சில பிழையாகவே இருந்தன எனத் தெரிகிறது. அவ்வாறு இருந்தால் வளை வடிவமாற்றம் அடையும்பொழுது கத்தியோரங்கள் மீதுள்ள உதைப்பின் பரம்பல் மாறுகிறது.

யெசப் (Jessop) என்பவர், கோணுவின் முறையைப் பயன்படுத்தி, 1921 இல், கண்ணாடியின் மீள்தன்மை மாறிலிகளையிட்டுக் கவனத்துடன் அளவீட்டுத் தொடரொன்றைப் பெற்றார்; ஏற்கெனவே கூறியுள்ள குழப்பங்கள் விளையாதவாறு கவனமாக நடந்துகொண்டார். கண்ணாடி வளையை இரு கத்தியோரங்கள் மீது வைத்து, படம் 8·20 (b) யிற் காட்டியுள்ளவாறு, வளையின் நுனிகளில் இறுக்கிய இரு மரப் புயங்களிலிருந்து தொங்கும் திணிவுகள் மூலம் சுமையேற்றப்பட்டது. இவ்வண்ணம்,

† கோணு, *Compt. Rend.*, 69, 33, 1869.

‡ யெசப், *Phil. Mag.*, 42, 551, 1921.

கத்தியோரங்கள் மீது மிதமிஞ்சிய உதைப்புக்களைப் பிரயோகியாது, பெரிய கூனற்றிருப்பத்தைப் பிரயோகிக்க முடிந்தது; இதனால் குழம்பும் முனை விளைவுகளின் தாக்கம் குறைக்கப்பட்டுள்ளது. வளை, கண்ணாடி மூடித்துண்டு என்பவற்றின் மேற்பரப்பில் பூரண தட்டையின்மையால் ஆகும் விளைவுகளை



படம் 8-20. கண்ணாடிக்கு E யையும் ■ வையும் ஒலிதிறஞரிய கோணுவின் தலையிட்டு முறை.

நீக்கும்பொருட்டு வளையைத் திருப்பிவைத்து முன்னர் போல் இணை பிரயோகிக்கப்பட்டது. ஆனால் இந்த எடுத்துக்காட்டில் வளைக்குக் கீழே கண்ணாடி மூடித்துண்டை வைத்து, பிந்தியதைத் தாங்குகின்ற ■ மட்ட

மாக்கும் திருகுகளைப் பயன்படுத்தி மேற்பரப்புக்களைச் சேர்த்துவைக்க வேண்டியதாயிற்று. இவ்வாறு உண்மையாக இணையை நேர்மாறுக்கி அதே விளைவைப் பெறும்போதுள்ள பொறிமுறைத் தொல்லைகள் தவிர்க்கப்படுகின்றன. இச்செயன்முறையால் வளை, கண்ணாடி மூடித்துண்டு என்பவற்றின் பரப்பு ஒழுங்கின்மைகளின் விளைவுகள் நீக்கப்படுகிறதற்குக் காரணம் யாதெனில், கூனற்றிருப்பத்தின் பருமன் மாறுதிருக்க, அதன் திசை நேர்மாறுக்கப்பட்டால் வளையினது பரப்பின் அறிமுறை வளைவுகள் அதே பருமன் ஆனால் மறைக் குறிகள் உடையனவாய் இருக்க பரப்பு ஒழுங்கின்மைகள் இணை ஒரு திசையில் ஆற்றும்பொழுது குறிப்பிட்டவொரு வளைவு கூடவும், இணை நேர்மாறுக்கப்பட்டபோது அது குறையவும் செய்கிறது என்பதேயாம். எனவே வளையின இடை வளைவு மேற்படி ஒழுங்கின்மைகளைச் சாராது.

பயிற்சியினபொருட்டு இப்பரிசோதனையானது ஆய்கூடத்தில் நடத்தப்படும் பொழுது படம் 8-20 (c) யிற் காட்டியுள்ள எளிமைமிக்க வடிவத்தை ஆயகருவிக்கு அளிக்கலாம்.  $d$  ஆனது திணிவு  $n$  உடைய நிறையின் தொங்கற் புள்ளிக்கும் அதற்கு அணித்தாயுள்ள கத்தியோரத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் எனின், மையப் பாவின் எல்லாக் குறுக்குவெட்டுக்களிலும் கூனற்றிருப்பம்  $mgd$  ஆகும் ; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவாகும். விளிம்புகளைப் பெறும்பொருட்டுச் சோடியச் சவாலையொன்று காலும் ஒளி ( $\lambda = 5.90 \times 10^{-5}$  சமீ.) கிடையுடன் கிட்டத்தட்டக் கோணம்  $45^\circ$  ஐ ஆக்கும் கண்ணாடித் துண்டு G ஆல் தெறிக்கப்பட்டுக் கண்ணாடிமூடி, வளை என்பவற்றின் மீது படுகிறது. தொகுதிக்கு மேலே இருக்கின்ற நகரும் நுணுக்குக்காட்டியூடே கண்ணாடிவளையின் மேற்பரப்பிற்கும் கண்ணாடி மூடித்துண்டிற்கும் இடையே உண்டாகியுள்ள விளிம்புகளை நோக்கலாம். இருந்தாலும் படம் 8-20 (d) யிற் காட்டியுள்ளவாறு, கிடையுடன் கிட்டத்தட்டக் கோணம்  $45^\circ$  ஆக்குமுகமாகத் தக்கவாறு ஒழுங்குபடுத்தியுள்ள ஒரு தளவாடி  $M_1$  ஐப் பயன்படுத்திக் கிடையான அச்சுடைய ஒரு நுணுக்குக் காட்டியால் விளிம்புகளை அளப்பது வசதிமிக்கதாம். கருவியின் கிடையான அசைவைப் பயன்படுத்தி வளையின் நெட்டாங்கச்சுக்குச் சமாந்தரமான திசையில் விளிம்புகளின் விட்டங்களை அளக்கலாம் ; நிலைக்குத்தான அசைவைப் பயன்படுத்தி மேற்படி திசைக்குச் செங்குத்தானதும் விளிம்புத் தொகுதியூடே செல்கின்றதுமான திசையில் விளிம்புகளின் விட்டங்களை அளக்கலாம். மேற்படி திசைகளுக்குரிய அளவீடுகள் முறையே A, B என்பவற்றற் குறிக்கப்படும். தாழ்வலு நுணுக்குக்காட்டியொன்றினிடத்தும் விளிம்புகள் குவியாதபடியால் அதற்கு அணித்தாயுள்ள பொருள்களைச் சரியாக நோக்கும் தொலைகாட்டியொன்றாக நுணுக்குக்காட்டியை மாற்றி அமைத்தல் வேண்டும். இதன் பொருட்டுப் பொருள்வில்லைக்குப் பதிலாகக் கிட்டத்தட்ட  $20$  சமீ. குவியத்தூரம் உடைய நிறந்தராத ஒருங்குவில்லையொன்று பயன்படுத்தப்படுகிறது ; பித்தளையாலான விரிதுண்டொன்றுத் தேவைப்படக்கூடும்.

அடுத்து சுமை  $m$  இற்கு நான்கு வெவ்வேறான பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தி, அவ்வொவ்வொன்றிற்கும் “கிடையான” விளிம்புகள் “நிலைக்குத்தான” விளிம்புகள் ஆகியவற்றின் விட்டங்கள் அளக்கப்படுகின்றன, சுமைகள் 0.5 முதல் 2 கிகி. வரை இருக்கலாம்.

சுனற்றிருப்பம்  $M$ , அதாவது  $mgd$  ஆக இருக்கும்பொழுது நெட்டாங்கு வளைவாரை  $R_1$  ஆனது

$$\frac{EI}{R_1} = M = mgd$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு,  $E$  வளையினது திரவியத்தின யங்வின மட்டையும்,  $I$  சுனற்றளத்துக்குச் செங்குத்தானதும் அதன திணிவு மையம் ஊடே செல்கின்றதுமான அச்சொன்று பற்றி தட்டின குறுககு வெட்டொன்றின் “சுத்துவத திருப்பம்” உம் ஆகும். பிந்தியது  $I = \frac{1}{12} ab^3$  என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $a$  வளையின் அகலமும்,  $b$  அதன தடிப்பும் ஆகும்.

கண்ணாடி வளையின் வளைவு முரணமுறிவு ஆதலாலும், மூடித் துண்டு தடையாதலாலும், பிந்தியது விளிம்புத் தொகுதியின மையம்  $O_1$  இல் வளையைத் தொடமாட்டாது; இவ்விடத்தில் தொடலித்தளம் மூடித்துண்டிற்குச் சமாந்தரமாக இருக்கிறது. ஆனால் விளிம்புத்தொகுதியின் வடிவமும் நிலையும் அததொகுதியினது மையத்தின் நிலையைச் சாராது. இதை நிறுவுவது பொருட்டு  $A$ ,  $B$  ஆகிய திசைகளில் விளிம்புகளின் விட்டங்கள் அளக்கப்பட்டிருக்கின்றன எனக் கொளவோம்.  $A$  யாகிய திசையில் மையத்திலிருந்து எண்ணிக் கொண்டுபோக  $n$  ஆவதாகத் தோற்றும் விளிம்புச் சோடியின் நிலைகளைப்  $P_1$  உம்  $P_2$  உம், படம் 8.20(e), குறிக்குமாயின் நடுநிலைப் பரப்பின் வளைவாரை  $R_1$  ஆனது

$$2R_1 \cdot O_1C = \left( \frac{X_n}{2} \right)^2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $X_n = P_1P_2$ . [ $2R_1$  ஐக் காட்டிலும்  $O_1C$  சிறிதே; எனவே  $2R_1 - O_1C$  என்னும் உறுப்பில் அது புறக் கணிக்கப்படுகிறது.]  $Q_1$  உம்  $Q_2$  உம்  $(n+s)$  ஆம் விளிம்புச் சோடி எனின்,

$$2R_1 \cdot O_1D = \left( \frac{X_{n+s}}{2} \right)^2.$$

$$\therefore 2R_1(O_1D - O_1C) = \frac{1}{4}(X_{n+s}^2 - X_n^2).$$

ஆனால்  $(O_1D - O_1C) = s \left( \frac{\lambda}{2} \right)$ ; இங்கு  $\lambda$  பயன்படுத்தப்படும் ஒளியின் அலைநீளம் ஆகும்.

$$\therefore R_1 = \frac{1}{4\lambda s} (X_{n+s}^2 - X_n^2).$$

அதுபோலவே  $Y_{n+t}$  யும்  $Y_n$  உம் வளைக்குக் குறுக்கான திசையிலுள்ள விளிம்புகளையும்  $R_2$  ஆனது முரண் முறிவு வளைவாரையையும் குறிக்குமாயின்,

$$R_2 = \frac{1}{4\lambda t} (Y_{n+t}^2 - Y_n^2).$$

அதனது சேர்ந்த நிறை காரணமாக வளையானது தொடக்க வளைவாரை  $R_0$  உடையது எனக் கொள்க. அப்பொழுது பொதுவாக [பக்கம் 395 ஐப் பார்க்க],

$$EI \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right] = mgd.$$

இதை 
$$\frac{EI}{R_1} = mgd + \beta$$

என எழுதலாம்; இங்கு,  $\beta$  ஒரு மாறிலி.  $R_1$  இற்கு ஏற்கெனவே கிடைத்துள்ள பெறுமானத்தைப் பயன்படுத்த,

$$\frac{4EI\lambda s}{X_{n+s}^2 - X_n^2} = mgd + \beta.$$

$m$  ஐ மாற்றி அதன் ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும்  $(X_{n+s}^2 - X_n^2)$  இன் ஒத்த பெறுமானத்தைப் பெற்று,  $m=y$  எனவும்  $\frac{1}{X_{n+s}^2 - X_n^2} = x$  எனவும் எழுதினால்,

$$\frac{4EI\lambda s}{gd} x = y + \frac{\beta}{gd}.$$

இச்சமன்பாடானது படம் 8.19 (f) இலுள்ள நேர்கோடு A யைக் குறிக்கிறது; அதன் சரிவு  $\frac{4EI\lambda s}{gd}$  ஆகும்; எனவே, சரிவு துணியப்பட்டதும் E யைக் கணிக்கலாம்.

அதுபோலவே

$$\frac{1}{4\lambda t} (Y_{n+t}^2 - Y_n^2) = R_2 = \frac{1}{\sigma} \cdot R_1 = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{EI}{mgd + \beta};$$

இங்கு  $\sigma$  ஆனது கண்ணாடியின் புவசோன் விகிதம் ஆகும்.

$$\therefore \frac{4\lambda t}{\sigma} \left[ \frac{EI}{Y_{n+t}^2 - Y_n^2} \right] = mgd + \beta.$$

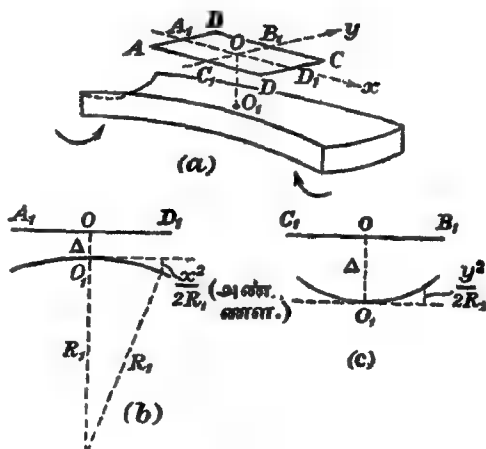
எனவே நாம்  $m=y$  ஐயும்  $\frac{1}{Y_{n+t}^2 - Y_n^2} = x$  ஐயும் குறித்தால், A யின் சரிவின்  $\frac{1}{\sigma}$  மடங்கு சரிவுடைய நேர்கோடு B யைப் பெறல் வேண்டும் [படம் 8.19 (f)].

$$\therefore \sigma = \frac{A \text{ யின் சரிவு}}{B \text{ யின் சரிவு}}.$$

கோணுவின் விளிம்புகளின் வடிவம் பற்றிய குறிப்பு.—கோணுவின் முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்ணாடியின் மீள்தன்மை மாறிலிகளைப் பரிசோதனையால் துணியும்பொழுது தலையீட்டு விளிம்புகளின் வடிவத்தைக் கருதவேண்டியதேயில்லை; இருந்தாலும் அதைப் பற்றிய ஆய்வானது ஓரளவு விரும்பற்பாலது.

படம் 8·21(a) யில், ABCD ஆனது தட்டைக் கண்ணாடித் தகடொன்றின் கீழ்ப் பரப்பு ஆகுக. மீள்தன்மை மாறிலிகள் காணவேண்டிய வளைவின் மேற்பரப்பின் கிடைமான தொடலித் தளமானது அம்மேற்பரப்பை  $O_1$  இல் தொடுக; இத்தொடலித் தளம் ABCD யிற்குச் சமாந்தரமாக இருக்கிறது.  $OO_1$  ஆனது ABCD யிற்குச் செங்குத்தாக அமையுமாறு O ஆனது ABCD யின் ஒரு புள்ளியாகும்.  $OO_1 = \Delta$  ஆகுக.

$Ox$  என்பது பிரயோகிக்கப்படும் இணைகளின் தளத்துக்குச் சமாந்தரமாகவும்,  $Oy$  அத்தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும், ABCD யில் செவ்வக அச்சுக்களை எடுக்க. இணைகளின் தளத்தில் வளைவாரை  $R_1$  உம், அதற்குச் செங்குத்தான தளத்தில் அது  $R_2$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது ABCD யின்



படம் 8·21. கோணுவின் தலையீட்டு விளிம்புகளின் வடிவம்.

எந்தப் புள்ளி  $(x, y)$  யிலிருந்தும் கூனலுற்ற வளைவின் மேலான முகத்துக்கு  $OO_1$  என்பதற்குச் சமாந்தரமாக, படங்கள் 8·21 (b) யிலும் (c) யிலும் காட்டியுள்ளவாறு வரையப்பட்ட நேர்கோட்டின் நீளத்தை  $\Delta + \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2}$  என எடுத்துக் கொள்ளலாம். குறிக்கப்பட்ட எந்த

விளிம்புக்கும் இத்தூரம் மாறாது இருக்கும். எனவே

$$\frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} = \sigma \text{ (என்க),}$$

அல்லது 
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$$

இங்கு  $a^2 = 2R_1\kappa$  உம்  $b^2 = 2R_2\kappa$  உம் ஆகும்; எனவே விளிம்புகள் அதிபரவளைவுகள் ஆகும்.

அச்ச  $Ox$  இற்கும் அணுகுகோடுகளுக்கும் இடையேயுள்ள கோணம்  $\sigma$  ஆகுக. அப்பொழுது புவசோன் விசிறம்  $\sigma$ ,

$$\sigma = \frac{R_1}{R_2} = \frac{a^2}{b^2} = \text{கோதா}^2 \alpha$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. மேலும் வளிப்படலத்தின் தடிப்பானது  $(x_n, 0)$  என்னும் புள்ளியில்  $\Delta + \frac{x_n^2}{2R_1}$  உம்  $(x_{n+m}, 0)$  என்னும் புள்ளியில்  $\Delta + \frac{x_{n+m}^2}{2R_1}$  உம் ஆகும்.

ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் பாதை வித்தியாசமானது இதன் இருமடங்காகும்; எனவே  $x_n, x_{n+m}$  என்பவற்றால் வரையறுத்த தானங்களுக்குப் பாதை வித்தியாச மாறலானது

$$2 \left[ \frac{x_{n+m}^2 - x_n^2}{2R_1} \right] = m\lambda$$

ஆகும்; இங்கு  $\lambda$  ஆனது பயன்படுத்தியுள்ள ஒளியின் அலைநீளம் ஆகும். நடைமுறையில் செய்வதுபோல் விட்டங்கள் அளக்கப்பட்டால்,

$$X_n = 2x_n$$

எனவே 
$$R_1 = \frac{X_{n+m}^2 - X_n^2}{4m\lambda}.$$

அதுபோலவே 
$$R_2 = \frac{Y_{n+m}^2 - Y_n^2}{4m\lambda}.$$

$$\therefore \sigma = \frac{R_1}{R_2} = \frac{X_{n+m}^2 - X_n^2}{Y_{n+m}^2 - Y_n^2}.$$

கண்ணாடித் தகடொன்றிற்குப் பதிலாக நீண்ட குவியத்தூரம் உடைய ஒருங்குவில்லையொன்றை வளைத்து வைத்துக்கொள்ளலாம். கூனலுற்ற வளையின் மேற்பரப்பிற்கு அடுத்துள்ள வில்லையின் முகத்தின் வளைவாரை  $r$  ஆகுக. படம் 8.22 (a) யில், வில்லையின் இம்முகத்திலுள்ள மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி  $O$ , செவ்வக ஆள்கூற்றுத் தொகுதியொன்றின் உற்பத்தியாகுக;  $(x, y)$  தளமானது கிடையாக  $O$  ஊடே செல்லுகிறது  $Oz$  நிலைக்குத்தாக அமைந்திருக்கிறது. அப்பொழுது வில்லையின் மேற்பரப்பில்

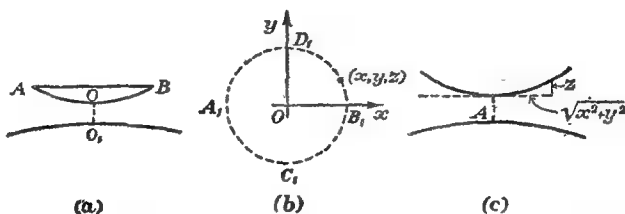


யாதுமொரு புள்ளி  $(x, y, z)$  இலும்,  $r$  சிறிதன்று ஆதலின்,

$$(x^2 + y^2) = 2rz;$$

படங்கள் 8.22 (b) யையும் (c) யையும் பார்க்க.

எனவே 
$$z = \frac{x^2 + y^2}{2r}.$$



படம் 8.22. கூனலுற்ற வளைவொன்றுமீது கோளப் பரம்பொன்று இருக்கும்பொழுது விளிம்புகளின் வடிவம்.

எனவே முந்திய எடுத்துக்காட்டில் இருந்ததுபோல,  $(x, y, z)$  கிடக்கும் விளிம்பிற்கு

$$\Delta + \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} + \frac{x^2 + y^2}{2r} = \kappa.$$

$A = \kappa - \Delta$  எனின் இச்சமன்பாட்டை

$$\frac{x^2}{A} \left[ \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2r} \right] - \frac{y^2}{A} \left[ \frac{1}{2R_2} - \frac{1}{2r} \right] = 1$$

என எழுதலாம்;  $\frac{1}{2r} > \text{அல்லது} < \frac{1}{2R_2}$  என்னும் நிபந்தனைகளுக்கேற்ப

இது நீள்வளையம் அல்லது அதிபரவளைவொன்றின் சமன்பாடாகும். இனி வழக்கமாக  $r$  ஐக் காட்டிலும்  $R_2$  பெரிதாகும்; ஆகவே விளிம்புகள் வழக்கமாக நீள்வளையங்கள் ஆகும்.

முனைநெம்பொன்றின் சுயாதீன நுனியில் ஒளியியல் முறைப்படி கோண விலகலைத் துணிதல்.—முன்னர் கூறியுள்ளவாறு கிடைத் தளமொன்றில் மட்டும் கோணலுறக்கூடிய வகையில் சீரான சட்டமொன்று அதனது நுனியொன்றில் நிலையாக்கப்பட்டிருந்தால், பக்கம் 412 ஐப் பார்க்க, அது எத்தகைய கூனலையுற்றாலும் அதில் அதனது சொந்த நிறையாற் சேரும் பங்கு புறக்கணிக்கத்தக்கதாகும். எனவே நிலையாக்கப்பட்ட நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள குறுக்குவெட்டில் கூனற்றிருப்பமானது

$$EIy'' = M = W(l - x)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான அர்த்தம் உடையன.  $x=0$  ஆகுமிடத்து கோணவிலகல் பூச்சியமாதலால் இது

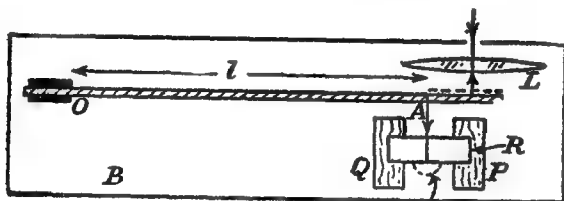
$$EIy' = -\frac{1}{2}W(l-x)^2 + \frac{1}{2}Wl^2$$

என உடனே தருகிறது. நெம்பின சுயாதீன நுனியில், கோண விலகல்  $\alpha$  ஆனது

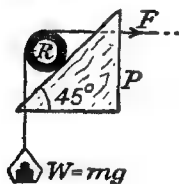
$$EI\alpha = EI[y']_{x=l} = \frac{1}{2}Wl^2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

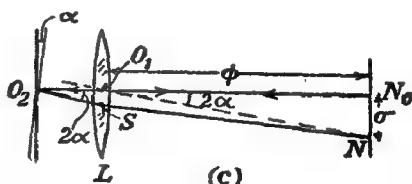
$\alpha$  வை அளக்கும்பொருட்டு வரிப்படமுறைப்படி படம் 8.23(a) யிற் காட்டியுள்ள ஆய்கருவியானது நூலாசிரியரால் திப்பமிடப்பட்டது. நெம்பு OA ஒரு மெல்லிய கண்ணாடித்துண்டாகும். அதன் முகங்கள் நிலைக்குத்தான தளங்களிற் கிடக்குமாறு அது கிடையான நிலையில் நிலையாக்கப்படுகிறது; அல்லது அது நிலைக்குத்துக் கீழ்முகமாகவுந் தொங்கலாம். நெம்பின் சுயாதீன நுனி வெள்ளிமுலாம் பூசப்பட்டிருக்கிறது; அதற்குச் சற்று முன்னாலே இரண்டுமீற்றர் குவியத்தாரம் உடைய ஒருங்கு வில்லை



(a)



(b)



(c)

படம் 8.23. முனைநெம்பொன்றின் சுயாதீன நுனியினது கோண விலகலை ஒளியியல் முறைப்படி அளத்தல்.

L ஆனது நிறுவப்பட்டிருக்கிறது; முழுத்தொகுதியும் தக்க அடித்தளம் B யில் தாபிக்கப்பட்டிருக்கிறது. புள்ளி A யில், அதாவது நிலையாக்கியுள்ள நுனியிலிருந்து தூரம்  $l$  இல் நெம்பிற்குச் செங்குத்தாகக் கிடையான விசை F பிரயோகிக்கப்படுகிறது; அப்பொழுது  $\alpha$  வை அளக்குமிடத்து வெள்ளிமுலாம் பூசியுள்ள பாகத்தை ஆடியாகப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்.

F இன் பிரயோகத்தையிட்டுக் கிடைத்தளத்துடன் கோணம்  $45^\circ$  ஐ ஆக்குகின்ற தளமொன்றின்மேல், இலேசான அலுமினியக் குழாய் R ஓய்வாய், அதன் அச்ச கிடையாக இருக்குமாறு விடப்படுகிறது; நெம்பின் புள்ளி A யில் இணைக்கப்பட்ட இலேசான நானொன்று உருளைமேற் செல்கிறது; நெம்பிற்கும் உருளைக்கும் இடையில் நாண் கிடையாக இருத்தல் வேண்டும். அதனது மற்றை நுனியில் நாணானது தெரிந்த நிறை W வைக் காவுகிறது. சாய்தளப் பரப்புமீது குழாயானது தடையின்றி உருள முடியும் ஆதலால், நாணிலுள்ள இழுவை கிட்டத்தட்ட W ஆகும், இடைநிலைப் பௌதிகவியல் (பாகம் 4), ப. 97 ஐப் பார்க்க. அது எதுவாகிலும்  $F = W - f$  என நாம் எழுதலாம்; இங்கு  $f$  ஆனது W வைக் காவுகின்ற கடதாசியின் நிறையை உள்ளடக்கிய சிறிய திருத்தவுறுப்பாகும். அப்பொழுது

$$EI\alpha = \frac{1}{2}(W - f)l^2;$$

எனவே W,  $\alpha$  என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமானங்களின் தொடரொன்றைப் பெற்றால், வரைபு முறையொன்றைப் பயன்படுத்தி EI யிற்கு இடைப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம்; அதிலிருந்து E யைக் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

$\phi$  ஆனது வில்லையிலிருந்து அளவிடைத் தூரமும் (அதாவது வில்லையின் குவியத்தூரமும்)  $\sigma$  ஒளிப்புள்ளியின் விலகலும் ஆயின், அப் பொழுது

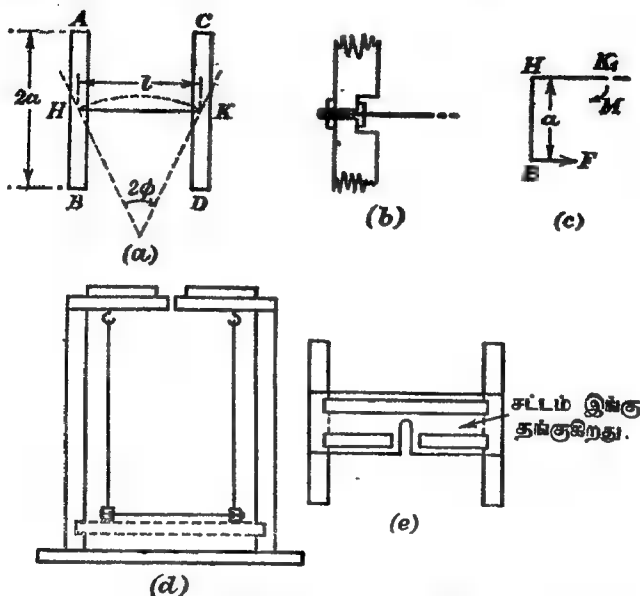
$$\alpha = \frac{\sigma}{2\phi}$$

என படம் 8.23 (c) காட்டுகிறது.

[ந.கு.  $O_2N$  ஆனது கதிர்  $O_2S$  இற்குச் சமாந்தரமான துணையச்சாகும்.]

கம்பியொன்றின் திரவியத்திற்கு யங்ஙின் மட்கேளைத் துணிதல் | சேளின் ஆய்கருவி. விவரித்துக்கூற இருக்கின்ற முறையானது சேள் என்பவரால் ஆனது. திண்மமொன்றின் மீள்தன்மைக் குணங்களின் துணிதலுக்கான கிட்டத்தட்ட மற்றை எல்லா முறைகளைப்போல் இதையும் சமவியல்புடைய திரவியங்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும், என அவரது ஆராய்ச்சி வெளியீட்டில் சுட்டிக்காட்டப்பட்டிருக்கிறது. படம் 8.24 (a) யில், AB யும் CD யும் சதுர அல்லது வட்டக் குறுக்குவெட்டுடைய இரு சமனான பித்தளைச் சட்டங்கள் ஆகும். சோதனைக்கான கம்பியின் நுனிகள் சட்டங்களின் மையப்புள்ளிகள் H, K என்பவற்றில் உறுதியாகப் பற்றப்பட்டிருக்கின்றன-விவரங்களுக்குப் படம் 8.24 (b) யைப் பார்க்க. கம்பியின் நீளம் ஒருசில சதமமீற்றர் ஆக இருந்தாற போதும். ஆகும் சட்டத்தில் H, K என்பவற்றிற்குச் சரிமேலான புள்ளிகளில், அதாவது சிறுக்கும் திருகுகளிற்குத் துளைக்கப்பட்ட சட்டத்து முகங்களுக்குச் செங்குத்தான முகங்களில், இரு சிறு கொளுக்கிகள் திருகப்பட்டிருக்கின்றன. ஒவ்வொன்றும் ஒருமீற்றர்

நீளமுடைய சமாந்தரமான இருநூற்றுண்டுக்களால் தொகுதியைத் தொங்க வைப்பதற்கு மேற்படி கொளுக்கிகள் இடங்கொடுக்கின்றன ; எனவே மேற்படி நூற்றுண்டுகளிலுள்ள முறுக்கலால் ஆகும் இணையானது தொகுதி மீது பிரயோஜிக்கப்படுகின்ற மற்றை எல்லா இணைகளைக் காட்டிலும் சிறிதாகும். அப்பொழுது சட்டம் ஒவ்வொன்றும் அதே கிடைத் தளத்தில்



படம் 8.24. கம்பியின் திரவியத்திற்கு  $E$ ,  $n$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  களைத் தீர்மானிப்பதற்குரிய சேளின் முறை.

அலையமுடியும் ; மேலும் கொளுக்கிகளில் நூல்களைப் பிடிக்கும் நுனிகள் கிட்டத்தட்ட நான்கு சதமமீற்றர் சட்டத்து முகங்களுக்கு மேலே இருக்கிற படியால் தொகுதியின் கிடைநிலை உறுதியானது.

சட்டங்களின் நுனிகள் B யையும் D யையும் ஒன்றையொன்று அணுகுமாறு செய்தால் நுனியொவ்வொன்றின் இப்பெயர்ச்சியும் அதே பெறுமானமுடையதாகும் ; அவை விடுவிக்கப்பட்டபோது சட்டம் ஒவ்வொன்றும் கிடைத் தளமொன்றில் அதிரும். புள்ளிகள் H, K என்பவற்றின் அசைவுகள் முதல் வரிசைச் சிறுகணியங்கள் ஆகும் ; எனவே அவை நிலையானவை ; கம்பியின் எல்லாக் குறுக்கு வெட்டுக்களிலும் கூனற் றிருப்பம் மாறுது இருக்கிறது. இதை நிறுவும்பொருட்டு ஒவ்வொரு

சட்டத்திலும் பிரயோகிக்கப்படும் விசை  $F$  ஆகுக. தொகுதியின் பாகம்  $BHK_1$  இன் சமநிலையைக் கருதுக.  $AB$  யின் அச்சுக்கு  $F$  செங்குத்தாகவும்,  $AB$  யின் அரைநீளம்  $a$  யுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில்  $K_1$  இன் இடப் பெயர்ச்சி சிறிதாயும் இருக்குமாறு  $\mathbf{I}$  யின் இடப்பெயர்ச்சி அத்துணைச் சிறிதாயின

$$S=0,$$

$$M - Fa = 0$$

என நாம் வழக்கின்படி பெறுகிறோம் ; எனவே கூனல் திருப்பம் மாறாது இருக்கிறது ; ஆகவே

$$M = \frac{EI}{R}$$

ஆதலின் கூனற்றளத்தில் கம்பிக்கான நடுநிலைப் பரப்பின் சுவடானது ஆரை  $R$  உடைய வட்டமொன்றின் வில்லாகும் ; இங்கு  $E$  கம்பியினது திரவியத்தின் யங்வின் மட்டு,  $I$  கம்பியினது வெட்டுப்பரப்பின் “புவியீர்ப்பு மையம்” ஊடேயும் கூனற்றளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற அச்சொன்றைக் குறித்து அப்பரப்பின் “சுத்துவத் திருப்பம்” ஆகும்.

சட்டம் ஒவ்வொன்றும் இடப்பெயர்ச்சியுற்ற கோணம்  $\phi$  எனின்,

$$R = \frac{l}{2\phi}$$

ஆகும் ; இங்கு  $l$  கம்பியின் நீளம் ஆகும். சட்டங்கள் மீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற விசைகள் நீக்கப்பட்டதும் சட்டம் ஒவ்வொன்றினதும் இயக்கச் சமன்பாடானது

$$J\ddot{\phi} + M = 0$$

$$\text{அல்லது} \quad J\ddot{\phi} + \frac{2EI}{l} \cdot \phi = 0$$

ஆகும் ; இங்கு  $J$  என்பது அதனது சுழற்சியச்சுப் பற்றிச் சட்டமொன்றின் சுத்துவத் திருப்பமாகும். எனவே ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  ஆனது

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{Jl}{2EI}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. வட்டக் கம்பியொன்றினிடத்து  $I = \frac{1}{4} \pi r^4$  ; இங்கு  $r$  அதன் ஆரை ஆகும் ; எனவே

$$E = \frac{8\pi Jl}{T_1^2 r^4}.$$

அடுத்து சட்டங்கள் கொளுக்கிகளினின்றும் நீக்கப்பட்டு அவற்றுள் ஒன்று இறுக்கியொன்றால் நிலைக்குத்தாக இறுக்கப்பட்டு, மற்றையது கிடைத் தள

மொன்றிற் சுயாதீனமாக அதிரமுடிகிறது எனக் கொள்க. அதனது ஆவர்த்தன காலம்  $T_2$ ,

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{2J}{\pi n r^4}}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் எடுத்துரைக்கப்படுகிறது; இங்கு  $J$  கம்பியினது திரவியத்தின் விறைப்பு மட்டு [பக்கம் 333 ஐப் பார்க்க.]

$$\therefore n = \frac{8\pi J}{T_2^2 r^4}.$$

எனவே  $\frac{E}{n} = \frac{T_2^2}{T_1^2}$  உம்

அத்துடன்  $\sigma = \frac{E}{2n} - 1$  உமாம்,

பக்கம் 350 ஐப் பார்க்க; இங்கு  $\sigma$  ஆனது புவசோனின் விசிதம் ஆகும். எனவே இம்முறையால்  $E$ ,  $n$ ,  $\sigma$  என்பன எளிதில் துணியப்படுகின்றன.

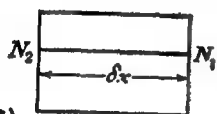
[ந.கு.  $\frac{E}{n}$ ,  $\sigma$  ஆகிய இரண்டும் ஆவர்த்தன காலங்களினது வர்க்கங்களின் விசிதத்தை மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறபடியால், கம்பியின் பரிமாணங்கள் முதலியன தேவைப்படமாட்டா. மேலும்  $0 < \sigma < 0.5$  ஆதலின்,  $\sigma = 0$  ஆகுமிடத்து  $2n = E$  யும்  $\sigma = 0.5$  ஆகுமிடத்து  $3n = E$  யும் ஆகும் என்பது குறித்தற்பாலது.]

இவ்வாய்கருவியைப் பயன்படுத்திச் சிறந்த பேறுகளைப் பெறும் பொருட்டுச் சட்டங்களின் அதிர்வு வீச்சமானது சிறிதாய் இருத்தல் வேண்டும்; அப்பொழுதுதான் கூனற்றிருப்பம் மாறுது இருக்கும்; எனவே இயக்கமானது எளிய இசையாகும். சேனின் சில பரிசோதனைகளில்  $1^\circ$  யை மீறாத வீச்சங்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளபோதிலும் 100 அதிர்வுகளை நேரங்காண முடிந்தது.

சட்டங்களினிடத்து எவ்விதமான பெயர்வியக்க அளிப்பையுந் தவிர்க்கும் பொருட்டு நூற்றடமொன்றால் அவற்றின் நுனிகள் ஒன்றையொன்று சற்று அணுகுமாறு கொண்டு வரப்பட்டுள்ளன; முழுத்தொகுதி ஓய் வடைந்ததும் நூல் எரிக்கப்பட்டது. அடுத்து ஆவர்த்தன காலம் நோக்கப்பட்டுள்ளது; மாட்டேற்றுக் குறியை மறத்தலாகாது!

ஆய்கருவியை அமைக்குமிடத்து, கம்பி விகாரப்படாமல் இருக்கும் பொருட்டுக் கம்பியானது ஒருபோதும் பெரிய கூனற்றிருப்பத்திற்கு ஆளாகாமல் இருப்பதற்குக் கம்பியைக் காவும்பொழுது இரு கைகளையும் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்; மேலும் கொளுக்கிகளில் நூல்களை மாட்டும் பொழுது பலகையொன்றின்மீது சட்டங்களை ஓய்வாய் இருத்திப் பின்னர் பலகை அப்புறப்படுத்தப்படுகிறது. பரிசோதனையின் இரு பகுதிகளிலும் ஆய்கருவியின் தாங்களுக்கான தக்க மரச்சட்டமொன்றின் நிலை, கிடைப் படங்கள் படங்கள் 8.24 (d), (e) இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

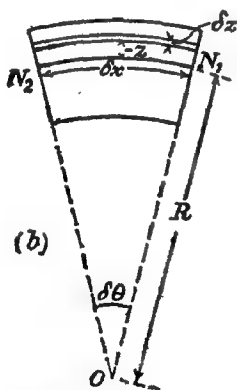
கூனலுற்ற வளையொன்றின் விகாரச்சக்தி.—இனி, சமவியல்புடைய, ஓரினமான திரவியமொன்றால் ஆனதும், தொடக்கத்தில் நேரானதுமான சீரான வளையொன்றின் கூனலாற் பிறப்பிக்கப்படுகின்ற விகாரச் சக்தியைக் கருதுவோம். எமது உடனடியான தேவையையிட்டு வளையின் குறுக்குவெட்டு வடிவத்தைப் பொருட்படுத்த வேண்டியதேயில்லை. படம் 8·25 (a) யில், அதனது விகாரப்படுத்தாத நிலையில் வளையின் சிறுபாக மொன்று காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இளையொன்றாலேயே கூனல் உண்டாக்கப் பட்டால், அதாவது அது தனிக் கூனல் ஆனால், வளையின கருதப்படுகின்ற பாகமானது படம் 8·25 (b) யிற காட்டியுள்ள வடிவத்தைப் பெறுக. நடுநிலையச்சு  $N_1N_2$  இன் நீளம்  $\delta x$  மாறாது இருக்கும். நடுநிலையச்சுக்கு மேலே உயரம்  $z$  இல், மூலகமொன்றைக் கருதுக.  $R$  என்பது நடு நிலையச்சின் வளைவாரையும்  $\delta A$  என்பது வரிப்படத் தளத்திற்குச் செங்குத்தான தளத்தில் மூலகத்தின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பும்,  $\delta x$  என்பது வரிப்படத் தளத்தில் மூலகத்தின் தடிப்பும் ஆகுக.  $\delta \theta$  என்பது காட்டப்பட்டுள்ள கோணம் எனின், சிறப்பாகக் கருதப்படுகின்ற மூலகத்தில் விகாரம்,



(a)

$$\epsilon = \frac{(R+z)\delta\theta - R\delta\theta}{R\delta\theta} = \frac{z}{R}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.



(b)

எனவே  $p = \epsilon E$  ஆதலின், கருதப்படுகின்ற மூலகத்துடன் தொடர்புள்ள விகாரச் சக்தி

$$\delta W = \frac{1}{2} p \epsilon (\delta A \cdot \delta x) = \frac{1}{2} E \cdot \frac{z^2}{R^2} \cdot \delta A \cdot \delta x$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. பக்கம் 361 ஐப் பார்க்க.

குறுக்குவெட்டு முற்றிலும் தொகையிட்டுக் கோலில் நடுநிலையச்சு  $N_1N_2$  உடைய பாகத்தில் விகாரச் சக்தியானது

$$\delta W = \frac{1}{2} \delta x \cdot \frac{E}{R^2} \int z^2 dA = \frac{1}{2} \delta x \cdot \frac{EI}{R^2}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது எனக் காண்கிறோம்; இங்கு  $I$  ஆனது கருதப்படுகின்ற குறுக்கு வெட்டின் “சடத்துவத் திருப்பம்” ஆகும்.  $\frac{1}{2} M \delta \theta$  என, அல்லது இங்கு இன்னும் வசதியாக

$M = \frac{EI}{R}$  ஆதலின், மேற்படி கோவையை  $\frac{M^2}{2EI} \cdot \delta x$  என எழுதலாம்.

$$\therefore W = \frac{1}{2EI} \int_0^L M^2 dx.$$

படம் 8·25. கூனலுற்ற வளையொன்றின் விகாரச் சக்தி.

ஒரு சீரான கோலினிடத்து இது

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx$$

என ஆகின்றது.

எடுத்துக்காட்டு.—(a) நுனியொன்றில் நிலையாக்கப்பட்டதும், மறுநுனியில் சுயாதீனமான தும், நீளம்  $l$  உம் அலகு நீளமொன்றிற்கு நிறை  $w$  வும் உடையதுமான சீரான வளை யொன்றினிடத்து, நிலையாக்கியுள்ள நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் கூனற்றிருப்பம்

$$M = \frac{1}{2} w (l - x)^2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது, பக்கம் 387 ஐப் பார்க்க.

∴ வளையிற் சேமித்துள்ள சக்தி,

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx = \frac{1}{2EI} \int_0^l \frac{1}{4} w^2 (l - x)^4 dx \\ &= \frac{w^2}{40 EI} \left[ - (l - x)^5 \right]_0^l = \frac{w^2 l^5}{40 EI}. \end{aligned}$$

(b) உள்ளமைக்கப்பட்ட வளையொன்றுக்கு, வளையின் நீளம்  $l$  எனின்

$$M = \frac{1}{2} wx^2 - \frac{1}{2} wx^3,$$

பக்கம் 403 ஐப் பார்க்க.

$$\begin{aligned} \therefore W &= \frac{1}{2EI} \int_0^{2a} \left( \frac{1}{2} wx^2 - wx^3 + \frac{1}{2} wx^4 \right) dx \\ &= \frac{1}{45} \frac{w^2 a^5}{EI}. \end{aligned}$$

(c) நீளம்  $l$  உடையதும் அதன் சுயாதீன நுனியில் சுமை  $W_0$  ஐக் காவுகின்றதுமான இலேசான முனைநெம்பொன்றினிடத்து

$$M = W_0(l - x), \quad \text{பக்கம் 385 ஐப் பார்க்க.}$$

$$\therefore W = \frac{1}{2EI} \int_0^l W_0^2 (l - x)^2 dx = \frac{1}{6EI} W_0^2 l^3.$$

(d) எடுத்துக்காட்டு (a) மீண்டும் கருதி, அடிப்படையத் தத்துவங்களிலிருந்து விகாரச் சக்தியைக் கணிப்போம். இவ்வெடுத்துக்காட்டில்

$$EIy = \frac{1}{24} w(l - x)^4 + \frac{1}{6} wl^2x - \frac{1}{24} wl^3$$

ஆதலின், பக்கம் 412 ஐப் பார்க்க, வளையை விகாரப்படுத்துமிடத்துச் செய்யப்படும் வேலை

$$\frac{1}{2} \int_0^l wy dx = \frac{1}{2} \frac{w^2}{EI} \left[ -\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{24} (l - x)^5 + \frac{1}{12} l^2 x^2 - \frac{1}{24} l^3 x \right]_0^l = \frac{w^2 l^5}{40 EI}.$$

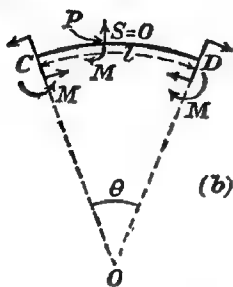
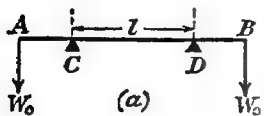
(e) கடைசியாக, சீராகக் கூனலுற்ற வளையில் விகாரச் சக்தியைக் கருதுவோம்.  $l$  என்பது வளையிலே சீராகக் கூனலுற்ற பாகத்தின் நீளம் எனின், படம் 8-26 (a) யைப் பார்க்க, அந்தப் பாகத்தில் விகாரச் சக்தியானது

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx = \frac{1}{2EI} l$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.



அடிப்படைத் தத்துவங்களிலிருந்து இக்கோவையைப் பெறும் பொருட்டு நாம் பின்வருமாறு செய்யலாம். படம் 8-26 (b) யில், இடைத்தாரம்



படம் 8-26. சீராகக் கூனலுற்ற வளையில் விகாரச் சக்தி.

CD யிலே எந்தக் குறுக்குவெட்டு P யிலும் கூனற்றிருப்பம் M ஆனது மாறுது இருக்கிறது; அது வலஞ்சுழியானது. இடைத்தாரத்தின் நுனிகளிலுள்ள புற இணைகள் ஒவ்வொன்றும் பருமன் M உடையன; ஆனால், C யிலுள்ளது இடஞ்சுழியாகவும் D யிலுள்ளது வலஞ்சுழியாகவும் அமைந்திருக்கின்றன. எனவே மீள்தன்மையெல்லை மீறப்படலாகாது என்னும் வழக்கமான நிபந்தனைக்கிணங்குமுகமாக வளையை விகாரப்படுத்தியபோது, செய்யப்பட்ட வேலையானது முன்போலவே

$$2\left[\frac{1}{2}M\left(\frac{1}{2}\theta\right)\right] = \frac{1}{2}M\theta = \frac{1}{2}M \cdot \frac{l}{R} = \frac{1}{2} \frac{M^2}{EI} \cdot l.$$

கூனலுற்ற வளைகளின் அதைப்பு.—செறிசுமை W வைத் தாங்குகின்ற கிடையான வளையானது எவ்வகையாயினும் கோணலுறும் பொழுது செய்யப்படும் வேலை :

$$\frac{1}{2} W \times (\text{சுமையினிடத்திற் கோணல்})$$

ஆதலின், இதே கோவை வளையின் அதைப்பையும் அளக்கிறது, பக்கம் 367 ஐப் பார்க்க.

இனி, நீளம்  $2a$ , அகலம்  $b$ , ஆழம்  $d$  உடையதும் அதன் இரு நுனிகளிலும் தாங்கப்பட்டதுமான இலேசான வளையொன்று செறிசுமை W ஐக் காவுமாயின், அதன் மையத்தில் கோணல்  $\frac{1}{6} \cdot \frac{W}{EI} \cdot a^3$  ஆகும்; பக்கம் 398 ஐப் பார்க்க.

$$\begin{aligned} \therefore \text{அதைப்பு} &= \frac{1}{2} W \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{W}{EI} \cdot a^3 \\ &= \frac{W^2 a^3}{6EI} \quad [\because I = \frac{1}{12} b d^3]. \end{aligned}$$

கிடையான எந்த வளையினதும் அதைப்புக்குக் கோவையொன்றைப் பெறும்பொருட்டு,  $ix$  வளையின் சிறு துண்டொன்றின் நீளமும், M அம்மூலகத்தின் எந்தக் குறுக்குவெட்டிலுமுள்ள கூனற்றிருப்பமும்,  $ix$  அதன் முனைகளிலுள்ள சரிவுகளின் வித்தியாசமும் ஆகுக. அப்பொழுது வளையின் இப்பாகத்திற்கான விகாரச் சக்தியானது  $\frac{1}{2} M \cdot \delta x$  ஆகும். எனவே வளையின் முடிவுள்ள பாகத்திற்கான விகாரச்சக்தி

$$\frac{1}{2} \int M \cdot d\beta$$

ஆகும் ; வழக்கமான குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி இதை

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int M \cdot \frac{d\beta}{dx} \cdot dx &= \frac{1}{2} \int M \frac{d^2 y}{dx^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} dx \\ &= \frac{1}{2EI} \int M^2 dx \end{aligned}$$

என எழுதிக் கொள்ளலாம் ; இங்கு, வளைவுவிறைப்பு  $EI$  மாறிலி எனக் கொள்ளப்படுகிறது.

எந்த வளையினதும் கூனற்றிருப்ப வரிப்படம் கிடைக்குமாயின், மேற்படி சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி அதன் அதைப்பைக் கணிக்கலாம்.

**அதைப்பிலிருந்து வளையின் கோணலைக் கணித்தல்.**—நீளம்  $(a+b)$  உடைய இலேசான கிடை வளையொன்று  $x=a$  என்னும் புள்ளியிற் செறிசுமை  $W$  ஐக் காவுக. அப்பொழுது  $x=0$  இல் தாக்கம்  $W\left(\frac{b}{a+b}\right)$  ஆதலால்,  $0 < x < a$  என்னும் வீச்சிலுள்ள எந்த வெட்டிலும் கூனற்றிருப்பம்

$$W\left(\frac{b}{a+b}\right)x + M = 0$$

அல்லது 
$$M = -\frac{bW}{(a+b)} \cdot x$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

வளையின் இப்பாகத்தில் விகாரச்சக்தி

$$\frac{1}{2EI} \int_0^a \left( \frac{bW}{a+b} \cdot x \right)^2 dx = \frac{1}{6EI} \left( \frac{bW}{a+b} \right)^2 \cdot a^3.$$

எனவே முழுவளையிலும் விகாரச்சக்தி அல்லது அதைப்பு

$$\frac{1}{6EI} \left( \frac{W}{a+b} \right)^2 \cdot (b^2 a^3 + a^2 b^3) = \frac{1}{6EI} \cdot \frac{W^2 a^2 b^2}{(a+b)}.$$

ஆனால் அது  $\frac{1}{2}(y_{x=a}) \cdot W$  என்பதாலும் தரப்படுகிறது.

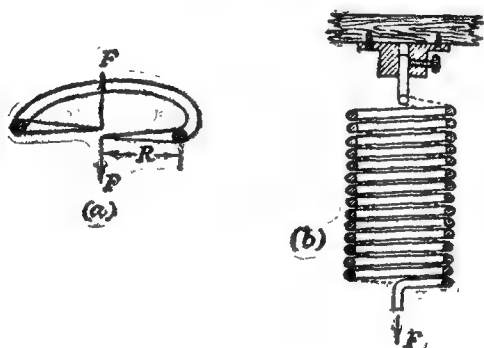
$$\therefore y_{x=a} = \frac{W a^2 b^2}{3EI} \cdot \frac{1}{(a+b)}.$$

[கோணல்களின் கணிப்பில் வழக்கமாகப் பயன்படுத்தப்படும் முறையால் இப்பேற்றை மெய்ப்பித்தல் வேண்டும் ; அப்பொழுதுதான் அதைப்பு முறையின் நயம் நன்கு உணரப்படும்.]

**கூனலுற்ற வளையொன்றினது திரவியத்தின் சோதனையதைப்பு.**—கம்பி யொன்றின் திரவியத்தில் தகைப்பு எங்கும் மாறலின்றி இருக்கும்பொழுது,

அத்திரவியத்திற்கான சோதனை அதைப்பு  $\frac{1}{2} \frac{p_0^2}{E}$  ஆகும் எனக் காட்டப் பட்டிருக்கிறது, பக்கம் 368 இற் காண்க. வளைகளினிடத்துச் சோதனை அதைப்பு  $\alpha \cdot \frac{p_0^2}{E}$  ஆகும்; இங்கு  $0 < \alpha < 0.5$ . குணகம்  $\alpha$  ஆனது எவ்வாறு வளைமீது சமை ஏற்றப்பட்டிருக்கிறது என்பதைப் பொறுத்துள்ளது; நடுநிலையச்சிற் பூச்சியமாய் இருக்கிற தகைப்பானது வளர்ந்து அதனது மிக உயர்ந்த பெறுமானத்தை வளையின் மேற்பரப்பில் அல்லது கீழ்ப்பரப் பிற் பெறுகிறதாதலால் மீள்தன்மையெல்லையானது வளையின் பாகங்களில் மட்டுந்தான் அடையப்படும்.

நெருக்கமாகச் சுற்றிய சுரி அல்லது உருளை விற்கள்.—சமவியல்புடைய திரவியமொன்றான சீரான கம்பியொன்று அதன் அச்சானது ஆரை



படம் 8-27. நெருக்கமாகச் சுற்றிய சுரிவில்.

$R$  உடைய ஓர் அரை வட்டமாகுமாறு வளைக்கப்படுகிறது எனக் கொள்க; படம் 8-27 (a) யிற் காட்டியுள்ளவாறு அதன் நுனிகளில் நீளம்  $R$  உடைய இரு புயங்கள் இணைக்கப்பட்டிருக்க; புயங்களின் நுனிகளில் சமனான விசைகள்  $F$  பிரயோகிக்கப்படுக. இவ்விசைகள், கம்பியொரு பாகமாக இருக்கின்ற வட்டத்தின் மையம் ஊடாகக் கம்பியைக் கொண்டிருக்கும் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக, ஒன்றிற்கொன்று முரணாகத் தாக்குகின்றன. அப்பொழுது முறுக்கம்  $FR$  ஆகும்; கம்பியின் நீளம்  $\pi R$  ஆதலின், புயங்களினிடையேயான தொடர்புக் கோணப்பெயர்ச்சி  $\theta$  ஆனது

$$\frac{\pi n a^4 \theta}{2l} = FR \text{ என்பதால் [பக்கம் 326 இற் காண்க]}$$

அல்லது

$$\theta = \frac{2 FR^3}{n a^4} \text{ என்பதால்}$$

தரப்படுகிறது; இங்கு  $2a$  கம்பியின் விட்டம் ஆகும். எனவே நிலைக்குத்துத் திசையிலே புயங்களின் முனைகளிடையேயான தொடர்பு இப்பெயர்ச்சி  $\Delta z$  என்பது

$$\Delta z = R\theta = \frac{2FR^3}{na^4}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இனி,  $N$  முழுச் சுற்றுக்கள் உள எனவும், முழுதும் நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவில் எனப்படுவதை ஆக்குமுகமாக அடுத்திருக்கின்ற சுற்றுக்கள் நெருங்கியிருக்கின்றன எனவும் கொள்க. அப்பொழுது

$$z = 2N \cdot \Delta z = \frac{4NFR^3}{na^4}$$

என்பதற்கு இணங்குமுகமாக முழுவில்லின் நீட்சி ■ என்பது இருக்கும்.

நிலைக்குத்தான நிலையில், அதன் நுனியொன்று விறைப்பாக நிலையாக்கப்பட்டு அதன் மற்றையமுனையில் திணிவு  $M$  என்னும் சுமையால் வில்லானது ஈர்க்கப்பட்டால், அப்பொழுது

$$F = Mg.$$

எனவே

$$\frac{Mg}{z} = \frac{na^4}{4NR^3}.$$

$\frac{M}{z}$  ஐத் துணிந்தால் கம்பியின் திரவியத்திற்கு விறைப்பின் பெறுமானத்தைப் பெறமுடியும் என மேற்படி சமன்பாடு தெளிவாக்குகிறது. இங்கு வரைபுமுறையே விரும்பற்பாலது.

$\frac{Mg}{z}$  இற்குரிய கோவையானது வில் காவுகின்ற சுமையின் அலகு இறக்கத்துக்கான விசையைத் தருகிறது; அது  $f$  ஆற் குறிக்கப்படுக.

அதனது கீழான நுனியில் சுமையேற்றப்பட்ட இலேசான சுரிவில்லொன்றினது மேலும் கீழுமான அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தை நோக்கியும் விறைப்பைத் துணியலாம். சுமையேற்றிய வில் ஓய்வாய் இருக்கும்பொழுது அதன் கீழ் நுனி ஏதேனுமொரு வரையறுத்த நிலையில் இருக்கும். வில்லில் அதிகப்படியான நீட்சியொன்றை ஆக்கும் பொருட்டு அந்நீட்சியின்  $f$  மடங்குக்குச் சமனான நிலைக்குத்து விசையொன்றைப் பிரயோகித்தல் வேண்டும். இவ்விசை நீக்கப்பட்டதும் சுமையானது அதன் நிலையியற் சமநிலைக்கு மீளமுயலும். எந்தவொரு கணத்திலும் இந்நிலையிலிருந்து இப்பெயர்ச்சி  $\xi$  ஆயின், வில் ஈர்க்கப்பட்டிருப்பதாற் சுமையீது மேல்முகமாகத் தாங்குகின்ற விசை  $(Mg + f\xi)$  ஆகும்; அதே நேரம் கீழ்முகமான இழுப்பு  $Mg$  ஆகும். இவ்விசைகளின் விளையுள்  $f\xi$  ஆகும்; அது மேல்முகமாகத் தாக்கிச் சுமையை

அதனது சமநிலைத் தானத்தை மீளுமாறு முயலும். எனவே  $M$  மீது தாக்குகின்ற விசையானது  $M$  இன் ஓய்வுநிலையிலிருந்து அதன் இடப் பெயர்ச்சிக்கு நேரடி விகிதசமமாகவும், எப்பொழுதும் அந்நிலை முகமாகவும் அமையும். எனவே அலைவுகள் எளிய இசையானவை; வில்லின் திணிவு புறக்கணிக்கப்படுமிடத்து அவை  $M\ddot{x} + f\dot{x} = 0$  என்பதால் உணர்த்தப்படுகின்றன. எனவே இந்நிலைக்குத்தான இடப்பெயர்ச்சிகளின் ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$ ,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{M \cdot 4\pi R^3}{na^4}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

**சுரி விற்கள் ; வில்லின் திணிவுக்கான திருத்தம்.**—சுரி வில்லொன்றின் சுயாதீன நுனியில் இணைக்கப்பட்ட பொருளொன்றின் இயக்கத்தைப் பற்றி இதுவரை நடாத்தியுள்ள ஆய்வில் வில்லின் திணிவானது புறக்கணிக்கத்தக்கது எனக் கருதப்பட்டுள்ளது. அது அவ்வாறு இராதுபோது அண்ணளவான திருத்தமொன்றைப் பின்வருமாறு பெற்றுக்கொள்ளலாம்.

முதலாவதாகத் தொகுதியின் இயக்கச் சக்தியைக் கருதுக. சுமையின் திணிவு  $M$  ஆகுக; குறிப்பிட்டவொரு கணத்தில் அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து தூரம்  $\xi$  இல் அது இருக்கிறது எனக் கொள்க. வில்லின் சுருள்களில் இருக்கின்ற கம்பியின் முழு நீளமும்  $l$  ஆகுக. அப்பொழுது வில்லின் நிலைத்த நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள புள்ளியின் பெயர்ச்சி  $\left(\frac{x}{l}\right)\xi$  ஆகும்; எனவே, அதன் வேகம்  $\left(\frac{x}{l}\right)\dot{\xi}$  ஆகும். வில்லில், அலகு நீளமொன்றின் திணிவு  $\mu$  எனின், வில்லின் கீழான முனையிற் பெயர்ச்சியானது  $\xi$  ஆய் இருக்கும்பொழுது வில்லின் சிறுமூலகம்  $\delta x$  இன் இயக்கச் சக்தி  $\frac{1}{2}\mu \delta x \left[\left(\frac{x}{l}\right)\dot{\xi}\right]^2$  ஆகும்.

வில்லின் விட்டமும் திரவியமும் சீராக இருக்குமாயின் இங்கு  $m = \mu l$  என எழுதினால், அதாவது  $m$  வில்லின் திணிவு ஆனால் சுமை, வில் என்பவற்றின் முழு இயக்கச் சக்தி  $W$  ஆனது

$$W = \frac{1}{2} M \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} \frac{\mu}{l^2} \dot{\xi}^2 \int_0^l x^2 dx = \frac{1}{2} (M + \frac{1}{3} m) \dot{\xi}^2$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

அடுத்து, தொகுதியின் நிலைச் சக்தியைக் கருதுக; வில் சுமையேற்றப் பட்டு அதன் நிலையியற் சமநிலைத் தானத்திலிருக்கும்பொழுது இது பூச்சியம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது. அதன் பெயர்க்கப்பட்ட தானத்தில் தொகுதியின் நிலைச் சக்தி

$V = -Mg\xi - \frac{1}{2}mg\xi +$  வில்லில் அதிகப்படியாகச் சேமிக்கப்பட்டிருக்கிற சக்தி ; வில்லின் திணிவு மையம் தூரம்  $\frac{1}{2}\xi$  இறங்குகிறபடியால் ■ ஐக் கொண்ட உறுப்பானது தோற்றுகிறது.

சுமை  $M$  ஆனது ஏற்றப்பட்டபொழுது வில்லின் கீழான நுனியின் பெயர்ச்சி  $z_0$  ஆகுக. வில்லிற் சேமித்துள்ள சக்தி

$$\int_0^{z_0} fz dz = \frac{1}{2}fz_0^2.$$

நீட்சி  $z_0 + \xi$  ஆனபோது அதிகப்படியாகச் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்ற சக்தி

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}f(z_0 + \xi)^2 - \frac{1}{2}fz_0^2 &= f z_0 \xi + \frac{1}{2}f\xi^2 \\ &= Mg\xi + \frac{1}{2}f\xi^2, \quad \because Mg/z_0 = f. \end{aligned}$$

மேற்படி சக்தியளவின் கணிப்பில் வில்லின் திணிவு புறக்கணிக்கப் பட்டுள்ளது. அதன் சொந்த நிறையால் வில்லானது ஈர்க்கப்படுகிறது ; இதனால் ஆகும் நீட்சியானது வில்லுடன் இணைக்கப்பட்ட திணிவு  $m$  ஆல் ஆகும் நீட்சியின் அரைவாசி என எடுக்கலாம் ; அதாவது, அதிகப்படியாகச் சேமிக்கப்பட்டுள்ள சக்தியைப் பொறுத்தமட்டில் பயன்படும் நிறை  $(M + \frac{1}{2}m)$  ஆகும்.

$\therefore$  நீட்சி  $\xi$  ஆக இருக்கும்பொழுது வில்லில் அதிகப்படியாகச் சேமித்துள்ள சக்தி

$$(M + \frac{1}{2}m)g\xi + \frac{1}{2}f\xi^2.$$

அதிரும் தொகுதியின் முழுச்சக்தி மாறாது இருக்கிறபடியால்

$W - Mg\xi - \frac{1}{2}mg\xi +$  அதிகப்படியாகச் சேமித்துள்ள சக்தி = மாறிலி ;

அதாவது  $\frac{1}{2}(M + \frac{1}{2}m)\xi^2 - (M + \frac{1}{2}m)g\xi + (M + \frac{1}{2}m)g\xi + \frac{1}{2}f\xi^2 =$  மாறிலி.

நேரம் தொடர்பாக வகையிட,

$$(M + \frac{1}{2}m)\xi + f\xi = 0.$$

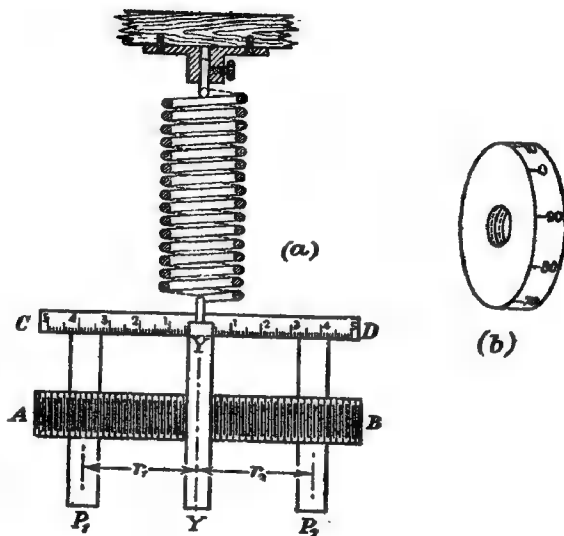
எனவே இயக்கம் எளிய இசையானது ; அதன் ஆவர்த்தன காலம்

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{1}{2}m}{f}} = 2\pi \sqrt{\frac{(M + \frac{1}{2}m)4NR^3}{na^4}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

நெருங்கிச் சுற்றியுள்ள சுரிவில்லொன்றின் அச்சப் பற்றி மாறுகின்ற சடத்துவத் திருப்பம் கொண்ட சட்டமொன்றைத் தாங்குகின்ற அவ்வில்லைப் பற்றிய பரிசோதனை ஆய்வு.—படம் 8·28(a) ஆனது நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவில்லொன்றைக் காட்டுகிறது ; அதனது மேல் நுனியில் அது விறைப்பாக நிலையாக்கப்பட்டுள்ளது ; அதனது கீழ் நுனியிற் கிடையான திருகு AB யை அது காவுகிறது. பித்தளையாலான இரு சமமான தடிப்பான உருளைவடிவத் தட்டுக்களை அத்திருகு வழியே அசைத்து வைக்க

லாம். தட்டுக்களுள் ஒன்று படம் 8-28 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. திருகுப் புரியிடை 1 மிமீ. ஆகும்; வில்லின் நிலைக்குத்தான அச்சைக் குறித்துத் தட்டுக்களின் நிலைகளைக் குறிப்பிடும் பொருட்டுத் தட்டுக்கள்



படம் 8-28. மாறுகின்ற சுடத்துவத் திருப்பத்தையுடைய தொகுதியைத் தாங்கும் கரிவில்.

ஒவ்வொன்றின் விளிம்பும் நூறு சம பிரிப்புகளாகக் கோடிடப்பட்டிருக்கிறது; சமீ. முதலியனவற்றிற் குறியிடப்பட்ட கிடையான அளவுச்சட்ட மொன்றைக் குறித்தே மேற்படி நிலைகள் கூறப்படுகின்றன.

(a) நிலைக்குத்தான அலைவுகள்.—இந்த எடுத்துக்காட்டில், பித்தளைத் தட்டுக்களின் எல்லாச் சமச்சீரான நிலைகளிலும் தொகுதியின் நிலைக்குத்தான அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம்  $T_1$  என்பது சமமாகும்.  $T_1$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிந்தால் கம்பியினது திரவியத்தின் விறைப்பு  $n$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காணமுடியும்.

(b) கோண அலைவுகள்.—சுருள், தொங்கிய தொகுதியின் புவியீர்ப்பு மையம் என்பவற்றினூடே செல்கின்ற நிலைக்குத்தச்சுப் பற்றி AB, அளவுச் சட்டம் CD, AB யும் CD யும் பற்றாசு பிடிக்கப்பட்ட உலோகத்தட்டு YY என்பவற்றின் சுடத்துவத் திருப்பம்  $I_0$  ஆகுக.  $m_1$ ,  $m_2$  என்பன தட்டுக்கள்  $P_1$ ,  $P_2$  என்பவற்றின் திணிவுகளும்  $I_1$ ,  $I_2$  என்பன அத்

தட்டுக்களின் புவியீர்ப்பு மையங்களுடே செல்கின்ற நிலைக்குத்தச்சுக்கள் பற்றி அவற்றின் சடத்துவத் திருப்பங்களும் ஆகுக. அப்பொழுது சமாதார அச்சுத் தேற்றத்தின்படி [பக்கம் 78 ஐப் பார்க்க] சுழற்சியச்சப்பற்றி தொங்கிய பொருளின் சடத்துவத் திருப்பம்  $J$  ஆனது,

$$J = I_0 + (I_1 + m_1 r_1^2) + (I_2 + m_2 r_2^2)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $r_1, r_2$  என்பன சுழற்சியச்சிலிருந்து தட்டுக்களினது புவியீர்ப்பு மையங்களின் தூரங்கள் ஆகும். தட்டுக்கள் செப்பமாகச் செய்யப்பட்டிருந்தால்  $m_1 = m_2 = m$  (என்க); மேலும்  $r_1 = r_2 = r$  (என்க); எனவே,  $I_1 = I_2 = I$  (என்க). ஆகவே

$$J = I_0 + 2(I + mr^2).$$

வில்லின் முடிவுள்ள திணிவையிட்டுத் திருத்தம் ■ வைப் பிரயோகித் தால், சிறு கோண அலைவுகளுக்கு அதன் ஆவர்த்தன காலம்  $T_2$  ஆனது

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2(I + mr^2) + a}{b_2}}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $b_2$  ஆனது வில்லின் கீழ் நுனியில் அலகுத் திருகல் (ஓர் ஆரையன்) இற்கான இணை ஆகும். மேற்படி சமன் பாட்டை

$$T_2^2 = 4\pi^2(J_0 + \beta r^2) \div b_2$$

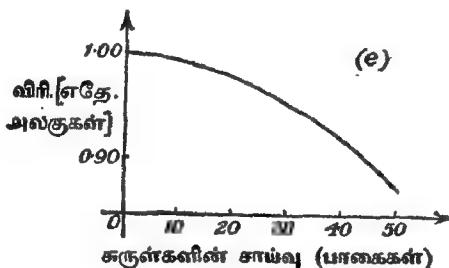
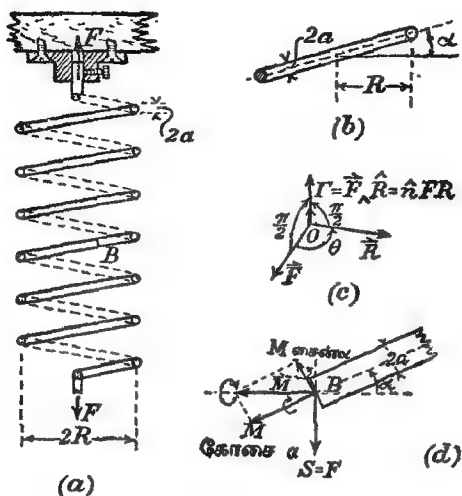
என எழுதலாம்; இங்கு  $J_0$  உம்  $\beta$  உம் மாறிலிகள் ஆகும். இவற்றின் பெறுமானங்கள் உடனடியாய் வெளிப்படையாக உள்ளன! எனவே  $r$  ஐ மாறச்செய்து அவ்வப்பொழுது அலைவுக் காலத்தைக் கண்டு,  $r^2, T_2^2$  என்பவற்றின் ஒத்த பெறுமானங்களைக் குறித்தால் சரிவு ( $4\pi^2\beta \div b_2$ ) உம்  $y$  அச்சில் வெட்டுத்துண்டு ( $4\pi^2 J_0 \div b_2$ ) உம் உடைய நேர்கோடொன்று பெறப்படும். இவை அளக்கப்பட்டால்  $J_0$  ஐயும்  $b_2$  ஐயும் காணலாம். ஆனால்  $b_2 = \pi E a^4 \div 4l$ ; இங்கு  $2a$  கம்பியின் விட்டம் ஆகும்; எனவே வில்லின் ஆக்கலுக்குப் பயன்படுத்தியுள்ள கம்பியின் பரிமாணங்கள் தெரிந்திருந்தால், கம்பியினது திரவியத்தின் யங்ஸின் மட்டுக்குப் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்கலாம்.

(நெருக்கமாகச் சுற்றப்படாத) அச்ச வழி இழுப்புறுகின்ற கரிவில்.— சீரான குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு  $\pi a^2$  உடைய கம்பியாலான கரிவிலொன்று படம் 8·29 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; வில்மீது அச்சவழி இழுப்பு  $F$  பிரயோகிக்கப்படுகிறது; வில்லில் ஒவ்வொன்றும் விட்டம்  $2R$  உடைய  $N$  சுற்றுக்கள் உள். சுருள்கள் உருளையொன்றின்மீது அமைந்திருக்கின்றன எனக் கற்பனை செய்க; அப்பொழுது சுருள்களின் அச்சானது உருளையின் வட்டமான குறுக்கு வெட்டுகளுடன் கோணம் ■ ஆக்குக, படம் 8·29 (b) யிற் காண்க. சுருளின் வெட்டு  $B$  யில் தகைப்புக்களைத் துணியும்பொருட்டு,

†வில்லவஃபோஸ் (Wilberforce), *Phil. Mag.*, 38, 386, 1894.



S ஆனது கீழ்முகமான விசையும் M ஆனது சுருளில் B யிற்கு மேலே யுள்ள பாகமீது அதற்குக் கீழேயுள்ள பாகம் உறையும் இணையும் ஆகுக.



படம் 8.29. (நெருக்கமாகச் சுற்றப்படாத) அச்சுவழி இழுப்புறுகின்ற சுரிலில்.

இணை M ஆனது காவி  $\vec{M}$  ஆற் குறிக்கப்படுகிறது ; அக்காவியானது புள்ளி B யிலுள்ள கம்பியச்சு ஊடே செல்லுகின்ற நிலைக்குத்துத் தளத்திற் கிடக்கிறது. [இணையொன்றின் கூறுகளுக்கும் அவ்விணையைக் குறிக்கும் காலிக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பானது படம் 8.29 (c) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது ; இங்கு

$$\vec{M} = \vec{F} \wedge \vec{R}.]$$

சமநிலையயிட்டு

$S = F$  உம்,  $FR = M$  உம் ஆகும்.

எனவே கம்பியின் எல்லாக் குறுக்கு வெட்டுகளிலும்  $\vec{M}$  மாறாது இருக்கும்; மேலும் கம்பியிச்சு வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும்  $M$  ஐக் கூறுகளாகத் துணிக்கமுடியும்; அவை படம் 8-29 (d) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அவற்றின் பருமன்கள் முறையே  $M$  கோசை  $\alpha$  வும்  $M$  சைன்  $\alpha$  வும் ஆகும். முதலாவது கூறு  $M$  கோசை  $\alpha$  என்பது கம்பியில் திருகல் ஒன்றை உண்டாக்குகிறது; அதேநேரம் இரண்டாவது  $M$  சைன்  $\alpha$  என்பது கூன்றறிருப்பம் ஆகும்.

பூச்சியத் தகைப்புநிலையிலிருந்து அது இருக்கிற நிலைக்கு வில் மாறும் பொழுது ஈர்க்கும் விசைகளாற் செய்யப்படும் வேலை  $W$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$W = \int_0^z F dz \text{ ஆகும் ;}$$

இங்கு  $z$  என்பது வில்லின் கீழ் நுனி இறங்கும் நிலைக்குத்துத் தூரம், அதாவது வில்லின் நீட்சி, ஆகும். இச்சக்தியானது வில்லிற சேமிக்கப் பட்டிருக்கிறது;  $\left[ \frac{\Gamma}{\theta} = \frac{\pi n a^4}{2l} \right]$  ஆதலாலும், இணையொன்றாற் செய்யப்படும் வேலை  $\int \Gamma d\theta$  ஆதலாலும்] அதன் அளவு, பக்கங்கள் 436 ஐயும் 365 ஐயும் பார்க்க,

$$\frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} ds + \int \frac{\Gamma^2}{\pi n a^4} ds$$

ஆகும்; இங்கு  $ds$  என்பது வில்லின் ஒரு மூலகம்; வில்லின் நீளம் வழியே தொகையிடப்படுகிறது.  $M$  உம்  $\Gamma$  உம் மாறாது இருக்கின்றபடியால்,

$$\int_0^z F dz = \frac{1}{2} \frac{M^2}{EI} l + \frac{\Gamma^2}{\pi n a^4} l$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $l$  ஆனது வில்லில் இருக்கின்ற கம்பியின் முழு நீளம் ஆகும்; அதாவது  $l = 2\pi NR$ .

$M = FR$  சைன்  $\alpha$  என்பதையும்,  $\Gamma = FR$  கோசை  $\alpha$  என்பதையும் பயன்படுத்தினால் கடைசிச் சமன்பாடு

$$\int_0^z F dz = \frac{1}{2} \frac{F^2 R^2 l}{EI} \text{ சைன்}^2 \alpha + \frac{F^2 R^2 l}{\pi n a^4} \text{ கோசை}^2 \alpha.$$

$F$  ஐச் சார்ந்த  $\alpha$  தொடர்பாக இரு பக்கங்களையும் வகையிடு

$$F = \left[ \frac{FR^2 l}{EI} \text{ சைன்}^2 \alpha + 2 \frac{FR^2 l}{\pi n a^4} \text{ கோசை}^2 \alpha \right] \frac{dF}{dz}.$$

$$\therefore \frac{dz}{dF} = R^2 l \left[ \frac{\text{சைன்}^2 \alpha}{EI} + \frac{2 \text{ கோசை}^2 \alpha}{\pi n a^4} \right].$$

$\alpha$  மாறிலியெனக் கொண்டால்,  $F=0$  ஆகுமிடத்து  $z=0$  ஆதலால், தொகையிட

$$z = FR^2 I \left[ \frac{\text{சைன்}^2 \alpha}{EI} + \frac{2 \text{கோசை}^2 \alpha}{\pi n a^4} \right]$$

$$= \frac{FR^2 I}{\pi a^4} \left[ \frac{4 \text{சைன்}^2 \alpha}{E} + \frac{2 \text{கோசை}^2 \alpha}{n} \right] [\because I = \frac{1}{4} \pi a^4].$$

இவ்வண்ணம் கணிக்கப்பட்டுள்ள நீட்சியானது கம்பியின் கூனலாலும் திருகுதலாலும் ஆகிறது ; கம்பியிலே தகைப்பு விசைகளால் ஆகும் நீட்சியானது புறக்கணிக்கப்பட்டுள்ளது ; மெல்லிய கம்பிகளிடத்துக் கம்பியின் திருகுதலால் ஆகும் நீட்சியுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் தகைப்பு விசைகளால் ஆகும் நீட்சியானது புறக்கணிக்கத்தக்கது என ஓரளவு கடினமான கணிப்புகள் காட்டுகின்றன.

$\frac{E}{n} = \frac{5}{2}$  என்னும் விகிதம் பல உலோகங்களுக்கு எடுத்துக்காட்டாகவுள்ளன. அவ்வாறாயின்,

$$z = \frac{FR^2 I}{\pi a^4 n} \left[ \frac{8 \text{சைன்}^2 \alpha}{5} + 2 \text{கோசை}^2 \alpha \right]$$

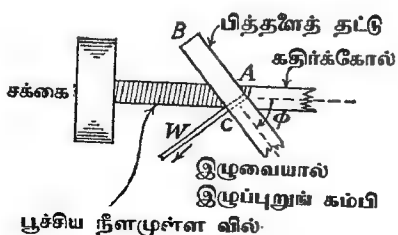
$$= \frac{FR^2 I}{\pi a^4 E} [4 \text{சைன்}^2 \alpha + 5 \text{கோசை}^2 \alpha]$$

$$= \frac{FR^2 I}{\pi a^4 E} [4 + \text{கோசை}^2 \alpha].$$

எவ்வாறு  $2E=5n$  என்பதற்கு இணங்கும் திரவியத்தாலான சரிவில் லொன்றின் நீட்சியானது சுருள்களின் சாய்வு  $\alpha$  வுடன் மாறுகின்றது என்பதைப் படம் 8.29 (e) யிலுள்ள வளையி எடுத்துக்காட்டுகிறது.  $\alpha=0$  ஆகுமிடத்து நீட்சி 1 ஆகும் எனக் கொள்ளப்படுகிறது ; அதாவது உண்மையில் வளையியானது

$$y = [4 + \text{கோசை}^2 \alpha].$$

**பூச்சிய நீளமுடைய விற்கள்.**—அதன் நீட்சியானது அது இணைக்கப்



படம் 8.30. பூச்சிய நீளமுடைய வில்.

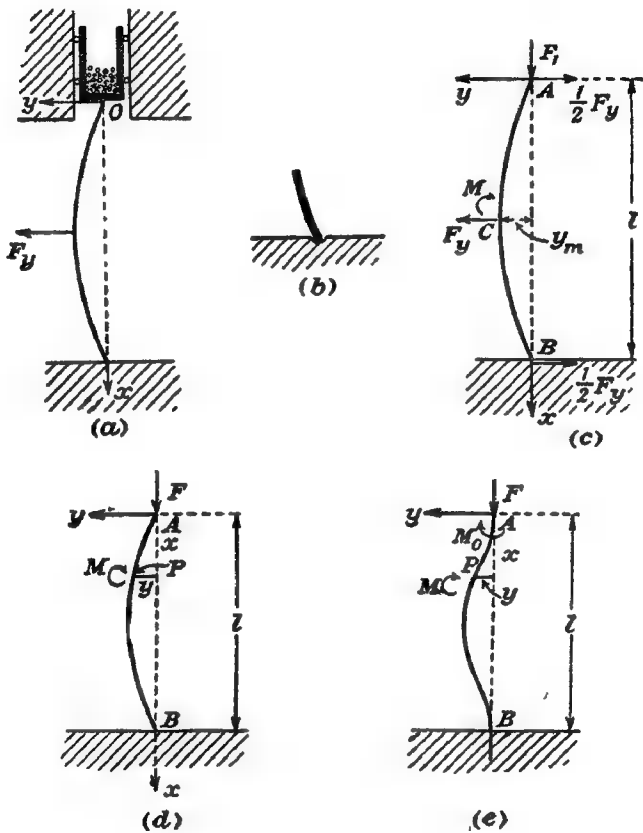
பட்டிருக்கும் புள்ளிகளுக்கிடையே யுள்ள தூரத்திற்குச் சமனாக இருக்கும் வண்ணம் சரிவில் லொன்று சுற்றப்பட்டால், பூச்சிய நீளமுடைய வில்லொன்றைப் பெறுவோம் ; இங்கு, தொடக்க நீளமானது உண்மையான பெள திக நீளம் சய நீட்சி என வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகிறது.

இத்தகைய வில்லொன்றைப் பற்றி ஏற்கெனவே கூறப்பட்டுள்ளது, பக்கம் 218 இற் காண்க. அதன் சுற்றுதலுக்கான முறையொன்று படம் 8-30 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. B பித்தளையாலான ஒரு தட்டைச் சட்டம் ஆகும்; அது ஊடே C யில் துவாரம் ஒன்று துளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. வில்லின் ஆக்கலுக்கான கம்பியானது மாறா இழுவைக்கு ஆளாகியுள்ளது; மெதுவான இயக்கமுடைய கடைச்செலந்திரமொன்றின் சக்கையால் கௌவப்பட்டிருக்கின்ற கதிர் ஒன்றில் வில்லைச் சுற்றும்பொருட்டுக் கம்பி மேற்படி துவாரம் ஊடே செல்லுகிறது. B ஆனது வில்மீது பிடிக்கப்படுகிறது. கதிரின் அச்சுடன் அது கோணம்  $\phi$  ஐ ஆக்குகிறது. A யிலுள்ள துவாரம் வழியாகக் கம்பி வெளியேறும்பொழுது, வில்லின் மற்றைச் சுற்றுக்களுடன் அது வரிசையாக அமையுமாறு கம்பி கூனுதல் வேண்டும். இதன் விளைவாக வில்லிற் சுற்றுக்கள் ஒன்றோடொன்று அமுக்கப்பட்டு வில்லில் வேண்டிய இயல்பை அளிக்கும்; கம்பியின் இழுவையையும் கோணம்  $\phi$  யின் பெறுமானத்தையும் பரீட்சித்துப் பார்த்துத்தான் காண முடியும்.

நடைமுறையில் இத்தகைய விற்கள் மறையான நீளம் உடையனவாக இருக்குமாறு சுற்றப்படுகின்றன; பின்பு, வில்லின் ஆரம்ப நீளத்தைப் பூச்சியத்திற்குக் கொண்டு வருவதற்கெனச் சிறு நேரான கம்பித்துண்டொன்று சேர்க்கப்படுகிறது.

**நீண்ட நிரல்களின் கூனல்; அவதிச் சுமையின் உண்மை.**—சமவியலுடைய திரவியத்தாலான நீண்ட நிலைக்குத்தான நிரலொன்றின் உறுதிப் பாட்டைப் பற்றி ஆராயுமுன் கீழ்வருகின்ற பரிசோதனையைக் கருதினால் அது பயன்படும். நீண்ட நேரான உருக்குத் துண்டொன்று நிலைக்குத்தாக நிறுவப்பட்டு அதன்மீது சுமையேற்றப்படுகிறது. சுமையானது நிலைக்குத்தாக இறங்கும் பொருட்டு அது படம் 8-31 (a) யிற் காட்டியுள்ளவாறு செலுத்திகள் இடையில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. [இரும்பு வாளியொன்றில் ஈயச்சன்னம் அல்லது இரசத்தை வைத்துச் சுமையை மாறச் செய்யலாம்.] துண்டானது தடையின்றிக் கூனுமாறு அதன் நுனிகள் அழுத்த மாக்கப்பட்டுத் தவாளிகளிலே தாங்கப்பட்டிருக்கின்றது. தொடக்கச் சுமையானது உருக்குத்துண்டை வளைக்கப் போதியதன்று எனவும் துண்டில் வரையறுத்த கோணல் ஒன்றை உண்டாக்கும்பொருட்டு அதன் மையத்திற் பக்கவிசை  $F_y$  பிரயோகிக்கப்படுகிறது எனவும் கொள்க. இக்கிடையான விசை நீக்கப்பட்டதும் துண்டு மீண்டும் நேராகிறது. பக்கவிசை நீக்கப்பட்ட போதிலும் துண்டு கோணலுற்று இருக்கும் கட்டம் வரும்வரை சுமையைப் படிப்படியாகக் கூடச் செய்து முன்போலவே பரிசோதனை தொடர்ந்து நடத்தப்படுகிறது. இக்கட்டத்தில், கோணலைக் கூடச் செய்தபோதிலும் மேலே இருக்கின்ற சுமையின் அதே பெறுமானத்திற்கும் துண்டு கூனலுற்றிருக்கும் என்பதும் தெரியவரும். பூரண மீள்தன்மையெல்லாம் மீறப்படவில்லை எனக் கொள்ளப்படுகிறது. இந்நிகழ்ச்சிக்குரிய சுமை

அவதிச் சுமை எனப்படும். இதற்கப்பாற் சுமையைக் கூடச் செய்தால் கோணல் கூடும் ; துண்டானது நிலையான அமைப்பைப் பெறும் அல்லது தெறிக்கும்.



படம் 8-31. நீண்ட நிரலொன்றின் கூனல் ; அவதிச் சுமையின் உண்மை.

அவதிச் சுமையின் உண்மையை விளக்கிவைக்கும் பொருட்டுத் துண்டு அல்லது நிரல் AB மீது அதன் மையப்புள்ளியில் பக்கவிசை  $F_y$  யுடன் நிலைக்குத்தான விசை  $F_1$  பிரயோகிக்கப்படுக, படம் 8-31 (c).  $l$  நிரலின் நீளமும்,  $y_m$  மையம் C யிற் கோணலும் எனக் கொள்க ; ஆள்கூற்றசுக்களின் திசைகள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. நிரலின் சம நிலைக்கான நிபந்தனைகளுள் ஒன்றின்படி விசை  $F_y$  ஆனது காட்டியுள்ள

வாறு தாங்குகின்ற இரு கிடையான விசைகள்  $\frac{1}{2}F_y$  என்பவற்றுற் சமப்படுத்தப்படவேண்டும். C யிற் கூனற்றிருப்பம் M ஆகுக. C யில் தாக்குகின்ற கொய்வு விசையின் பெறுமானம் தேவைப்படாத வண்ணம், அதே புள்ளிபற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால், நிரலின் பாகம் AC யின் சமநிலையயிட்டு

$$F_1 y_m + \frac{F_y l}{2} + M = 0,$$

அதாவது  $F_1 y_m + \frac{1}{2} F_y l + EI[y'']_{x=l/2} = 0$   
என்பது நிறைவேற்றப்பட வேண்டும் எனக் காண்போம்.

$F_y$  படிப்படியாகப் பூச்சியம் வரை குறையவும்  $F_1$  அவதிச் சுமை F வரை கூடவும் செய்தால், மேற்படி சமன்பாடு

$$F y_m + EI[y'']_{x=l/2} = 0$$

என ஆகிறது.

அடுத்து, மேலான நுனியில் விசை  $(F+f)$  பிரயோகிக்கப்படுமாறு சுமை அதிகரிக்கப்படுகிறது எனக் கொள்க; இங்கு  $f$  நேராகும். [கோணல்  $y_m$  ஐ நிலையாக்கும் பொருட்டு C யில், பக்கவிசை Z பிரயோகிக்கப்படுக. Z ஆனது  $F_y$  இன் அதே திசையில் தாக்குமாயின் அது நேர் எனக் கருதப்படும். அப்பொழுது

$$(F+f) y_m + \frac{1}{2} Z l + EI[y'']_{x=l/2} = 0.$$

$$\text{ஆனால்} \quad F y_m + EI[y'']_{x=l/2} = 0.$$

எனவே கழிக்க

$$f y_m + \frac{1}{2} Z l = 0 ;$$

இதிலிருந்து Z மறை எனத் தெளிவாகும். எனவே Z தாக்காமல் இருக்கும்பொழுது வளையின் கோணல் அதிகரிக்கும்.

மீண்டும், நிலைக்குத்தான விசை ஆனது  $(F+f)$  ஆகின், மையத்திலே கோணல்  $\bar{y}_m$  ஆகும் எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $\bar{y}_m > y_m$ ; எனவே மையத்தில், கூனல் அதிகரிக்கிறது. அப்பொழுது

$$(F+f) \bar{y}_m + EI[\bar{y}'']_{x=l/2} = 0,$$

$$\therefore f \bar{y}_m + EI[\bar{y}'' - y'']_{x=l/2} = 0.$$

ஆனால்  $[y'' - \bar{y}'']$  உம் இச்சமனபாட்டிலுள்ள மற்றைக் கணியங்களும் நேர் ஆதலின் இது நிகழக்கூடியதன்று. எனவே வளையானது தொடர்ந்து வளைந்து ஈற்றில் முறியும்.

ஆகவே இப்பந்தியின் தொடக்கத்தில் விவரித்துக் கூறியுள்ள பரிசோதனையால் வெளிப்படுத்தியுள்ள செய்திகளை இக்கொள்கை ஆதரிக்கிறது.

**நீண்ட நிரல்களின் கூனல் ; ஒயிலரின் கொள்கை.**—சமவியல்புடைய திரவியத்தாலான நிலைக்குத்து நிரலொன்றைக் கருதுக ; அதன் நீளம் அதற்குச் செங்குத்தான திசைகளிலுள்ள பரிமாணங்களைக் காட்டிலும் மிகப் பெரிதாகும். நிரலின் குறுக்குவெட்டு சீரானது எனக் கொள்க ; அது தொடக்கத்தில் நிலைக்குத்தாக இருக்கிறது. அதன் நீளம் முற்றிலும் அதன் தடையில்லாக் கூனலையிட்டு அதன் நுனிகள் மழுங்கலாக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கொள்வோம். அவதிச சமை  $F$  இற்குச் சமனான நிலைக்குத்துச் சமையொன்று நிரலின் மேலான முனைமீது பிரயோகிக்கப்படுகிறது எனவும், நிரல் சற்று வளைவுற்றிருக்கிறது எனவும் கொள்க, படம் 8.31 (d) யிற காண்க. அப்பொழுது நிரலின் குறுக்குவெட்டு ஒவ்வொன்றிலும் வரையறுத்த கூனற்றிருப்பம் இருத்தல் வேண்டும். நிரலின் பாகம்  $AP$  யின் சமநிலையைக் கருதுவோம் ; இங்கு  $P$  ஆனது  $A$  யிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் இருக்கிறது ;  $P$  யிலே கோணல்  $y$  ஆகுக.  $P$  பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால்,

$$EIy'' + Fy = 0.$$

$$\therefore y = A \text{ கோசை } \left[ \sqrt{\frac{F}{EI}} x + \alpha \right];$$

இங்கு  $A$  யும்  $\alpha$  வும் துணியவேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும். இனி  $x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$ .

$$\therefore [y]_{x=0} = 0 = A \text{ கோசை } \alpha.$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{2}\pi \text{ அல்லது } A=0.$$

[மற்றை இடங்களைப்போல இங்கும்  $\alpha$  வின் மற்றைய பெறுமானங்களை விலக்குவோம் ; ஏனெனில் அவை வளையில் உள்ள விபத்திப் புள்ளிகளை ஒத்தவை.] நிரல் கூனலுற்றிருக்கின்றது எனக் கொள்ளப்பட்டபடியால்  $A=0$  என்னும் நிபந்தனை பொருந்தாது.

மேலும்  $x=l/2$  ஆகுமிடத்து  $y'$  பூச்சியம் ஆகும். எனவே

$$y' = -A \sqrt{\frac{F}{EI}} \text{ சைன் } \left[ \sqrt{\frac{F}{EI}} x + \alpha \right]$$

ஆதலால்,

$$[y']_{x=l/2} = 0 = -A \sqrt{\frac{F}{EI}} \text{ சைன் } \left[ \sqrt{\frac{F}{EI}} \frac{l}{2} + \alpha \right].$$

$$\therefore \sqrt{\frac{F}{EI}} \frac{l}{2} = -\alpha.$$

ஆனால்

$$\alpha = \frac{1}{2}\pi.$$

$$\therefore F = \frac{\pi^2 EI}{l^2}.$$

தொடக்க வளைவு உண்டாக்கப்பட்டபின் வளையை கூனல் நிலையில் வைத் திருப்பதற்குத் தேவையான முனைச்சுமையை இது தருகிறது. சுமையால் ஆகும் நிலைக்குத்து விசையானது அவதிச் சுமை  $F$  ஐ மீறுமாயின் நிரலிற் சேதம் உண்டாகும். என்றாலும் நிரலானது நீளமாகவும் ஒடுக்கமாகவும் அதன் திரவியம் சமவியல்புடையதாகவும், சுமையேற்றல் அச்ச முகமாகவும் இருக்கும்பொழுது மட்டுமே அவதிச் சுமைக்கான கோவை சரியானது என்பதை வற்புறுத்திக் கூறல் வேண்டும்.

$[x=l]$  ஆகுமிடத்துக் கோணல் பூச்சியம் ஆகும் என்னும் உண்மையைப் பயன்படுத்தியும்  $F$  இற்குப் பெறுமானம் காண முடியும்.]

அடுத்து, நிரலின் முனைகளில் நிரலுக்கு வரைந்துள்ள தொடலிகள் எப்பொழுதும் நிலைக்குத்தாக இருக்கும்வண்ணம், அம்முனைகள் நிலை யாக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கொள்க, படம் 8-31(e) யிற் காண்க. அவதிச் சுமை  $F$  பிரயோகிக்கப்படுமிடத்து, நிரலின் மேலான முனையிலே தொடலி நிலைக்குத்தாக இருத்தல் வேண்டும் என்னும் நிபந்தனையின் நிறைவேற்றலையிட்டு அம்முனையில் புற இணை  $M_0$  ஆனது பிரயோகிக்கப்படுக. [கீழ் முனையில் இதற்குச் சமனெதிராக இணையொன்று தாக்குதல் வேண்டும்.]

$$EIy'' + Fy + M_0 = 0$$

என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வானது நடுநிலைப் பரப்பின் வடிவத்தைத் தரவேண்டும்.

வளையிலே கூனற்றிருப்பம்  $M$  அல்லது  $EIy''$  ஆக இருக்கின்ற புள்ளி  $P$  யைக் குறித்து விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்தால் இது பெறப்படுகிறது; இங்கு  $P$  ஆனது புள்ளி  $(x, y)$  ஆகும். மேற்படி சமன்பாட்டின் தீர்வு

$$y = A \left\{ \text{கோசை} \left[ \sqrt{\frac{F}{EI}} x + \alpha \right] \right\} - \frac{M_0}{F}$$

ஆகும்; இங்கு  $A$  யும்  $\alpha$  வும் துணிய வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும்.

$x=0$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆகும்.

$$\therefore 0 = \{A \text{ கோசை } \alpha\} - \frac{M_0}{F}$$

$$\therefore \text{கோசை } \alpha = \frac{M_0}{AF}$$

$x=l$  ஆகுமிடத்து  $y=0$  ஆகும்.

$$\therefore 0 = A \left\{ \text{கோசை} \left[ \sqrt{\frac{F}{EI}} l + \alpha \right] \right\} - \frac{M_0}{F}$$

$$\therefore \text{கோசை} \left( \sqrt{\frac{F}{EI}} l + \alpha \right) = \frac{M_0}{FA} = \text{கோசை } \alpha$$

$$\therefore \sqrt{\frac{F}{EI}} l = 2\pi \text{ அல்லது } F = \frac{4\pi^2 EI}{l^2};$$



அதாவது முந்திய எடுத்துக்காட்டில் இருந்ததைக் காட்டிலும் இப்பொழுது அவதிச் சுமையானது நான்குமடங்கு பெரிது ; அல்லது நிரலின உதைப்புத் தாங்கும் திறன் நான்குமடங்கு ஆயிற்று. உதையொன்று அதனது இரு முனைகளிலும் நிலையாக்கப்பட்டிருந்தால் அது கூனாமல் தாங்கக்கூடிய சுமையும் அதன் அரைநீளம் உடைய, ஆனால் இரு முனைகளிலும் பிணைக்கப்பட்ட உதையொன்றிற்கான சுமையும் அதுவேயாம் என மேற்படி கோவை உணர்த்துகிறது.

இனி  $x = \frac{l}{2}$  ஆகுமிடத்து  $y' = 0$ ,

$$\therefore 0 = -A \sqrt{\frac{F}{EI}} \csc \left( \sqrt{\frac{F}{EI}} \frac{l}{2} + \alpha \right).$$

$$\therefore \alpha = -\sqrt{\frac{F}{EI}} \frac{l}{2} = -\pi.$$

எனவே  $M_0 = FA$  கோண  $\alpha = -FA$ .

எனவே நடுநிலைப் பரப்பின் சமன்பாடு

$$y = A \left[ \left\{ \csc \left( \frac{2\pi}{l} x - \pi \right) \right\} + 1 \right].$$

$x = l/2$  ஆகுமிடத்து கோணஸ் உயர்வானதாகும் ; அதாவது அது  $y_m$  ஆகும்.

$$\therefore [y]_{x=l/2} = y_m = 2A.$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} y_m.$$

இனி விபத்திப் புள்ளியொன்றில்  $y'' = 0$ . இவ்வெடுத்துக்காட்டில் அது  $x = l/4$  ஆகுமிடத்தில் தோற்றுகிறது ; சமச்சீரையிட்டு  $x = \frac{l}{4}$  ஆகுமிடத்தும் விபத்திப் புள்ளியொன்று தோற்றுதல் வேண்டும்.

**நிரல் அல்லது மரமொன்றின் உயர்வுயரம்.**—அதன் உச்சியிற் காவப்படும் சுமையானது குறிப்பிட்ட அவதிப் பெறுமானமொன்றை மீறும்பொழுது நிரல் ஒன்று வளைவுற்றுச் சேதப்படுகிறபடியால் குறிப்பிட்ட குறுக்குவெட்டொன்றுடைய ஒரு கோல், அது போதிய உயரம் உடையதாயின் அதன் சொந்த நிறை காரணமாகச் சேதப்படக்கூடும் ; அதாவது கோலொன்றின் உயரம் எல்லையுடையது ; அவதிப் பெறுமானமானது வளைவின் தாங்கல் முறையைப் பொறுத்துள்ளது ; நிரலின் உயரம் கூடும்போது அதன் பெறுமானம் குறைகிறது. அதேபோல் மரம் ஒன்றின் உயரமும் எல்லையுடையது எனக் காட்டலாம் ; ஆனால் கொள்கையில் மரம் கூம்புகிறது எனலும் உண்மையைக் கவனித்தல் வேண்டும் ; இதற்கைய எடுத்துக்காட்டில் வருகிற வகையிட்டுச் சமன்பாட்டின் தீர்வில் பெசலின் சார்புகளைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும் ; அது இந்நூலின் நோக்குக்கு அப்பாற்பட்டது. சீரான நிரல் அல்லது கோலொன்றின் உயர்வுயரத்தைப் பின்வருமாறு துணியலாம்.

நிரலொன்றின் கீழ் முனை நிலையாக்கப்பட்டு அதனது சுயாதீன மேல் முனையில் சுமையேற்றப்படுக; உறுதியின்மை தோற்றும்போது சுமை  $W$  ஆகுக. சுமையேற்றிய நிரலானது படம் 8-32 இற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; சுயாதீன முனையின் பெயர்ச்சி  $\alpha$  ஆகுக. அப்பொழுது  $W$  அதன் சொந்த வளைவுதடுக்கும் விசைகள், தாங்கிய முனையிலுள்ள தாக்கங்கள் என்பவற்றால் தாக்கப்பட்டு நிரலானது சமநிலையில் இருக்கும். வரிப்படத் திற் குறிப்பிட்டுள்ளவாறு தரையில் தாக்கம் ஆனது மேல்முகமான விசை  $W$  வும், இடஞ்சுழித் திருப்பம்  $Wa$  உடைய இணையொன்றும் ஆகும்;  $P$  யிலே கூனற்றிருப்பம்  $M + Wy = Wa$ , அதாவது  $Ely'' - W(a - y) = 0$  என்பதால் தரப்படுகிறது.  $z = a - y$  என அழைத்தால்  $z' = -y'$  எனவும்  $z'' = -y''$  எனவும் பெறுவோம்; எனவே மேற்படி சமன்பாடானது  $EIz'' + Wz = 0$  ஆகின்றது. இச்சமன்பாட்டின் தீர்வானது கூனலுற்ற நிரலின் வடிவத்தைத் தரும்.

$$z = A \text{ கோசை } \left( \sqrt{\frac{W}{EI}} x + \alpha \right)$$

என நாம் உடனே பெறுகிறோம்; இங்கு  $A$  யும்  $\alpha$  வும் மாறிலிகள் ஆகும்.

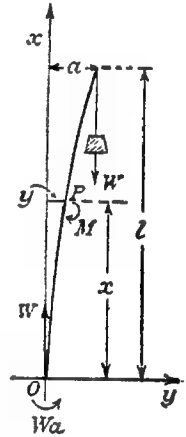
இனி  $x = 0$  ஆகுமிடத்து  $y' = 0 = z'$ , அதாவது  $\alpha = 0$ .  $x = l$  ஆகுமிடத்து  $y = a$  அதாவது  $z = 0$ . எனவே

$$\text{கோசை } \left( \sqrt{\frac{W}{EI}} l \right) = 0.$$

$$\therefore \sqrt{\frac{W}{EI}} l = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \text{ முதலியன.}$$

இவற்றுள் முதலாவது பெறுமானத்தை எடுத்தால்  $W = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$  எனப் பெறுவோம். இது வளை மடியும்

படி செய்யக்கூடிய தாழ்ந்த சுமையின் நிறையைத் தருகிறது; நீண்ட நிரலொன்றினிடத்து இச்சுமை பிறப்பிக்கும் அழுக்குவிசையானது அத்தகைய விசைகளுக்குரிய மீள்தன்மையெல்லையைக் காட்டிலும் மிகவும் தாழ்ந்தது.



படம் 8-32.

நீண்ட நிரலொன்றின் கூனல்.

நிரலின் குறுக்குவெட்டானது ஆரை  $r$  உடைய ஒரு வட்டமாயின்  $I = \frac{1}{2} \pi r^4$  ஆகும். எனவே உறுதியின்மை தோற்றுவண்ணம் நிலைக்குத்து நிரலொன்று தாங்கக்கூடிய சுமையின் நிறையானது ஆரையின் நான்காம் வலுவுக்கு நேர்விகிதசமமாகவும், நிரலினது நீளத்தின் வர்க்கத்துக்கு, நேர்மாறு விகிதசமமாகவும் இருக்கும்.

A யிற்குப் பெறுமானம் காண்பது மட்டுமே எஞ்சியிருக்கிறது.  $x=0$ ,  $z=a$  என்னும் முனைதிபந்தனைமிலிருந்தும்  $a$  பூச்சியம் என ஏற்கெனவே நிறுவி யுள்ள உண்மையைப் பயன்படுத்தியும்  $a=A$  எனப் பெறுகிறோம். எனவே

$$z=a \text{ கோசை } \sqrt{\frac{W}{EI}} x$$

அல்லது

$$y=a \left[ 1 - \text{கோசை } \sqrt{\frac{W}{EI}} x \right].$$

சற்றுக் கூனலுற்ற நிரலொன்றின் வடிவம் சைன்வளைவி போன்றுள்ளது என இது காட்டுகிறது.

குறிப்பிட்ட பெறுமானமொன்றை மீறும் நிறையுடைய சுமையொன்றை நிரலொன்று தாங்கமுடியாதபடியாலும் நிரலின் நீளம் கூடும்பொழுது இந்நிறை குறைகிறபடியாலும், தரப்பட்ட குறுக்குவெட்டுடைய நிரல் அல்லது கோலொன்று போதிய உயரம் உடையதாயின் தன் சொந்த நிறையால் அது வளைவுறும் என்பது தெளிவாம். அச் சுமையானது W எனின்

$$W = \frac{\pi^2 EI}{4(l/2)^2} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

ஆகுமிடத்து கூனல் தொடங்கும்; இவ்வெடுத்துக்காட்டும் முதல் அண் ணளவில், நிரலின் மையத்தில் நிறை பிரயோகிக்கப்படுகிறது என்பதும் அதுவேயாம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது.

இவ்வெடுத்துக்காட்டை விளக்கும்பொருட்டு, சீரான வட்டவெட்டுடைய சிந்தூரமரமொன்றைக் கருதுவோம்; அதன் ஆரை 8 சமீ. அப்பொழுது  $E=1.3 \times 10^{11}$  தைன். சமீ.<sup>-2</sup>; சிந்தூரத்தின் அடர்த்தி 0.8 கி. சமீ.<sup>-3</sup> என எடுக்கலாம். அப்பொழுது  $W=g \rho l A$ ; எனவே ( $\pi^2=10$  உம்  $g=1000$  சமீ. செக்.<sup>-2</sup> உம் என எடுத்தால்)

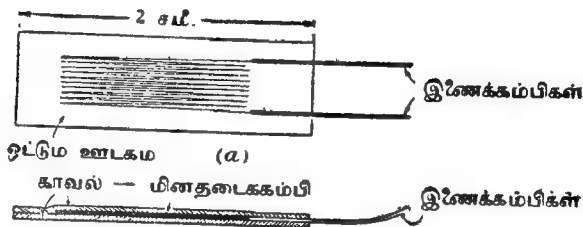
$$1000 \times 0.8 \times l \times A = \frac{10 \times 1.3 \times 10^{11} \times A \times 8^2}{4l^2}.$$

எனவே மிகப் பெரிய உயரம்

$$l = \sqrt[3]{2.6 \times 10^{10}} \text{ சமீ.} = 30 \text{ மீற்றர் ஆகும்.}$$

**மின்தடை விகாரமானிகள்.**—மின்தடை விகாரமானியானது தட்டையான அல்லது வளைந்த பொருள்களில் ஆழமில் விகாரங்களை அளக்கும் ஓர் உபகரணமாகும். சிறிய பருமன், பிரயோகத்தில் எளிமை, மெது வான அல்லது வேகமான விகாரமாற்றங்களை உணரும் ஆற்றல் என்பவை அதைச் சிறப்பிக்கின்றன. மின்தடை விகாரமானிகள் வழக்கில் வருமுன் பெரும்பாலும் சோதனைக்கோல்களினிடத்து மட்டுமே ஆழமில் விகார அளவீடுகள் நடாத்தப்பட்டுள்ளன; பல வகைகளில் அவ்வளவீடுகள் பயன்பட்போதிலும் முழுப்பொருள்களிலும் அமைப்புக்களிலும் உண்மை யான ஆழமில் விகாரங்களை அளப்பதற்கு அவை சிறிதளவில்தான் பயன்பட்டுள்ளன.

1939 இல் சிமன்ஸ் ரூகர் (Simmons & Ruge) என்பவர்களால் ஆக்கப் பட்டதும் பின்னர் தேசிய பெளதிக ஆய்கூடத்தில் விருத்தி செய்யப்பட்டது மான மின்தடை விகாரமானியின் தத்துவம் பின்வருமாறு : உலோகக் கம்பியொன்று ஈர்க்கப்பட்டால் அல்லது நெருக்கப்பட்டால் அதன் மின்தடை மாறும். அம்மாற்றத்திற்கும் கம்பியின் நீளமாற்றத்திற்கும் இடையே வரையறுத்த தொடர்பொன்று உளது. வழக்கமான மின்தடை விகார



படம் 8-33. எடுத்துக்காட்டான மின்தடை விகாரமானி.

மானியானது மிகவும் மெல்லிய மின்தடைக் கம்பியொன்றால் ஆனது ; படம் 8-33 (a) யிற் காட்டியுள்ளவாறு கம்பியானது நெய்யரிவடிவமுடைய, வளைந்து வளைந்து செல்கின்ற சமாந்தரமான துண்டுகளின் தொடரொன்றைத் தருமாறு நெருக்கமாகச் சுற்றப்பட்டிருக்கிறது. கம்பி திசுத்தான் களிடையே வைக்கப்பட்டு அம்முழுதும் மின்காவலூடகமொன்றால் நிறை விக்கப்படுகிறது. இவ்வண்ணம் ஆக்கப்பட்ட மூலப்பொருளானது சோதிக்கப் படும் பரப்புடன் ஒப்பப்படுகிறது, படம் 8-33 (b) யைப் பார்க்க. இதைத் திருப்திகரமாகச் செய்யும்பொருட்டு மானியின் கீழ்ப்பக்கம் சீராகச் செலு லோசுச் சாயம்பூசி, அசற்றேனால் ஈரமாக்கப்பட்டு மானியானது தாமதமின்றிச் சோதனைப் பரப்பிற் பிரயோகிக்கப்படுகிறது ; சோதனைப் பரப்பானது சுற்றுக் கரமுடாக்கப்பட்டும் நெய்க்கறையின்றியும் இருத்தல்வேண்டும். மானியை அதன் தானத்தில் ஏற்றிச் சில நாட்கள் சென்ற பின்னர்தான் அதைப் பயன்படுத்தலாம்.

தடைத்திறன்  $\chi$  உடைய திரவியமொன்றாற் கம்பியொன்று ஆக்கப் பட்டிருப்பின், அப்பொழுது அதன் மின்தடை  $R$  என்பது

$$R = \chi \left( \frac{l}{\pi a^2} \right)$$

என்பதால் தரப்படுகிறது ; இங்கு  $l$  நீளமும்  $a$  அதன் குறுக்குவெட்டு ஆரையும் ஆகும்.  $\chi$  ஒரு மாறிலியானால், மடக்கை வகையீடு செய்து,

$$\frac{dR}{R} = \frac{dl}{l} - 2 \left( \frac{da}{a} \right)$$

எனப் பெறுகிறோம்.

ஆனால், பொய்ச்சோனின் விசுதம்  $\sigma$  ஆனது

$$-\left(\frac{\Delta a}{a}\right) \div \frac{\Delta l}{l}$$

ஆகும் ; எனவே

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\sigma) \frac{\Delta l}{l}.$$

விகாரவுணர்திறன் அல்லது மானிக் காரணி எனபது

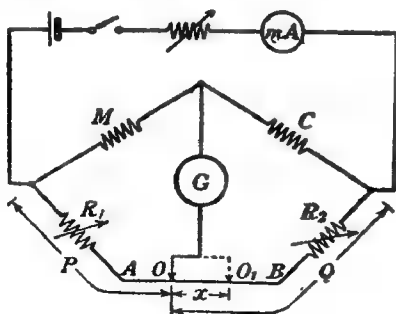
$$\frac{\Delta R}{R} \div \frac{\Delta l}{l} = 1 + 2\sigma = 1.6 \quad [\because \sigma \rightarrow 0.3]$$

என வரைவிலக்கணம் செய்யப்படுகிறது. திரவியத்தின் தடைத்திறனானது தகைப்பைப் பொறுத்திருக்கிறபடியால் நடைமுறையில் இக்காரணி கிட்டத்தட்ட 2.1 ஆகும் என அறிவோம். மேற்படி சமன்பாட்டை

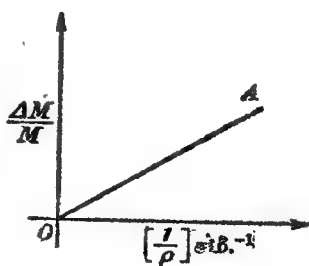
$$\text{விகாரம்} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta R}{R} \times \frac{1}{\text{மானியின் விகாரவுணர்திறன்}}$$

என எழுதலாம்.

வெப்பநிலையைச் சாராவண்ணம் விகாரமானியொன்றின் தடையை ஆக்க முடியாது என்பது வருந்தத்தக்கது ; எனவே மானியொவ்வொன்றுடனும் ஈடுசெய் மானியொன்றைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். இதன் ஏற்றுகையும் சோதனைப் பரப்பின் ஏற்றுகையும் அதுவே ; எனவே இது விகாரமின்றி இருக்கும் ; ஆனால் இரண்டும் அதே வெப்பநிலை மாறல் களுக்கு ஆளாகும். வீற்றன்றன் சுற்றொன்றின் அடுத்துள்ள புயங்களில் இரு மானிகளையும் தொடுத்து வெப்பநிலை மாறல்களால் ஆகின்ற தடை மாறல் ஈடுசெய்யப்படுகிறது.



(a)



(b)

படம் 8-34. விகாரமானியொன்றிற்கான பாலம்.

வசதியான பாலச்சுற்றொன்று படம் 8-34 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. பூல் விளைவையிட்டு மானிகள் ஊடே செல்கின்ற ஓட்டம் 5 மிஅ. ஐப்

பொதுவில் மீறலாகாது.  $M$  முதன்மையான மானியும்  $C$  ஈடுசெய் மானியும் ஆகும்; பாலம் சமமாக்கப்பட்ட நிலையில் மானியொவ்வொன்றிலும் அதே ஓட்டம் இருக்குமாறு ஒழுங்கு செய்யப்படுகிறது.  $R_1$  உம்  $R_2$  உம் நியமத் தடைகள் ஆகும்; படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு அவை வழக்கிக் கம்பித்தடை  $AB$  யுடன் தொடுத்து அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன.  $G$  ஆனது உணர்ச்சியுள்ள ஒரு கல்வளைமானி. பாலத்தின் சமமாக்கப்பட்ட நிலையில்  $M$  விகாரமின்றி இருக்கும்பொழுது, வழக்கித்தொடுகை  $O$  வில் இருக்கிறது எனக் கொள்க.  $R_1$ , பாலக்கம்பியின் பாகம்  $AO$  என்பவற்றின் தடை  $P$  ஆகுக;  $R_2$ , பாகம்  $BO$  என்பவற்றின் தடை  $Q$  ஆகுக. அப்பொழுது  $M$  உம்  $C$  யும் அம்மானிகளின் தடைகள் எனின்

$$\frac{M}{C} = \frac{P}{Q}.$$

$M$  விகாரமுறும்போது அதன் தடை  $M + \Delta M$  ஆகுக; பாலத்தின் சமமாக்கத்தையிட்டு வழக்கித் தொடுகை  $O_1$  என்னும் நிலைக்குச் செலுத்தப்படுக; இங்கு  $OO_1 = x$  என்க. பாலக்கம்பியினது அலகு நீள மொன்றின் தடை  $r$  எனின்

$$\frac{M + \Delta M}{C} = \frac{P + rx}{Q - rx};$$

அதாவது

$$\frac{M + \Delta M}{M} = \frac{1 + \frac{rx}{P}}{1 - \frac{rx}{Q}}.$$

மேலும்,  $P$ ,  $Q$  என்பவற்றுடன் ஒப்பிடுமிடத்து  $rx$  சிறிதாயின் இச் சமன்பாடு

$$\frac{\Delta M}{M} = rx \left( \frac{1}{P} + \frac{1}{Q} \right)$$

என்பதைத் தருகிறது.

எனவே  $\frac{\Delta M}{M}$  என்பது  $x$  இற்கு விகிதசமமாகும்; அதாவது, போதிய திருத்தத்துடன் வழக்கிக்கம்பிக்கு விகாரம்  $\times$  விகாரவுணர்திறன் என்பதைக் குறித்து ஒருபடியளவுகோடு இடமுடிகின்றது.

சில பிரயோகங்களில், ஈடுசெய்மானியிலுள்ள விகாரம் தலைமைமானியிலுள்ளதற்குச் சமமாகவும் குறியில் எதிராகவும் இருக்குமாறு ஒழுங்கு செய்து பயன்படு உணர்திறனை ஒரு மடங்காக்க முடிகிறது.

**மின்தடை விகாரமானிகளைப் பயன்படுத்திப் பொய்சோனின் விகிதத்தைத் துணிதல்.**—இப்பரிசோதனையில் மூன்று மானிகள் தேவைப்படுகின்றன; ஒன்று ஈடுசெய்கருவியாகப் பயன்படுகிறது; மற்றை இரண்டும், அவற்றின்

கம்பிகள் சீரான சட்டமொன்றின் நீளத்திற்கு முறையே சமாந்தரமாகவும் செங்குத்தாகவும் தாமிக்கப்படுகின்றன. இவ்வண்ணம் அவ்விரு திசைகளிலுள்ள விகாரங்களை ஒப்பிடலாம். சட்டம் சீராகவே கூனலுறவேண்டும், (பக்கம் 407 ஐப் பார்க்க). அப்பொழுதுதான் சட்டத்தின் மையத்திலுள்ள கோணல் முதலியவற்றின் அளவீடுகளிலிருந்து கூன்றளத்தில் வளைவாரையைக் கணிக்கமுடியும்.

நடுநிலையச்சின் வளைவாரை  $\rho$  ஆகுக; மானிக்கும் நடுநிலையச்சுக்கும் இடையேயுள்ள தூரம்  $z$  ஆகுக. இச்சூழலில், சட்டத்தின் பரப்பிலுள்ள நீளம்  $l$  ஆனது  $l + \Delta l$  ஆனால்

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{z}{\rho} \quad [\text{ப. 394 ஐப் பார்க்க.}]$$

கருதப்படுகின்ற மானியின் தடை  $M$  இல் உண்டாகும் மாற்றம்  $\Delta M$  எனின்,

$$\frac{\Delta M}{M} = k \left( \frac{z}{\rho} \right);$$

இங்கு  $k$  ஒரு மாறிலி எனவே  $\frac{\Delta M}{M}$  ஆனது வளைவு  $\left( \frac{1}{\rho} \right)$  இன் ஏக பரிமாணச் சார்பு ஆகும். இத்தொடர்பானது OA என்னும் நேர்கோட்டாற் காட்டப்படுகிறது, படம் 8-34 (b). கூனல் தளத்தில் எடுக்கப்படுகின்ற நோக்கல்களைப் பயன்படுத்தி இவ்வரைபை வரையலாம்.

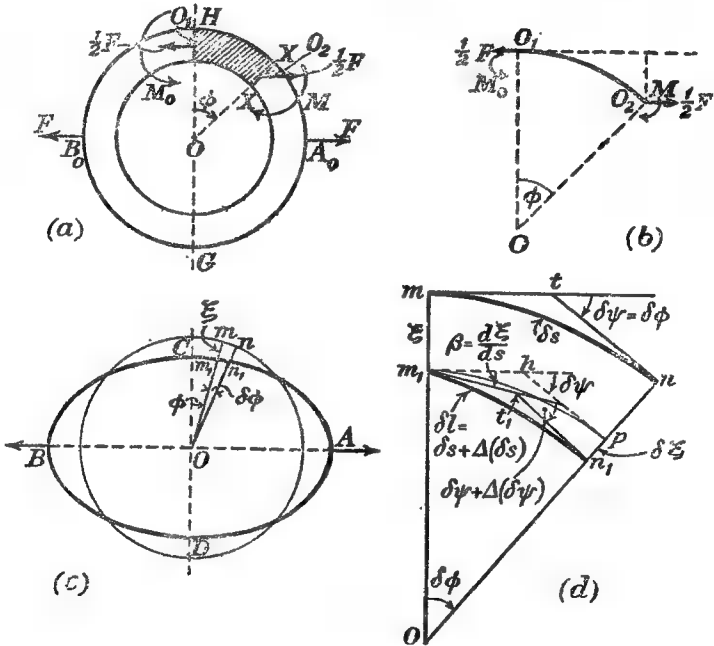
முரண் முறிவு வளைவின் ஆரையைத் துணிதலையிட்டு அதற்கான மானியில் அளவீடுகள் எடுக்கப்படுகின்றன; மற்றை மானியிலிருக்கிறதபோல இம்மானியினிடத்தும் தடையின் பின்னமாற்றம் வளைவுடன் அதே சமன் பாட்டால் தொடர்புபட்டுள்ளது என வழக்கமாகக் கொள்ளப்படுகிறது. இனி வழக்கம்போல், பொய்சோனின் விசுதத்திற்கு இடைப் பெறுமானமொன்று காணப்படுகிறது.

ஒரு நெட்டாங்கு இழுப்பிற்கு ஆளாகும் மெல்லிய வட்ட வளையமொன்றின் மீள்தன்மை வடிவ அழிவு.—அண்ணளவான கொள்கை. அதனது மையம் ஊடே தாக்குகின்ற இழுப்பு (அல்லது உதைப்பு) ஒன்றுக்கு ஆளாகும் மெல்லிய வட்ட வளையமொன்றின் எந்த ஆரைக்குறுக்கு வெட்டிலும் கூன்றறிருப்பழம் கொய் விசையும் நேரிழுப்பு (அல்லது உதைப்பு) உம் உள். கூன்றறிருப்பத்தை மதிப்பிடுமிடத்து வளையத்தின் வளைவானது புறக்கணிக்கப்படும்; தொடக்கத்தில் நேரான வளைகளுக்கு மட்டுமே உரிய விதிகள் இங்கும் பயன்படுத்தப்படும்.

படம் 8-35 (a) ஆனது ஆரை R உடைய வட்ட வளையமொன்றை எடுத்துக் காட்டுகிறது;  $A_0 B_0$  வழியே உள்ள இழுப்பு F ஆல் அது தாக்கப்படுகிறது; வெவ்வேறான குறுக்கு வெட்டுக்களில் கூனல் இருக்கிற போதிலும், சமச்சீரிலிருந்து  $A_0, H, B_0, G$  என்னும் நான்கு குறுக்கு வெட்டுக்களின் அடையாளங்கள் இழுப்புப் பிரயோகிக்கப்பட்டதும் மையம்

O ஊடே செல்லுகின்றன என்பது தெளிவாம்; எனவே எடுத்துக் காட்டாக H இற்கும்  $A_0$  இற்கும் இடையேயுள்ள முழுக் கூனலும் பூச்சியம் ஆகும்.

ஆகவே கோணம்  $\phi$  ஆல் வரையறுக்கப்பட்ட குறுக்குவெட்டு XX ஐக் கருதுக. இக்குறுக்குவெட்டில் கூனற்றிருப்பம் M உம் H ஊடே உள்ள நிலைக்குத்து வெட்டுமுகத்தில் கூனற்றிருப்பம்  $M_0$  உம் ஆகுக. அடுத்து வளையத்தில் H இற்கும் X இற்கும் இடையேயுள்ள பாகத்தைக் கருதுக. வரிப்படத்திற காட்டியுள்ளவாறு இதன்மீது வளையத்தின் எஞ்சிய பாகத் தால் ஆகும் புற விசைகள்  $\frac{1}{2}F$  உம்  $\frac{1}{2}F$  உம் ஆகும்; அவற்றின் தாக்கக் கோடுகள் முறையே H இலும் X இலுமுள்ள குறுக்கு வெட்டுகளின்



படம் 8-35. வட்டவளையமொன்றில் அச்சவழி இழும்பால் ஆகும் வடிவவழிவு.

மையங்கள்  $O_1$  இற்கும்  $O_2$  இற்கும் ஊடே செல்கின்றன.  $O_2$  பற்றி விசைகளின் திருப்பங்களை எடுத்து

$$\frac{1}{2}FR (1 - \cos \phi) + M_0 = M$$

என நாம் பெறுகிறோம்; படம் 8-35 (b) யைப் பார்க்க.



வளையின் மூலகமொன்றின் அச்ச நீளம்  $\delta s$  உம், அதன் முனைகளிலுள்ள தொடலிகளுக்கிடையேயுள்ள கோணம்  $\delta\psi$  யும் ஆயின் வளையத்தை நேரான வளை எனக் கருதி  $\frac{d\psi}{ds} = \frac{M}{EI}$  எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $E$  ஆனது அதன திரவியத்தின் யங்வின் மட்டும்,  $I$  ஆனது குறுக்குவெட்டின் இரண்டாவது பரப்புத் திருப்பமும் ஆகும்.  $H$  இற்கும்  $A_0$  இற்கும் இடையில் முழுக் கூனல் பூச்சியம் ஆதலால்,

$$0 = \int_{\psi=0}^{\psi=\frac{1}{2}\pi} d\psi = \frac{1}{4} \oint \frac{M}{EI} \cdot ds = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{M}{EI} \cdot R d\phi$$

$$= \frac{R}{EI} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} [M_0 + \frac{1}{2}FR(1 - \text{கோசை } \phi)] d\phi.$$

$$\therefore 0 = \frac{1}{2}\pi M_0 + \frac{1}{2}FR \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \text{ அல்லது } M_0 = \frac{FR}{\pi} (1 - \frac{1}{2}\pi).$$

$$\therefore M = FR \left[ \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \text{கோசை } \phi \right].$$

அடுத்து படம் 8.35 (c) யில், வளையத்தின் வடிவ அழிவுக்குப் பின் மையக்கோடு ACBD ஆகுக. கூனலால், இக்கோட்டில் ஆகும் வளைவு மாறலைப் பெறும்பொருட்டு நாம் பின்வருமாறு செல்வோம். வளையத்தில்  $m$  என்பது நீளம்  $\delta s$  உடையதும்  $O$  வில் கோணம்  $\delta\phi$  எதிரமைக்கின்றதுமான ஒரு மூலகமெனக் கொள்க; இம்மூலகம் பெயர்க்கப்பட்ட போது வடிவ அழிவுற்ற வளையத்தில் ஆரைகள்  $Om$ ,  $On$  என்பவற்றால் வரையறுத்த மூலகம்  $m_1n_1$  இன் அதே வளைவு உடையதாகிறது எனக் கொள்ளப்படுகிறது.  $m$  இன் ஆரைப் பெயர்ச்சி  $\xi$ , அதாவது  $mm_1$  எனின்,  $n$  இன் பெயர்ச்சி  $\xi + \delta\xi$  ஆகும். கருதப்படும் மூலகத்தின் தொடக்க வளைவு

$$\text{எல். } \frac{\delta\psi}{\delta s} = \frac{1}{R}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

கூனலுக்குப்பின் அதே மூலகத்தின் வளைவாரை  $\rho$  என்பது

$$\frac{1}{\rho} = \text{எல். } \frac{\delta\psi + \Delta(\delta\psi)}{\delta s + \Delta(\delta s)}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $\delta\psi + \Delta(\delta\psi)$  ஆனது வடிவ அழிவுற்ற சட்டத்தில்  $m_1$ ,  $n_1$  எனபவற்றில் இருக்கின்ற குறுக்குவெட்டுக்களிடையேயுள்ள கோணத்தைக் குறிக்கிறது; மேலும்  $\delta s + \Delta(\delta s) = m_1n_1$ .

இப்பின்னத்தை மதிப்பிடும் பொருட்டு  $O$  வை மையமாகவும்,  $Om_1$  ஐ ஆரையாகவும்,  $On$  ஐ  $p$  யில் வெட்டுமாறும் வட்டவிலுள்ள வரைக, படம் 8.35 (d).  $m_1h$  உம்  $ph$  உம் முறையே  $m$ ,  $n$  என்பவற்றில்

வரைந்துள்ள தொடலிகள்  $m$ ,  $n$  என்பவற்றிற்குச் சமாந்தரமாக இருக்க.  $\beta = h m_1 n_1$  ஆகுக; இதுவே விற்கள்  $m_1 p$ ,  $m_1 n_1$  என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள கோணம் ஆகும்; இது  $p m_1 n_1$  இற்குக் கிட்டத்தட்டச் சமன் ஆகும். (படத்தில் காட்டப்படாத)  $\Delta p m_1 n_1$  இலிருந்து  $m_1 p n_1 = \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\delta\phi$  எனப் பெறுகிறோம்; எனவே

$$\frac{\text{சைன் } \beta}{\delta\xi} = \frac{\text{சைன் } m_1 p n_1}{\delta l};$$

இங்கு  $\delta l = \delta s + \Delta(\delta s)$ .  $\beta$  சிறிதாதலின்

$$\beta = \frac{d\xi}{dl} \text{ கோசை } \frac{1}{2}\delta\phi = \frac{d\xi}{dl} \simeq \frac{d\xi}{ds}.$$

அடுத்து நாற்பக்கல்  $m_1 n_1 n_1 O$  வின் வெளிக் கோணங்களைக் கருதுக.

$$\left[ \frac{1}{2}\pi + \frac{d\xi}{ds} \right] + [\delta\psi + \Delta(\delta\psi)] + \left[ \frac{1}{2}\pi - \left( \frac{d\xi}{ds} + \frac{d^2\xi}{ds^2} \delta s \right) \right] + [\pi - \delta\phi] = 2\pi$$

எனப் பெறுகிறோம்.

எனவே,  $\delta\phi = \delta\psi$  ஆதலின்,

$$\Delta(\delta\psi) = \frac{d^2\xi}{ds^2} (\delta s).$$

மேலும் வரிப்படத்தின்படி  $m_1 n_1$  ஆனது  $m_1 p$  யிற்குச் சமன் எனக் கருதப்படும் அளவிற்கு,

$$\frac{\delta s}{R} = \frac{\delta s + \Delta(\delta s)}{R - \xi} = \frac{\Delta(\delta s)}{-\xi}.$$

$$\therefore \Delta(\delta s) = -\frac{\xi}{R} \delta s = -\xi \delta\phi.$$

எனவே  $\frac{1}{\rho} = \text{எல்.} \frac{\delta\phi + \frac{d^2\xi}{ds^2} \delta s}{\delta s \left( 1 - \frac{\xi}{R} \right)} \simeq \frac{d\phi}{ds} \left( 1 + \frac{\xi}{R} \right) + \frac{d^2\xi}{ds^3}.$

இனி  $\frac{\delta\phi}{ds} = \frac{1}{R}$  உம்,  $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$  (பக்கம் 395 ஐப் பார்க்க) உம் ஆகும்;

இங்கு

$$M = FR \left[ \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2} \text{ கோசை } \phi \right].$$

எனவே  $\frac{1}{R^2} \frac{d^2\xi}{ds^2} + \frac{\xi}{R^2} = \frac{FR}{2EI} \left[ \frac{2}{\pi} - \text{கோசை } \phi \right].$

இச்சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு

$$\xi = A \text{ கோசை } \phi + B \text{ சைன் } \phi + \frac{FR^3}{\pi EI} - \frac{FR^3}{4EI} \cdot \phi \text{ சைன் } \phi$$

என்பது ஆகும்.

சமச்சீர் நிபந்தனைகளைப் பயன்படுத்தி மாறிலிகள் A யும் B யும் துணியப் படும் ; அதாவது

$$\phi = 0 \text{ இற்கும் } \phi = \frac{1}{2}\pi \text{ யிற்கும் } \frac{d\xi}{d\phi} = 0.$$

$$\therefore B = 0 \text{ உம் } A = -\frac{FR^3}{4EI} \text{ உம் ஆகும்.}$$

$$\therefore \xi = \frac{FR^3}{4EI} \left[ \frac{4}{\pi} - \phi \text{ சைன் } \phi - \text{கோசை } \phi \right].$$

ξ நேராய் இருக்கும்பொழுது ஆரைக்காவியொன்றின் நீளத்தில் குறைப்பு ஏற்படுகிறபடியால்,

$$(a) \text{ நிலைக்குத்தான விட்டத்தில் குறைப்பு} = 2[\xi]_{\phi=0} = \frac{FR^3}{2EI} \left[ \frac{4}{\pi} - 1 \right] \text{ எனவும்,}$$

$$(b) \text{ கிடையான விட்டத்தில் கூடுதல்} = -2[\xi]_{\phi=\frac{1}{2}\pi} = -\frac{FR^3}{2EI} \left[ \frac{4}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right] \text{ எனவும்}$$

பெறுகிறோம்.

வளையத்துப் புள்ளியொன்றில் தொடலி திரும்பும் கோணமானது, அண்ணளவின் முதல் வரிசையில்

$$\psi = \frac{1}{R} \frac{d\xi}{d\phi} = \frac{FR^2}{4EI} (-\phi \text{ கோசை } \phi)$$

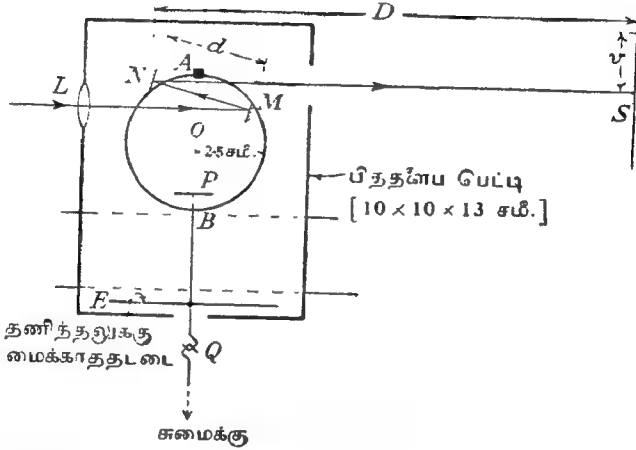
என்பதால் தரப்படுகிறது. சயக்குறியைப் புறக்கணித்தால்  $\phi = \text{கோதா } \phi$ , அதாவது  $\phi = 49^\circ$  ஆகுமிடத்து இது ஓர் உயர்வு ஆகும்.

$$\text{அப்பொழுது} \quad [\psi]_{\phi=49^\circ} = \frac{0.561FR^2}{4EI}.$$

மாறுகின்ற சிறு விசைகளின் விரைவான துணிதலுக்குச் சக்சிமிதின் வளையம்—தராசு முறை.—இம்முறையானது முதன்முதலாக வன்காந்தப் புலமொன்றிற் கிடக்கின்ற இருமபில் திரவியமொன்றுமீதுள்ள விசையின் அளத்தலையிட்டு சக்சிமித் (Sucksmith)† எனபவரால் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது.

† *Phil. Mag.*, 8, 158, 1929.

பொசுபர் வெண்கலத்துண்டொன்றொலான வட்டவளையமொன்று, அதன் விட்டம் வழியே, ஓர் இழுப்புக்கு ஆளாகும்பொழுது அனுபவிக்கின்ற வடிவ அழிவில் இம்முறையானது பொறுத்துள்ளது; நிலைக்குத்தான தளமொன்றிற் கிடக்கின்ற அவ்வளையமானது அதன் மிகவுயர்ந்த புள்ளி A யில் நிலையாக்கப்பட்டுள்ளது, படம் 8-36. கோணவிலகல்கள் உயர்வுகளாக இருக்க



படம் 8-36. மாறுகின்ற சிறு விசைகளை விரைவாகத் துணிதலுக்குச் சக்சிமிதின் வளையம்-தராசு.

கின்ற வளையத்துப் புள்ளிகளில் M, N என்னும் இரு சிறு தளவாடிகள் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன; மேலே காண்க. L ஆனது குழிலில்லையொன்றாகும்; அதன் ஊடே செல்லுகின்ற ஒளியானது ஆடிகளில் தெறிக்கப்பட்டு அளவிடை S மீது குவிகிறது. d யும் D யும் மேலே காட்டியுள்ள தூரங்கள் ஆயின், S இல் ஒளிப்புள்ளியின் விலகல் v ஆனது

$$v = \psi_m [4D + 2d] \text{ [பக்கம் 422 இற் காண்க]}$$

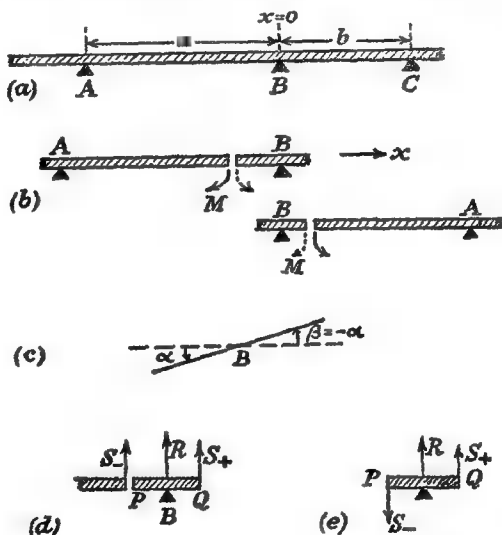
என்பதால் தரப்படுகிறது;

$$\text{இங்கு} \quad \psi_m = [\psi]_{\phi=49^\circ} = \frac{0.561FR^2}{4EI}$$

விசை F இன் பெறுமானங்களைக் காண்பதற்கு இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தாது வளையத்துடன் விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டிருக்கிற தராசுத்தட்டு P யில் நியமத்திணிவுகளை ஒன்றன்பின் ஒன்றாக இட்டு, தராசை அளவுகோட்டிலாம்; எமது கொள்கை உணர்த்துகிறவாறு பெயர்ச்சியானது சுமையின் ஏகபரிமாணச் சார்பு எனத் தெரியவருகிறது.

வளையமும் ஆடிகளும் கொண்ட முழுத்தொகுதியும் பித்தளைப் பெட்டி யொன்றினுள் அடைக்கப்பட்டிருக்கிறது ; பெட்டி மாற வெப்பநிலையடைப் பாகப் பயன்படுகிறது ; மெதுவாக மாறுகின்ற சிறு விசைகளின் அளத்தலை யிட்டு வளையத்தின் இயக்கம் மைக்காவேன் E யால் தணிக்கப்படுகிறது. ஒரு கொளுக்கி ஆகும் ; தராசில் ஏற்றப்படும் சுமையை அது தாங்கும். பக்கம் 542 இல் ஓர் எடுத்துக்காட்டாக இத்தராசைப் பயன்படுத்தும் முறை தரப்பட்டிருக்கிறது.

**தொடர்ந்த வளைகள் ; கிளப்பீரனின் முத்திருப்பத் தேற்றம்.**—இத் தேற்றமானது கிளப்பீரன் என்பவரால் தரப்பட்டுள்ளது (1875), அது அதே மட்டத்திலுள்ள தாங்கித் தொகுதியொன்றுமீது ஓய்வாய் இருக்கின்ற



படம் 8-37. தொடர்ந்த வளைகள். கிளப்பீரனின் முத்திருப்பத் தேற்றம்.

தும் சீராகச் சுமையேற்றியதுமான தொடர்ந்த வளையொன்றைப் பற்றியது. A, B, C போன்ற எந்த மூன்று தொடர்ச்சியான தாங்கிகளிலுமுள்ள சுனற்றிருப்பங்களின் பெறுமானங்களுக்கிடையே இருக்கின்ற தொடர்பை அது தருகிறது, படம் 8-37(a).

$AB = a$  யும்,  $BC = b$  யும் ஆகுக ; உற்பத்தியை B யிலும்  $x$  இன் நேர்த்திசையை BC வழியேயும் எடுக்க. அப்பொழுது வழக்கமான குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி, துண்டம் BC யில்  $EIy'''' = w$  எனப் பெறுகி ரேறும் ; எனவே

$$M = EIy'' = \frac{1}{2}wx^2 + Ax + M_B ; \quad (i)$$

இங்கு  $M_B$  ஆனது B யிலுள்ள கூனற்றிருப்பமும், A துணியவேண்டிய ஒரு தொகையீட்டு மாறிலியுமாகும். எனவே

$$EIy' = \frac{1}{6}wx^3 + \frac{1}{2}Ax^2 + M_Bx + EI\alpha. \quad (ii)$$

இங்கு  $\alpha$  ஆனது  $[y']_{x=0}$  இன் பெறுமானம் ஆகும். மீண்டும் தொகையிட,

$$EIy = \frac{1}{24}wx^4 + \frac{1}{6}Ax^3 + \frac{1}{2}M_Bx^2 + EI\alpha x \quad (iii)$$

எனப் பெறுகிறோம். இங்கு தொகையீட்டு மாறிலி பூச்சியம் ஆகும்.

C யில், அதாவது  $x=b$  யில் உள்ள நிபந்தனைகள்

$$M_C = EI[y'']_{x=b} = \frac{1}{2}wb^2 + Ab + M_B \quad (iv)$$

எனத் தருகின்றன; C யில் விலகல் பூச்சியம் ஆதலின்,

$$0 = \frac{1}{24}wb^4 + \frac{1}{6}Ab^3 + \frac{1}{2}M_Bb^2 + EI\alpha b$$

$$\text{அதாவது} \quad 0 = \frac{1}{24}wb^3 + \frac{1}{6}Ab^2 + \frac{1}{2}M_Bb + EI\alpha. \quad (v)$$

சமன்பாடுகள் (iv) இலும் (v) இலும் இருந்து A யை நீக்க,

$$bM_C + 2bM_B - \frac{1}{2}wb^3 = -6EI\alpha \quad (vi)$$

இனி, துண்டம் BA யைக் கருதுக; இப்பொழுது உற்பத்தி B யில் இருக்க,  $x$  இன் நேர்த்திசையானது புறமாற்றப்படுகிறது. படம் 8·37 (b) ஆனது, புறமாற்றலுக்கு முன்னரும் அதற்குப் பின்னரும், துண்டத்தின் குறுக்குவெட்டொன்றிலுள்ள கூனற்றிருப்பங்களைக் காட்டுகிறது. கூனற்றிருப்பம் M இன் குறி மாறாது இருக்கிறது; B யில் வளையின் சரிவு  $\beta$  எனின்,

$$\alpha M_A + 2\alpha M_B - \frac{1}{2}w\alpha^3 = -6EI\beta \quad (vii)$$

எனக் காண்கிறோம்.

ஆனால்  $\beta = -\alpha$ ; எனவே சமன்பாடுகள் (vi) ஐயும் (vii) ஐயும் கூட்ட,

$$\alpha M_A + 2(\alpha + b)M_B + bM_C = \frac{1}{2}w(\alpha^3 + b^3)$$

எனக் காண்கிறோம்; இது கிளப்பிரனின் முக்கூனற்றிருப்பத் தேற்றத்தை எடுத்துரைக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டாகத் தாங்கி B யில், வளை மீதுள்ள உதைப்பைக் காணும் பொருட்டு நாம் பின்வருமாறு செல்லலாம். B யிலே தாக்கம் R ஆகுக; வளையின் மூலகம் PQ மீதுள்ள விசைகளைக் கருதுக, படம் 8·37 (d); இங்கு தொடக்க ஆள்கூற்றுத் தொகுதியைக் குறித்து P ஆனது B யின் மறைப் பக்கத்திலும், Q ஆனது B யின் நேர்ப் பக்கத்திலும் அமைந்திருக்கின்றன. B யின் வலப்பக்கத்தில் அதற்கு மிக நெருங்கிய புள்ளி, அதாவது Q வில், கொய்விசை  $S_+$  ஆகுக; அப்பொழுது B யின் இடது பக்கத்தில் அதற்கு மிக நெருங்கிய குறுக்குவெட்டொன்றில் கொய்விசை  $S_-$  ஆகும். எனவே மூலகம் PQ மீதுள்ள விசைகள் படம் 8·37 (e) யிற் காட்டியுள்ளவாறே.

$$\therefore R = S_- - S_+.$$

இனி, பக்கம் 383 ஐப் பார்க்க,  $S = \frac{dM}{dx}$  எனவே சமன்பாடு

(i) இலிருந்து

$$\begin{aligned} S_+ &= (wx + A)_{x=0} = A \\ &= \frac{M_C - M_B}{b} - \frac{1}{2}wb. \end{aligned} \quad [(iv) \text{ ஐ ஒப்.}]$$

$S_-$  ஐக் காணும்பொருட்டு, B ஊடே செல்கின்ற நிலைக்குத் தச்சொன்று பற்றி வளையானது திருப்பப்பட்டிருக்கிறது எனக் கற்பனை செய்வோம்; அதாவது P இப்பொழுது B யின் நேர்ப்பக்கத்தில் இருக்கிறது. எனவே P யில் கொய்விசை S ஆனது

$$S = \frac{M_A - M_B}{a} - \frac{1}{2}wa$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

ஆனால் எமது குறிவழக்கின்படி  $S = -S_-$ ; எனவே,

$$S_- = \frac{1}{2}wa - \frac{M_A - M_B}{a}$$

$$\therefore R = S_- - S_+ = \frac{1}{2}w(a+b) + M_B\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - \frac{M_A}{a} - \frac{M_C}{b}.$$

### பயிற்சி VIII

8-01. நீளம் 100 சமீ. உம் உளவிட்டம் 1.20 சமீ. உம், வெளிவிட்டம் 1.60 சமீ. உம் உடைய பொள்ளான உலோகக் குழாயொன்று அதன் நுனிகளில் தாங்கப்பட்டும் அதன் மையத்தில் 10.0 கி. சுமை ஏற்றப்பட்டும் இருக்கிறது. மையத்தில் தொய்யல் 0.496 சமீ. எனின், குழாய் ஆகக்கப்பட்ட திரவியத்தின் யங்வின மட்டிற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

[1.87 × 10<sup>12</sup> தைன. சமீ. = 1]

8-02. வளையொன்றின் கூனற்றிருப்பத்திற்குரிய கோவையொன்றைப் பெறுக.

நிறை W வும் நீளம் l உம் உடைய ஒரு சீரான வளையானது அதனது நுனியொன்றிற் கிடையாக நிலையாகக்கப்பட்டிருக்கிறது. சுயாதீன நுனியிலுள்ள இறக்கத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

அதுபோன்ற, ஆனால் புறக்கணிக்கத்தக்க நிறையுடைய, வளையொன்றினிடத்து அதே இறக்கத்தைப் பெறும்பொருட்டு அதன் சுயாதீன நுனியில் ஏற்றவேண்டிய நிறை யாது? (G)

[ $\frac{3}{2}W$ ]

8-03. விட்டம் 2a உடைய உருளை வடிவமுடைய மரமொன்றிலிருந்து செவ்வக வளை யொன்றை வெட்டி விருமப்படுகிறது. வளையானது மையமான சுமையொன்றைக் காவுதல் வேண்டும்; அதன் சொந்த நிறை புறக்கணிக்கத்தக்கது. வளையின் அகலம் 2a ÷ √3 எனின், வளையில் உயாவுத் தகைப்பு ஓர் இழிவு ஆகும் எனக் காட்டுக.

8-04. 1 மீற்றர் நீளமும், 2 சமீ. × 0.2 சமீ. செவ்வக வெட்டும் உடைய கண்ணாடித் துண்டொன்றிற்கு எவ்வாறு நீர் யங்வின மட்டைக் காண்பீர் என்பதை விவரித்து விளக்குக.

கணிப்பில் பயன்படும் சூத்திரத்தைப் பெறுக.

(G)

8-05. ஆரை R உடைய வட்டவில் வடிவமாகக் கூனலுற்செய்த வளையொன்றின் கூனற்றிருப்பதிற்கான கோவையைப் பெறுக.

இலேசான கோலொன்று அதன் நுனியொன்றில் நிலையாக்கப்பட்டு அதன் மற்ற நுனியில் சுமையொன்றை காவுகிறது. அதன் குறுக்குவெட்டு மாறுநின்ற ஆரையுடைய வட்டமானது. சுமை, குறுக்குவெட்டின் ஆரை  $r$ , சுமையேற்றிய நுனியிலிருந்து தூரம்  $d$  என்பவை தொடர்பாகக் கோலின் பரப்பில், தகைப்புக்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

■ ஆனது  $d^3$  இருது விகிதசமமாக இருக்குமாயின், கோலவழியே எங்கும் இப்பரப்புத் தகைப்பானது மாறுது இருக்கும் எனக் காட்டி, இச்செய்தி பயனளிக்கக்கூடிய எடுத்துக் காட்டொன்றை ஆய்க. (G)

8-06. கூனலுறுகின்ற வளையொன்றின் எந்தக் குறுக்குவெட்டிலும் தகைப்பினை பெறுமா என  $p = \frac{M}{I} x$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $x$  ஆனது நடுநிலையச்சிலிருந்து கருதப்படும் சிறு மூலகத்தின் தூரம் ஆகும்.

வட்டக் குறுக்குவெட்டுடைய கோலொன்றினிடத்து, ஆரை  $a$  உடைய குறிப்பிட்ட குறுக்கு வெட்டொன்றில் உயாவு நெட்டாங்குத் தகைப்பு

$$p_{\text{உயர்.}} = \frac{4M}{\pi a^3}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது எனக் காட்டுக.

குறுக்குவெட்டு வளையம் போன்றதாயின், உயாவுத் தகைப்பு

$$\frac{32 MD}{\pi(D^4 - d^4)}$$

ஆகும் எனக் காட்டுக; இங்கு வெளிவிட்டமும் உள்விட்டமும் முறையே  $D$  யும்  $d$  யும் ஆகும்.

8-07. 20 அடி நீளமான வளையொன்று அதன் நுனியொவ்வொன்றிலுமிருந்து 5 அடி தூரத்தில் கிடையாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது; ஒவ்வொன்றும் நிணிவு 1 தொன உடைய இரு சுமைகளை இடக்கை நுனியிலிருந்து தூரங்கள் முறையே 4 அடி, 12 அடி என்பவற்றில் வளை காவுகிறது.

$E = 12 \times 10^3$  தொன. - நிறை. அங். -<sup>3</sup> எனவும்  $I = 200$  அங். -<sup>4</sup> எனவும் கொண்டு வளையின் நுனிகளிலும் அதன் மையத்திலும் கோணல்களைக் கணிக்க; மேலும், தாங்கிகளில் வளையின் சரிவைக் காண்க.

8-08. 10 அடி நீளமும் 1 அடி ஆழமும் 4 அங். அகலமும் உடைய கிடையான வளையொன்று அதனது நுனிகளில் தாங்கிகள் மீது ஓய்வாய் இருக்கிறது; அதன் மையத்தில் திண்வொன்றை அது காவுகிறது. வளையினது திரவியத்தின் யங்வினை மட்டு

$$2 \times 10^8 \text{ இரூ. - நிறை. அங். -}^2$$

என எடுக்கலாம். வளையின் உயாவுக் கோணல்  $\frac{1}{2}$  அங். எனின், வளையுள் உயாவுநெட்டாங்குத் தகைப்பின் பெறுமானத்தைக் காண்க. [வளையின் நிறையைப் புறக்கணிக்க.]

[55.6 இரூ. - நிறை அங். -<sup>3</sup>.]

8-09. இரண்டாவது பரப்புத் திருப்பம் என்பதை விளக்குக.

கிடையான முனைநெம்பொன்றின் சுயாதீன நுனியில் சுமை  $W$  ஏற்றப்படுகிறது. வளையின் நிறை புறக்கணிக்கத்தக்கது எனக் கொண்டு சுயாதீன நுனியில், கோணலுக்குக் கோவை யொன்றைப் பெறுக.

வளையின் குறுக்குவெட்டு, பக்க நீளங்கள்  $a$  யும்  $b$  யும் உடைய செவ்வகமும்,  $a$  யும்  $b$  யும் நிலைக்குத்தாக இருக்கும்பொழுது தரப்பட்ட சுமையொன்றிற்கு வளையின் நுனியில்



உயர்வுக் கோணங்கள் முறையே  $y_a$  யும்  $y_b$  யும் ஆயின்

$$\frac{y_a}{y_b} = \frac{b^2}{a^2}$$

எனக் காட்டுக.  $a = 2.0$  சமீ.,  $b = 0.50$  சமீ. ஆனால் 500 கி. திணிவாற் சுமையேற்றிய ■ சமீ நீளமுடைய சட்டமொன்றிற்கு  $y_a$ ,  $y_b$  என்பவற்றைக் கணிக்க. திரவியத்தின் யங்வின் மட்டு  $21 \times 10^{11}$  தைன். சமீ.  $-2$  ஆகும். [0.029 சமீ., 0.47 சமீ.]

8.10. மென்னுருக்காலான நிலைக்குத்துக் குழாயொன்றின் வெளி விட்டம் 20 சமீ. உம், சுவர்களின் தடிப்பு 2.0 சமீ. உம் ஆகும்; அதன் யங்வின் மட்டை  $2 \times 10^{12}$  தைன். சமீ.  $-2$  என எடுத்துக் கொள்ளலாம். தரைக்குமேல் அதன் உயரம் 4.0 மீற்றர் ஆகும்; அதன் மேலான நுனியில் 500 கி. நிறை ஆன கிடை இழுப்பு ஒன்று தாக்குகிறது. தரை மட்டத்தில் உயரவு நெட்டாங்குத் தகைப்பையும் உச்சியிற் கோணலையும் காண்க.

[ $1.36 \times 10^3$  கி. - நிறை சமீ.  $-2$ , 3.54 சமீ.]

8.11. மீள்தன்மை மட்டு எனபதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறி எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.

அதன் நுனியொன்றில் சுமையேற்றப்பட்டு, மறு நுனியில் கிடையாக்கப்பட்டிருக்கின்ற வளை யொன்றின் உயர்விற்ககத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

ஆரை 0.50 சமீ. உம் நீளம் 25 சமீ. உம உடைய இரும்பாலான உருளைக்கோல AB என்பது, அதன் அச்ச கிடையாக இருக்குமாறு A யில் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) B யில், (b) A யிற்கும் B யிற்கும் நடுவான புள்ளியில், 3 கி. - நிறை உடைய விசையொன்று பிரயோகிக்கப்படுமிடத்து, கோலின் சுயாதீன நுனியில் கோணலகளைக் கணிக்க.

[இரும்பிற்கு யங்வின் மட்டு  $21.0 \times 10^{11}$  தைன். சமீ.  $-2$  எனக் கொள்க.]

[(a) 0.467 சமீ., (b) 0.145 சமீ.]

8.12. இலேசான வளையொன்று அதன் நுனியொன்றில் கிடையாக நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. மற்றை நுனியிற் சுமையேற்றப்பட்டால், அதன் மையத்தின் இறக்கத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. அதன் நுனிகளில் அதே வளை கிடையாகக் கத்தியோரங்களால் தாங்கப்பட்டு, அதன் மையத்தில் அதே சுமையைத் தொங்கவிட்டால் இறக்கம் எவ்வளவு இருக்கும்?

8.13. மையச் சுமையொன்றின் பிரயோகத்தால், 100 சமீ. பாவில் சீரான குறுக்கு வெட்டுடைய இலேசான வளையொன்று கோணலுறுமாயின் நுனியொவ்வொன்றிலும் வளையின் சரிவு எவ்வளவு?

[ $3.0 \times 10^{-2}$  ஆரையன.]

8.14. இலேசான சீரான செவ்வக வளையொன்று அதன் நுனியொன்றிற் கிடையாகவும் விறைப்பாகவும் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. வளையின் சுயாதீன நுனியிலே சுமையொன்றைத் தொங்கவிட்டால் அங்குள்ள இறக்கத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. வளையின் நீட்டற பரிமாணங்கள் அரைவாசியாகப்பட்டின், சுயாதீன நுனியில் அதே இறக்கத்தை நிலைநிறுத்தும் பொருட்டுச் சுமையில் தேவைப்படும் மாற்றம் யாது?

[அரைவாசியாகக் வேண்டும.]

8.15. அதனது பாவு முற்றிலும் சீராகப் பரம்பியுள்ள சுமையொன்றைக் காவுகின்ற வளையொன்றினிடத்து கூனற்றகைப்பு 12 தொன். - நிறை. அங்.  $-2$  ஐயும் கோணலானது பாவின் இருநூற்றில் ஒன்றையும் மீறாமல் இருக்கும்பொருட்டு, பாவு வளையினது ஆழத்தின் 24 மடங்கை மீறலாகாது எனக் காட்டுக.

[ $E = 1.2 \times 10^4$  தொன். - நிறை. அங்.  $-2$  எனக் கொள்க.]

8.16. தொடக்கத்தில் நேராய் இருந்த சீரான சட்டமொன்று பெரிய ஆரை  $p$  உடைய ஒரு வட்டவிலக்கக் கூனலுற்றிருக்கும்பொழுது, அதன் எந்தக் குறுக்குவெட்டிலும் கூனற் திருப்பத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. திரவியத்திற்கு யங்வின் மட்டு E ஆகும்.

நீளம் 100 சமீ. உம் குறுக்குவெட்டு 2.0 சமீ.  $\times$  2.0 சமீ. உம் உடைய மரச்சட்டமொன்று கிடையாகவும் சமச்சீராகவும் 60 சமீ. இடைத்தூரத்தில் இருக்கின்ற இரு கத்தியோரங்களால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) சட்டத்தின் நுனியொவ்வொன்றிலுமிருந்து 2.0 கி. திணிவு தொங்கவிடப்பட்டபோது (b) மிக விகாரப்படுத்தியுள்ள இழைகளில் ஒரு சமீ. நீளமொன்றின் நீட்சி  $5.0 \times 10^{-4}$  ஆகும்போது, சட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்றத்தைக் காண்க.  $E = 1.3 \times 10^{11}$  தைன். சமீ.  $^{-2}$  எனக் கொள்க.

[(a) 0.102 சமீ., (b) 0.0563 சமீ.]

8.17. உள்விட்டம் 1.0 சமீ. உம் சுவர்த தடிப்பு 0.30 சமீ. உம் உடைய பெட் குழாயொன்றின் நீளம் 100 சமீ. ஆகும். அதன் நுனிகளில் அது கிடையாகத் தாங்கப்பட்டு அதன் மையத்தில் 15 கி. சுமையொன்றைக் காவுகிறது. உயர்வுத் தொய்யல் 0.415 சமீ. ஆகும். குழாயின் திரவியத்திற்கு யங்ஸின் மட்டின் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

[ $2.71 \times 10^{12}$  தைன். சமீ.  $^{-2}$ ]

8.18. நீளம்  $l$  உடையதும் அதன் சுயாதீன நுனியில் நிறை  $W$  உடைய சுமையொன்றைக் காவுகிறதுமான முனைநெம்பொன்றினிடத்து, நிலையாக்கியுள்ள நுனியிலிருந்து தூரம்  $x$  இலே கோணல்

$$y = \frac{W}{EI} \left( \frac{lx^3}{6} - \frac{x^3}{6} \right)$$

ஆகும் எனக் காட்டுக.  $x=0$ ,  $x=\frac{l}{2}$ ,  $x=l$  என்னும் இடங்களில் வளையின் வளைவு யாது

$$\left[ \frac{Wl}{EI}, \frac{1}{2} \frac{Wl}{EI}, 0 \right]$$

8.19. 12 அடி நீளமுள்ள முனைநெம்பொன்று, அதன் மையமான 6 அடிப்பாகத்தில் அடியொன்றிற்கு 1 தொன என்ற வீதத்திலே சீராகப் பரம்பியுள்ள சுமையொன்றைக் காவுகிறது.  $E = 12 \times 10^8$  தொன்.-நிறை. அங்.  $^{-2}$  உம்,  $I = 800$  அங்.  $^{-4}$  உம் எனின், சுயாதீன நுனியில் சரிவைக் காண்க.

8.20. நீளம்  $L$  உடைய இலேசான முனைநெம்பொன்றின் சுயாதீன நுனியில் நிறை  $W$  ஐத் தொங்கவிட்டதால், நிலையான நுனியிலிருந்து தூரம்  $pL$  ( $p < 1$ ) இலுள்ள புள்ளி  $P$  யில் இறக்கம்  $y$  ஆகுமாறு அது சற்றுக் கூனலுறுகிறது.  $W$  ஆனது  $P$  யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டால் அப்பொழுது சுயாதீன நுனியில் விளையும் இறக்கத்தைக் கணிக்க.

$W$  வுடன் ஒப்பிடக்கூடிய நிறையொன்றை முனைநெம்பு உடையதாய் இருந்தால், கணிப்பில் விளைவு எதேனும் தோற்றுமாயின் அதை ஆராய்க.

(G)

[மாற்றம் இல்லை.]

8.21. “இலேசான” முனைநெம்பொன்றின் குறுக்குவெட்டானது ஆரை  $a$  யுடைய ஒரு வட்டமாகும். நெம்பின் நீளம் 5 அடியும் அது காலும் சுமையின் திணிவு 4000 இரூ. உம் ஆகும். உயர்வு நெட்டாங்குத் தகைப்பு 10,000 இரூ. நிறை. அங்.  $^{-2}$  ஆகும். வளையினது திரவியத்தின் யங்ஸின் மட்டு  $3.0 \times 10^7$  இரூ.-நிறை. அங்.  $^{-2}$  எனின்,  $\pi$  யிற்கும், சுயாதீன முனையில் கோணலுக்கும் பெறுமானங்கள் காண்க.

[3.13 அங்., 0.128 அங்.]

8.22. இலேசான உருளை நெம்பொன்று நீளம் 40 அங். உம் ஆரை 4.0 அங். உம் உடையது. நெம்பினது திரவியத்திற்கு யங்ஸின் மட்டு  $2.0 \times 10^7$  இரூ. நிறை. அங்.  $^{-2}$  என எடுக்கலாம். சுயாதீன நுனியிலுள்ள சுமையின் திணிவு 1.0 தொன் எனின், அந்நுனியிற் கோணலையும் முனைநெம்பின் உயர்வு நெட்டாங்குத் தகைப்பையும் காண்க.

[0.012 அங்., 0.80 தொன். நிறை. அங்.  $^{-2}$ .]

8.23. அதன் நுனியொன்றில் இலேசான செவ்வகச் சட்டமொன்று கிடையாக நிலையாக்கப் பட்டிருக்கிறது; அதன் மற்ற நுனியில் நிறையொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) சட்டத்தின் சுயாதீன நுனியின நிலைக்குத்தான இறக்கம், (b) நிறை, சற்று இறக்கப்பட்டு விடுவித்தபின் நிகழ்கின்ற அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம், என்பவற்றிற்குக் கோவைகள் பெறுக.

8-24. நிறை  $W$  வும் நீளம்  $2l$  உம் உடைய சீரான பலகையொன்று அதன் நுனிகளில் தாங்கப்பட்டு, கிடைத் தளமொன்றிற் கிடக்கிறது. (a) நுனியொன்றிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் நிறை  $2W$  வினாலு, (b) இரு நுனிகளிலுமிருந்து தூரங்கள்  $x$  இல் இரு சம நிறைகள்  $W$  வினாலு அது சமையேற்றப்படுகிறது.

எவ்வாறு ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டிலும் பலகை வழியே கூனற்றிருப்பம் மாறுகின்றது என்பதைக் காட்டுகின்ற வரைபுகளை வரைக. உயரவுப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

8-25 நுனியொன்றில் விறைப்பாக நிலையாகியுள்ள கிடையான வளையொன்று அலகு நீளமொன்றிற்கு நிறை  $w$  உடையது. வசதியான உற்பத்தியொன்றிலிருந்து தூரம்  $x$  இலுள்ள எந்தப் புள்ளியிலும் நிலைக்குத்தான கொய விசை  $S$  உம கூனற்றிருப்பம்  $M$  உம் ஆகும்

$$\frac{dS}{dx} = w, \quad \frac{dM}{dx} = F$$

எனக் காட்டுக.

கூனல் சிறிது எனக் கொள்ளப்படின

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = w$$

எனக் காட்டுக ; இங்கு  $E$  ஆனது திரவியத்தின் யங்வின மட்டும்,  $I$  குறுக்குவெட்டின் இரண்டா வது பரப்புத் திருப்பமும் ஆகும்.

சீரான கம்பமொன்று நிலைக்குத்தாக நிற்கிறது ; அதன்மீது நுனி தரையில் இருக்க, அதன் மேலான நுனியில் நிறை  $W$  இருக்கிறது. வளைவு சிறிதெனக் கருதி கம்பத்தினது அச்சின் சமனபாட்டைத் துணிக.

உருளைக் கம்பமொன்றானது அடுக்கம் 15 தொன். நிறை. அங். -<sup>3</sup> இற்கு உட்பட்டத் தனிவிலலொன்றின் வடிவத்தில் இருத்தற்பொருட்டு அதன் விட்டத்தைக் குறித்து அதன் நீளத்தின் விசுத்தத்தைக் காண்க. யங்வின மட்டின் பெறுமானம்

$$3.0 \times 10^7 \text{ இரு. - நிறை. அங். -}^2.$$

8-26. பாவு  $l$  உடைய ஒரு சீரான வளையானது நுனியொவ்வொன்றிலும் கிடையாக நிலையாகப்பட்டிருக்கிறது. வளையின் நுனிகளிலிருந்து சம தூரங்கள்  $h$  இல்  $W$  எனனும் இரு சம நிறைகள் ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றன. வளையின் நிறையைப் புறக்கணித்து, வளையில் மிக வுயர்ந்த கோணல்  $\frac{Wh^3}{24EI} (3l^2 - 4h^2)$  எனவும், மிகவுயர்ந்த கூனற்றிருப்பம்  $\frac{Wh^3}{l}$  எனவும் நிறுவுக.

8-27. இரு சம பாவுகளைத் தொடுக்கும் பொருட்டுத் திட்டமிட்ட தொடர்ந்த தீராதியானது சீரான குறுக்குவெட்டும் அலகு நீளமொன்றிற்குத் திணிவு  $\gamma$  உம உடையதாகும். பாவுகளின் குறுக்கே தீராந்தி ஏற்றப்படுகிறது ; தீராந்தியின் மையம் நடுவான தூணிற்குச் சற்று மேலே இருந்தபோது முன்னேறும் நுனியானது கீழ்முகமாகத் தொங்கியுள்ளது. இடைத் தூரம் ஒவ்வொன்றினதும் நீளம்  $a$  எனின், சுயாதீன நுனியின் இறக்கம்  $\frac{\gamma g a^3}{4EI}$  ஆகும் எனக் காட்டுக ; இங்கு  $\gamma$  றியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான அந்தத்தங்கள் உடையன.

8-28. அடிப்படையத் தத்துவங்களிலிருந்து, அலகு நீளமொன்றிற்குச் சீரான திணிவு உடையதும், அதன் மையத்தில் கமையேறியுள்ளதும், அதே மட்டத்திலுள்ள கத்தியோரங்கள் மீது அதன் நுனிகள் தாங்கப்பட்டிருக்கின்றதுமான வளையொன்றின் மையத்தின் இறக்கத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

புறக்கணிக்கத்தக்க திணிவுடைய வளையொன்றினிடத்துச் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து நிலைக்குத்தாகச் சற்றுப் பெயர்ந்து விடுவித்தபோது உண்டாகின்ற சிற்றலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.

(S)

8-29. ஓரிட வளைவாரையையும், தொடர்புள்ள மற்றைக் காரணிகளையும் குறித்து வளையொன்றைக் கூனலுறச் செய்வதற்கான இணைகளுக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

இரு முனைநெம்புகள் ஒரே குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு உடையன; ஆனால் ஒன்றின் குறுக்குவெட்டு சதுரவடிவமானது; மற்றதன் குறுக்குவெட்டு வட்டவடிவமானது. இரு முனை நெம்புகளும் ஒரே திரவியத்தாலானவை; சமநிறைகளால் தாக்கப்பட்டபோது அவற்றின் சுயாதீன நுனிகள் சம பெயாசசிகளைக் காட்டின. “வட்ட” முனைநெம்பின் நீளத்தைக் குறித்துச் “சதுர” இணைநெம்பின் நீளத்தின் விஜிதத்தைக் கணிக்க. (8)

8-30. நீளம் 3½ உடைய இலேசான சீரான வளையொன்று இரு நுனிகளில், சுத்தியோரங்க ளின் மீது, சுயாதீனமாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) சுமை W மையமாகப் பிரயோகிக்கப்படு மிடத்து, (b) அச் சுமையானது நுனியொன்றிலிருந்து தூரம் ½ இலுள்ள புள்ளியொன்றிற் பிரயோகிக்கப்படுமிடத்து, சுமை ஆற்றும் புள்ளியில் இறக்கத்தைக் கணிக்க. (8)

8-31. 100 சமீ. நீளமும் 1 சமீ. விட்டமும் உடைய இலேசான, சீரான உருளைக் கோலொன்று 50 சமீ. இடைத்தூரத்தின் உள்ள சுத்தியோரங்க ளின் மீது கிடைத் தளமொன்றிலே சமச்சீராகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. கோலின் மையத்திலிருந்தும் அதன் நுனிகளிலிருந்தும் 1 கி.மீ. திணிவுடைய சமதிணிவுகள் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கின்றன. (a) மையத்திலும் கோலின் நுனிகளிலும் இறக்கங்களையும், (b) கோலிற் சேமித்துள்ள விகாரச் சுத்தியையும் கணிக்க. கோலினது திரவியத்தின் யங்ஸின் மட்டு  $10 \times 10^{10}$  எதன். சமீ. <sup>-2</sup> ஆகும். (8)

8-32. இலேசான, நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவிலிலொன்றின் கீழ் முனையில் இணைக்கப் பட்ட 50 கி. திணிவால் ஆகும் நீட்சியானது 3 சமீ. ஆகும். சுமையேற்றிய வில்லைக் கீழே இழுத்து விரிவித்தபோது நிகழ்கின்ற நிலைக்குத்தான சிற்றலேவுகளின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க. [0-848 செக்.]

8-33. இலேசான நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவிலிலொன்றால் தாங்கப்பட்டிருக்கும் போது 200 கி. நிறையொன்று 40 செகண்டுகளில் 50 முழு அலைவுகள் ஆற்றிற்று. வில்லில், சுமையை 20 கி. கூட்டுவதால் ஆகும் நீட்சியைக் காண்க. கொள்கையைத் தருக. [1-59 சமீ.]

8-34. 25 அடி நீளமுள்ள மெல்லுருக்காலான பொன் தூண் ஒன்று அதன் இரு முனைகளிலும் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதன் வெளிவிட்டம் ¼ அங். ஆகும். காவற் காரணி 6 எனின், தூண் 50 தொன் திணிவுடைய சுமையொன்றைக் காவவேண்டுமாயின், உலோகத்தின் தடிப்பிற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக. [உருகினது யங்ஸின் மட்டு  $3 \cdot 0 \times 10^{17}$  இரா.-நிறை. அங். <sup>-2</sup> எனவும்  $\pi^2 = 10$  எனவும் கொள்க.]

[0-98 அங்.]

8-35. படிநாரால் விட்டம் 0-88 சமீ. உடைய நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவில் வடிவத்தில் விற்றாசொன்று ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. நாரின் விட்டம்  $1 \cdot 65 \times 10^{-3}$  சமீ. உம் தராசின் உணர்திறன்  $0 \cdot 33 \times 10^5$  சமீ. கி. நிறை. <sup>-2</sup> உம் உருகிய படிசுத்தின் விறைப்பு மட்டு  $3 \cdot 0 \times 10^{11}$  எதன். சமீ. <sup>-2</sup> உம் எனின் பயன்படுத்தியுள்ள படிநாரின் நீளம் எவ்வளவு ஆகும்? பரிசோதனைப்படி எவ்வாறு இம்மட்டைத் துணியீர்?

[47-8 சமீ.]

## அதிகாரம் IX

### திரவ, திண்ம, வாயுக்களின் நெருக்கத்தகவு

திரவநிலையில், சுத்தின் நெருக்கத்தகவு பற்றிய முன்னுடைய ஆராய்ச்சி. நீர்நிலையில் பற்றிய ஆரம்ப நூல்களில் திரவங்கள் நெருக்கப்படமுடியாதவை என எப்பொழுதும் கொள்ளப்படுகிறது. நீரானது பூச்சிய நெருக்கத்தகவுடைய திரவமன்று எனனுஞ் செய்தி முதன்முதலாகக் கான்ரன்† (Canton) என்பவராலேயே காட்டப்பட்டது. அதற்குமுன் பேக்கன (Bacon) என்பார் ஈயத்தாலான கோளப் பாத்திரமொன்றை நீரால் நிரப்பி, அதன் மீது வளிமண்டல அழுக்கத்திற்கு மேலான அழுக்கங்களைப் பிரயோகித்தார்; ஆனால் கோளத்தில் பொசிவுகளின் தோற்றம் அல்லது பாத்திரத்தினது சுவர்களின் நுண்ணுளைகளுடே நீரின வெளியேற்றத்தினால் அவரது பரிசோதனைகள் தவறிவிட்டன. கான்ரன், இரசங்கொண்ட கண்ணாடிப் பாத்திரமொன்றைப் பயன்படுத்தினார்; அப் பாத்திரம் வெப்பமானி போன்ற வடிவம் பெற்றிருந்தது; ஆனால் அதன் மயிர்த்துளைக்குழாய் திறந்தே இருந்தது. வரையறுத்த வெப்ப நிலையொன்றில் ஆய்கருவியின் தண்டில் இரசமட்டம் நோக்கப்பட்டது. அடுத்து, பாத்திரத்தைச் சரியாக இரசம் நிரப்பும் வரை பாத்திரம் குடேற்றப்பட்டது; அந்நிலையில் மயிர்த்துளைக் குழாயின் திறந்தமுனை அடைத்தொடப்பட்டது; குளிர்ந்து அதன் தொடக்க வெப்பநிலையை அடையுமாறு ஆய்கருவி விடப்பட்டது. மயிர்த்துளைக் குழாயில், முந்திய மட்டத்தைக் காட்டிலும் உயரவான மட்டமொன்றை இரசம் பின்னர் அடைந்திருப்பது குறிக்கப்பட்டது. அதன் விளக்கத்தையிட்டு:—

(a) இரசமானது புற வளியால் ஏற்கெனவே நெருக்கமுற்றிருந்தது, அல்லது

(b) பாத்திரத்துள், அழுக்கமானது வளிமண்டல அழுக்கத்திற்குக் குறைவாக இருந்தபோது அதன் பருமன் சுருங்கிற்று எனக் கொள்ளலாம்.

அடுத்து, அதே பாத்திரத்தில் நீரை வைத்துப் பரிசோதனை மீண்டுஞ் செய்யப்பட்டது; இரசத்தைக் காட்டிலும் நீரானது கூடுதலான மட்டமாற்றமொன்றைக் காட்டிற்று. எனவே நீரானது நெருக்கத்தக்க ஒரு பொருளாகும் என நிறுவப்பட்டது.

திரவங்களின் நெருக்கப்படுதன்மை என்னும் ஆராய்ச்சித்துறையில் எச்டு† (Oersted) என்பார், 1822 இல் இன்னுமொருபடி முன்னேறினார்;

† கான்ரன், *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1762-4.

‡ எச்டு, *Pogg. Ann.*, 9, 603, 1827.

அவரது ஆய்கருவியின் மாதிரியொன்று படம் 9-01 இற் காட்டப் பட்டிருக்கிறது ; அது அமுக்கமானி என்னும் கருவிக்கு ஓர் எடுத்துக் காட்டு ஆகும். அது மயிர்த்துளைக் குழாய் B யுடன் கூடிய கண்ணாடிப் பாததிரம் A ஐக் கொண்டது. கிண்ணம் C கொண்டிருக்கின்ற இரசத்துள் மயிர்த்துளைக் குழாயின நுனி அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது. கண்ணாடிக் குழாய் D இன் மேல் முனை மூடப்பட்டு, அதன் கீழ் முனையானது அதே கிண்ணத்திலுள்ள இரசத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது. அக்குழாய் வளி கொண்டுள்ளது. T, இரசங்கொண்ட ஒரு கண்ணாடி வெப்பமானியாகும். பித்தளையாலான முனைத்துண்டுகளுடன் கூடிய திடமான கண்ணாடியுருளை G யுள் முழுத்தொகுதியும் வைக்கப்பட்டுள்ளது ; ஏதேனுமொருவகை மெழுகைப் பயன்படுத்தி நுனித்துண்டுகளுக்கும் கண்ணாடிக்குமுள்ள மூட்டுக் கள் நீர் நுளையலியலாத வகையில் ஆக்கப்பட்டுள்ளன. G நீரால் நிரப்பப் பட்டுள்ளது. S திருகமுங்கியாகும் ; அதைப் பயன்படுத்தி ஆய்கருவியுள் அமுக்கத்தை உயர்த்தலாம். குழாய் D யில் வளியின் கனவளவில் நிகழ் கின்ற மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, ஆய்கருவியில் நிகழ்கின்ற அமுக்க மாற்றத்தைக் கணிக்கமுடிகின்றது.

பரிசோதனைக்கான கொள்கை பின்வருமாறு. தண்டிலுள்ள பூச்சியக் குறி 0 வரை A யின் கனவளவு V ஆகுக. தண்டு B யிலுள்ள பிரிப் பொன்றின கனவளவு v ஆகுக. அமுக்கம்  $P_1$  ஆகும்பொழுது B யில் இரச மட்டம் m இல் இருக்கும் எனக் கொள்க ; அமுக்கம்  $P_2$  ஆகும்பொழுது இரசமட்டம் n இல் என்க. அப்பொழுது அமுக்கம்  $(P_2 - P_1)$  எனனும் அளவால் மாறும்பொழுது கனவளவு  $(V + mv)$  உடைய திரவத்தின் கனவளவு  $(m - n)v$  ஆற் குறைவதாகத் தோற்றும். எனவே திரவத்தின் தோற்ற நெருக்கத்தகவா னது

கனவளவில் தோற்றக்குறை

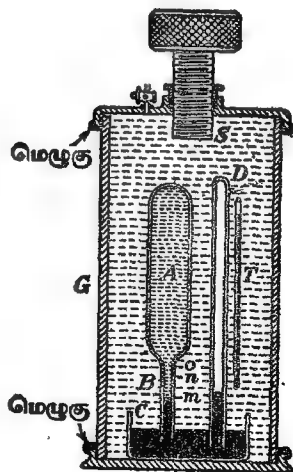
(தொடக்கக் கனவளவு) (அமுக்க மாற்றம்)

$$= \frac{(m - n) v}{(V + mv) (P_2 - P_1)}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இரசம் உட்படப் பல பொதுத் திரவங் களின் நெருக்கத்தகவிற்குத் திருத்த மான பெறுமானங்களை முதன்முதலாகப் பெற்றவர் ரேனோ (Regnault) (1847)

ஆவர். ரேனோ அவர்தம் பேறுகளின் அர்த்தத்தையிட்டு லாமே (Lame)



படம் 9-01. திரவமொன்றின் நெருக்கப்படுதன்மையின் ஆராய்ச் சிக்கு எட்டின் ஆய்கருவி.



தொடர்ந்து செல்லும்பொழுட்டு,  $\xi = Ar + Br^{-1}$  என நாம் கொள்ளல் வேண்டும் ; இங்கு A யும் B யும் சிறு மாறிலிகள் ஆகும். இதனை லக்ஷே 1867 இல் நிறுவினார். எனவே

$$\epsilon_1 = A - Br^{-2} \text{ உம், } \epsilon_2 = A + Br^{-2} \text{ உம் ஆகும்.}$$

$$\therefore p_1 = (\beta + \frac{2}{3}n)(A - Br^{-2}) + (\beta - \frac{2}{3}n)(A + Br^{-2} + \epsilon_3)$$

$$= 2\beta A + \frac{2n}{3}(A - 3Br^{-2}) + (\beta - \frac{2}{3}n)\epsilon_3 \quad . \quad . \quad . \quad (iv)$$

இனி,  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $p_1 = -P$  உம்,  $r=b$  ஆகுமிடத்து  $p_1 = -P_0$  உம் ஆகும் ; திரவியமானது இழுவைநிலையொன்றில் இருக்கும்பொழுது தகைப்பு நேர் எனக் கருதப்படுகிறபடியால் சயக்குறிகள் தோற்றுகின்றன.

$$\therefore -P = 2\beta A + \frac{2n}{3}\left(A - 3\frac{B}{a^2}\right) + (\beta - \frac{2}{3}n)\epsilon_3 \text{ உம் } \dots\dots\dots (v)$$

$$-P_0 = 2\beta A + \frac{2n}{3}\left(A - 3\frac{B}{b^2}\right) + (\beta - \frac{2}{3}n)\epsilon_3 \text{ உமாகும் } \dots\dots (vi)$$

உருளையை ஈர்க்க முயலுகின்ற முழுவிசை  $\pi[a^2P - b^2P_0]$  ஆகும், படம் 9-02(b) யிற் காண்க ; எனவே நெட்டாங்குத் தகைப்பு  $p_3$  எனின்,

$$p_3 = \frac{a^2P - b^2P_0}{b^2 - a^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{ஆனால் } p_3 &= (\beta + \frac{2}{3}n)\epsilon_3 + (\beta - \frac{2}{3}n)(\epsilon_1 + \epsilon_2), \text{ [பக்கம் 352 ஐப் பார்க்க.]} \\ &= (\beta + \frac{2}{3}n)\epsilon_3 + (\beta - \frac{2}{3}n)2A \quad \dots\dots\dots (vii) \end{aligned}$$

சமன்பாடுகள் (v), (vi), (vii) எனபவற்றிலிருந்து

$$B = \frac{1}{2n} \cdot \frac{a^2b^2}{b^2 - a^2} (P - P_0),$$

$$A = \epsilon_3 = \frac{1}{3\beta} \frac{Pa^2 - P_0b^2}{b^2 - a^2}.$$

குழாயானது விகாரமுற்றிருக்கும் பொழுது அதன் உட்கனவளவு

$$\pi[(r + \xi)_{r=a}]^2 l(1 + \epsilon_3) = \pi\left(a + Aa + \frac{B}{a}\right)^2 l(1 + \epsilon_3)$$

ஆகும் ; இங்கு l ஆனது குழாயின் தொடக்க நீளம் ஆகும். தொடக்கத் தில் உட்கனவளவு V என்பதாய் இருந்து, விகாரப்படுமிடத்து அது  $(V + \Delta V)$  ஆனால், A, B,  $\epsilon_3$  எனபவற்றின் முதலாம் வலுவுக்கு மேலானவற்றைப் புறக்கணித்து,

$$\Delta V = \pi a^2 l \left[ \frac{Pa^2 - P_0b^2}{(b^2 - a^2)\beta} + \frac{b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{P - P_0}{\beta} \right].$$

எனப் பெறுவோம்.



அதுபோலவே வெளிக்கனவளவு மாற்றம்

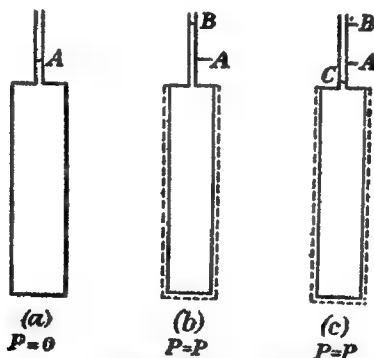
$$\Delta V_0 = \pi b^2 l \left[ \frac{Pa^2 - P_0 b^2}{(b^2 - a^2)\beta} + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{P - P_0}{n} \right].$$

திரவமொன்றின் நெருக்கத்தகவைத் துணிதலுக்கான பரிசோதனை முறைகள்.—தரப்பட்ட திரவமொன்றின் நெருக்கத்தகவைப் பரிசோதனையால் துணியுமிடத்து மேலே பெற்றுள்ள பொதுச் சூத்திரங்கள் இரு தனிப்பட்ட எடுத்துக்காட்டுக்களிற் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

(a) முதலாவதில், உருளைக்கு உள்ளேயும் வெளியேயும் அதே அழுக்கம் இருக்குமாறு அழுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது, அதாவது  $P = P_0$ . அப்பொழுது

$$\Delta V = -\pi a^2 l \cdot \frac{P}{\beta_1} = -\pi a^2 l P \kappa_1;$$

இங்கு கீழ்க்குறி (1) ஆனது அதனால் கீழ்க் குறியிடப்பட்டுள்ள கணியம் உருளைக்குரியது என்பதை உணர்த்துகிறது. உருளையின் உட்கனவளவு அதன் சுவர்களின் தடிப்பைச் சாராத அளவிற்கு மாறுகின்றது என மேற்படி சமன்பாடு காட்டுகிறது. எனவே கொள்பாத்திரத்தின் சுவர்கள் போதியவளவு மெல்லியதாய் இருந்தால், அதே நேரத்தில் உள்ளேயும் வெளியேயும் ஒரே அழுக்கவுயர்வுக்கு ஆளாகின்ற உருளை யொன்றின் உட்கனவளவில் உணரத்தக்க அளவில் மாற்றம் இராது என்னும், இத்துறையில் முன்னர் ஈடுபட்டோரின் கருத்து தவறாகும்.



நெருக்கப்படாத நெருக்கத்தக்க திரவம்

படம் 9-03. திரவமொன்றின் தோற்ற நெருக்கப்படுதல்.

இனி, மேற்படி உருளையானது கனவளவு மட்டு  $\beta$  வும் நெருக்கத் தகவு  $\kappa$  யும் உடைய திரவமொன்றைக் கொண்டிருக்கிறது எனக்கொள்க.

அப்பொழுது, அமுக்கவுயர்வு  $P$  யிற்கு இத்திரவத்துக் கனவளவு  $\pi a^2 l$  ஆளாகும்பொழுது உண்மையான குறைவு  $\pi a^2 l \kappa P$  ஆகும். உருளையுடன் மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றைத் தொடுத்துத் திரவமும் கொள்பாத் திரமும், உள்ளேயும் வெளியேயும் அதே அமுக்கவுயர்வு  $P$  யிற்கு ஆளாகுமிடத்து, எவ்வாறு இவ்வவதானிக்கப்பட்ட மாற்றமும் உருளையின் உட்கனவளவு மாற்றம், திரவத்தின் உண்மையான கனவளவு மாற்றம் என்பவையும் தொடர்பு கொண்டிருக்கின்றன என்பதைக் கருதுதல் வேண்டும்.

படம் 9.03 (a) ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று தொடுக்கப்பட்டதும் நெருக்கமுடியாத திரவமொன்றால் நிரப்பப்பட்டதுமான உருளையொன்றை எடுத்துக் காட்டுக; உள்ளேயும் வெளியேயும் அமுக்கம் பூச்சியம் ஆகும். மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவப்பரப்பின் நிலை  $A$  ஆகுக. அமுக்கமானது எங்கும்  $P$  வரை உயர்த்தப்பட்டால் திரவமானது புள்ளி  $B$  வரை ஏறும், படம் 9.03(b) யைப் பார்க்க. அப்பொழுது

$$\text{கனவளவு } BA = \pi a^2 l P \kappa_1.$$

உருளையானது நெருக்கத்தகவு  $\kappa$  உடைய திரவமொன்றைக் கொண்டிருக்கின்றது என்றும், அமுக்கம் எங்கும் பூச்சியமாய் இருக்கிறபோது அத்திரவம்  $A$  என்னும் குறிவரை உருளையை நிரப்புகிறது என்றும் கொள்க. ஆய்கருவிக்கு உள்ளேயும் வெளியேயும் அமுக்கம்  $P$  ஆகும் போது மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவப்பரப்பு  $C$  யில் இருக்க, படம் 9.03 (c) யைப் பார்க்க. அப்பொழுது

$$\text{கனவளவு } BC = \pi a^2 l P \kappa.$$

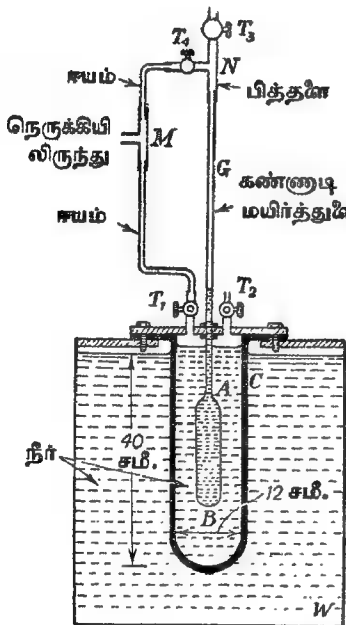
இனி கனவளவு  $AC$  என்பது அவதானிக்கப்பட்ட கனவளவு மாற்றம் ஆகும். எனவே

$$\text{கனவளவு } AC = \text{கனவளவு } BC - \text{கனவளவு } AB = \pi a^2 l P (\kappa - \kappa_1).$$

எனவே இவ்வண்ணம் நடாத்தியுள்ள பரிசோதனையொன்றால்  $(\kappa - \kappa_1)$  என்னும் கணியமே உண்மையில் துணியப்படுகிறது; எனவே திரவத்தின் நெருக்கத்தகவைத் துணியுமுன் திரவவழுக்கமானியினது திரவியத்தின் நெருக்கத்தகவைத் துணிந்தாகவேண்டும்.

(b) இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில், திரவவழுக்கமானியின் உள்ளே மட்டுந்தான் அமுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது. அப்பொழுது திரவத்தின் தோற்றக் கனவளவு மாற்றமானது திரவத்தின் உண்மையான கனவளவு மாற்றம், பாத்திரத்தின் உட்கனவளவு மாற்றம் என்பவற்றின் கூட்டுத் தொகை ஆகும். இம்முறையையே ஜமின் (Jamin) என்பவர் பயன்படுத்தினார்; ஆனால் அதைப் பற்றி இங்கு எடுத்துரைக்கப்பட மாட்டாது.

திரவங்களின் நெருக்கத்தகவு பற்றி றேனோவின் பரிசோதனைகள்.—  
வெவ்வேறான திரவங்களின் நெருக்கத்தகவுகளின் ஆய்வையிட்டு றேனோ  
என்பவர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியானது படம் 9·04 இல் விளக்கப்பட  
முறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அரைக்கோள முனைகளுடைய உருளைக்  
குமிழ் வடிவமான கண்ணாடிப் பாத்திரம் AB யிலே சோதனைக்கான  
திரவம் இருக்கிறது. அளவுகோடிட்ட கண்ணாடி மயிர்த்துளைக் குழாய்  
AG அக்குமிழுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது ; மயிர்த்துளைக் குழாயின்  
பிரிப்பொன்றின் கனவளவு ஆய்கூடதது வெப்பநிலையில் 0·010271 கி.



படம் 9·04. திரவமொன்றின் நெருக்  
கத்தகவை அளத்தலுக்கு றேனோவின்  
ஆய்கருவி.

ருக்கிறது. M உம் அது போன்றதொன்று. T<sub>1</sub> உம் T<sub>2</sub> உம் செப்புப்பாத்  
திரத்தின் மூடியுடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ள குழாயடைப்புக்கள் ஆகும்.  
படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு இவை ஈயக் குழாய்களால் ஆய்கருவியின்  
எஞ்சியிருக்கின்ற பாகத்துடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன ; M ஆனது வளியழுக்கி

இரசத்தின் கனவளவுக்குச் சமன.  
AB யின் நீளம் கிட்டத்தட்ட 23 சமீ.  
உம் அதன் விட்டம் 2·4 சமீ. உம்  
ஆகும் ; அது நீளம் 40 சமீ. உம்  
விட்டம் 12 சமீ. உம் சுவர்த்தடிப்பு  
2 மிமீ. உம் உடைய செப்புப் பாத்  
திரம் C யில் இருக்கிற நீரில்  
அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது. இப்  
பாத்திரம் தட்டையான சட்டையை

உடையது ; அச்சட்டையுடன் மூடி  
யொன்று பற்றரசு பிடிக்கப்பட்டி  
ருக்கிறது. நீர் கொண்டிருக்கின்ற  
பெரிய வெளிப் பாததிரம் W வின  
மூடியால் முழுத்தொகுதியும் தாங்  
கப்படுகிறது. பரிசோதனையொன்றின்  
போது தொகுதியின வெப்பநிலை  
மாறலைக் குறைக்கும்பொருட்டே W  
பெரிதாக்கப்பட்டுள்ளது. திரவவழுக்க  
மானியின மயிர்த்துளைக் குழாயானது  
மெழுகாற் செப்புப்பாத்திரத்தின் மூடி  
யில் நிலையாகக்கப்பட்டுள்ளது ; அதன்  
மேல் முனையானது குழாயடைப்புக்  
கள் T<sub>3</sub>, T<sub>1</sub> எனப்பவற்றுடன கூடிய  
பித்தளையாலான முவ்வளிக் குழாய்  
N இன் புயம் ஒன்றுள் புகுத்தப்பட்டி.

யொன்றுடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. பின்வருகின்ற செய்கைகள் நடத்தப்படுகின்றன ; அவ்வொவ்வொன்றினிடத்தும் திரவவழுக்கமானியின் அளவுகோடிட்ட தண்டிலே திரவத்தின் பரப்பு நிலை நோக்கப்படுகிறது.

(a) குழாயடைப்புக்கள்  $T_1$ ,  $T_4$  என்பவை மூடப்பட்டு  $T_2$ ,  $T_3$  என்பவை திறந்து வைக்கப்படுகின்றன. அப்பொழுது திரவவழுக்கமானியின் உள்ளேயும் வெளியேயும் அழுக்கம் வளிமண்டலத்துக்குரியதாய் இருந்தது ; அது  $p$  என்க.

(b) அடுத்து  $T_2$  மூடப்பட்டு  $T_1$  திறக்கப்படுகிறது ; அப்பொழுது வெளியழுக்கம்  $(P + p)$  இறகு அதிகரிக்க ; ஆனால் உள்ளழுக்கம் இன்னும்  $p$  ஆகும். அளவுகோடிட்ட மயிர்த்துளைக் குழாய்  $AG$  யிலே திரவம் ஏறுகிறது ; இவ்வேற்றத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெறுகின்ற கனவளவு மாற்றமானது வெளியழுக்க மாறலால் திரவவழுக்கமானியின் உட்கனவளவில் ஆகும் மாற்றத்திற்குச் சமமாகும்.

(c)  $T_2$  தொடர்ந்து மூடப்படும்  $T_1$  திறந்தும் இருக்க,  $T_3$  மூடப்பட்டு  $T_4$  திறக்கப்படுகிறது. அப்பொழுது திரவவழுக்கமானிக்கு உள்ளேயும் வெளியேயும் அழுக்கம்  $(P + p)$  ஆகும்.

(d)  $T_1$  மூடப்பட்டு  $T_2$  திறக்கப்படுகிறது. எனவே அழுக்கமானது திரவவழுக்கமானிக்கு வெளியே  $p$  யும், உள்ளே  $(P + p)$  யும் ஆகும். மயிர்த்துளைக் குழாயிலே திரவம் இறங்குகிறது.

(e)  $T_4$  மூடப்பட்டு  $T_3$  திறக்கப்படுகிறது ; எனவே ஆய்கருவி உள்ளேயும் அதற்கு வெளியேயும் அழுக்கமானது வளிமண்டலத்திற்குரியதாகும். எனவே உணரத்தக்க அளவில் ஆய்கருவியின் வெப்பநிலை மாறாது இருந்தால் தண்டில் திரவப் பரப்பு அதேநிலையில் இருத்தல் வேண்டும்.

இனி, எளிமையையிட்டுத் திரவவழுக்கமானியானது உருளை வடிவ முடையது எனக் கொள்ளப்படுகிறது ; எனவே பக்கங்கள் 475-7 இல் தரப்பட்டுள்ள ஆய்வு முடிவுகளை நாம் பயன்படுத்தலாம். [அதனினும் சிக்கலான சூத்திரமொன்றை நேரே பயன்படுத்தினார் ; திரவவழுக்கமானியின் முனைகள் அரைக்கோளங்கள் ஆகும் என்னுஞ் செய்தி அதில் இடம் பெற்றுள்ளது.] உருளையின் உட்கனவளவில், செய்கைகள் (b), (c), (d) என்பவற்றிற்கு ஒத்த தோற்ற அதிகரிப்புகள் முறையே  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  ஆகுக. பொதுச் சமன்பாட்டில்  $p=0$  என எழுதி இக்கனவளவு மாற்றங்களைப் பெறலாம். அப்பொழுது

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \pi a^2 l \left[ -\frac{Pb^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{\beta_1} - \frac{Pb^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{n_1} \right] \\ &= -\frac{\pi a^2 b^2 P}{b^2 - a^2} \left[ \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{n_1} \right].\end{aligned}$$

திரவவழுக்கமானியினது திரவியத்தின் கனவளவு மட்டு  $\beta_1$  ஐக் கணிக்கும்பொருட்டு இப்பேற்றை நேரே பயன்படுத்தினார் ; திரவியம்

இங்கு கண்ணாடி ஆகும். கண்ணாடியின் விறைப்பு மட்டு  $n_1$  ஐக் கணிக்கும் பொருட்டுப் பொய்ச்சோனின் விகிதம்  $\sigma$  ஆனது பெறுமானம் 0.25 உடைய அகில மாறிலி என எடுத்துக் கொண்டு, அப்பெறுமானத்தை

$$(1 + \sigma) = \frac{E_1}{2n_1}, \quad (1 - 2\sigma) = \frac{E_1}{3\beta_1}$$

என்னுள் சூத்திரங்களில் அவர் பயன்படுத்தினார்; இங்கு  $E_1$  ஆனது கண்ணாடியின் யங்ஸின் மட்டு ஆகும். எனவே  $n_1 = 0.6\beta_1$ .  $\sigma$  ஆனது அகில மாறிலியொன்று அன்று என நாம் இப்பொழுது அறிகிறோம்; சோடாக்கண்ணாடியிடத்து அது 0.20 இலிருந்து 0.27 வரை மாறுகிறது; எனவே இவ்விடத்தில் றேனோவின் ஆராய்ச்சி குறைபாடுடையது.

மேலும்

$$\omega_2 = \pi a^2 l P \left[ \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_1} \right];$$

எனவே  $\beta$  வையும் அதிலிருந்து  $\kappa$  யையும் பெறலாம்.

அன்றியும்

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \pi b^2 l P \left[ \frac{a^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{\beta_1} + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{n_1} \right] + \pi a^2 l P \cdot \frac{1}{\beta} \\ &= \frac{\pi a^2 l}{b^2 - a^2} \cdot P \left[ \frac{b^2 - a^2}{\beta} + \frac{a^2}{\beta_1} + \frac{b^2}{n_1} \right]. \end{aligned}$$

$$\therefore \omega_1 + \omega_3 = \pi a^2 l P \cdot \left[ \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_1} \right]$$

$$= \omega_2.$$

தான் ஏற்கெனவே பயன்படுத்திய அறிமுகை ஆய்வின் வலிமையைச் சோதிக்கும் பொருட்டு இத்தொடர்பை றேனோ கையாண்டார். அத்தகைய சோதனையொன்று வேண்டியதாயிற்று; ஏனெனில் கொள்கையின் விரிவாக்கலில் திரவத்தின் கொள்பாத்திரம் சமவியல்புடைய பொருளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது எனவும் அதனது சுவர்கள் சீரான தடிப்பு உடையவை எனவும் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது. நடைமுறையில் மேற்படி நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றுவது மிகக் கடினம் ஆகும்.

றேனோ கோளவடிவக் கொள்பாத்திரங்களையும் பயன்படுத்தினார்; அப்பொழுது வேண்டிய சூத்திரங்கள் எளிதாயின. கொள்பாத்திரங்களுள் ஒன்று செம்பாலானது, மற்றது பித்தளையாலானது; ஒவ்வோர் எடுத்துக் காட்டிலும் பாத்திரத்தின் இரண்டு பாதிகளும் வெள்ளிப்பற்றாசு பிடிக்கப்பட்டிருந்தன. கோளவடிவக் கொள்பாத்திரங்களைத் தேர்ந்தெடுத்தது பெரிதும் பொருத்தமாயிற்று; ஏனெனில் அவற்றினிடத்து லாமேயின் கொள்கையில் நியமிக்கப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றுவது பெருமளவில் எளிதாயிற்று. றேனோ நபாத்தியுள்ள எல்லாப் பரிசோதனைகளிலும் அதே மயிர்த்துளைக் குழாய் பயன்படுத்தப்பட்டது.

நியமத் திரவமொன்றின் நெருக்கத்தகவு திருத்தமாகத் துணியப்பட்டிருக்க ; அந்நியமத் திரவம் இரசம் என்க. அப்பொழுது நியமத் திரவத்தைத் தாக்காத வேறொரு திரவத்தின் நெருக்கத்தகவைத் துணிதலுக்குப் பின்வருகின்ற முறையானது மிகச் சிறந்ததொன்றாகும் ; திரவவழுக்கமானியானது நியமத்திரவத்தால் நிரப்பப்பட்டுக் கருவியின் உள்ளேயும் வெளியேயும் அதே அழுக்க உயர்வைப் பிரயோகித்து, இரசத்தின் தோற்றக் கனவளவு மாறல் துணியப்படுகிறது. அடுத்து, கருவியானது சோதனைக் கான திரவத்தால் நிரப்பப்பட்டு, அக்கருவியின் உள்ளேயும் வெளியேயும் முனைர் பிரயோகித்துள்ள அதே அழுக்கவுயர்வை இப்பொழுதும் பிரயோகித்துத் தோற்றக் கனவளவு மாறல் நோக்கப்படுகிறது. அப்பொழுது,

$\Omega_1 = \text{முதலாவது எடுத்துக்காட்டில் நோக்கியுள்ள கனவளவு மாறல்}$

$$= \pi a^2 l p [\kappa_{Hg} - \kappa_{கண்ணாடி}] \text{ உம்}$$

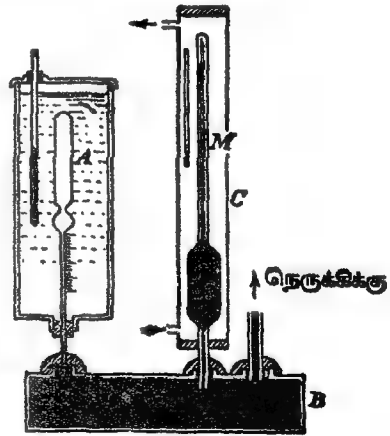
$$\Omega_2 = \pi a^2 l p [\kappa_{திரவ} - \kappa_{கண்ணாடி}] \text{ உம்}$$

ஆகும்.

$$\therefore \Omega_2 - \Omega_1 = \pi a^2 l p [\kappa_{திரவ} - \kappa_{Hg}].$$

அமகாவும் திரவங்களின் நெருக்கத்தகவும்.— பல திரவங்களின்

நெருக்கத்தகவு பற்றித் தாம் நடாத்திய விரிவான ஆராய்ச்சி யொன்றின் அறிக்கையை 1877 இல் அமகாட் (Amagat) வெளியிட்டார். அவரது ஆய்கருவியானது எச்ட்ரூட் என்பவர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் செம்மையாக்கம் ஆகும். சோதனைக்கான திரவம் கண்ணாடியாலான திரவவழுக்கமானி A யில் இருக்கிறது. அது உருளை வடிவக் குமிழ் ஒன்றாலும் அளவுகோடிட்ட மயிர்த்துளைக் குழாய் ஒன்றாலும் ஆனது ; மயிர்த்துளைக் குழாயானது ஒரு துவாரத்தினுடாகச் சென்று இரும்புத்தாழி B யுள் புகுகின்றது, படம் 9·05. திரவவழுக்கமானியானது ஒரு நீர்த்தொட்டியாற் சூழப்பட்டிருக்கிறது ;



படம் 9·05. திரவங்களின் நெருக்கத்தகவுகளின் ஒப்பீட்டிற்குரிய அமகாவின் ஆய்கருவி (1877).

தொட்டிக்குக் கீழேயுள்ள சிறு சவாலையொன்றால் தொட்டியின் வெப்பநிலை

† Ann. Chim. Phys., 11, 520, 1877.

‡ இடைநிலப் பௌதிகவியல் (பாகம் 1), ப. 220.

ஆளப்படுகிறது. தொட்டி முன்னும் பின்னும் கண்ணாடித் தட்டுக்கள் உடைய உலோகத்தாலான ஒரு நீர்தாங்கியாகும். அவ்வழுக்கமானது வளியழுக்கமானி M ஆல் தரப்பட்டுள்ளது; அதைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற கண்ணாடிக் கஞ்சுக்குழாய் C யூடே ஓடுகின்ற தண்ணீரால் அது மாற வெப்பநிலையில் நிலையாக்கப்பட்டுள்ளது. படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு இவ் வழுக்கமானியானது இரும்புத்தாழியுடன் பொருத்தப்பட்டுள்ளது; அதற்கு அதன் கீழ் முனையில் குமிழ் ஒன்று பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது; அழுக்கம் ஒனபது வளிமண்டல அழுக்கமாகவிருக்கும்போது இரசநிரலானது மயிர்த் துளைக் குழாயின் புகும் தறுவாயில் இருக்கும்பொருட்டு அழுக்கமானியின் மேற்பாகத்தின் கனவளவுக்கு ஏற்ப குமிழின் கனவளவு தேர்ந்தெடுக்கப் பட்டுள்ளது; அதாவது உயர்வான அழுக்கங்களிலுங்கூட அழுக்கமானி உணர்ச்சியுள்ளதாய் இருந்தது. கையற்றே (Cailliet) அழுக்கியிலிருந்து அழுக்கம் பெறப்பட்டது. ஆய்கருவியின் வெவ்வேறான பகுதிகளிடையே தேவையான மூட்டுக்கள் மெழுகால் மூடப்பட்டு அம்மெழுகு குளிர்நிலையில் நிலை நிறுவப்பட்டுள்ளது.

இவ்வாய்கருவியைப் பயன்படுத்தி 0° இலிருந்து 50° ச. என்னும் வெப்ப நிலை வீச்சில் எவ்வாறு திரவமொன்றின் நெருக்கத்தகவு மாறுகிறது என்பதை அமகாவால் ஆராயமுடிந்தது. இம்மாதிரியான ஆராய்ச்சி யினிடத்து எவ்வாறு இத்தகைய ஆய்கருவியானது சிறப்பாகப் பயன்படு கின்றது என்பதைக் கீழ்வருகின்ற குறிப்புக்கள் உணர்த்தும்.

றேனோவின் ஆராய்ச்சியைப் பற்றி நன்கு அறிந்திருந்த அமகா திரவவழுக்கமானியினது திரவியத்தின் நெருக்கத்தகவைத் திருத்தமாக அளப்பது கடினம் என உணர்ந்திருந்தார். எனவே நெருக்கத்தகவு தெரிந்த திரவம் ஒன்றைப் பயன்படுத்தி, கண்ணாடியினிடத்து நெருக்கத்தகவைக் கண்டு, அடுத்து வேறொரு திரவத்தின் நெருக்கத்தகவையும் வெப்ப நிலையுடன் அதன் மாறலையும் துணியுமிடத்துக் கண்ணாடியின் நெருக் கத்தகவைப் பயன்படுத்தினார். [வெப்பநிலையுடன் கண்ணாடியினது நெருக்கத்தகவின் மாறலையிட்டுத் திருத்தம் ஏதும் செய்யப்பட்டதாகத் தோற்றவில்லை.] எல்லாப் பரிசோதனைகளிலும் தொடர்ந்த கொதித்தலால் திரவத்திலிருந்து கரைந்த வாயுக்கள் அப்புறப்படுத்தப்பட்டன; வாயு வழுக்கமானி துப்புரவாக்கி உலர்த்தப்பட்டது.

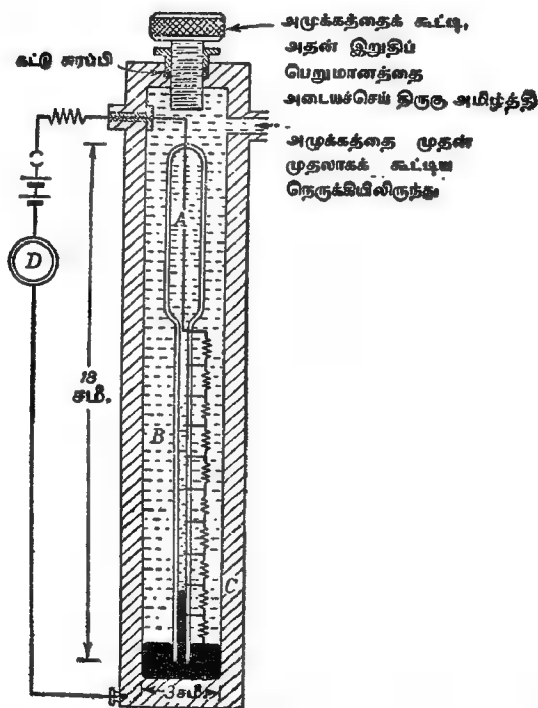
பிற்பட்ட ஆண்டுகளில் அமகா (1882-9) இன்னும் ஆராய்ந்தார்; ஜமினின் முறையையே அவர் பயன்படுத்தினார். ஆனால் ஜமின் போல் அன்று அவர்தம் பேறுகளை அவர் சரியாக விளக்கினார். அமகா தட்டை முனைகளுடைய உலோகத்தாலான உருளைகளையே பயன்

படுத்தினார்; கண்ணாடியாலான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று மெழுகால் தொடுக்கப்பட்டிருந்தது. ஒவ்வொரு பரிசோதனையிலும் அதே திரவியத்தாலான, அதே நீளமும் உள்விட்டமும் உடைய உருளைகள் பயன்படுத்தப்பட்டன. வெளிவிட்டங்கள் வேறுபட்டன. இவ்வாறு லாமேயின் கொள்கை தருகின்ற முதன்மையான முடிவுகள் பலவற்றை அவரால் உறுதிப்படுத்த முடிந்தது; அதே (சமவியல்புடைய) திரவியத்தாலான அதே உள்விட்டமுடைய உருளைகளிடத்து குறிப்பிட்ட வெளியழுக்கவியர்வொன்றொரும உட்கனவளவு மாற்றம் அவ்வுருளைகளின் சுவர்த்தடிப்பைச் சாராது எனனும் முடிவு அவற்றுள் ஒன்றாகும். மேலும் இப்பரிசோதனைகள்  $4^{\circ}$  ச. இலேயே நாடாத்தப்பட்டன என்னுள் செய்தி எமது கவனத்தைக் கவர்சின்றது; ஏனெனில் அழுக்கமானிக்கு வெளியே இருந்த திரவம் நீர் ஆகும்; அதனது அடர்த்தி  $4^{\circ}$  ச. இலே உயர்வாகும்.

திரவங்களின் அழுக்கப்படுதன்மையைத் தொடர்ந்து ஆராய்ந்து அப்பரிசோதனைகளைப் பற்றி அறிக்கையொன்றை 1893 இல் அமகார் வெளியிட்டார்; இப்பரிசோதனைகளில் அழுக்கத்தை 3000 வளிமண்டல அழுக்கம் வரை உயர்த்தினார். அந்நாட்களில் உயர் அழுக்கத்தைத் தாங்கவும் அதே நேரம் இரசப்பரப்பைப் பார்வையிடவும் முற்றிலும் கண்ணாடியாலான ஆய்கருவியொன்று ஆககற்பொறிமுறைக்கு அப்பாறப்பட்டதாய் இருந்தது. எனவே அமகா உருளைக்குமிழ் A யாலும் அதற்குக் கீழேயுள்ள மயிர்த்துளைக் குழாய் B யாலும் ஆன கண்ணாடித் திரவவழுக்கமானியொன்றைப் பயன்படுத்தினார், படம் 9-06. அவை உருக்காலான கொள்பாத்தீரமொன்றுள் தாபிக்கப்பட்டிருந்தன. B யின் முனையானது சிறிது இரசத்தின் பரப்பிற்குக் கீழே அமிழ்த்தப்பட்டிருந்தது; அழுக்கம் கூடியபோது இரசமும் மயிர்த்துளைக் குழாயில் ஏறியது. பரிசோதனையின் எந்தக் கட்டத்திலும் இரசத்தின் நிலையைக் காணும் பொருட்டு மயிர்த்துளைக் குழாயின் உட்சுவரில், இரசத்தில் கரையும் தன்மையுடைய பொருளொன்றைப் பூசினார்; எனவே ஆய்கருவியைக் கூறுகூறுகப் பிரித்தபின்னர் தேவைப்பட்ட செய்தியைப் பெற முடிந்தது. இது சிரமமிக்க செயனமுறையொன்றாகும். இரசத்தின் நிலையைப் பரிசோதனை முடிவடைந்தபின் துணியாது, பரிசோதனையின்போதே துணியும்பொருட்டு மின் தொடுகைகளைப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம் எனத் தைத் (Taite) எனபவர் ஆலோசனை கூறினார். எனவே படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பிளாற்றினைக் கம்பித் தொடரொன்று திரவவழுக்கமானிக்கு அளிக்கப்பட்டது; ஒவ்வொரு சோடிக் கம்பியும் மயிர்த்துளைக் குழாய் B மீது சுற்றப்பட்டதும்



நன்கு காவலிட்டதுமான கம்பிச் சுருளாலான மின்தடையொன்றால் தொடுக்கப்பட்டது. காவலிட்ட பிளாற்றினக் கம்பியொன்று உருக்கா லான கஞ்சகம், குமிழ் A என்பவையூடே சென்று மிகவுயரத்தில் நிலை யாக்கப்பட்ட பிளாற்றினக் கம்பியுடன் தொடுகையிலிருந்தது. B யில் இரசம் ஏறித் தொடுகை ஒவ்வொன்றையும் ஒன்றன்பின் ஒன்றாகக் கடந்து சென்றபோது முதன்மைச் சுற்றில் ஓட்டமும் வரையறுத்த அளவால் மாறிற்று.



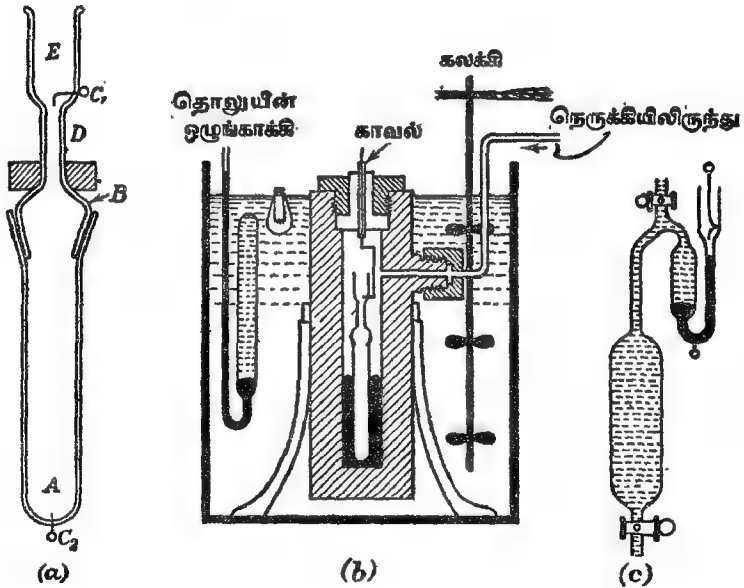
படம் 906. உயர் அழுக்கநிலைகளில் திரவங்களின் நெருக்கத்தகவு ஆராய்ச்சிக்கு அமகாவின் இரண்டாவது ஆய்வு.

ரிச்சேட்ஸ் (Richards), ஸ்டூன் (Stull) ஆகியோரின் ஆராய்ச்சி.— இவ்வாராய்ச்சியாளர்கள் விரிவாக்கிய முறையானது திண்மங்கள், பல திரவங்கள் என்பவற்றின் நெருக்கப்படுதன்மையைத் திருத்தத்துடன்

† Jour. Amer. Chem. Soc., 26, 399, 1904. Carnegie Inst., Washington, Publication, No. 7, 1903; No. 76, 1907.

தருகிறது ; இம்முறையில், திண்மங்கள் ஒழுங்கற்ற துண்டுகளாகவும் இருக்கலாம். அடுத்தடுத்துள்ள அழுக்கங்களில் நெருக்கலின்போது நிகழ் கின்ற கனவளவு நடத்தை ஈடுசெய்யும்பொருட்டு ஆய்கருவியில் இருக்கின்ற இரசத்துடன் சேர்க்கவேண்டிய இரசத்தின் நிறைகளைக் கண்டு சோதனைக்கான பொருளில் நெருக்கற்றகவை நியமத் திரவமொன்றின் நெருக்கற்றகவுடன் ஒப்பிடுதலே இம்முறையின் அடிப்படைத் தத்துவமாகும். வேண்டிய நெருக்கல் ஆக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை உணர்த்தும் பொருட்டு மின் தொடுகைகள் பயன்படுத்தப்பட்டன. பரிசோதனைத் தொடரொன்றை நாத்திப் பல் வழக்கள் விலக்கப்பட்டன.

திண்மங்களுக்குப் படம் 9.07 (a) யிற் காட்டியுள்ள ஆய்கருவி பயன்படுத்தப்பட்டது. அது உருளைக்குமிழ் A யைக் கொண்டது ; அத்துடன்



படம் 9.07. ரிச்சேஸ்ஸலிம் ஸ்ருள்களும் : திரவங்கள் திண்மங்களின் நெருக்கற்றகவைத் துணிதலுக்கான ஆய்கருவி.

விட்டம் 1.5 மிமீ. உடைய மயிர்த்துளைக்குழாய் D யும் சிறு புனல் E யும் அளிக்கப்பட்ட நன்கு தேய்த்த அடைப்பு B யை அதனுள் பொருத்தமுடியும். மயிர்த்துளைக்குழாயின் சிறப்பான விட்டம் 1.5 மிமீ. எனக் கண்டு பிடிக்கப்பட்டது ; விட்டம் அதிலும் பெரிதாயிருந்தால் ஆய்கருவி உணர்ச்சியற்றதாகிவிடும் ; அது சிறிதாயிருந்தால் இரசத்துளிகள் பிளாற்றினக்

கம்பிக்குப் குழாய்ச் சவருக்கும் இடையே ஒப்பப் பார்க்கும்.  $C_1$  உம்  $C_2$  உம் பிளாற்றினத் தொடுகைகள் ஆகும். அதனது நெருக்கற்றகவு தெரிந்துள்ளது எனக் கருதப்படும் இரசத்தாலேயே முழு ஆய்கருவியும் முதன் முதலாக நிரப்பப்படுகிறது ;  $C_1$  உடன் தொடுகை சரி கணக்காக நிகழும் வரை அமுக்கமானது  $P_1$  வரை உயர்த்தப்படுகிறது. இதைச் செய்யும்பொருட்டு திரவ அமுக்கமானியானது கையற்றே (Cailletet) அமுக்கியொன்றின் பீப்பாவுள் வைக்கப்படுகிறது ; கவனமாக அளவுகோடுதிருத்தியுள்ள நீரியல் முகப்புமானியொன்றில் அமுக்கம் நோக்கப்படுகிறது. சொற்ப இரசத்தை நிறுத்து அதை ஆய்கருவியில் இருக்கின்ற இரசத்துடன் சேர்த்து பிளாற்றினக் கூர்  $C_1$  இலிருந்து இரசம் சரி கணக்காகப் பிரியும் வரை அமுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது. நடைமுறையில் இக்கட்டத் திற்குச் சற்றுக் கூடுதலாக அமுக்கத்தை உயர்த்தி, பின்பு தொடுகை  $C_1$  சரி கணக்காக நிறுவப்படும்வரை, அமுக்கம் குறைக்கப்படுகிறது. இவ்வண்ணம் அவ்விரு உலோகங்களின் ஒட்டறப்பண்பால் ஆகின்ற தொல்லை தவிர்க்கப்படுகிறது ; மேலும்  $C_1$  இல் மின பொறிகளின் விளைவுகளைக் குறைக்குமுகமாக இரசப் பரப்பானது தூய நீரால் மூடப்பட்டிருக்கிறது. ஆய்கருவியில் பெறக்கூடிய மிகுவுயர்ந்த அமுக்கத்தை அடையும்வரை இச்செயன்முறையானது தொடர்ந்து செய்யப்படுகிறது.

(a) ஆய்கருவியானது இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறபோதும்,

(b) திண்மத்தை உள்ளே புகுத்தி அதற்கு மேலே உள்ள இடம் இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டிருக்கின்றபோதும், நோக்கல்கள் எடுக்கப்படுகின்றன.

திண்மத்தை வசதியாகப் புகுத்துவதற்காக ஆய்கருவியானது ஒன்றோடொன்று பொருந்துகின்ற இரு கூறுகளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்விரு கூறுகளுக்கிடையேயுள்ள தேய்ந்த மூட்டிலேயே பாரதூரமான தொல்லை நேர்கிறது. இரசத்தின பொசிலே இததொல்லையின காரணமாகும் ; இதன் விளைவாக அமுக்கம் கூடும்பொழுது அக்கூடுதலுக்கு ஒத்தவாறு நெருக்கற்றகவும் கூடிற்று ; கிடைக்கப்பெற்ற பேறுகள் முரணப்பட்டன. கீழ்வரும் செயன்முறையால் இததொல்லையை நீக்கமுடிந்தது ; பரப்புக்களை ஒரு சிறுதுளி திரவத்தால் (நீரால்) நீணைத்து, அவ்விடத்தில் இருக்கின்ற வளியை அப்புறப்படுத்தி இரசம் உட்புகுதலைத் தடைசெய்து இப்பிரச்சினை தீர்க்கப்பட்டது. மாறா அளவுடைய மசுகுத்திரவத்தின் நெருக்கற்றக வால் ஆகின்ற மாறல்கள் நுண்ணளவாய் இருக்கிறபடியால் அவற்றால் உணரத்தக்க வகையில் விளைவுகள் தோன்றமாட்டா. றப்பர்த் தாங்கி யொன்றுமீது செல்லுகின்ற தடிப்பான கயிற்றுத் துண்டொன்றால் அடைப்பு அதனது தானத்தில் உறுதியாக நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது.

நெருக்கத்தால் ஆகின்ற வெப்பத்தைச் செலுத்தி அப்புறப்படுத்தவும், கீழ்ப் பிளாற்றினக் கம்பியுடன் தொடுகை வைத்திருக்கவும், திரவ வமுக்கமானியின் கீழ்ப்புற மூன்றில் இரண்டைச் சுற்றி இரசம் வார்த்து

பட்டிருக்கிறது ; திரவவழுக்கமானியானது வெப்பநிலை மாறல்கள்  $0.01^{\circ}\text{C}$ , ஐ மீறாத வெப்பநிலைநிறுத்தியொன்றுள் வைக்கப்பட்ட இரும்புப் பாத்திரமொன்றுள் இருக்கிறது. முழு ஒழுங்கு முறையும் படம் 9.07(b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

இரசத்தைத் தாக்காத திரவங்களுக்குத் திரவ அழுக்கமானியின் வடிவம் படம் 9.07 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருந்தது. சோதனைத் திரவத்தை இலேசாகப் புகுத்துவதற்காகவே அங்கு காட்டியுள்ள இரு குழாய்ப்புக்களும் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன ; ஆனால் உண்மையில் அவை அவசியமில்லை ; ஏனெனில் மாறிமாறி வெப்பமாக்கியும் குளிர்ச்செய்தும் திரவ அழுக்கமானியை நிரப்பிக் கொள்ளலாம்.

கடைசியாகக் கூறியுள்ள திரவ அழுக்கமானி வகையைச் சற்று மாற்றி அமைத்து ரிச்சேட்ஸ்-ம் ஸ்ருள்ளும் காரவுலோகங்கள் காரமண் உலோகங்கள் என்பவற்றின் நெருக்கற்றகவையும் ஆராய்ந்தனர். நோக்கல்கள் பின்வருமாறு எடுக்கப்பட்டன.

(a) திரவவழுக்கமானி இரசத்தால் நிரம்பியிருக்கும்போது,

(b) வளைவில் இரசம், வேறெங்கும் எண்ணெய் (மண்ணெயிலிருந்து பகுதிப்படக் காய்ச்சிவடித்த பரபின்) இருக்கும்போது,

(c) வளைவில் இரசம், பாத்திரத்தில் திண்மம், கிடைக்கக்கூடிய மற்ற எல்லா இடங்களிலும் எண்ணெய் இருக்கும்போது.

திண்மங்களுக்கு மேற்படி திரவவழுக்கமானியின் கொள்கை.—திண்மம் இல்லாதபோது ஆய்கருவியைத் தொடுகை  $C_1$  வரை நிரப்புவதற்கு வேண்டிய இரசத்தின் திணிவு  $m_1$  ஆகுக ; அப்பொழுது அழுக்கம்  $P_1$  ஆகுக ; வெப்பநிலை தெரிந்தும் மாறாதும் இருக்கின்றது. இனி அவ்வெப்பநிலையிலும் அழுக்கத்திலும் இரசத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  எனின் அவ்விரசத்தின் கனவளவு  $\frac{m_1}{\rho}$  ஆகும். பரிசோதனையின்போதுள்ள வெப்பநிலையிலும் அழுக்கம்  $P_1$  இலும் அடர்த்தி  $D$  கொண்ட திரவியத்தாலான திண்மமொன்றின் திணிவு  $\mu$  ஆகுக ; ஆய்கருவியை அதே சங்கற்பக் குறிவரை நிரப்புவதற்காகும் இரசத்தின் திணிவு  $M_1$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$\frac{m_1}{\rho} = \frac{M_1}{\rho} + \frac{\mu}{D}.$$

அழுக்கமானது  $P_2$  இற்கு உயர்த்தப்பட்டபோது, திண்மம் இல்லாதவிடத்து திரவ அழுக்கமானியை  $C_1$  வரை நிரப்புவதற்காகும் இரசத்தின் திணிவு  $m_2$  ஆகுக ; திண்மம் இருக்கும்போது அதற்கு ஒத்த திணிவு  $M_2$  ஆகுக. அப்பொழுது இரசம், திண்மம் ஆகியவற்றின் அடர்த்திகள் முறையே

$\delta\rho$ ,  $\delta D$  அளவால் கூடியிருக்கின்றபடியால்

$$\frac{M_2}{\rho + \delta\rho} = \frac{M_2}{(\rho + \delta\rho)} + \frac{\mu}{(D + \delta D)}.$$

திண்மத்தினது திரவியத்தின் நெருக்கற்றகவு  $\kappa$  ஆகுக. அப்பொழுது வரைவிலக்கணப்படி

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{D}{\mu} \left[ \frac{\frac{\mu}{D} - \frac{\mu}{D + \delta D}}{\frac{P_2 - P_1}{\rho}} \right] \\ &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{m_1 - M_1}{\rho} - \frac{m_2 - M_2}{\rho + \delta\rho} \right] \\ &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{m_1 - M_1}{\rho} - \frac{m_2 - M_2}{\rho \left(1 + \frac{\delta\rho}{\rho}\right)} \right]. \end{aligned}$$

$\kappa_m$  என்பது இரசத்தின் (தெரிந்த) நெருக்கற்றகவு ஆகுக. அப்பொழுது

$$\kappa_m = -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial p} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p}.$$

$$\therefore \kappa_m(P_2 - P_1) = \frac{\delta\rho}{\rho}.$$

இது  $\square$  சிறிதெனில்  $(1 + a)^{-1} = 1 - a$  ஆதலின்,

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{m_1 - M_1}{\rho} - \frac{(m_2 - M_2)}{\rho \{1 + \kappa_m(P_2 - P_1)\}} \right] \\ &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{m_1 - M_1}{\rho} - \frac{m_2 - M_2}{\rho} \{1 - \kappa_m(P_2 - P_1)\} \right], \end{aligned}$$

$$m_1 - M_1 = \frac{\mu\rho}{D}$$

உம்

$$m_2 - M_2 = \mu \cdot \frac{\rho + \delta\rho}{D + \delta D} = \mu \cdot \frac{\rho}{D} \left[ 1 + \frac{\delta\rho}{\rho} - \frac{\delta D}{D} \right] \quad \text{உம் ஆதலின்,}$$

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{(M_2 - M_1) - (m_2 - m_1)}{\rho} \right] + \frac{D}{\mu} \cdot \kappa_m \cdot \frac{m_2 - M_2}{\rho} \\ &= \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} \left[ \frac{(M_2 - M_1) - (m_2 - m_1)}{\rho} \right] \\ &\quad + \frac{D}{\mu} \cdot \kappa_m \left( \frac{m_1 - M_1}{\rho} \right) \left( 1 + \frac{\delta\rho}{\rho} - \frac{\delta D}{D} \right). \end{aligned}$$

இனி 1 உடன் ஒப்பிட்டுப்பார்க்கில்  $\frac{\delta\rho}{\rho}$  உம்  $\frac{\delta D}{D}$  யும் புறக்கணிக்கத்தக்கன.

எனவே

$$\kappa = \frac{(M_2 - M_1) - (m_2 - m_1)}{\rho} \cdot \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} + \kappa_m$$

எனப் பெறுகிறோம் ; இங்கு  $(M_2 - M_1)$  உம்  $(m_2 - m_1)$  உம் இந்த இரண்டு எடுத்துக்காட்டுக்களிலும், அதாவது திண்மவழுக்கமானியின் திண்மம் இருந்தபோதிலும் அது அங்கு இல்லாதபோதிலும், சேர்த்துள்ள இரசத்தின் திணிவுகள் ஆகும் ; இத்திணிவுகள் நேராகத் துணியப்பட்டுள்ளன. அவை முறையே  $\mu_2$  உம்  $\mu_1$  உம் என்க ; அப்பொழுது,

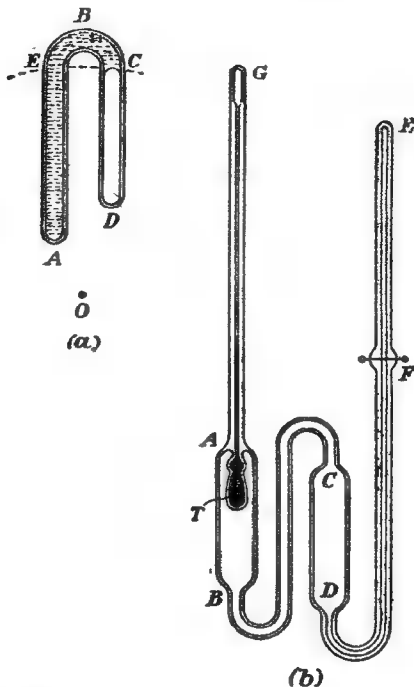
$$\kappa = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\rho} \cdot \frac{D}{\mu(P_2 - P_1)} + \kappa_m$$

**திரவங்களைப் பொறிமுறைப்படி ஈர்த்தல்.**—கவனமாய்ச் செய்தால் பாரமானியுரத்தின் பனமடங்கு நீளமுடைய இரச நிரலொன்றை அதனது ஒட்டற்பண்பால் அது கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற குழாயின் முனையிலிருந்து தொங்கவிடலாம் ; இதற்கு மூன்று முறைகள் உள.

(a) முதலாவது தலைகீழ் பாரமானி முறையாகும். பாரமானியுரமட்டத் திற்கு மேலேயுள்ள இரசமானது இழுவைநிலையில் இருக்கின்றது. இவ்விழுவையானது உயரத்துடன் கூடுகிறது ; அதன் விளைவு எல்லாத் திசைகளிலும் குழாய்ச்சுவர் முகமாகச் செலுத்தப்படுகிறது. குழாயின் மேற்பாகமானது அதனது குறுக்குவெட்டு நீள்வளைய வடிவம் உடையதாய் மெல்லிய கண்ணாடியால் ஆக்கப்பட்டிருந்தால் உள்நோக்கியுள்ள இழுப்பினால் ஆகும் இளகுதலை எளிதில் நோக்கலாம்.

(b) இரண்டாவது ஒஸ்பேன் நெனல்ஸ் (Osborne Reynolds) என்பவர் திட்டமிட்ட மையநீக்க முறையாகும் ; இம்முறையில் இரு முனைகளும் மூப்பட்ட கண்ணாடி U குழாய் ABCD யின் பாகம் ABC யில் வளியில்லாத திரவமுள்ளது ; பாகம் CD யில் திரவத்தின் நிரம்பிய ஆவி மட்டும் இருக்கின்றது. இக்குழாயானது தக்க பலகையொன்றுடன் நிறுவப்பட்டு முனை A யிலிருந்து செல்லுகின்ற அச்சொன்று பற்றிச் சுழற்றப்படுகிறது. CE எனபது மையம் O யும், ஆரை OC யும் உடைய வட்டத்தின் வில் ஆகுக. சுழலும்போது A யிற்கும் E யிற்கும் இடையேயுள்ள திரவமானது இழுவை நிலையில் இருக்கின்றது ; [திரவத்தின் நிரம்பலாவியழுக்கம் புறக்கணிக்கப்பட்டால்] அவ்விழுவை E யிலுள்ள பூச்சியப் பெறுமானத்திலிருந்து கூடி A யில் உயர்பெறுமானத்தை அடைகிறது. இவ்வண்ணம் நெனல்ஸ் நீர்மீது 5 வளிமண்டலம் அதாவது 72.5 இரு. நிறை. அங். <sup>-2</sup> பெறுமானமுடைய இழுவைத் தகைப் பொன்றைப் பிரயோகித்தார். வேதிங்ரன் (Worthington) என்பார் அதுபோன்ற ஆய்கருவியொன்றைப் பயன்படுத்தி அற்ககோலிற்கு 7.9 வளிமண்டலத்தையும் செறிந்த சல்பூரிக்கமிலத்திற்கு 11.8 வளிமண்டலத்தையும் அடைந்தார்.

(c) மூன்றாவது குளிரல் முறையாகும். அது பேதலோர் (Berthelot) என்பவரால் திட்டமிடப்பட்டது. இப்பரிசோதனைகளில் நீடித்த கொதித்த லால் வளி அப்புறப்படுத்தப்பட்ட (நீர், அற்ககோல், ஈதர் போன்ற) திரவமானது தடித்த சுவருடைய கண்ணாடிக் குழாயொன்றைக் கிட்டத்தட்ட நிரப்புகிறது. எஞ்சியுள்ள சிறு இடத்தை அதன நிரம்பிய ஆவி நிரப்பு



படம் 9-08. (a) திரவமொன்றின் இழுவை வளிமை (ஒஸ்பேன் றெனஸ்ஸ்).

(b) வேதிக்கரனின் தொனிமானி.

கிறது. சற்று வெப்பமாக்கப்பட்டதும், நீர் விரிவுற்று முழுக்குழாயையும் நிரப்புகிறது; குளிர்ச்சி அடையும்போதும் அது விரிவுற்ற நிலையிலேயே முழுக்குழாயையும் இன்னும் நிரப்புகிறது; ஈற்றில் உரத்த உலோகச் சத்தத்துடன் பற்று அறுக்கப்படுகிறது; அந்நேரம் ஆவிக் குமிழி மீண்டும் தோற்றுகிறது. குமிழியின் நீளத்திலிருந்து விரி (கனவளவு விகாரம்) கணிக்கப்படுகிறது.

†Ann. de Chim., 30, 232, 1850.

முறைகள் (a) யும் (b) யும் இழுவைத் தகைப்பின் அளவையும், ஆனால் முறை (c) ஆனது விகாரததையும் தருகின்றன. அதேநேரம் தகைப்பையும் விகாரததையும் அளப்பதற்குரிய ஆய்கருவியொன்றை வேதிங்ரன் ஏற்படுத்திப் பயன்படுத்தினார். திரவமானது பலமான கண்ணாடிப் பாத்திரமொன்றில் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது; சாதாரண வெப்பநிலைகளில் அப்பாத்திரமானது திரவததால் கிட்டத்தட்ட நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது. திரவத்தினை நிரம்பிய ஆவி மீதியை நிரப்புகிறது. பாத்திரத்தை உருக்கி அடைக்குமுன் நீடித்தத கொதித்தலால் கூடியமட்டில் கரைந்த வளியைச் சிறப்பாக தொடக்கத்தில் திரவத்திற்கும் பாத்திரத்தின் சுவர்களுக்கு மிடையில் பதிந்திருக்கின்ற வளிப்படலத்தை அபுறப்படுத்துதல் வேண்டும். திரவம் விரிவடைந்து குழாயை முற்றிலும் நிரப்புமாறு பாத்திரத்தின் ஒருபாகம், அதன் உள்ளுறை எனபவற்றின் வெப்பநிலை உயர்த்தப்படுகின்றது. விரிவடைந்த திரவத்தின் அழுக்கமானது பாத்திரத்தை வெடிக் கச்செய்யும் அளவிற்கு உயருமுன் அப்பாத்திரம் பனிக்கட்டிக் குளிர்நிலை நீரில் குளிர்மாறு வைக்கப்படுகிறது. அப்பொழுது சுருங்கமுடியாமல் ஈர்க்கப்பட்டுச் சுவர்களை இழுத்தவண்ணம் கிடக்குமாறு திரவம் பாத்திரத்தின் சவாகளுடன் உறுதியாக ஒடியிருக்கிறது; ஈறில் அது குளிர்ந்து கொணடே போகும்பொழுது, இழுவைத் தகைப்பானது போதிய அளவு வளர்ச்சி அடைந்ததும் திரவத்திற்கும் சவருக்குமிடையேயுள்ள பற்று அறுபடுகிறது; அதேநேரம் பலத்த உலோகச் சத்தம் ஒன்று உண்டாகின்றது; அப்பொழுது திரவத்தினை கனவளவானது அதன் சராசரி வெப்பநிலைக்கும் அதன் நிரம்பிய ஆவியின் அழுக்கத்துக்கும் பொருத்தமாய் இருக்கும். திரவத்தினை பிணைவு அன்று, ஆனால் கண்ணாடிக்கும் திரவத்திற்கும் இடையேயுள்ள ஒட்டற்பண்பே முதன்முதலாக வெல்லப்படுகிறது என வேதிங்ரன் கருதியுள்ளார்.

திரவத்திலுள்ள இழுவைத் தகைப்பை அளத்தற்பொருட்டு இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டதும் அளவுகோடிட்ட தண்டு AG யுடன் கூடியதுமான நீள் வளையவருக குமிழ் T ஆனது குமிழ் AB யுள் உருக்கி இணைக்கப்படுகிறது, படம் 9.08 (b). நீரியலழுத்தியொன்றால் 60 வளிமண்டலம் வரை குமிழ்மீது அழுக்கங்கள் பிரயோகிக்கப்படுகின்றன; ஒவ்வோர் அழுக்கத்துக்கும் தண்டில் அதற்கு ஒத்த இரசவேற்றம் குறிக்கப்படுகிறது. இவ்வேற்றமானது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற அழுக்கத்திற்கு நேர்விகிதசமம் எனத் தெரியவருகிறது. குமிழின் கோளவடிவக் குறைவே இவ்வேற்றத்திற்குக் காரணம்.

ஆனாலும் அதைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற திரவமானது இழுவை நிலையில் இருக்கும்பொழுது அது குமிழின் சுவர்களை இழுத்து குழியின் கோள வடிவத்தைக் கூடச்செய்து அதன் கொள்ளளவைப் பெரிதாக்குகிறது.



தரப்பட்ட இழுவையொன்றால் ஆகின்ற கனவளவு விரிவும் அதே அளவு அழுக்கத்தால் ஆகின்ற கனவளவுச் சுருங்கலும் சமன் எனக் கொள்ளப் படுகிறது.

விகாரத்தை அளக்கும் பொருட்டுக் குழாயின் சுவர்மீதுள்ள அதனது பற்றை விட்டு அதனது ஈர்க்கப்படாத கனவளவைப் பின்விரைந்து அடையவும் திரவம் தூண்டப்படுகிறது; ஆவியால் நிரப்பப்பட்ட கனவளவு அளக்கப்படுகிறது. இதன்பொருட்டு CD யுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிற நேர்க்குழாயில் F என்னும் இடத்தில் நுண்பிளாற்றினக் கம்பியொன்று குறுக்காக நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. அது திரவம் இழுவைநிலையில் இருக்கும்பொழுது திடீரெனச் செஞ்சூடாக்கப்படுகிறது. கம்பியை இழுத்துக் கொண்டிருந்த உடனடியான திரவமானது உடனே விடுபடுகிறது; அப் பொழுது அதன் மேல்முனை கம்பியிலும் அதற்குக் கீழே விரிந்தும் இருக்கின்ற ஆவிக்குமிழியால் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற குழாய் நீளம் அளக்கப்படுகிறது. குழாய்க்குப் பின்னாலே தளவாடியொன்றை வைத்து பரவயன்மை வழக்கள் தவிர்க்கப்படுகின்றன. இவ்வண்ணம் கிடைக்கின்ற விரியானது தோற்ற விரியொன்று மட்டுமே. அதிலிருந்து கொள்பாத் திரத்தில் உள்ளிழுப்பால் ஆகின்ற கனவளவுக் குறைவைக் கழித்தல் வேண்டும். பாத்திரத்தின் இளகுதலை நேராகத் துணியும் பொருட்டு, கொதித்தலாற் சோதிகப்படுகின்ற திரவத்தை அப்புறப்படுத்தி அதற்குப் பதிலாக இரசம் புகுத்தப்படுகிறது. அறக்கோலின் நெருக்கற்றகவைக் காட்டிலும் இரசத்தின் நெருக்கற்றகவு ஐம்பது மடங்கு சிறிது. இரசமீது அழுக்கத்தைப் பிரயோகித்து, CD யில் அதன் பினைவாங்குகை குறிக் கப்படுகிறது. இரசம் அழுக்க முடியாத பொருளொன்றாயின் இப்பின் வாங்குகை கண்ணாடியின் இளகுதலாலேயே உண்டாகின்றது; 10 வளி மண்டலம் அல்லது 1033 கி.-நிறை. சமீ.<sup>-2</sup> அழுக்கத்தின பிரயோகத் தால் கிடைக்கப்பெற்ற பின்வாங்குகை 7.2 பிரிப்புகள் ஆகும். இரசத்தின் முடிவுள்ள நெருக்கற்றகவுக்கான திருத்தமொன்றைப் பிரயோகித்தபோது மேற்படி எண் 6.6 ஆயிற்று.

தொனிமானி எனப்படும் இவ்வாய்கருவியை நிரப்புதல், கடைசி வளிச் சுவடுகளை அப்புறப்படுத்துதல் ஆகியவை பற்றிய அதிகப்படியான விவரங் களை ஆராய்ச்சி வெளியீட்டில் காண்க.

இவ்வாறு வேதிந்ரன் அறக்கோல்மீது 17 வளிமண்டல இழுவைத் தகைப்பொன்றைப் பிரயோகித்தார்; அதற்கு ஒத்த தோற்ற விகாரம்  $25 \times 10^{-4}$  ஆகும். அறக்கோலின் தனி விகாரம் கிட்டத்தட்ட  $22 \times 10^{-4}$  ஆகும்.

தரப்பட்ட வெப்பநிலையொன்றில், மாறுத் திணிவுடைய வாயுவொன்றின் அழுக்கத்திற்கும் அதன் கனவளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பு.— ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் ஒரு மாறுத் திணிவுடைய வளியின் அழுக்கத் திற்கும் அதன் கனவளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பானது, கனம்.

ரேபேட் போயில்† என்பவரால், 1662 இல் வெளியிடப்பட்ட அவர்தம் நூலொன்றில், முதன்முதல் தரப்பட்டது. இந்நூலின் பிரதியொன்று அவரால் வேத்தியற சபைக்கு வழங்கப்பட்டது; ஆனால், புகழ்பெற்ற இப்பரிசோதனை பற்றிய செய்தி ஏதேனும் அவ்வகையால் வெளியிடப் படவேயில்லை. அவ்வாராய்ச்சி நூலின் ப. 58 இல் அப்பரிசோதனையைப் பற்றிக் கீழ்வருமாறு விவரிக்கப்பட்டிருக்கிறது:

“நீண்ட கண்ணாடிக் குழாய் ஒன்றை எடுத்து விளக்கொன்றைப் பயன் படுத்திக் கைத்திறமையால் அதன் அடியில் வளைத்துள்ளோம்; வளைத் தெடுத்த பாகமானது குழாயின் எஞ்சிய பாகத்திற்குச் சமாதரமாக அமைந் திருக்குமாறு வளைக்கப்பட்டுள்ளது; முழு ஆய்கருவியையும் நீறிக்கி என் போம். இந்நீறிக்கியின் குறுகிய காலின் துவாரமானது காற்றுப் புகாமல் அடைக்கப்பட்டுள்ளது; அதன் நீளம் அங்குலங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. [அவற்றுள் ஒவ்வொன்றும் எட்டு உப்பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது]. இப்பிரிப்பின்பொருட்டு குழாய் வழியே மேற்படி பிரிப்புகள் கொண்ட நேரான கடதாசி நிரலொன்று ஒடப்பட்டிருந்தது; அடுத்து ஒரு காலில் கோடிட்ட கடதாசித்துண்டின் கீழ்முனைவரை, மற்றைக்காலில் அதே உயரம் அல்லது கிடைக்கோடுவரை இருக்குமாறு போதிய இரசம் வளைவை அதாவது நீறிக்கியின் வளைந்த பாகத்தை நிரப்பும் வண்ணம் விடப்பட்டது. இரசத் தின் ஓரவழியாக ஒரு காலிலிருந்து மற்றைக் காலுள் தடையின்றி வளி சென்று குறுகிய காலில் இறுதியில் இருக்கின்ற வளியும் அதைச் சுற்றியி ருக்கிற வளியும் அதே தளர்ச்சியை அடையுமாறு (கவனமாக) குழாய் அடிக்கடி சாய்க்கப்பட்டது. பின்னர் நீறிக்கியின் நீண்டகாலுள் இரசம் வார்க்கப்பட்டது; அதன் நிறையானது குறுகிய காலிலுள்ள இரசத்தை அழுத்தி அங்கு அடைக்கப்பட்டிருந்த வளியைப் பலப்படுத்திற்று. குறுகிய காலிலிருந்த வளியானது அது தொடக்கத்தில் கொண்டிருந்த இடஞ் சுருங்கி அரைவாசியாக்கப்படும்வரை இரசம் தொடர்ந்து வார்க்கப்பட்டது [நிரப்பியிருக்கவில்லை, கொண்டிருந்தது என்றே நான் கூறுகிறேன்]; அங்குலங்களிலும் அதன் பின்னங்களிலும் கோடிடப்பட்டு ஒட்டியிருந்த நீண்ட கால் நோக்கப்பட்டது; அங்கிருந்த இரசமானது உயரத்தில் மற்றதைக் காட்டிலும் 29 அங். கூடுதலாக இருப்பதை மகிழ்வுடனும் திருப்தியுடனும் குறித்துக் கொண்டோம்.

அமுக்கத்தை உயர்த்தி வளியின் கனவளவிற்கு நோக்கல் தொட ரொன்றையும் போயில் பெற்றார்.

† வளியின் விற்பண்பு பற்றிய புதுப் பெளதிக பொறியியற் பரிசோதனைகள், 1662, இவ்வாராய்ச்சி நூலின் இரண்டாவது பகுதியில் “புதுப் பெளதிக பொறியியற் பரிசோதனை கள்” என்னும் அவர்தம் நூலில் வளியின் விற்பண்பு அதன் நிறை என்பவை பற்றிய கோட்பாட்டின் சார்பாகத் திரு. R. போயில் என்பவரால் பிரேரிகப்பட்ட ஆதரவு† அடங்கியிருக் கின்றது. இங்கேதான் மேற்படி கூற்றானது தோற்றுகிறது.

விரிவடைந்த வளியின் பலன் குறைந்த விசை என்னும் வேறொரு பரிசோதனைத் தொடரில், மெல்லிய கண்ணாடிக் குழாயொன்று இரசத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டது; அதன் மேலான முனை முத்திரையிடுமெழுகால் அடைக்கப்பட்டிருந்தது. குழாயில் அதன் ஓர் அங்குல நீளத்தை நிரப்புவதற்கான வளி இருந்தது. அதன் தொடக்கக் கனவளவின்  $\frac{1}{2}$  மடங்குக்கு அவ்வளி விரிவடையும் வரை குழாயானது படிப்படியாக உயர்த்தப்பட்டது; அதன்போது இரசத்தின் நிலை 19 முறை நோக்கப்பட்டது.

போயிலின் அட்டவணைகள் இரண்டும் ப. 497 இல் தரப்பட்டுள்ளன.

குழாயில் வளியாற் கொள்ளப்பட்ட நீளத்தைப் படிப்படியாகக் குறைத்து 25 முறை அழுக்கம் நோக்கப்பட்டது. “அழுக்கங்களும் கனவளவுகளும் நேர்மாறு விகிதசமமாக அமைந்திருத்தல் வேண்டும் என்னும் கருதுகோள் தரும் அழுக்கங்களுடன்” மேற்படி அழுக்கங்கள் பெரிதும் பொருந்தியிருந்தன.

1679 இல் இ. மரியற் (Mariotte) என்பார், மாற வெப்பநிலையில், சூறிப்பிட்ட திணிவுடைய வாயுவொன்றின் அழுக்கத்திற்கும் அதன் கனவளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பைப் பற்றி அவர்தம் பரிசோதனைச் செய்திகளை வெளியிட்டார்; உண்மை கூறுமிடத்து அவரது ஆராய்ச்சியானது போயிலின் ஆராய்ச்சியைச் சாராது.

இலட்சிய வாயுவொன்றின் சமவெப்ப நெருக்கத்தகவு.—மாற வெப்பநிலையில் வாயுவொன்றின் அழுக்கம்  $p$  யும் தற்கனவளவு அதாவது அலகுத் திணிவொன்றின் கனவளவு  $v$  யும் ஆயின், போயிலின் விதியை

$$pv = \text{மாறிலி}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் எடுத்ததுரைக்கலாம்.

எந்த மெய்யான வாயுவும் இந்த விதியை, விரிந்த அழுக்கவீச்சொன்று முற்றிலும் கீழ்ப்படிவதன்று, எனவே அறிமுறைத் தேவையையிட்டு இலட்சிய வாயுவொன்று உளது எனக் கருதுகிறோம்; மாற வெப்பநிலையில் வெவ்வேறான அழுக்கங்கள் பிரயோகிக்கப்படுமிடத்து அந்த இலட்சிய வாயுவானது மேலுள்ள சமன்பாட்டின்படி தொழிற்படுகிறது.

இலட்சிய வாயுவொன்றின் சமவெப்ப நெருக்கத்தகவு பின்வருமாறு எளிதிற கணிக்கப்படுகிறது. மாற வெப்பச் சூழலில்  $pv$  ஒரு மாறிலியாதலின், அதனை வகையிட,

$$v \frac{\partial p}{\partial p} + p \frac{\partial v}{\partial p} = 0.$$

எனவே சமவெப்ப நெருக்கத்தகவு  $\kappa$  எனபது

$$\kappa = \left( -\frac{1}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{p}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; அதாவது இலட்சிய வாயுவொன்றின் சமவெப்ப நெருக்கத்தகவானது அவ்வாயு ஆளாகின்ற அழுக்கத்தின் நிகர்மாறாக அளக்கப்படுகிறது.

ஒடுங்கும் வளிக்கான அட்டவணை					ஐதராகும் வளிக்கான அட்டவணை				
A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
12	00		29 $\frac{2}{10}$	29 $\frac{2}{10}$	1	00 $\frac{0}{10}$		29 $\frac{3}{4}$	29 $\frac{3}{4}$
11 $\frac{1}{2}$	01 $\frac{7}{10}$		30 $\frac{1}{10}$	30 $\frac{1}{10}$	1 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{5}{10}$		19 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{5}{10}$
11	02 $\frac{1}{10}$		31 $\frac{1}{10}$	31 $\frac{1}{10}$	2	15 $\frac{3}{10}$		14 $\frac{3}{10}$	14 $\frac{7}{10}$
10 $\frac{1}{2}$	04 $\frac{1}{10}$		33 $\frac{1}{10}$	33 $\frac{1}{10}$	3	20 $\frac{3}{10}$		9 $\frac{3}{10}$	9 $\frac{3}{10}$
10	06 $\frac{1}{10}$		35 $\frac{1}{10}$	35 - -	4	22 $\frac{3}{10}$		7 $\frac{3}{10}$	7 $\frac{7}{10}$
9 $\frac{1}{2}$	07 $\frac{1}{10}$		37 - -	36 $\frac{1}{10}$	5	24 $\frac{1}{10}$		5 $\frac{3}{10}$	5 $\frac{3}{10}$
■	10 $\frac{1}{10}$		39 $\frac{1}{10}$	38 $\frac{7}{10}$	6	24 $\frac{7}{10}$		4 $\frac{7}{10}$	4 $\frac{3}{10}$
8 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{10}$		41 $\frac{1}{10}$	41 $\frac{1}{10}$	7	25 $\frac{3}{10}$		4 $\frac{3}{10}$	4 $\frac{1}{10}$
8	15 $\frac{1}{10}$		44 $\frac{1}{10}$	43 $\frac{1}{10}$	■	22 $\frac{0}{10}$		3 $\frac{3}{10}$	3 $\frac{3}{10}$
7 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{10}$		47 $\frac{1}{10}$	46 $\frac{3}{10}$	9	26 $\frac{3}{10}$		3 $\frac{3}{10}$	3 $\frac{1}{10}$
7	21 $\frac{1}{10}$		50 $\frac{1}{10}$	50 - -	10	26 $\frac{3}{10}$		3 $\frac{0}{10}$	2 $\frac{3}{10}$
6 $\frac{1}{2}$	25 $\frac{1}{10}$		54 $\frac{1}{10}$	53 $\frac{1}{10}$	12	27 $\frac{1}{10}$		2 $\frac{3}{10}$	2 $\frac{3}{10}$
6	29 $\frac{1}{10}$		58 $\frac{1}{10}$	58 $\frac{1}{10}$	14	27 $\frac{1}{10}$		2 $\frac{3}{10}$	2 $\frac{1}{10}$
5 $\frac{3}{4}$	32 $\frac{1}{10}$		61 $\frac{1}{10}$	60 $\frac{1}{10}$	16	27 $\frac{1}{10}$		2 $\frac{0}{10}$	1 $\frac{3}{10}$
5 $\frac{1}{2}$	34 $\frac{1}{10}$		64 $\frac{1}{10}$	63 $\frac{1}{10}$	18	27 $\frac{7}{10}$		1 $\frac{7}{10}$	1 $\frac{7}{10}$
5 $\frac{1}{4}$	37 $\frac{1}{10}$		67 $\frac{1}{10}$	66 $\frac{1}{10}$	20	28 - -		1 $\frac{3}{10}$	1 $\frac{0}{10}$
■	41 $\frac{1}{10}$		70 $\frac{1}{10}$	70 - -	24	28 $\frac{3}{10}$		1 $\frac{3}{10}$	1 $\frac{3}{10}$
4 $\frac{3}{4}$	45 - -		74 $\frac{1}{10}$	73 $\frac{1}{10}$	28	28 $\frac{3}{10}$		1 $\frac{3}{10}$	1 $\frac{1}{10}$
4 $\frac{1}{2}$	48 $\frac{1}{10}$		77 $\frac{1}{10}$	77 $\frac{1}{10}$	32	38 $\frac{3}{10}$		1 $\frac{3}{10}$	0 $\frac{1}{10}$
4 $\frac{1}{4}$	53 $\frac{1}{10}$		82 $\frac{1}{10}$	82 $\frac{1}{10}$					
4	58 $\frac{1}{10}$		87 $\frac{1}{10}$	87 $\frac{1}{10}$					
3 $\frac{3}{4}$	63 $\frac{1}{10}$		93 $\frac{1}{10}$	93 $\frac{1}{10}$					
3 $\frac{1}{2}$	71 $\frac{1}{10}$		100 $\frac{1}{10}$	99 $\frac{1}{10}$					
3 $\frac{1}{4}$	78 $\frac{1}{10}$		107 $\frac{1}{10}$	107 $\frac{1}{10}$					
3	88 $\frac{1}{10}$		117 $\frac{1}{10}$	117 $\frac{1}{10}$					

உடன் 29  $\frac{1}{10}$  ஐக் கூட்டிக் கிடைக்கப்பெறுகிறது.

29  $\frac{1}{10}$  இவற்றைக் கழித்துக் கிடைக்கப்பெறுகிறது.

A. வெவ்வேறான விரிவுநிலைகளில், அதே திணிவுடைய வளியைக் குறுகிய காலில் கொள்ளுகின்ற சமப் பிரிவுகளின் எண்.

B. வளியை மேற்படி கனவளவுகளை அடையுமாறு நீளமான காலில் அழுகுகின்ற இரச நிரலின் உயரம்.

C. வளிமண்டல அழுக்கத்தை எதிரீடு செய்யும் இரசநிரலின் உயரம்.

D. கடைசியான நிரல்கள் B, C எனப் வற்றின கூட்டுத்தொகை; இது, அடைக்கப்பட்ட வளியால் தாங்கப்படும் அழுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

E. அழுக்கங்களும் கனவளவுகளும் நிகர் மாற்று விதிசமமாய். இருததல் வேண்டும் எனனும் கருதுகோளினபடி. எதிர்பார்க்க வேண்டிய அழுக்கம்.

A. அதே திணிவுடைய வளியைக் குழாயின மேற்பாகத்தில் கொள்ளுகின்ற சமப் பிரிவுகளின் எண்.

B. அடைக்கப்பட்ட வளியின் அழுக்கத்துடன் கூடி வளிமண்டல அழுக்கத்தை எதிரீடுசெய்கின்ற இரச நிரலின் உயரம்.

C. வளிமண்டல அழுக்கம்.

D. B யிற்கும் C யிற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்; இது அடைக்கப்பட்ட வளியால் தாங்கப்படும் அழுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

E. கருதுகோளினபடி எதிர்பார்க்க வேண்டிய அழுக்கம்.

**போயிலின் விதியினின்று விலகல்கள்.**—போயிலின் பெயரைத் தாங்கி நிற்கும் விதியானது பொதுமையுடையது எனப் பிறப்பட்ட அறிவியலார் கருதியதுபோல் போயில் கருதவேயில்லை என றேனோ\* என்பார் தெரிவித்தார். நான்கு வளிமண்டலத்திற்கு மேலான அழுக்கங்களில் தரப்பட்ட திணிவுடைய வளியின நெருக்கலானது அவர்தம் கருதுகோளிலிருந்து கணிக்கப்படும் நெருக்கலைக் காட்டிலும் சிறிதாய் இருப்பதாகப் போயில் கருதினர் என அந்நூலாசிரியர் தொடர்ந்து கூறுகிறார். பதினெட்டாம் நூற்றாண்டின் இறுதியில் முச்சன்புறக (Musschenbroek)† உம், ரொபிசனும் (Robison) வேறு பலரும் மெய்யான வாயுக்களிடத்துப் போயிலினது விதியின செம்மையான பொருத்தத்தை ஆராய்ந்தனர்; ஆனால் அவர்கள் முடிவான கருத்துக்களுக்கு வரவில்லை. இலட்சியவாயுவுடன் ஒப்பிடில் இரண்டு வளிமண்டலம் போன்று சிறு அமுககங்களினிடத்தும் நன்கு உலர்ந்த அமோனியா, ஐதரசன் சலபைட்டு, சயனசன என்னும் வாயுக்கள் சிறு விலகல்களைக் காட்டுகின்றன என எசுட்டு‡ (1826) உம் டெஸ்பிரேறீஸ்ட்§ (1827) உம் காட்டினர். ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் அழுக்கம் கூடுங்காலே போயிலின் விதி செம்மையானது எனக் கருதி அதிலிருந்து எதிர்பார்க்கக் கூடிய கனவளவுக் குறைவுவீதத்தைக் காட்டிலும் பெரிதான வீதமே அவதானிக்கப்பட்டது; அதாவது அழுக்கம் கூடும்பொழுது  $\mu$  எனலும் பெருக்கமானது மாறாமல் இருப்பதற்குப் பதிலாகக் குறைகிறது. இப்பரிசோதனைகளில் மேற்படி வாயுக்கள் அதே விட்டம் உடையவையும் அதே இரசத்தொட்டியில் இருக்கின்றவையுமான வெவ்வேறான பாரமானிக் குழாய்களில் அடைக்கப்பட்டிருந்தன. முழுத் தொகுதியும் கண்ணாடிக் குழாயொன்றை சூழப்பட்டிருந்தது; எனவே அழுக்கத்தை உயர்த்த முடிந்தது. தொடக்கத்தில் வெவ்வேறான வாயுக்களும் அவ்வவற்றின் குழாய்களில் சமநீளங்களைக் கொண்டிருந்தன. அழுக்கம் உயர்த்தப்பட்டபோது குழாய்களில் வாயுக்களாற் கொள்ளப்பட்ட நீளங்கள் மறுபடி ஒரு போதும் சமமாக இருக்கவில்லை; எனவே குறைந்தது சிலவாயுக்கள் போயிலின் விதிப்படி தொழிற்படவில்லை.

1847 இல் அவருக்கே சிறப்பாக உரிய செய்முறைத் திறமையைப் பயன்படுத்தி, 1 வளிமண்டல அழுக்கத்திலிருந்து 30 வளிமண்டல அழுக்கம் வரை சில வாயுக்களின் நடத்தை பற்றிய அவாதம் பரிசோதனைகளை றேனோ|| முடித்தார். அவரது ஆய்கருவியானது படம் 9-09 இல் வரிப்பட முறைப்படி காட்டப்பட்டிருக்கிறது. 3 மீற்றர் நீளமும் 1.1 சமீ.

\* *Mem. de l' Acad. Fran.*, 21, 330, 1847. 4 வளிமண்டலத்துக்கு மேலான அழுக்கங்களினிடத்து வளியானது அவரது விதி தரும் ஒடுக்கத்தைக் காட்டிலும் குறைவாகவே ஒடுங்குகிறது எனப் போயில் ஏற்கெனவே குறித்துள்ளார்.

† *Cours de Physique*, மொழிபெயர்ப்பு Signand de Lafond, Paris, 1759, தொ. 3., பக். 142.

‡ *Edin. Jour. of Science*, 4, 224, 1826.

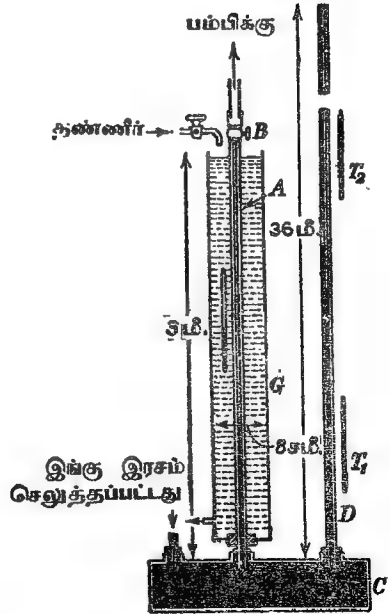
|| *Ann. Chim. Phys.*, 605, 1827.

|| *Mem. de l' Acad. Fran.*, 21, 329, 1847.

அகலமும் உடைய, அதனது நீளம் வழியே மிமீ. இல் அளவுகோடிட்ட கண்ணாடிக் குழாய் A யில் சோதனைக்கான வாயுவானது அடைக்கப்பட்டிருந்தது. குழாயின் மேலான முனையில் கவனமாகத் தேய்த்தெடுத்த உலோகக் குழாயடைப்பு B பொருத்தப்பட்டிருந்தது; அதன் மூலம் அக்குழாயை அழுக்கப் பம்பியொன்றுடனோ வெற்றிடப் பம்பியொன்றுடனோ தொடுத்தது வைக்க முடிந்தது. அதனது கீழ் முனையானது இரசங்கொண்ட இரும்புத்தொட்டி C யுட் பொருந்தியிருந்தது. D ஒரு திறந்த இரசவழுக்கமானியாகும்; அதுவும் C யுட் பொருந்தியிருந்தது. அதைப் பயன்படுத்தி A யிலுள்ள வாயுவின் அழுக்கம் நேரே அளக்கப்பட்டது. A யின் நீளம் 36 மீற்றர் ஆகும்; அது வழியே 1.5 மீற்றர் இடையீடாக இரசங்கொண்ட கண்ணாடி வெப்பமானிகள் வைக்கப்பட்டிருந்தன.

அவ்வெப்பமானிகள் காட்டியுள்ள வெப்பநிலைகளின் சராசரியானது இரசநிரலின் வெப்பநிலை என்று ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டது; அதேது அந்நிரலின் நீளம்  $0^\circ \text{C}$ . இறகுத் திருத்தப்பட்டது. இரசத்தின் நெருக்கத்தகவையிட்டு (மிகச்சிறிய) திருத்தமொன்று பிரயோகிக்கப்பட்டது. குழாய் A ஆனது 8 சமீ. அகலமுடைய கண்ணாடிக் குழாய் G யாற் சூழப்பட்டிருந்தது; அதனுடே கிட்டத்தட்ட  $4^\circ \text{C}$ . வெப்பநிலையுடைய நீர் ஒமொறு செலுத்தப்பட்டது. அதன் வெப்பநிலையானது உணர்ச்சியுள்ள இரசங்கொண்ட கண்ணாடி வெப்பமானியொன்றால் தரப்பட்டது.

இப்பரிசோதனைகளால் தெரிந்த வெப்பநிலையிலும் அழுக்கத்திலும் இருக்கிற வாயுவொன்றின் கனவளவை அதே வெப்பநிலையில் அரைவாசியாக்குவதற்குப் பிரயோகிக்கவேண்டிய அழுக்கத்தைத் துணிதலே நேரேனோவின் நோக்கு ஆகும். 300 ஆவது மிமீ. பிரிப்பு வரை குழாய் A யின் கனவளவு ஒன்று என எடுக்கப்பட்டது. குழாயில் அதனது மேல் முனையிலிருந்து 300 ஆவது மிமீ. குறிவரையுள்ள கனவளவை இரு சரிசம



படம் 9.0.9 போயிலினது விதியின் உண்மையை ஆராயும்பொருட்டு நேரேனோவின் ஆங்கருவி.

பாகங்களாகப் பிரிக்கும் குறியின் தானத்தைத் துணியும்பொருட்டு அக்குறிக்கு அண்ணளவான நிலையொன்றை எடுத்துக்கொண்டு குழாயானது இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டது. குழாயில் பூச்சியக்குறியிலிருந்து "அரைவழி"க் குறிவரையும், அங்கிருந்து 300 ஆவது மிமீ. குறிவரையும் நிரப்பும் இரசத்தின் திணிவுகள் துணியப்பட்டன. "அரைவழி"க் குறியானது சரியாக எடுக்கப்பட்டிருந்தால் மேற்படி இரு திணிவுகளும் சமனாக இருத்தல்வேண்டும். இவ்வண்ணம் பலகால் முயன்று "அரைவழி"க் குறியின் சரியான தானம் செம்மையாகத் துணியப்பட்டது. மேற்படி குறி, 300 ஆவது மிமீ. குறி எனபவற்றின் அயலில் அடுத்தடுத்துள்ள பிரிப்புக்களுக்கிடையான கனவளவுகளும் துணியப்பட்டன.

அளவுகோடிட்ட குழாய் A யை வெறிதாககிய பின்னர் அதை வளியால் நிரப்பி, அச்செய்கையைத் திரும்பத்திரும்பச் செய்து அது உலர்த்தப்பட்டது. இச்செய்கையின்போது உலர்த்தும் நடவடிக்கைகளை எளிதாக்கு முகமாக G யிலுள்ள நீரானது 40° இற்கும் 50° ச. இற்கும் இடையே யுள்ள ஒரு வெப்பநிலையில் நிலைநிறுத்தப்பட்டது. அடுத்து குழாயானது உலர்ந்த வாயுவொன்றால் நிரப்பப்பட்டது.

A யிலுள்ள இரசமட்டமானது 300 ஆவது பிரிப்புக் குறியை அடையும் வரை ஆய்கருவியிலிருந்த இரசத்தின் அளவு செப்பஞ்செய்யப்பட்டது. பாரமானி வாசிக்கப்பட்டு, வாயுவின் கனவளவு 0.5 இற்குக் குறைக்கப் பட்டது; வாயுவை அமுக்குதலால் பிறப்பிக்கப்பட்ட வெப்பமானது செலவாகும்வரை நோக்கல்களை எடுக்கலாகாது என்பது கவனிக்கப்பட்டது. சிறு வில்லையொன்றைப் பயன்படுத்தி இரசமட்ட நிலையை மதிப்பிடும் போது பரவாயன்மை வழக்கள் தவிர்க்கப்பட்டன. ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் பரிசோதனையானது திரும்பச் செய்யப்பட்டது; இசைகின்ற பேறுகள் கிடைத்தவிடத்துக் குழாயடைப்பு B பொசியவில்லை என முடிவுசெய்யப்பட்டது.

சாதாரண வளியானது போயிலின் விதிக்குக் கீழ்ப்படியவில்லை என ரேனோ கண்டுகொண்டார்; அதே அமுக்கவுயர்வினிடத்து இலட்சியவாயு வானது காட்டும் நெருக்கலைக் காட்டிலும் வளி உண்மையில் சற்றுக் கூடுதலாகவே காட்டிற்று.

ரேனோவின் பரிசோதனைகளுள் எதேனும்மொன்றில் பெருக்கம் "p" யின் இறுதிப் பெறுமானத்தைக் குறித்து அப்பெருக்கத்தின் தொடக்கப் பெறுமானத்தின் விசிதமானது  $\left[ \frac{(p)_{தொ.}}{(p)_{இறு.}} \right]$  என்பதாற் குறிக்கப்படுக. இது, தரப்பட்ட அமுக்கமொன்றில் இருந்த வாயுவின் கனவளவிற்குரிய

பெருக்கம் “ $pv$ ”, உயர் அழுக்கத்தால் அரையாக்கப்பட்ட கனவளவின் குரிய பெருக்கம் “ $pv$ ” என்பவற்றின் விகிதம் ஆகும். தொடக்க அழுக்கம் 1 2, 3...வளிமண்டலமாக இருந்தபோது மேற்படி விகிதத்தின் பெறுமானங்கள் 1, 2, 3...என்னும் கீழ்க்குறிகளாற் குறிக்கப்படுக.

வளி, நைதரசன், காபனீரொட்சைட்டு என்பவற்றிற்கு

$$\left[ \frac{(pv)_{\text{தொ.}}}{(pv)_{\text{இறு.}}} \right]_1 = (1 + \alpha_1)$$

என நேறே கண்டார் ; இங்கு  $\alpha_1$  ஒரு சிறு நேர்க்கணியம். இப்பெருக்கம் “ $pv$ ” ஆனது போயிலின் கருதுகோளின்படி குறையாது அதற்குச் சற்று மேலதிகமாகக் குறைந்துள்ளது என இச்செய்தி உணர்த்துகிறது. அதுபோலவே

$$\left[ \frac{(pv)_{\text{தொ.}}}{(pv)_{\text{இறு.}}} \right]_2 = (1 + \alpha_2).$$

அடுத்து, மாறாத் திணிவுடைய வாயுவொன்றின் கனவளவானது அதன் தொடக்கப் பெறுமானம்  $V$  யின்  $\frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots$  மடங்கு ஒடுங்குமாறு அவ்வாயுமீது பிரயோகிக்கப்படும் அழுக்கம் படிப்படியாக  $P_0$  இலிருந்து  $P_1, P_2, P_3, \dots$  என்றவாறு உயர்த்தப்படுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது  $P_1, P_2, P_3$ , முதலியவற்றைக் கணிக்கலாம். ஏனெனில்

$$\left[ \frac{(pv)_{\text{தொ.}}}{(pv)_{\text{இறு.}}} \right] = \frac{P_0 V}{P_1 \left( \frac{V}{2^1} \right)} = (1 + \alpha_1)$$

ஆதலின்  $P_1$  அறியப்படுகிறது.

அதுபோலவே

$$\frac{P_1 \left( \frac{V}{2} \right)}{P_2 \left( \frac{V}{2^2} \right)} = (1 + \alpha_2); \text{ எனவே } P_2 \text{ அறியப்படுகிறது.}$$

இவ்வண்ணம் செயன்முறையை நடத்தித் தரப்பட்ட திணிவுடைய வாயு வொன்றின்மீதுள்ள அழுக்கம்  $P_1, P_2$  முதலியவற்றிற்கு உயர்த்தப் பட்டபோது அவ்வொவ்வொன்றிற்குமுரிய ‘ $pv$ ’ யின் பெறுமானத்தைக் கணிக்கமுடிந்தது.



கீழ்த்தரப்பட்ட அட்டவணை நேறேனுவின் வெளியீட்டிலிருந்து எடுக்கப் பட்டுள்ளது. அதன்கண் நைதரசன், காபனீரொட்சைட்டு, ஐதரசன் என்பவற்றிற்கு அவரால் கிடைக்கப்பெற்ற பேறுகள் அபட்சியிருக்கின்றன.

வாயு	வெப்ப நிலை	V	V <sub>0</sub>	P	P <sub>0</sub>	$\frac{V}{V_0}$		
வளி	4.44	1939.69	969.26	738.72	1476.25	10	1.98389	1.001414
	4.70	1939.91	970.13	9336.41	13551.09	999614	1.986862	1.006866
	4.86	1939.86	969.86	6770.15	13483.48	2.00073	1.991807	1.004286
	4.95	1939.48	970.36	4219.05	8404.70	1.99826	1.992084	1.003335
நைதரசன்	5.09	1939.10	969.82	753.96	1505.06	1.998434	1.996206	1.001617
	5.18	1938.89	969.72	2159.36	4313.33	1.993133	1.997537	1.000966
	5.07	1941.81	966.70	8628.54	17240.95	2.000706	1.999174	1.004768
காபனீ- ரொட்சைட்டு	8.26	1939.68	970.56	765.77	1517.63	1.998515	1.981835	1.008416
	8.24	1939.10	969.75	4879.77	9331.72	1.999577	1.912328	1.0045625
	2.66	1936.25	970.31	9620.06	17445.23	1.994456	1.813421	1.099830
ஐதரசன்	10.02	1939.91	968.83	5555.32	11168.36	2.002314	0.010480	0.995938
	9.82	1939.88	969.79	7074.96	14228.28	2.000412	0.011075	0.994697
	9.78	1939.84	969.89	10361.88	20879.18	1.000540	0.015000	0.992327

பெருக்கம் “*pv*” ஆனது மாறிலி அன்று என நேறேனோ கண்டார் ; ஐதரசனைத் தவிர்த்து அவரால் சோதிக்கப்பட்ட மற்ற எல்லா வாயுக்களுக்கும்

$$\left[ \frac{(pv)_{தொ.}}{(pv)_{இறு.}} \right]$$

என்னும் விதிதம், 1 ஐச் சிறிதளவால் விஞ்சிற்று ; ஐதரசனுக்கு அவ்விதிமானது 1 ஐக் காட்டிலும் சற்றுக் குறைவாகவே இருந்தது. மேலே தரப்பட்டுள்ள தர்க்கரீதியைப் பின்பற்றி, அமுக்கவீச்சு 1-30 வளிமண்டலங்களுக்குள்ளே ஐதரசன் தவிர்த்த மேற்படி வாயுக்களினிடத்து அமுக்கம் கூடும்பொழுது பெருக்கம் “*pv*” குறைகிறது என நேறேனோ முடிவு செய்தார். ஐதரசன், இலட்சிய வாயுவைக் காட்டிலும் குறைவான நெருக்கப்படுதன்மையுடையது என இப்பரிசோதனைகள் காட்டியுள்ள செய்தியின்படி ஐதரசன் இலட்சிய வாயுவைக் காட்டிலும் செம்மைமிக்க தொரு வாயுவாகும் என நேறேனோ வஞ்சகமாகப் புகழ்ந்தார். மேற்படி நடத்தையானது ஐதரசனுக்கு மட்டும் சிறப்பாக உரியதன்று எனப் பின்பு பரிசோதனையாளர்களின் ஆராய்ச்சியிலிருந்து தெரியவருகிறது ; நிலைமாற்றம் இல்லாதபோது, உயர் அமுக்கங்களில் எல்லா வாயுக்களும் அதேபோல் நடந்துகொள்கின்றன. இச்செய்தியைக் கண்டுபிடித்தவர் நற்றேரர் (Natterer) ஆவர் ; சோதிக்கப்படும் வாயுக்களின் திரவமாக்குகைக்கான பரிசோதனைகள் சிலவற்றின்போதே இது கண்டு பிடிக்கப்பட்டது. 3000 வளிமண்டல அமுக்கத்தை அடைந்ததும் திரவமாக்கல் முயற்சியில் அவரால் வெற்றியடைய முடியாமற் போயிற்று.

† Wien, Ber., 5, 351, 1850 உம் பிற்பட்ட வெளியீடுகளும். Pogg.. Ann., 62, 139.

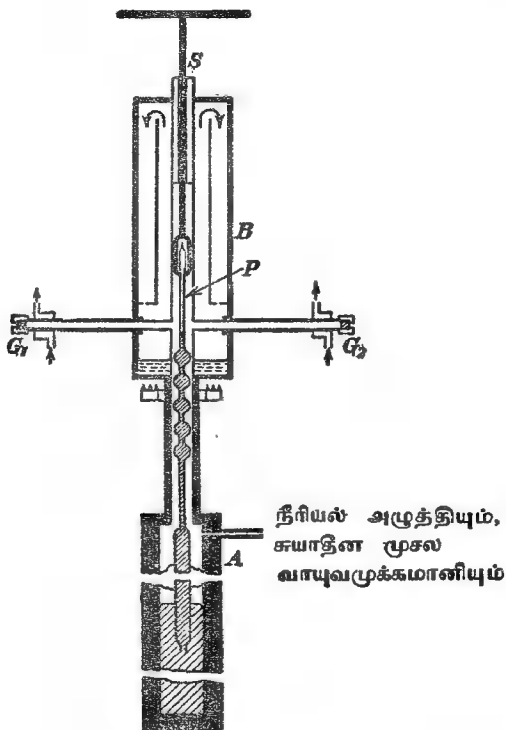
1870 இலும் அதற்கு அடுத்துள்ள ஆண்டுகளிலும் கையற்றேர் என்பார் பல வாயுக்களின் அழுக்கத்திற்கும் கனவளவிற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை ஆராய்ந்தார். டெஸ்கொஃபேயின் (Desgoffe) அழுக்கமானியைப் பயன்படுத்தி அழுக்கம் அளக்கப்பட்டது; எத்தாரம் வரை பரிசோதனைக் குழாயுள் பூசப்பட்ட பொறபூச்சானது இரசத்தாற் கரைக்கப்பட்டிருந்தது என்பதிலிருந்து அழுக்கமானியில் இரசத்தின் நிலை நோக்கப்பட்டது. நேனோ, நறதரேர் ஆகியோரின் பேறுகளை இவர் உறுதிப்படுத்தினார். உயர் அழுக்கங்களின் பிரயோகத்தின்போது வாயுக்களின் நடத்தையைவிட்டுக் கடந்த நூற்றாண்டில் நடத்தப்பட்ட ஆராய்ச்சிகளுள் அமகா<sup>†</sup> என்பவரால் நடத்தப்பட்டதே மிக நிறைவானது.

**வாயுக்களின் நெருக்கத்தகவு பற்றி அமகாவின் பரிசோதனைகள்.**— திரவங்களின் நெருக்கத்தகவையிட்டு அமகா நடத்தியுள்ள ஆராய்ச்சியைப் பற்றி ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறப்பட்டிருக்கிறது. அதன் குமிழ் இரசத்துள் அமிழ்ந்திருக்கும் முனைக்கு அணித்தாய் இருக்குமாறு திரவவழுக்கமானியொன்றை மாற்றியமைத்து, ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் வாயுக்களின் நெருக்கப்படுதன்மைகளை அவர் ஆராய்ந்தார். எனினும் பிளாற்றினத் தொடுகைகள் இணைக்கப்பட்ட இடங்களில் கண்ணாடிக்குழாய் உடையும் இயல்பு, கம்பிகளின் தக்க காப்புப் பற்றிய பிரச்சினை என்பவை காரணமாகவும், ஆய்கருவியின் மாபெரும் அளவு அதிலுள்ள பல மூட்டுக்கள் காரணமாகவும், இத்தகைய ஆய்கருவியானது உயர் அழுக்க ஆராய்ச்சிக்குத் தக்கதொன்று அன்று. எனவே, அமகா பின்வருகின்ற முறையை ஏற்படுத்தினார்; அது பார்வைமுறையென்று என அவரால் அழைக்கப்பட்டது. சோதனைக்கான வாயுவானது கண்ணாடியாலான திரவவழுக்கமானி P யில் அடைக்கப்பட்டது, படம் 9-10. அது இரும்பாலான பாத்திரம் A இல் இருந்தது; பாத்திரத்தின் கீழ்ப் பாகமானது இரசம் கொண்டிருந்தது; அதன் எஞ்சிய பாகம் நீரால் நிரப்பப்பட்டது; எனவே வழக்கம்போல் வாயுவை அடையுமாறு அழுக்கத்தைச் செலுத்த முடிந்தது. இரும்புப் பாத்திரத்தின் மேற்பாகம் இரட்டைக் கஞ்சக ஆலித் தொட்டி B யாற் சூழப்பட்டிருந்தது; அது திரவவழுக்கமானியின் மேற் பாகத்தை, அதாவது அழுக்கம் பெரிதாய் இருக்கும்போது வாயுவானது கொண்டிருக்கும் பாகத்தைச் சூழ்ந்திருந்தது. G<sub>1</sub> உம் G<sub>2</sub> உம் இரும்புப் பாத்திரத்துடன் காட்டியுள்ளவாறு பற்றப்பட்ட பக்கப் புயங்களின் முனைகளில் கடற்பிசினாலும் திருகுப் புரியுடைய தொப்பிகளாலும் நிலையாக்கப்பட்ட கண்ணாடி யன்னல்களாகும். குளிர்செய் உபகரணங்களால் பிசினின் இளகுதல் தடுக்கப்பட்டது. திரவவழுக்கமானியின் மேற்பாகமானது அமுங்கியொன்றுடன் தனிப்பட்ட வகையில் திட்டமிட்ட இறுக்கியொன்றால் இணைக்கப்பட்டது; அமுங்கியின் நிலையைத் திருகு S ஆல் மாற்றிவைக்க முடிந்தது. இவ்வண்ணம் அதன்

† *Compt., Rend.*, 70, 1131, 1870; 88, 61, 1879.

*Ann. Chim. Phys.*, 23, 353; 29, 68, 1893.

தண்டிலுள்ள குறிகளுள் ஒன்றை  $G_2$  ஊடே காண்பதற்கேற்றவாறு திரவவழுக்கமானியின் நிலையை எப்பொழுதும் செப்பஞ்செய்ய முடிந்தது.  $G_1$  இற்கு அணிததாயுள்ள வாயு விளக்கானது தேவையான ஒளியைத் தந்தது.  $G_2$  ஊடே தோன்றும் குறியின் மட்டத்தை இரசம் அடையும்



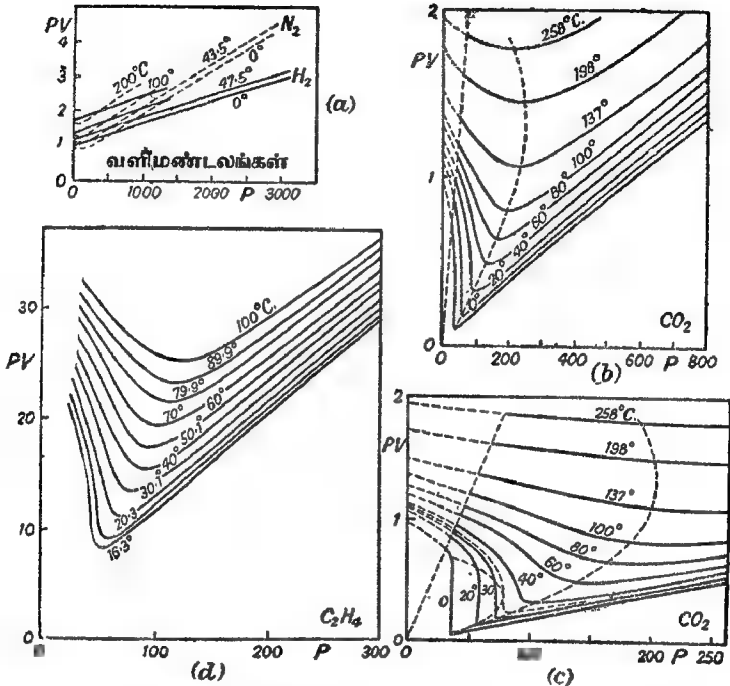
படம் 9.10. உயர் வெப்பநிலைகளிலும் உயர்வழுக்கங்களிலும் வாயுக்களினது நெருக்கத்தகவுகளின் ஆய்வுக்கு அமகாவின் ஆய்கருவி.

வரை அழுக்கம் செப்பஞ் செய்யப்பட்டது. தொடக்கத்தில் பார்வைச் சோதனை யானது எப்பொழுதும் எளிதாய் இருக்கவில்லை ; ஏனெனில் பக்கப் புயங்களிலுள்ள நீரின் வெப்பமாகக் வகையானது உடன்காவுகையோட்டங்களைப் பிறப்பிக்குமுகமாக இருந்தபடியால் குறியைத் தெளிவாகக் காணமுடியாமற் போயிற்று. துலக்கின தட்டையான நுனிகளுடைய படிக்கக் கோல்களைப் பயன்படுத்தி ஆய்கருவியின் பக்கப் புயங்களிலிருந்து நீரைப் பெயர்த்து, அமகா கடைசியாக இத்தொல்லையைத் தீர்த்தார். இக்

கோல்கள் படிக்கப் பளிங்குகளிலிருந்தே வெட்டி எடுக்கப்பட்டன ; படிக்கத்தின் ஒளியியல்சான்று கோலின் அச்சுடன் பொருந்தியிருந்தது. இதன் பொருட்டுக் கண்ணாடிக் கோல்களும் பரிசோதிக்கப்பட்டன ; ஆனால் உயர் வெப்பநிலைகளில் அவற்றிற்கும் நீருக்கும் இடையே இரசாயனத் தாக்கம் நிகழ்ந்தது ; அதன் விளைவாகச் சூடான நுனிகள் ஒளிபுகாத திரவியப் படலமொன்றால் மூடப்பட்டன ; அதாவது அவை மறை ஆயின. திரவ வழுக்கமானியின் மேலான பாகமானது முன்னரே அளவுகோடு திருத்தஞ் செய்யப்பட்டிருந்தது ; அமகாவால் நிறைவாகக்கப்பட்ட “சுயாதீன முசல” மாணியொன்றால் அழுக்கங்கள் அளக்கப்பட்டன ; எனவே சோதிக்கப் படுகின்ற வாயுவின் நெருக்கத்தகவைக் கணிக்க முடிந்தது.

மேற்படி ஆய்கருவியைப் பயன்படுத்தி அமகாவால் கிடைக்கப்பெற்ற பேறுகள், படம் 9·11 இல் தரப்பட்டுள்ளன : இஃகு பெருக்கம் PV என்பது நிலைக்கூறகவும் அதற்கு ஒத்த P யின் பெறுமானம் கிடைக்கூறகவும் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன. போயிலின் விதி செவ்வையானது எனில், தரப்பட்ட எந்த மாற வெப்பநிலையிலும், PV யையும் P யையும் தொடர்புபடுத்தும் வளையியானது ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டிலும் அழுக்க அச்சுக்குச் சமாந்தரமான நேர்கோடொன்றாகவே இருத்தல் வேண்டும். உண்மையில் அழுக்கத் தொடர்பாக வாயுவொன்றின் நடத்தை யானது அவ்வாயுவின் இயல்பைப் பொறுத்துள்ளது எனவும், வெப்பநிலை மாற்றப்பட்டபோது அதே வாயுவினிடத்து மேற்படி நடத்தை மாறுகிறது எனவும், வளையிகள் காட்டுகின்றன. ஐதரசனுக்கான வளையிகள் சிட்டத் தட்ட ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமான நேர்கோடுகள் ஆகும் ; ஆனால் மாற வெப்பநிலையில் P கூடும்பொழுது PV யும் கூடுகிறது எனக் காட்டு முகமாக அவை அழுக்க அச்சுடன் சாய்ந்திருக்கின்றன, படம் 9·11 (a). நைதரசனைப் பற்றி அது போலவே கூறலாம் ; அதற்கான வளையிகள் ஐதரசனுக்கான வளையிகளுடன் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. இருந்தாலும் இவ்வெடுத்துக்காட்டில் வளையி ஒவ்வொன்றும் ஓர் இழிவைக் காட்டுகிறது எனக் காண முடிகின்றது. காபனீரொட்சைடுக்கான வளையிகள் படம் 9·11 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. இவ்வாயுவுக்கான வளையிகள் ஒவ்வொன்றும் தெளிவான இழிவொன்றைக் காட்டுகிறது ; அதற்குப் பின்னர் ஐதரசன்போல் அதுவும் நடந்துகொள்கிறது ; ஆனால் இவ்வெடுத்துக் காட்டில் மேற்படி விளைவு நனகு புலப்படுகிறது. காபனீரொட்சைட்டின் இழிவுகளைப் பொறுத்தமட்டில், வெப்பநிலை கூடுங்காலே, இழிவானது தொடக்கத்தில் வரிப்படத்தின் வலதுமுகமாக அசைகிறது எனக் காண முடிகின்றது ; ஆனால் இவ்வசைவானது தொடர்கிறதில்லை ; அதியுயர் வெப்பநிலைகளில் பின்வாங்கும் அசைவொன்று நிகழ்கிறது. இவ்விழிவுகள் ஊடே செல்லுகின்ற வளையியானது ஒரு பரவளைவாகும். இச் செய்திகள் படம் 9·11 (c) யில் மிகத் தெளிவாகக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அது (b) யின் இடப்பக்கத்தின் உருப்பெருக்க வரிப்படமாகும். இப்பொழுது மிகத் தெளிவாகத் தோற்றுகிற பரவளைவு வளையியைவிட,

மேற்படி வளையிகள் தொடர்பாக, அவதிப்புள்ளிக்குக் கீழே, இரண்டாவது பரவளையொன்று உளது. அது திரவமுண்டாதலின் தொடக்கத்தைக் குறிக்கும் புள்ளிகள் ஊடேயும் அது முடிவடைந்த நிலைகளைக் குறிக்கும் புள்ளிகள் ஊடேயும் செல்லுகிறது. புள்ளியிட்ட சமவெப்புளியானது  $32^\circ\text{C}$ .

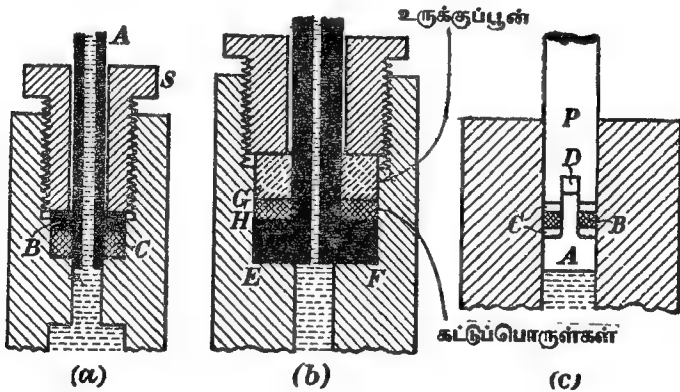


படம் 9.11. வாயுக்கள் பலவற்றினிடத்து, P தொடர்பாகப் PV யின் மாறல்.

இற்கு ஒத்தது ; இவ்வெப்பநிலை காபனீரொட்சைடன் அவதி வெப்பநிலையைக் காட்டிலும் சற்றுப் பெரிது. எதிலீனுக்கான வளையிகள் படம் 9.11 (d) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. இங்கும் கூட, வெப்பநிலை கூடுங்காலே வளையியில் தெளிவாயுள்ள தாழ்வானது மறையும் வண்ணமாக இருக்கிறது ; இதிலிருந்து உயர்வெப்பநிலைகளில், இவ்வளையிகளும் ஐதரசனின் வளையிகள் போலவே அமையும் என நாம் பிழையின்றி முடிவு செய்யலாம். இச்செய்திகளிலிருந்து நாம் பெறும் முடிவானது, பொது வெப்பநிலைகள் ஐதரசனின் அவதி வெப்பநிலையைக்காட்டிலும் மிக உயர்ந்தனவாய் இருக்கிறபடியால், அதன் வளையிகளின் தொடக்கக் கீழ்முகமான சாய்வானது மறைந்துபோயிற்று என்பதும் அதன் விளைவாக இழிவுகளில்லா வளையிகளையே ஐதரசன் சிறப்பாகக் காட்டுகிறது என்பதும் ஆகும்.

**உயரமுக்கங்களில் சுடத்தின் இயல்புகள் பற்றிப் பிரிஜ்மானின் (Bridgman) ஆராய்ச்சி**

**பொதுக் கலைத்திறன்.**—உயரமுக்கங்களில் சுடத்தின் இயல்புகள் பற்றிய மிகவிரிவான ஆராய்ச்சியொன்றை பிரிஜ்மான் என்பார் நடாத்தியிருக்கின்றார்; பொசிவைப் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவில் இருக்குமாறு உயர் அழுக்கங்களைப் பிறப்பிக்கும் முசலத்தையும் ஆய்கருவியின் வெவ்வேறான பாகங்களுக்கிடையே தேவையான மூட்டுக்களையும் அடைக்கும் முறையொன்றைத் திட்டமிட்டதன் பயனாக அவர் இத்துறையில் வெற்றிபெற்றார். பிரிஜ்மானாக்குமுன் பெரிதும் விரும்பப்பட்ட அடைக்கும் முறை அமகாவால் ஆனது. இதற்கு எடுத்துக்காட்டாகக் குழாய்தொடுப்பொன்றைக் கருதுக. அதன் நுனிக்கு அணித்தாய் செவி B ஆனது குழாய் A யிற் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது; படம் 9.12 (a). உயரமுக்கத்தை நிலைநிறுத்த வேண்டிய பாத்திரத்தின் பக்கத்திலுள்ள இடுகொண்டுள்ளே மென்மையான அடைக்கும் பொருள் C முற்றிலும் அடக்கப்பட்டிருக்கும் வண்ணம்



படம் 9.12. உயரமுக்கத் தொகுதிகளின் பயன்படும் அடைசல் ஒழுக்கடைகள்.

இச்செவி உச்செல்லுகிறது. இவ்வாறு அமகா, திருகு S ஆனது அதன் தானத்தில் வைக்கப்பட்டபோது அதனால் பிரயோகித்துள்ள தொடக்க அழுக்கம் காரணமாக அடைசற் பொருள் தள்ளப்படாமலும் ஆய்கருவியில் அழுக்கம் உயர்த்தப்பட்டபோது அது எறியப்படாமலும் இருக்கும்வண்ணம் ஆவன செய்துகொண்டார். 3000 வளிமண்டல அழுக்கத்தை அமகா அடைந்தார். ஆய்கருவியில் இருக்கின்ற அழுக்கமானது அடைசற் பொருள் மீது திருகினால் பிரயோகிக்கப்படும் அழுக்கத்துக்குச் சமமானதும் அழுக்கத்துக்கு மேலெல்லே தோற்றுகிறது; அதற்கப்பால் இவ்வகையான மூட்டு பயன்படாது. இக்கட்டத்தில் அடைசற் பொருளானது அதைச் சுற்றியி

ருக்கின்ற இடத்தை நிரப்புகிறது; மேலான அமுக்கங்களில் அதை அடைக்குஞ் சுவர்களிலிருந்து அது சுருங்கிப் பொசிவு உண்டாகிறது. பொறிமுறைக்குறைபாடுகளால் ஆகும் ஒழுங்கின்மைகள் இருந்தால் மேற்படி அறிமுறையெல்லைக்கு முன்னரே பொசிவுகள் தோன்றலாம். இனி, பிரிஜ்மான் திட்டமிட்ட அடைசல் முறையின் செம்மையை நாம் நனகு உணரமுடியும்.

இத்தகைய உபகரணத்துக்குப் படம் 9.12 (b) யில் எடுத்துக்காட்டொன்று காட்டப்பட்டிருக்கிறது. முதற்பார்வையில் அது அமகாவினது உபகரணத்தின் ஒரு சிறு மாறுபாடெனத் தோற்றகூடும்; என்னெனில் அடைசற்பொருளானது பிணையலின முன்பக்கத்திலிருந்து அதன் பிற்பக்கம் வரை மட்டுமே அப்படிப்பட்டிருக்கிறது. இருந்தாலும், அடைசற்பொருள் மீது தாக்குகின்ற விசைகளைக் கருதுவோம். கீழேயிருந்து அடைசற்பொருள் மீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற விசையானது ஆய்கருவியை நிரப்புகின்ற திரவத்திலுள்ள அமுக்கம், பரப்பளவு EF என்பவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமம் ஆகும். அடைசற்பொருளின் சமநிலையையிட்டு இவ்விசையானது திருகிற ப்ரியோகிக்கப்படுகின்ற விசையால் சமமாக்கப்படுதல் வேண்டும்; அது அடைசற்பொருளின் கங்கணப்பரப்பளவுமீது பரமபியிருக்கிறது. அலகுப் பரப்பளவொன்றிற்கான இவ்விசை அடைசற்பொருள் மெனமையாக இருக்கும்வரை அதனுள் இருக்கின்ற அமுக்கம் ஆகும்; எனவே அவ்விசையானது திரவம் பொசியாதவண்ணம் திரவத்தில் இருக்கிற அமுக்கத்தின் பெறுமானத்தைக் காட்டிலும் உயர்ந்த பெறுமானமொன்றில் வெளித்தூண்டுதலின்றிப் பேணப்படுகின்றது. இங்கு கொள்பாத்திரத்தின் சுவர்கள் சேதம் அடையாதவண்ணம் இருத்தல் வேண்டும். இவ்வடைக்கும் முறை “தாங்கப்படாத பரப்புக்கள் என்னும் தத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டது” எனப் பிரிஜ்மான் கூறுகிறார்.

இன்னுமொரு தீர்க்கவேண்டிய பிரச்சினை இருந்தது; அது புள்ளிகள் G, H என்பவற்றிற்குப்பால், அடைசற்பொருளின் பொசிவைத் தடுத்தல் ஆகும். ஈற்றில் தக்கவாறு வைக்கப்பட்ட உருக்குத் தகட்டுப் பூண்களால் இது நிறைவேற்றப்பட்டது.

அசையும் முசலமொன்றிற்குப் பிரிஜ்மான் திட்டமிட்ட அடைக்கும் முறையானது படம் 9.12(c) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. A ஆனது காளான் வடிவமுடைய ஒரு செருகியாகும்; வல்லுருக்காலான அமுங்கி P யால் அது உயரமுக்கப் பாத்திரத்துள் தள்ளப்படுகிறது. அமுங்கியின் தண்டு P யிலுள்ள குழியொன்றுள் தடையின்றி நீட்டியிருக்கிறது; இத்தண்டின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பே மேற்படி தாங்கப்படாத பரப்பளவு. சமநிலையை யிட்டு அடைசற் பொருளிலுள்ள அமுக்கமானது

செருகியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு

அடைசற் பொருளின் கங்கணப் பரப்பு

என்னும் விதித்தலில் திரவத்தில் இருக்கின்ற அமுக்கத்தைக் காட்டிலும் பெரிதாய் இருத்தல் வேண்டும்.

செம்பாலும் உருக்காலும் ஆன வளையங்கள் C என்பவை அமைந்திருக்கிறபடியால் (மென்மையான றப்பராலான) அடைசற் பொருள B யின் பொசிவு தடுக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பொருளுக்கும் முசலம் அசைகின்ற குழாயின் சுவர்களுக்குமிடையேயுள்ள உராய்வானது கவனிக்கத்தக்க அளவில் இருக்கிறது ; இப்பொருளின் தடிப்பைச் சிறிதாக்கி உராய்வால் ஆகின்ற தடைசெய்விசை தாழ்த்தப்படுகிறது. சிலவேளைகளில் அடைசற் பொருளானது இரு அடுக்குகளாகச் செய்யப்படுகிறது. உராய்வைக் குறைக்குமுகமாக அவற்றிற்கிடையே பெனசிற்கரி, வசலின் ஆகியவற்றின் கலவை பூசப்படுகிறது.

இத்தகைய அடைசற் பொருளானது முசலத்தின் இரண்டு அல்லது மூன்று வீச்சுக்களுக்கு மேலே ஒருபோதும் பயன்படுத்தப்படுகிறதில்லை ; ஆனால் அதை எளிதிலே புதுப்பித்து இசைவான பேறுகளைப் பெறமுடியும்.

இவ்வாராய்ச்சியிற் பயன்படுத்தியுள்ள தொடுக்குங் குழாய்கள் செம்பு ( $P < 10^6$  கி-நிறை சமீ.  $^{-2}$ ), வல்லிமுததவுருக்கு ( $P < 4 \times 10^6$  கி. நிறை சமீ.  $^{-2}$ ) என்பவற்றால் ஆனவை ; இன்னும் மேலான அழுக்கங்களிடத்து வலலுருக்கு கலப்புலோகத் திண்மமொன்றிலிருந்து குடைந்தெடுத்த, சூட்டால் பக்குவப்படுத்தியுள்ள சிறு துண்டுகளால் அவை ஆக்கப்பட்டுள்ளன. கீழான அழுக்கங்களில் வன்கண்ணடியாலான மயிர்த்துளைக் குழாய்களைப் பயன்படுத்தலாம் ; ஆனால் அவை நம்பமுடியாதவை.

**உயரழுக்கங்களை அளத்தல்.**—அழுக்கமானிகளைப் பின்வருமாறு வசதியாக வகைப்படுத்தலாம் :

(a) **முதன்மானிகள்.**—இவை மானியின் அமைப்பு, அதன் வாசிப்பு என்பவற்றைக் கொண்டு, குறைந்த பட்சத்தில அண்ணளவாகவேனும், தன்மழுக்கத்தை உடனே காணுமபடி ஆக்கப்பட்ட மானிகள் ஆகும். அண்ணளவாக எனக் கூறியதற்குக் காரணம், இவ்வகையான மானிகள் ஈட்டத்து திருத்தப் பிரயோகம் இல்லாத ஒன்றைத் திட்டமிடுவது முடியுமாயினும் அது அரிதாகவே இருக்கும்.

(b) **துணைமானிகள்.**—இக்கருவிகளிடத்து அளவுகோடு திருத்தஞ் செய்யப் பட்ட பின்னர்தான் அவற்றின் வாசிப்புகளை அழுக்கங்கள் எனப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்.

எளிமைமிக்கதும் முதன்முதலாகப் பயன்படுத்தியுள்ளதுமான முதலழகக் கமானி வகையானது திறந்த இரசவாயு அழுக்கமானியாகும். இவ்வகை மானியொன்றினிடத்து மேலெல்லையானது நிரலின் உயரத்தால் நிரளையிக்கப்படுகிறது ; நடைமுறையில் ஒருசில நூறு கிகி.-நிறை. சமீ.  $^{-2}$  அழுக்கங்களுக்கு மேலே இவ்வழுக்கமானிகள் பயன்படுத்தப்படவில்லை. ஆழமான சுரங்கவழிகளில் அல்லது உயரமான கோபுரங்களில் தான் இவற்றைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். பிரயோகிக்கவேண்டிய திருத்தங்களுள் வெப்பநிலை, இரசத்தின் நெருக்கத்தகவு, அகலாங்கும் குத்துயரமும்



குறித்துப் புலியீர்ப்புச் செறிவு மாறல் என்பவற்றிற்கானவை இடம்பெறுகின்றன. உண்மையில், “சுயாதீன முசலமானி” எனப்படுவதன் ஏதேனுமொருவகை மட்டுந்தான்  $10^6$  கி. நிறை. சமீ.<sup>-2</sup> இற்கு மேலான அமூக் கங்குலினிடத்து வெற்றிகரமாகப் பயன்படுத்தியுள்ள முதன்மாளியாகும்; இவ்விடயத்தில் டேஸ்கோபு (Descoffe) என்பவர்க்கு முதன்மை அளிக்க வேண்டியிருக்கிறபோதிலும், அமகா என்பவரே அதைப் பயன்படுத்தியும் பெரிதும் திருத்தியுமுள்ளார். இத்தகைய மாணியானது அடிப்படையில் சிறு குறுக்குவெட்டுப் பரப்புடைய முசலத்தாலானது; அதன் நுனியொன்று அளக்கவேண்டிய அமூக்கத்திற்குத் திறந்தமுகமாக அமைந்திருக்கிறது; அது செயலாற்றும் உருளையில் நன்கு பொருந்தியிருக்கும் வண்ணம் முசலமானது செம்மையாகக் கடையப்பட்டிருக்கிறபடியால் பொசிவு முதன்மையானதன்று. அதன் நிலையத்தில் முசலத்தை நிறுத்தி அதன்மீது திரவத்து அமூக்கத்தால் ஆகும் தள்ளுதலை எதிர்ப்பதற்கான விசையை ஏதேனுமொரு வசதியான முறையால் அளக்கலாம். பொதுவாக இச்சிறு முசலமானது இரச நிரலொன்றுடன் நேர்த்தொடர்பு வைத்திருக்கின்ற, அதனிலும் மிகப்பெரிய முசலமொன்றுடன் தொடுத்திருக்கிறது. தொகுதியானது சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது இங்கு பொருத்தமான அமூக்கங்கள் முசலங்களின் பரப்பளவுக்கு நேர்மாறு விசைசமமாகும். நடைமுறையில் முசலங்களுக்கும் அவை அசைகின்ற உருளைகளின் சுவர்களுக்குமிடையேயுள்ள உராய்வால் ஆகும் விளைவைக் குறைக்குமுகமாக நோக்கற்போது ஒன்றை எடுக்குமுன் தண்டு ஒவ்வொன்றிற்கும் சுழற்சியியக்கம் அளிக்கப்படுகிறது.

கிட்டத்தட்ட எல்லா உயரமூக்க ஆராய்ச்சிகளிடத்தும் சுயாதீன முசலமாளியொன்றைப் பயன்படுத்தி அமூக்கத்தை நேரே அளப்பது கேவலமான, வசதியற்ற முறையாகும்; மேலும், சிறு பொசிவுகள் எப்பொழுதும் இருக்கத்தான் செய்யும். எனவே துணைமாளியொன்று பெரிதும் வேண்டற்பாலது; மாணியொன்றிற்கு வசதியாய் அளக்கக்கூடிய எந்த உயரமூக்க விளைவையும் அடிப்படைத் தத்துவமாகப் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம். பெரும்பாலும் துணைமாளியொன்றின் அமைப்புக்கு அடிப்படைத் தத்துவமாகப் பயன்படக்கூடிய எளிமைமிக்க விளைவானது அமூக்கத்துடன் உலோகக் கம்பியொன்றின் மின்தடை மாறல் ஆகும். ஒருபோதும் முற்றிலும் ஓரினமானவையும் விகாரமில்லாதவையுமான பொது உலோகங்களுக்கு இவ்விளைவைப் போதிய அளவில் மீட்ட முடியாதபடியால் அதை இங்கு பயன்படுத்தலாகாது. சுயாதீன முசலமொன்றைப் பயன்படுத்தி, மாற வெப்பநிலையில்  $7 \times 10^6$  கி.-நிறை சமீ.<sup>-2</sup> என்னும் அமூக்கம் வரை திரவ இரசத்தின் மின்தடையில் அமூக்கத்தால் ஆகும் விளைவைப் பிரிபிஜ் மான் ஆராய்ந்தார். அவரது அளவீடுகள் அத்துணைத் திருத்த முடையனவாய் இருந்தபடியால் அவை நியமங்கள் என ஏற்றுக்கொள்ளப் பட்டுள்ளன. இத்தகைய தடைகளை அமூக்கமானிகளாகப் பயன்படுத்துமிடத்துப் பல முன்யோசனைகள் தேவைப்படுகின்றன; அவற்றுள் முதன்

மையானது இரசத்தைக் கொண்டிருக்கவேண்டிய கண்ணாடியாலான மயிர்த் துளைக் குழாய்பற்றியதே. இரசத்தினுடைய தடையின் அழுக்கக் குண கத்துடன் ஒப்பிடின் கண்ணாடியின் நெருக்கத்தகவானது அத்துணைப் பெரிதாய் இருக்கிறபடியால் கண்ணாடியின் நெருக்கத்தகவை அளக்கவும் அழுக்கத்துடன் அதன மாற்றைத் துணியவும் வேண்டும். கண்ணாடியானது ஏகவினமானதல்லாததால் வேண்டிய திருத்தவரிசையில் மீட்டக் கூடிய பேறுகளைப் பெறமுடியாது; எனவே பெரிதும் விரும்பப்பட்டும் மீட்டலையிட்டு தோற்றவளவில் இரசம் காட்டிய நயம் இழக்கப்படுகிறது. மேலும் கண்ணாடியைக் கவனமாகப் பதனிடுதல், கண்ணாடியையும் அது கொண்டிருக்கும் இரசத்தையும் வரையறுத்த வெப்பநிலையொன்றில் நிலை நிறுத்துதல் என்பன கட்டாயமாக வேண்டப்படும் எனத் தெரிய வந்தது.

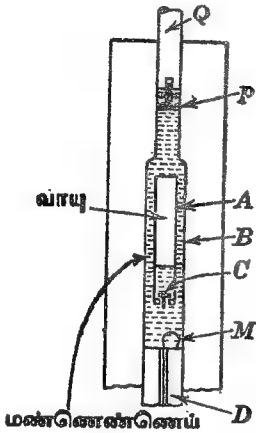
பிள்ளர் ஈயம் போன்ற மென்மையான உலோகங்களால் ஆக்கப்பட்ட கம்பிகளைப் பயன்படுத்த முடியும் எனப் பிரிஜ்மான் கண்டுகொண்டார். ஈர் ஈயமாதிரிகளினிடத்தும் தடையின் அழுக்கக் குணகம் 0.1 சதவீதத்துக் குப்ப்டது.

இவற்றாலும் வேறு கருத்துக்களாலும் உந்தப்பட்டு லிசேல் (Liselle) என்பவரால் பிரயோகிக்கப்பட்ட மங்களீன்மானியைப் பிரிஜ்மான் நாடினர்; அவரது முழு ஆராய்ச்சியிலும் அது முக்கியமான இடத்தைப் பெற்றது. விட்டம் 0.005 அங். உம் நீளம் கிட்டத்தட்ட 5 மீற்றர் உம் உடைய நன்றாய்ப் பதனிட்ட மங்களீன் கம்பியால் எடுத்துக்காட்டான மானி யொன்று ஆக்கப்படுகிறது; பொதுவாக அதன் தடை கிட்டத்தட்ட 120 ஓம் ஆகும். இத்திரவியத்தால் அமைக்கப்பட்ட மானியொன்றுமீது 0°ச. இல் இரசத்தை உறையச் செய்யக்கூடிய அழுக்கத்தைப் பிரயோகித்து, அதனால் ஆகின்ற தடை மாற்றத்தைத் துணிந்து, அம்மானியானது அளவையிப் படுகிறது. இதன்பொருட்டுச் சுருளின தடை தொடர்பாக அழுக்கத்தைப் பிறப்பிக்கும் முசலத்தின் நிலையானது குறிக்கப்படுகிறது. முசலத்தின் இயக்கத்திலே காணப்படும் தொடர்ச்சியின்மை உறைதலின் தோற்றத்தை உணர்த்துகிறது; தொடர்ச்சியின்மையின் முழு அளவானது திரவ இரசத் திற்கும் திண்ம இரசத்திற்கும் உள்ள கனவளவு வித்தியாசம் ஆகும். 0° ச. இல் இரசத்தின் உறைதலுக்கான அழுக்கமானது  $7.640 \times 10^6$  கி. நிறை. சமீ.<sup>-2</sup> என ஏற்கெனவே சுயாதீன முசலமானியொன்றைப் பயன் படுத்தித் துணியப்பட்டுள்ளது. முதலழுக்கமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி மங்களீனிடத்து அழுக்கம்  $13 \times 10^6$  கி. நிறை. சமீ.<sup>-2</sup> வரை தடைமாற்ற மானது அழுக்கத்தின் ஒருபடிச் சார்பு எனப் பிரிஜ்மான் ஏற்கெனவே நிறுவிவிட்டார். இது லிசேலினது கண்டுபிடிப்பின் விரி ஆகும்.

மேற்படி முறையால் அளவையிடுதலின்போது இரசத்தின் உறைநிலையை, திரவம்→திண்மம், திண்மம்→திரவம் என்றவாறு இரு திசைகளிலும் அடைதல்வேண்டும்; ஆய்கருவியானது சரியாகத் தொழிற்பட்டால் இசை வான பேறுகளைப் பெறல் வேண்டும்.

$12 \times 10^6$  கி. நிறை. சமீ.<sup>-2</sup> என்னும் அழுக்கம்வரை இவ்வகையான மானியொன்றைப் பிரிஜ்மானை பயன்படுத்தியிருக்கிறார்; மேலான அழுக்கங்களுக்குப் புறச்செருகலாலேயே பேறுகள் கிடைக்கப் பெற்றுள்ளன. இச்செயன்முறை செய்மையான எனப் பிரிஜ்மானை ஒத்துக்கொள்கிறார்; ஆனால் இவ்வெடுத்துக்காட்டில் வழுவானது பெரிதன்று எனக் கருதப்படுகிறது. மங்கனின் சுருளொன்றிலும் வேறோர் உலோகம் அல்லது கலப்புலோகமொன்றான சுருளொன்றிலும் உடனிகழுகின்ற தடைமாற்றங்களை அளந்து, இவ்விரு எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் அழுக்கத்துக்குப் புறச்செருகலாற் கிடைக்கப் பெறுகின்ற பெறுமானங்களை ஒப்பிட்டு இம்முறையைச் சரிபார்க்க முடியும்.

**உயரழுக்கங்களில் வாயுக்களின் நடத்தை.**—பிரிஜ்மானின் பரிசோதனைகளிற் பயன்படுத்தப்பட்ட வாயுக்கள் ஐதரசன், ஈலியம், நைதரசன், ஆக்சன், அமோனியா என்பவை ஆகும்.  $2 \times 10^6$  கி. நிறை சமீ.<sup>-2</sup> எனனும்



படம் 9-13. உயரழுக்கங்களில் வாயுக்களுக்குப் பயன்படும் பிரிஜ்மானை அழுக்கமானியின் கோட்பாடு.

தொடக்க அழுக்கத்தில் இருக்கும் வாயுவானது உருளைப் பாததிரம் A யுட் செலுத்தப்படுகிறது, படம் 9-13; அப்பாததிரமானது அதனினும் பெரிய உருளை B யுள் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது; இதற்கெனத் திட்டமிட்ட, உளமுகமாகத் திறந்துள்ள ஒரு வாலவு C யால் A யின் கீழ் முனை மூடப்பட்டிருக்கிறது. B யின் கீழ் முனை யானது மங்கனின்மானி M ஐக் காவுகின்ற செருகி D யால் அடைக்கப்பட்டிருக்கிறது; இணைக்கமபிகள் சிறப்பாகக் காவலிடப்பட்டிருக்கின்றன. அடுத்து B யிற்கும் A யிற்கும் இடையேயுள்ள இடம் தெரிந்த திணிவுடைய வாயுவில்லா மண்ணெண்ணெய் நிரப்பப்பட்டிருக்கும்வண்ணம் மண்ணெண்ணெய் விடப்படுகிறது. P ஒரு வழக்கமான செருகியாகும்; அது ஒரு நீரியலமுத்தியால் இயக்கிவைக்கப்படும் ஒரு முசலம் Q வினால் உள்ளே அசைக்கப்படுகிறது. இவ்வண்ணம் ஆய்கருவியில் இருக்கின்ற அழுக்கத்தை உயர்த்த முடிகின்றது. செருகி படிப்படியாக உள்ளே செலுத்தப்படும்போது A யில் இருக்கின்ற வாயுவின்

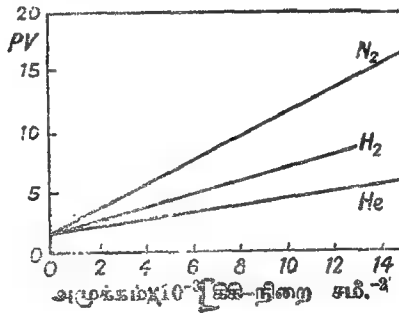
அழுக்கத்தை அடையும்வரை அழுக்கம் கூடுகிறது; அப்பொழுது வாலவு C திறக்கப்படுகிறது; மண்ணெண்ணெயும் வாயுவும் நெருக்கத்தக்கவை எனபதால் ஆகின்ற கனவளவு மாற்றமானது முசலம் D யின் முன் செல்லுதலிலிருந்து கணிக்கப்படுகிறது. இக்கட்டம் வரை இயக்கமானது மண்ணெண்ணெயின் தோற்ற நெருக்கத்தகவினால் மட்டும் நிருணயிக்கப்படுகிறது மண்ணெண்ணெயின் தோற்ற நெருக்கத்தகவு தெரிந்தி

ருக்கிறபடியால் வாயுவின் நெருக்கத்தகவைக் கணித்துக் கொள்ளலாம். அமுக்கத்தால்  $A$  யின் உட்கனவளவில் ஆகும் மாறலுக்கான சிறு திருத்தமானது பிரயோகிக்கப்பட்ட மிகவுயர்ந்த அமுக்கம் ( $16 \times 10^9$  கி. நிறை சமீ.<sup>-2</sup>) இல் ஒரு சதவீதத்தை மீறவில்லை.

மண்ணெண்ணெயுடன் வாயு தொடுகை வைத்திருக்கிறபடியால், அத்திரவத்தில் அவ்வாயு கரைதலாற் பேறுகள் பாதிக்கப்படக்கூடும் எனனும் கேள்வி எழுந்தது; ஆனால் குறிப்பிட்ட அமுக்கம் ஒன்றில் வாயுவின் கனவளவானது அவ்வாயுவும் திரவமும் தொடுகை வைத்திருந்த நேரத்தைச் சாரவில்லை எனத் தெரியவந்துள்ளது. குண்டு  $A$  யை நிரப்ப முன்பும் அதை நிரப்பிய பின்பும் நிறுத்து, வாயுவின் திணிவு துணியப்படுகிறது.

உயரமுக்கங்களில் ஐதரசனானது சுயாதீன உருக்குருளைகளின் நுண்ணுளைகள் ஊடே செல்கின்றபடியால் அவ்வாயுவினிடத்து மிகக் குறைந்த திருத்தத்துடன் பேறுகள் கிடைக்கப்பெற்றுள்ளன. வளியும் ஒட்சிசனும் அது போலவே; ஆனால் அதனினும் குறைவாக நடந்துகொள்கின்றன.

நைதரசன், ஐதரசன், ஈலியம் என்பவற்றினிடத்து, பெருக்கம்  $p$  என்பது கிட்டத்தட்ட அமுக்கத்தின் ஒருபடிச் சார்பு எனப் பிரிஜ்மான கண்டார்—படம் 9.14 (a) இற் காண்க.  $p = 15 \times 10^9$  கி. நிறை சமீ.<sup>-2</sup>



படம் 9.14. (a) சில வாயுக்களுக்கு அமுக்கம் சார்பாகப் பெருக்கம் PV.

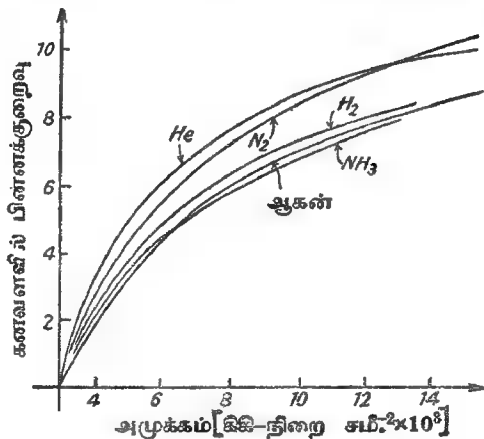
என்னும் அமுக்கத்தில் நைதரசனின் கனவளவானது அது இலட்சிய வாயுவாக நடந்திருந்தால் அப்பொழுது அது காட்டியிருக்க வேண்டிய கனவளவின் பதினாறு மடங்கிற்கு மேலாக இருந்தது. ஐதரசன், ஈலியம் என்பவற்றின் நடத்தையும் அவ்வாறே. இத்தகைய உயரமுக்கங்களில் மேற்படி வாயுக்கள் சாதாரண அமுக்கங்களில் திரவங்களின் நெருக்கத்தகவுகளுடன் ஒப்பிடத்தக்க நெருக்கப்படுதன்மை உடையன.

சோதிக்கப்பட்ட வாயுக்கள் எல்லாவற்றிலும் காணப்படும் விளைவொன்றைப் படம் 9-14 (b) எடுத்துக்காட்டுகிறது; ஒத்திட்டுப் பார்க்கில் தாழ்ந்தவை எனச் சொல்லக்கூடிய அழுக்கங்களில் அவ்வாயுக்கள் நடந்துகொள்ளும் முறையிலிருந்து இதை ஊகித்தறிய முடியாது. விளக்கப்படத்தில் அழுக்கம் தொடர்பாக மூலொன்றிற்கான கனவளவு மாற்றம் சமீ.<sup>3</sup> இல குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது. தொடக்கக் கனவளவானது  $3 \times 10^6$  இ. நிறை சமீ.<sup>-2</sup> என்னும் அழுக்கத்தில் கிராமுலக்கூறென்றின் கனவளவாகும். உற்பத்தியொழிந்த புளளியொன்றில் நைதரசன், ரலியம் ஆகியவற்றிற்கான வளையிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன என்னும் செய்தியானது இவ்விளக்கப்படத்தில் குறித்தற்பாலது; ஐதரசன், ஆகன் ஆகியவற்றின் வளையிகளினது போக்கைப் பொதுவாக நோக்குமிடத்துப் பிரிஜ் மானால் அடையப்பெற்ற மிகவுயர்ந்த அழுக்கத்திற்குச் சற்று மேலான அழுக்கமொன்றிலே அவை ஒன்றையொன்று வெட்டுகின்றன எனத் தோற்றுகிறது. முதலாவது எடுத்துக்காட்டிலுள்ள வெட்டுதல் ஆனது அழுக்கம் கூடுங்காலே வாயுக்களின் தொடர்பு நெருக்கத்தகவின் மாற்றத்தால் ஆகிறது.

ரலியம், நைதரசன் ஆகிய வாயுக்களின் நடத்தையை விளக்கும் பொருட்டு, வளையிகளின் தொடக்கத்திலுள்ள பாகங்களுக்கு ஒத்த, ஒப்பீட்டு முறைப்படி தாழ்ந்த அழுக்கங்களுக்கு அணுக்கள் அல்லது மூலக்கூறுகள் என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள “சுயாதீனமான அல்லது வெறுமையான” இடம் குறையுங் காரணமாக அவ்வாயுக்களின் கனவளவானது சுருங்கிறது என்பதை நாம் ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும். அவற்றினும் உயர்ந்த அழுக்கங்களுக்கு “இவ்வெற்றிடமானது” அத்துணை சுருங்கியிருக்கிறபடியால் அதற்குமேல் அது மெதுவாகவே சுருங்கும். இருந்தாலும் மூலக்கூறு அல்லது அணுவொன்றால் உண்மையாகக் கொள்ளப்பட்ட இடத்தை அழுக்கத்தால் இன்னும் சுருக்கலாம் எனக் கருதுதற்கு இடமுளது. இனி, சிக்கலான நைதரசன் மூலக்கூறுனது ரலியம் அணுவொன்றைக் காட்டிலும் மிகப் பெரிதாகும்; எனவே தாழ்ந்த அழுக்கங்களுக்கு “வெற்றிடம்” குறைதலால் ஆகின்ற கனவளவுச் சுருங்கலின் பெரும்பகுதியானது ஈலியத்தினிடத்தே பெரிது; அதாவது ரலியத்தின் நெருக்கத்தகவு நைதரசனின் நெருக்கத்தகவைக காட்டிலும் பெரிது. இருந்தாலும், உயர்ந்த அழுக்கங்களுக்கு, அடிப்படை அலகினது இலத்திரன்களின் உருவமைப்பே நெருக்கத்தகவைப் பெரிதும் நிருணயிக்கிறபடியால் இங்கு நைதரசன் மூலக்கூறினிடத்தே விளைவைப் பெருமளவில் எதிபார்க்கலாம்.

ஆகன், ஈலியம் என்பவற்றின் வளையிகளின் எதிர்பார்த்த வெட்டுதலும் அதேபோல், விளக்கி வைக்கப்படுகிறது; ஆகனிடத்தில் அதன் கருவுக்கப் பால் பதினெட்டு இலத்திரன்கள் இருக்கின்றபோது அமோனியாவின் மூலக்கூற்றில் ஆகப் பத்துத்தான உளதென்னுஞ் செய்தியை ஞாபகப்படுத்திக் கொண்டால், அமோனியா, ஆகன் என்பவற்றின் வளையிகளின் வெட்டுதல் எளிதில் விளக்கம் பெறுகிறது.

உயரமுக்கங்களில் திரவங்களின் நெருக்கத்தகவு.—திரவங்களுக்கெனச் சமீபகாலத்தில் பிரிஜ்மானால் ஆக்கப்பட்ட அமுக்கமானி வகையொன்று படம் 9.15 இற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அது பேக்கின்ஸ்† (Perkins) என்பவர் தொடக்கிவைத்த முறையொன்றின விரிவாக்கம் ஆகும். பிரிட்ஜ்மான் முதன் முதலாக அம்முறையைச் செம்மையாக்கினார்; ஆனால் அதனது இற்றைநாள் அமைப்பில் முசலமானது மிகுமார் திருத்தத்துடன் பொருத் தப்பட்டிருக்கிறபடியால் தொடர்ந்த வாசிப்புகளை எடுக்க முடிகின்றது; அதாவது இனிமேல் ஒவ்வோர் அமுக்க மாற்றத்திற்குப்பின் உண்டாகியுள்ள

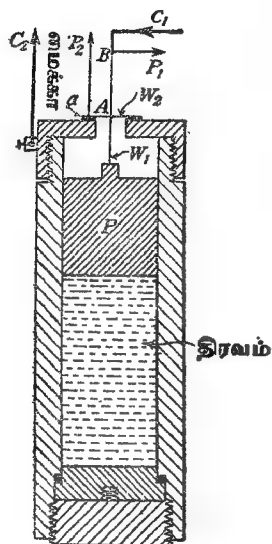


படம் 9.14. (b) அமுக்கத்தின் சார்பாகச் சமீ.³ இல் மூலொன்றின் கனவளவு மாற்றம்.

விளைவை நோக்குமுகமாக உருளையைத் திறக்க வேண்டியதேயில்லை. முசலத்தின் விட்டமும் உருக்கு உருளையின் உடலின் விட்டமும் அதுவே; அவற்றின் அகற்சி  $10^{-5}$  அங். ஆகும்; சமீபகாலத்தில் கலைத்திறன் அடைந்துள்ள முன்னேற்றம் காரணமாக இத்தகைய திருத்தம் முடிந்தது. உருளையின் இயக்கத்தை அளப்பதற்கு உயர்வுணாதிற்ன் உடைய மின்னுப கரணமொன்று பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அமுக்கி P யுடன் உயர் தடைக்கம்பி  $W_1$  இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; உருளையுடன் விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டு ஆனால் அதிலிருந்து மைக்காவாற் காவலிட்ட கிடையான கம்பி  $W_2$  உடன் அது தொடுகையிலுள்ளது.  $C_1$  உம்  $C_2$  உம் ஒட்டத்திற்கான இணைக்கம்பிகளாகும்;  $P_1$  உம்  $P_2$  உம் அழுத்தத்திற்கான இணைக் கம்பிகளாகும். முசலம் நிலைமாறும்போது  $W_1$  ஆனது  $W_2$  இற்குக் குறுக்கே அசைகிறது. அழுத்தமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி வழக்குந் தொடுகை A யிற்கும் கம்பி  $W_1$  இல் தரப்பட்ட புள்ளி B யிற்கும் உள்ள அழுத்த

† Trans. Roy. Soc., 72, 324, 1819-20.

வித்தியாசம் அளக்கப்படுகிறது; இம்முறையில் தொடுகைத் தடையால் ஆகின்ற வழி நீக்கப்படுகிறது.  $W_1$  இலுள்ள ஓட்டமும் அளக்கப்படுகிறபடியால் கம்பி  $W_1$  இன் பாகம் AB இன் தடையைக் கணிக்கலாம். இத்தடையின் மாற்றத்திலிருந்து முசலம் P யின் இடப்பெயர்ச்சி துணியப்படுகிறது. ஒளியியற்றலையீடு என்னும் தோற்றப்பாட்டைப் பயன்படுத்தும் முறையும்



படம் 9-15. உயரழுக்கங்களில் திரவங்களின் நெருக்கத்தகவை அளப்பதற்கு பிரிஜ்மான்னின் திரவவழுக்கமானி.

இம்முறையும் ஒரே உணர்திறன் வரிசையிற் படுகின்றன. இவ்வாய்கருவியின் உயர்வுணர்திறன் காரணமாக, அதைச் சிறியதாய் ஆக்கலாம்; எனவே மங்கனீன மானியைக் கொண்டிருக்கின்ற உருளைக்கு வேறான உருளை யொன்றில் அதை ஏற்றிவைக்கலாம். இவ்வாறு, மானியின் வெப்பநிலை மாறுது இருக்கச் சோதிக்கப்படுகின்ற திரவத்தின் வெப்பநிலையை மாற்றலாம். எனவே மானியின் வெப்பநிலை மாறலால் ஆகின்ற வழக்கள் தவிர்க்கப்படுகின்றன.

பரிசோதிககப்பட்ட திரவங்களுள் நீர், இரசம், கிளிசுரோல், அறகுகோல்கள் பல, ராதர், அசற்றேன், மண்ணெண்ணெய், ராற்றில் மூன்று ஈதலுறுபபுக்கள என்பவை உள்ளன. அமுக்கம் உயாநதபோது நெருக்கத்தகவு கருதத்தக்க அளவில் குன்றியுள்ளது. கனவளவானது பூச்சியமாகாமல் இருப்பதற்கு இது அவசியம் வேண்டப்படும். ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் தாழ்ந்த அமுககங்களிடத்து, சுயாதீன இடைவெளிவிட்டுத் தளர்ந்த வகையில் மூலக்கூறுகள் ஒன்றோடொன்று பொருந்தியிருக்கின்றன என்பதே இதற்கு இயல்பான விளக்கமாகும். இவ்விடைவெளியானது கருதத்தக்க அளவிற்கு குறைக்கப்படும்வரை நெருக்கத்தகவு பொதுவாகக் கூறுமிடத்துப் பெரிது; ஆனால் அது கிட்டத்தட்ட மறைந்ததும் அமுக்கம் உயருங்காலே உண்டாகின்ற கனவளவு மாற்றங்கள் மூலக்கூறுகளின் சுருங்கலாலேயே ஆகக்கப்படுகின்றன.

**திண்ம நிலையிலுள்ள சடத்தின் நெருக்கத்தகவு.**—திண்மமொன்றின் நெருக்கத்தகவை நேரடியாக அளத்தலையிட்டுப் பொதுவான முறை எதுவும் இதுவரை திப்பமிப்படவில்லை. பொதுவாகக் கூறுமிடத்துப் பாத்திரமொன்றில் இருக்கின்ற திரவமொன்றில் அமிழ்த்தியே திண்மமொன்றின் கனவளவைப் பெறமுடியும். திண்மங்களுக்கான அமுக்கமான்.யொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்துத் திரவத்தின் நெருக்கத்தகவு, கொள்பாத்திரத்தின்

கனவளவில் அழுக்கத்தால் உண்டாகின்ற மாற்றம் என்பவற்றிற்குரிய திருத்தங்களைப் பிரயோகித்தல் வேண்டும். எனவே முறையானது நேரல் லாததொன்றாகும். ஏற்கெனவே ரிட்சேட்சம் ஸ்ருள்னம் தந்துள்ள முறையை நாம் எடுத்துக் கூறியுள்ளோம் (ப. 486 ஐ ஒப்.). மல்லாக் (Mallock) எனபவர் அதற்கு முனைர் தந்துள்ள முறையொன்றில் உள்ளழுக்கத்தால் தாக்கப்படுகின்ற நீண்ட உருளைக்குழாயொன்றின் பெரும்பகுதியின் நீளமாற்றம் அளக்கப்பட்டது. மீள்தன்மைக் கொள்கையின்படி இம்மாற்றமானது குழாயினது திரவியத்தின் நெருக்கத்தகவின் சார்பொன்று எனவும் மற்ற மீள்தன்மை மாறிலிகளை அது சாரமாட்டாது எனவும் தெரியவருகிறது. இவ்வாறு குருனைசன் (Gruneisen) என்பார் தாழ்வெப்பநிலையில் உலோகங்கள் பலவற்றின் நெருக்கப்படுதன்மையைத் துணிந்துள்ளார்.

திண்மமொன்றின் நெருக்கத்தகவை அளப்பதற்குப் பிரிஜ்மான் கையாண்ட முறைகளுள் ஒன்று மட்டுமே விவரித்துக் கூறப்படும். அங்கு நீர்நிலையியல்முக்கத்துக்கு உட்பட்ட இரும்புக்கோலின் சார்நீள மாற்றமானது கொள்பாத்திரத்தின் நீளத்தைக் குறித்து அளக்கப்படுகிறது; கொள்பாத்திரம் சோதிக்கப்படும் திரவியத்தாலானது. இங்கு இரும்பின் நெருக்கத்தகவை முதன்முதல் அறிதல் வேண்டும். அது கீழ்வருமாறு துணியப்படுகிறது.

30 சமீ. நீளமுடைய இரும்புச் சட்டமொன்று பாரமான உருளையொன்றுள் வைக்கப்பட்டு அழுக்கத்தால் தாக்கப்படுகிறது; அதில் நிரம்பியிருக்கும் திரவத்தாலேயே அவ்வழுக்கம் ஆய்கருவியுட் செலுத்தப்படுகிறது. உருளையைக் குறித்துக் கோலின் நீளத்தின சார்மாற்றம் அளக்கப்படுகிறது; அதேநேரம், வெளிப்புள்ளிகளில் உருளையின் நீளமாற்றம் அளக்கப்படுகிறது. இனி, இரும்புக்கோலின் தனி நீளமாற்றத்தைக் கணிக்கமுடியும். கணிக்கும்போது, உருளைக்குப் புறத்தே, நீளம் அளக்கப்படுகின்ற இடத்திலே உள்ள நீளமாற்றமும் உள்ளே அது கோலுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற இடங்களுக்கு ஒத்த நீளமாற்றமும் ஒன்றே எனக் கொள்ளப்படுகிறது. முனைவிளைவுகளைப் புறக்கணிக்கத்தக்கவாறு கோலின் நுனிகளுக்கப்பால் உருளையானது கருத்தக்க தூரம் நீட்டியிருக்கிற படியால் இவ்வெடுகோள் சரியாகும். இருந்தாலும் அது எவ்வாறாயினும் உருளையின் நீளமாற்றத்திற்கான திருத்தம் சிறிது ஆகும்; அது ஒருசில சதவீதத்தை மீறுது.

இரும்பு, உருளை என்பவற்றினிடத்துள்ள சார்நீள மாற்றத்தைத் துணியும் முறையானது முன்னர் கூறியுள்ள அழுத்தமானி முறையாகும். மாறா வோட்டமானது, அழுத்த முடிவிடங்களுக்குப் புறம்பாகக் கம்பியுடே செலுத்தப்படுகிறது. அழுக்கம் மாற்றப்பட்ட கணத்திலிருந்து ஓசில நியிடங்கள் கழியுமுன் வழுக்குந் தொடுகைக்கும் கம்பியில் நிலைத்த



புள்ளியொன்றிற்குமிடையேயுள்ள அழுத்த வித்தியாச வாசிப்புகள் ஒரு போதும் எடுக்கப்படுகிறதில்லை. அழுக்கவெப்பத்தின் செலவிற்கு இது இன்றியமையாது வேண்டப்படும். இம் மின்முறையைமிட்டுக் கம்பியானது

பெருமளவிற்கு சீராகவும், அதன் தடையானது உணரத்தக்க அளவில் அழுக்க மாறல்களால் பாதிக்கப்படாதவகையில் கம்பியின் திரவியத்தின இயல்பும் இருத்தல்வேண்டும் எனப் பிரிஜ்மான் வற்புறுத்துகிறார். மேலும், கம்பியின் தடைத்திறன் பெரிதாய் இருத்தல் வேண்டும். இக்காரணங்களைமிட்டு நிக்கிரோம் என்பதே கடைசியாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தூய இரும்பினிடத்துக் கீழ்க்குறிகளாற் காட்டப்பட்ட வெப்பநிலைகளில்

$$\kappa_{30} = [5.87 - (2.1 \times 10^{-5} P)]$$

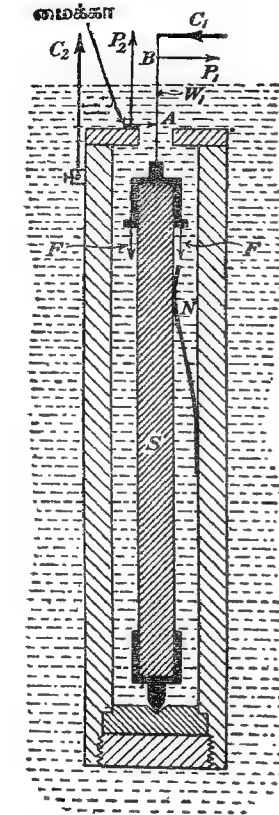
(கிகி. நிறை) $^{-1}$  சமீ.<sup>2</sup> எனவும்

$$\kappa_{75} = [5.93 - (2.1 \times 10^{-5} P)]$$

(கிகி. நிறை) $^{-1}$  சமீ.<sup>2</sup> எனவும்

பிரிஜ்மான்† கண்டுகொண்டார்; இங்கு P ஆனது கிகி.-நிறை சமீ.<sup>-2</sup> இல் அழுக்கம் ஆகும்.

உலோகமொன்றின் நெருக்கத்தகவைத் திருத்தமாகப் பெற்றபின் மற்ற உலோகங்களின் நெருக்கத்தகவை வேற்றுமை முறையொன்றால் ஆராய முடிவினாது. ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் தாழ்ந்தவை எனப்படும் அழுக்கங்களில் இத்தகைய முறையொன்றை நிச்சேட்ஸ் என்பார் பெரிதும் பயன்படுத்தினார். இருந்தாலும், இரசம் கொள்பாத்திரத்தின் திரவியம் (இரும்பு)† என்பவற்றின் நெருக்கத்தகவுக்குக் கூடிய திருத்தமுடைய பெறுமானங்கள் கிடைத்தபோது அவரது முடிவுகளைத் திருத்த நேரிடும் என்பதை அவர் முற்றிலும் உணர்ந்தார். அவர் நோக்கு சரியாய் இருந்தது; ஏனெனில் இரும்பின் நெருக்கத்தகவுக்கு அவர் பயன்படுத்திய பெறுமானம் 30 சதவீதம் குறைவாய் இருந்தது.



படம் 9-16. இரும்பைக் குறித்துக் கோல் வடிவத்திலுள்ள திரவியங்களின் சார்நீட்டல் நெருக்கத்தகவின் துணிதலுக்குப் பிரிஜ்மானின் அழுக்கமானி.

† பிற்சேர்க்கையைப் பார்க்க.

† *Jour. Amer. Chem. Soc.*, 37, 1643, 1915.

இரும்பு, சோதிக்கப்படும் திரவியம் என்பவற்றின் நீள மாறல்கள் கருதப்படாமளவில் பெரிதாயிருந்தபோது படம் 9.16 இற் காட்டியுள்ள ஆய்கருவியை பிரிஜ்மான் பயன்படுத்தினார். S என்பதே மாதிரி; அது நீண்ட கோலொன்றின் வடிவமுடையது; அது அமைந்திருக்கின்ற பாத்திரத்தின் அடிமீது வில்லொன்றால் அமர்த்தப்பட்டிருக்கிறது; படத்தில் வரிப்படமுறைப்படி வில்லானது கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற இரு "விசைக் காலிகள்" FF என்பவற்றால் எடுத்துக்காட்டப்படுகிறது. மாதிரியின் மேலான முனையில், பிடியொன்றுடன் உயர்தடை (நிக்கிரோம்) கம்பி  $W_1$  இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; கொள்பாத்திரத்துடன் இணைக்கப்பட்டு ஆனால் அதிலிருந்து மைக்கா வாசர்களாற் காவலிட்ட தொடுகை A யின் குறுக்கே அக்கம்பி அசையமுடியும். வில் N,  $W_1$  ஐ A யுடன் தொடுகை வைத்திருக்கச் செய்கிறது.  $C_1$  உம்  $C_2$  உம் ஓட்ட இணைக்கம்பிகளாகும்;  $P_1$  உம்  $P_2$  உம் அழுத்த இணைக்கம்பிகளாகும். ஓட்டம் மாறாது இருக்க, வழுக்குத்தொடுகை A யிற்கும்  $W_1$  இலுள்ள நிலைத்த புள்ளி B யிற்கும் இடையேயுள்ள அழுத்தவிததியாசத்தின் மாறல்களை நோக்கிக் கோலுக்கும் இரும்பு உருளைக்கும் இடையேயுள்ள சாரியக்கம் காணப்படுகிறது. இந்நீள மாற்றங்களை ஆக்கும்பொருட்டு முழு ஆய்கருவியையும் உயரழுக்க ஆய் கருவியொன்றினுள் வைத்து அழுக்கம் நீர்நிலையியல் முறைப்படிப் பிரயோகிக்கப்படுகிறது.

$W_1$  ஐ மாதிரியுடன் இணைக்கும் பிடியின் நீளமாற்றம், மைக்கா வாசர்களின் தடிப்புமாற்றங்கள் போன்ற வெவ்வேறான குழப்பும் காரணங்களை நீக்கும்பொருட்டு பூச்சியப் பரிசோதனையொன்று செய்யப்படுகிறது; இங்கு S இற்குப் பதிலாகத் தூய இரும்பாலான, அதாவது நெருக்கத் தகவு தெரிந்த திரவியத்தாலான உருளையொன்று பயன்படுத்தப்படுகிறது.

கட்டையான மாதிரிகள் மட்டும் கிடைத்தபோது, மாதிரியின் முனையொன்றின் தொடர்பியக்கமானது நெம்புத தொகுதியொன்றால் உருப் பெருக்கம் பெறுகிறது; அப்பொழுது கடைசி நெம்பின் நிலைமாற்றம் அழுத்தமானி முறையால் துணியப்படுகிறது.

கீழ்வருகின்ற பேறுகள் கிடைக்கப்பெற்றன: தங்குதனுக்கு

$$\kappa_{30} = [3 \cdot 15 - (1 \cdot 6 \times 10^{-5}P)] \times (10^{-7} \text{ககி.} - \text{நிறை})^{-1} \text{சமீ.}^2.$$

$$\kappa_{75} = [3 \cdot 16 - (1 \cdot 5 \times 10^{-5}P)] \times (10^{-7} \text{ககி.} - \text{நிறை})^{-1} \text{சமீ.}^2.$$

பொன்னுக்கு

$$\kappa_{30} = [5 \cdot 77 - (3 \cdot 1 \times 10^{-5}P)] \times (10^{-7} \text{ககி.} - \text{நிறை})^{-1} \text{சமீ.}^2.$$

$$\kappa_{75} = [5 \cdot 70 - (2 \cdot 1 \times 10^{-5}P)] \times (10^{-7} \text{ககி.} - \text{நிறை})^{-1} \text{சமீ.}^2.$$

திண்மங்களின் நெருக்கத்தகவு பற்றிய பொதுக் குறிப்புகள்.—திண்ம நிலையிலுள்ள மூலகங்களின் நெருக்கத்தகவானது அணுவெண்ணின் ஆவர்த்தனைச் சார்பு ஆகும் என ரிச்சேட்ஸ் முதன்முதலாகக் காட்டினார். இதைப் பிரிஜ்மான் மெய்ப்பித்தார். இதுவரை திண்ம

நிலையிற் சோதிக்கப்பட்ட எல்லா மூலகங்களுள் காரமூலகங்களே உயர் நெருக்கத்தகவுடையவை. திண்ம நிலையில் அரிய வாயுக்களின் நெருக்கத்தகவானது இன்னும் பெரிதாய் இருக்கக்கூடும். ஆனால் அதற்கான நேரடித் துணிவொன்று இன்னும் செய்யப்படவில்லை ; அப்பரிசோதனையானது மிகக் கடினமானதாம்.

## பயிற்சி IX

9-01. திண்மமொன்றின் மீள்தன்மையின கருத்தை விளக்குக. எவ்வாறு கனவளவு மீள்தன்மைக்கு வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகிறது? அதன் பெறுமானத்தைத் தரப்பட்ட திண்மமொன்றிற்கு எவ்வாறு துணியலாம்?

9-02. கடலின மேற்பரப்பிற்குக் கீழே 4 மைல் ஆழத்தில் கடல் நீரின் அடர்த்திக்குப் பெறுமானம் காண்க ; மேற்பரப்பிற் செறிவு  $1.025 \text{ கி.மீ.}^{-1}$  எனவம, கடல் நீரின் நெருக்கத்தகவு  $4.3 \times 10^{-5}$  தைன, பார.  $^{-1}$  எனவும் கொள்க. [ $1 \text{ பார} = 10^5$  தைன, சமீ.  $^{-2}$ .]

## அதிகாரம் X

### பரப்பிழுவை

எல்லாத் திரவப் பரப்புக்களினது அடிப்படை இயல்பும் அதற்கான மூலக் கூற்று விளக்கமும்.—அவற்றின் பரப்புக்கள் இழிந்த பரப்பளவு உடைய தாய் இருக்கும்வண்ணம் திண்மங்களுடன் தொடுகை வைத்திராத திரவங்கள் யாவும் தத்தம் பரப்புக்களின் வடிவங்களை மாற்றியமைக்க முயல் கின்றன. இது திரவமொவ்வொன்றினதும் அடிப்படை இயல்பு ஆகும் ; அது பல வழிகளில் தன்னை வெளிப்படுத்துகிறது. எடுத்துக் காட்டாகக் கனவளவிற சிறிதான திரவங்கள் கோளவடிவத்தை அடைய முயல் கின்றன ; சவர்க்காரப் படலங்கள் சுருங்க முயல்கின்றன. ஈர்ப்பு விசை களாற் பாதிக்கப்படாத திரவத்துளிகளின் பரப்புகளால் மேற்கொள்ளப் படும் வடிவங்களைப் பிளாற்றோ (PlatEAU) என்பார் (1873) விரிவாக ஆராய்ந் தார். (a) அவற்றின் நிறையானது புறக்கணிக்கத்தக்க அளவில் அத்துணை மெல்லிய சவர்க்காரப் படலங்கள், (b) கிட்டத்தட்ட அதே அடர்த் தியுடைய நீர்—அற்ககோல் கலவையில் தொங்கிய ஒலிவெண்ணெய்த் துளிகள் என்பவற்றை அவர் பயன்படுத்தினார். இவ்வாறு பல சதமமீற்றர் விட்டமுடைய கோளங்கள் கிடைக்கப் பெற்றன. பூச்சிய ஈர்ப்புப் புலத்திலுள்ள திரவத்துளியொன்றினது பரப்பின் எந்தப் புள்ளி யிலும்  $R_1$  உம்  $R_2$  உம் தலைமை வளைவாரசகளாயின், அப்பொழுது,

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \text{மாறிலி}$$

ஆகும் என்னும் முடிவிற்கு அவர் வந்தார்.

திரவங்களிடத்துத் தரப்பட்ட கனவளவொன்றிற்கு, பரப்பிலுள்ள எந்தப் புள்ளியிலும் தலைமை வளைவுகள் மேற்படித் தொடர்பைக் கீழ்ப்படியும் பொழுது, மேற்பரப்பளவு ஓர் இழிவு ஆகும் எனக் கேத்திரகணித முறைப் படி காட்டமுடியும்.

எல்லாத் திரவங்களுக்கும் இயற்கையாயமைந்த இவ்வியல்பை மூலக் கூற்றுக் கொள்கையொன்றின் மூலமாக விளக்கிவைக்கும்பொருட்டு, பாயிகளினிடத்து (அதாவது, திரவங்களும் வாயுக்களும்) வரையறுத்த பருமனும் வடிவமும் உடைய பகுதிப் பொருள்களாகிய அவற்றின் மூலக்கூறுகள் சுயாதீனமின்றி ஒன்றிற்கொன்று சார்பாக அசையமுடியும் என்னும் செய்தியை ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும் ; திரவங்களில் இவ்வியக்கங்கள், ஒருங்கிணைகின்ற விசைகளாற் பெரிதும் கட்டுப்படுத்தப் படுகின்றன. திரவங்களிலும் வாயுக்களிலும் மூலக்கூறுகளின் சுயாதீன அசைவானது அப்பொருள்களைத் திண்மங்களிலிருந்து நேரே வேறுபடுத்து கிறது. அவை பாயுந்தன்மை உடையன எனப்படுகிறது.

இனித் திரவமொன்றின் அகத்திலுள்ள மூலக்கூறுகள் எல்லாத் திசைகளிலும் மூலக்கூற்று விசைகளால், அதாவது அக்கம்பக்கமான மூலக்கூறுகளுக்கிடையேயுள்ள கவரும் விசைகளால் தாக்கப்படுகின்றன. தரப்பட்ட இத்தகைய எந்த மூலக்கூறு மீதும் தாக்குகின்ற இவ்விசைகளின் சராசரி விளையுமானது மிகச் சிறிதாகும்; தரப்பட்ட நிலையொன்றிலிருந்து அம்மூலக்கூறுனது விரைவில் விலகமாட்டாது. எனினும் திரவ மேற்பரப்பிற்கு அணித்தாயுள்ள மூலக்கூறுகளின் சூழல் முற்றிலும் வேறு. இத்தகைய மூலக்கூறுகளைக் கருதுமிடத்து, மேற்பரப்பிற்கு அணித்தாய் ஆவிமயமாக, ஒத்திட்டுப்பார்க்கில் எண்ணிக்கையில் குறைவாக, உள்ள மூலக்கூறுகளால் ஆகும் விளைவைப் புறக்கணித்தால், அம்மூலக்கூறுனது திரவத்தின் உப்புறத்தை நோக்குமுகமான கூறு உடைய விசைகளால் மட்டுமே கவரப்பட முடிகின்றது. எனவே அவ்வொவ்வொரு மூலக்கூறும் அதை உள்முகமாக அசையுமாறு தூண்டுகின்றதும், ஒத்திட்டுப் பார்க்கில் பெரியதுமான விளையுள் விசையொன்றை அனுபவிக்கும்; இத்தகைய விசைகளை அனுபவிக்கின்ற மூலக்கூறுகள் அதிகமாக இருக்கிறபோதிலும் அவற்றின் வெற்றிடங்களை எடுக்கும்பொருட்டு வெளிநோக்கி அசைக்கின்ற மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையானது ஒப்பிட்டுப்பார்க்கில் குறைவாகவே இருக்கும். இவ்வாறாக, திரவப்பரப்பொன்றின் இயல்பாய்ச் சுருங்கும் தன்மை எளிதாக விளக்கப்படுகின்றது.

**பரப்புச் சக்தியும் பரப்பிழுமையும்.**—பரப்பு மூலக்கூறுகள் மீதுள்ள விளையுள் விசைகள் காரணமாகத் திரவப்பரப்பானது, அதன்கண் குறைந்தளவு மூலக்கூறுகளைக் கொண்டிருக்குமவரை சுருங்குமாறு தூண்டப்படுகிறது; அதாவது அங்கு இருக்கக்கூடிய எந்தப் புற விசைகளினாலும் தரப்பட்ட திரவக் கனவளவொன்று அவற்றால் தாக்கப்படுமிடத்து, மேற்பரப்பானது கூடிய அளவிற்கு சிறிதாகவே இருத்தல் வேண்டும்; எனவே மேற்பரப்பு மூலக்கூறு ஒவ்வொன்றும் நிலைச்சக்தி, அதாவது அதன் நிலை தொடர்பான சக்தியை, உடையதாய் இருத்தல் வேண்டும். மேற்பரப்பின் பரப்பலகு ஒன்றிற்கான இச்சக்தியின் அளவானது பதார்த்தத்தின் **உள்ளீட்டுப் பரப்புச் சக்தி** அல்லது **பரப்புச் சக்தியடர்த்தி** எனப்படுகிறது. திரவப் பரப்புக்களும் திண்மப்பரப்புக்களும் பரப்புச்சக்தி உடையன; ஆனால் பரப்பானது அசையுந்தன்மை உடையதாய் இருக்கும்போது மட்டுமே அச்சக்தியின் விளைவுகள் தோற்றமளிக்கும். திரவப் பரப்பொன்றானது நிலைச்சக்தியின் உறைவிடம் ஆகும் என்னும் செய்தியானது சவர்க்காரப் படலமொன்றை (எடுத்துக்காட்டாக, வடிதாளொன்றின் கூரிய நுனியைப் பயன்படுத்தி) உடையச் செய்யும் பொழுது வெளிப்படையாகிறது. அப்பொழுது திரவம் எல்லாத் திசைகளிலும் நியாயமான அளவு வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது; அதாவது நிலைச்சக்தியானது இயக்கச் சக்தியாய் மாறிவிட்டது.

கூனலுற்ற கம்பி BAC, படம் 10·01, இன் இரு மீனாகளுக்கிடையே திரவப்படலமொன்று ஆக்கப்பட்டும் அக்கினைகள் மீது ஒரு கிடையான நேர்கம்பி XY யானது குறுக்கே வைக்கப்பட்டும் இருக்க. படலம் நிலைக்குததாக இருக்கும் பொழுது, சமநிலையயிட்டு XY யிற்குச் செங்குத்தாக விசை F தேவைப்படுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது F ஆனது கம்பிமீது படலத்தாலாகும் விசையாற் சமமாக்கப்படுதல் வேண்டும். கம்பியின் அலகுநீளமொன்றிற்கு இவ்விசையின் பருமன்  $\gamma$  எனக் கொள்க. XY யின் நீளம்  $l$  எனின், கம்பிமீது மேற்படி காரணத்தால் ஆகின்ற முழு விசையும்  $2\gamma l$  ஆகும்; இங்கு படலம் இரு பக்கங்கள் உடையதாதலின் 2 என்னுங் காரணி புகுத்தப்படுகிறது. எனவே

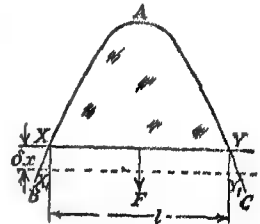
$$F = 2\gamma l.$$

$\gamma$  ஆனது திரவத்தின் பரப்பிழுவை எனப்படுகிறது.

[அவற்றிற்கிடையே படலம் ஒன்றை ஆக்கும்பொருட்டுச் சமாந்தரமான கம்பிகள் பயன்படுத்தப்பட்டிருப்பின் தொகுதி உறுதியில்லாதது என்பது குறித்ததற்பாலது. எடுத்துக்காட்டாக, F மிகப் பெரிதாய் இருக்குமாயின், I மாறாமல் இருக்கிறபடியால், F இன் சமமாக்கலுக்கு விசை  $2\gamma l$  ஆனது ஒருபோதும் போதிய அளவில் இருக்கமாட்டாது. கொள்கையைப் பொறுத்தமட்டில் உறுதியின்மையைப் பற்றிக் கவலையில்லை; ஆனால் இங்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட உறுதியான ஒழுங்கைப் பயன்படுத்தி  $\gamma$  இற்கு அண்ணளவான மதிப்பீடொன்றைப் பெறலாம். கம்பியின் நிறை போதிய அளவில் இராவிட்டால் அதன்மீது சுமையேற்றலாம். அப்பொழுது  $F = mg$ ; இங்கு  $m$  ஆனது கம்பி, அதன் சுமை எப்பவற்றின் மொத்தத் திணிவு ஆகும்.]

உள்ளீட்டுப் பரப்புச் சக்தி, பரப்பிழுவை என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு பற்றியது.—XY ஆனது ஒரு சிறு தூரம்  $\delta x$  அசைந்து சமாந்தர

மான நிலை  $X_1Y_1$  ஐ அடைக; கம்பிமீதுள்ள புற விசை F ஆகுக, படம் 10·06. இனி அதற்கு வெப்பம் (வெப்பச்சக்தி) வழங்கப்படா விடின், இவ்வாறு ஈர்க்கப்பட்ட படலமொன்றின் வெப்பநிலையானது இறங்கும். அதன் தொடக்க வெப்பநிலையை அடைதற்கு வேண்டிய வெப்பம் படலத்திற்கு அளிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்வோம்.



■ ஆனது படலத்தின் உள்ளீட்டுப் பரப்புச் சக்தி, அதாவது மேற்பரப்பின் அலகுப் பரப்பளவுக்குரிய நிலைச் சக்தி எனின், “மேற்பரப்பு” மூலக்கூறுகளின் நிலைச்சக்தியுயர்வு  $(2l \delta x)\epsilon$  ஆகும்; படலம் இரு மேற்பரப்புகளை உடையதாதலின் 2 என்னுங் காரணி இங்கு புகுத்தப்படுகிறது. ஈர்க்கும்

விசையாற் செய்யப்படும் வேலை  $F \delta x$  ஆகும். இருந்தாலும் இவ்விரு கணியங்களையும் சமன்படுத்தலாகாது ; ஏனெனில் வெளிப் பொருள்களிலிருந்து படலத்திற்கு வெப்பம் அளிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க. படலத்தின் வெப்பநிலையை அதனது தொடக்கப் பெறுமானத்தை மீளச் செய்யும் பொருட்டு வழங்கப்பட்ட வெப்பம் (வெப்பச் சக்தி)  $\delta Q$  எனின்

$$(2l \delta x) \epsilon = F \delta x + \delta Q$$

எனப் பெறுகிறோம்.

இனி, படலம் சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது விசை  $F$  ஆனது கம்பி  $XY$  மீது படலத்தாலாகும் இழுப்புக்குச் சமனெதிர் ஆகும். அலகு நீள மொன்றில் இழுப்பு  $\gamma$  எனின், அப்பொழுது  $2l\gamma = F$  ஆகும் ; எனவே, மேற்படி சமனபாடானது

$$(2l \delta x) \epsilon = 2\gamma l \delta x + \delta Q.$$

$$\text{அல்லது} \quad \epsilon = \gamma + \left( \frac{\delta Q}{2l \delta x} \right).$$

$$\text{இதை} \quad \epsilon = \gamma + \eta$$

$$\text{என எழுதலாம். இங்கு } \eta = \frac{\delta Q}{2l \delta x}; \text{ இது படலத்தின் பரப்பில் ஓர்}$$

அலகு உயர்வையிட்டு வழங்கப்பட்ட வெப்பச் சக்தியாகும்.

இனி கம்பியின் ஒவ்வோர் அலகுநீளமீதும் தாக்குகின்ற விசை  $\gamma$  ஆனது திரவத்தின் பரப்பிழுவை எனப்படுகிறது ; திரவமொன்றின உள் எீட்டுப் பரப்புச் சக்தியானது உண்மையில் இரு கணியங்களின், அதாவது ஒன்று  $\eta$  என்பதாற் குறிக்கப்படுகின்ற “வெப்பப்” பகுதி, மற்றது  $\gamma$  அல்லது  $\epsilon - \eta$  என்பதாற் குறிக்கப்படுகின்ற “பொறிமுறைப்” பகுதி எனபவற்றின் கூட்டுத்தொகை ஆகும் என மேலே கூறியுள்ளது காட்டுகிறது ; எனவே பரப்பிழுவையானது உள்எீட்டுப் பரப்புச் சக்தியின் பொறிமுறைப் பகுதிக்குச் சமன் எனக் காண்கிறோம். பரப்புச் சக்தியடர்த்தியின் இப்பொறிமுறைப் பகுதியை ஹெம்மோல்ற்ஸ் என்பார் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியடர்த்தி என அழைத்தார். அதனது வெப்பநிலையானது மாறுது இருக்கும் வண்ணம் வெப்பம் அளிக்கப்படின, மேற்பரப்பொன்றின் முழுச் சுயாதீனச் சக்தியுயர்வானது அம்மேற்பரப்புமீது செய்யப்பட்ட புற வேலைக்குச் சமன ஆகும் என்பது புலப்படும்.

**சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியடர்த்தி அல்லது பரப்பிழுவை.**—வெவ்வேறான சூழல்களில் திரவ மேற்பரப்புககள் கொள்ளும் வடிவங்களையும் நிலைகளையும் பற்றிய பிரச்சினைகளைத் தீர்க்குமிடத்து கீழ்வருகின்ற கணித வுபாயத்தைப் பயன்படுத்துதல் பெருமபாலும் வசதியாம் ; மேற்பரப்பின் வடிவத்தில் தேவையான எந்த மாயமாற்றமும் சமவெப்பச் சூழலில்

நடைபெறுகின்றது எனக் கொள்ளப்படுகிறது ; மேலும் அலகுப் பாப்பொன்றிற்கான சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியானது திரவப்பரப்பிலுள்ள விசையொன்றால் பிரதிபிடிப்படுகிறது. மேற்பரப்பில் நீளம்  $\delta s$  உடைய சிறுகோடொன்றை வரைந்தால் அதன்மீதுள்ள விசை  $\gamma \delta s$  ஆகும் ; அது திரவப் பரப்பில்  $\delta s$  இற்குச் செங்குத்தாக ஆற்றும்.  $\gamma$  என்பது திரவத்தின் பரப்பிழுவை எனப்படுகிறது. சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தி, பரப்பிழுவை

என்பவற்றின் பரிமாணங்கள் முறையே  $\frac{ML^2T^{-2}}{L^2}$  உம்  $\frac{MLT^{-2}}{L}$  உம்

ஆதலாலும், அவை இரண்டும்  $MT^{-2}$  எனச் சுருங்குவதாலும் இத்தகைய முறையானது எப்பொழுதும் நிகழக்கூடியது.

**அதனது சொந்த ஆவியுடன் (அல்லது வளியுடன்) தொடுகை வைத்திருக்கின்ற திரவப் பரப்பொன்றின் தெளிவு.**—திரவமொன்றிற்கும் அதனது சொந்த ஆவிக்கும் (அல்லது மேலே இருக்கின்ற வாயு—அது வழக்கமாக வளி) இடையேயுள்ள நிலைமாற்றப்படையானது ஒரு அல்லது இரு மூலக்கூறுகள் தடிப்பு உடையது, அதாவது பரப்பிற்குச் செங்குத்தான திசை வழியேயுள்ள அடர்த்தி மாறுகை வீதமானது பரப்பின் அருகில் பெரிது என்னும் கருததானது பரிசோதனைச் சான்றுகளால் ஆதரிக்கப்படுகிறது. ஒளியியலிலிருந்தே மிகச் சிறந்த ஆதாரத்தைப் பெறுகின்றோம். முறிவுக் குணகம்  $\mu$  உடைய திரவமொன்றிற்கும் அத்திரவத்திற்கு மேலேயுள்ள ஆவி அல்லது வாயுவுக்குமிடையே நிலைமாறலானது திடீரென நிகழுமாயின், படுகோணம் தான்<sup>-1</sup>  $\mu$  ஆகுமிடத்து அத்தகைய மேற்பரப்பால் தெறிக்கப்படுகின்ற ஒளியானது முற்றிலும் தளமுனைவாக்கப்பட்டிருக்கும் ; ஆனால் கீழே இருக்கின்ற திரவத்திலிருந்து அதற்கு மேலேயுள்ள வாயுவரை, படிப்படியாக மாறுகின்ற முறிவுக்குணகம் உடைய நிலைமாற்றப்படையொன்று இருக்குமாயின், தெறிக்கப்பட்ட ஒளியானது எப்பொழுதும் நீள்வளைய முனைவாக்கப்பட்டிருக்கும். பின்னர் கூறப்படவிருக்கின்ற முறையொன்றால், (பக்கம் 536 பார்க்க) தற்செயலாகத் தோன்றும் நெய்ப்படை அப்புறப்படுத்தியுள்ள நீர் மேற்பரப்பொன்றிற்குப் படுகோணமானது தான்<sup>-1</sup>  $1.333$  என இருக்கும்போது, அந்நீரால் தெறிக்கப்பட்ட ஒளியிற் சற்றேனும் நீள்வளையமுனைவுத்தன்மை இருக்கவில்லை என ரேலி† (Rayleigh) என்பார் காட்டினார். அத்தகைய நெய்ப்படையானது ஆக ஒரேயொரு மூலக்கூறு தடிப்பு உடையது என நாம் இன்று அறிவோம் ; எனவே நிலைமாறல் பெரிதும் திடீரானது.

மிகச் சமீபகாலத்தில் ராமனும் ராமதாசும் தூய நீரிடத்தும் சிறு நீள்வளைய முனைவுத்தன்மையைக் கண்டுள்ளனர் ; ஆனால் அது பரப்பிலுள்ள மூலக்கூறுகளின் வெப்பக்கலக்கத்தால் ஆகக்கூடும் எனக் கருதலாம்.

† *Phil. Mag.*, 33, 1, 1892.



**உதாரணம்.**—நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கின்ற முக்கோணிச் சட்டமொன்றில் சுவர்க்காரப் படலமொன்று ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது ; சட்டத்தின் புயங்களுள் இரண்டு நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் சமமாகச் சாயந்திருக்கின்றன ; முக்கோணியின் அடியாகிய கம்பியானது கிடையாக இருக்கின்றது ; ஆனால் அது பரப்பிமுகைகளின் தாக்கத்தால் மேலே அல்லது அதனது நிறையின் தாக்கத்தால் கீழே சாய்தினைமாக வழுககலாம். சமநிலைத் தானமொன்றை அக்கம்பியானது அடைய முடியும் எனக் காட்டுக ; மேலும் தணித்தல் விசைகளைப் புறக்கணித்து அதனது நிலையிற் சமநிலைத் தானம் பற்றிக் கம்பியடியின் அலைவுக் காலத்தைக் காண்க.

படம் 10·02 (a) ஆனது திணிவு  $m$ , நீளம்  $l$  உடையதும் படலத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்றதுமான கம்பியின் நிலையிற் சமநிலைத் தானத்தைக் காட்டுகின்றது. படலம் ஆக்கப்படக் கரைசலின் பரப்பிமுகை  $\gamma$  எனின், சமநிலையயிட்டு

$$mg = 2\gamma l$$

எனப் பெறுகிறோம் ; இங்கு  $g$  ஆனது புவியீர்ப்புச் செறிவு ஆகும். படம் 10·02 (b) யில், அதனது சமநிலைத் தானத்திலிருந்து கீழ்முகமாகத் தூரம்  $x$  பெயர்க்கப்பட்ட கம்பி காட்டப் பட்டிருக்கிறது. நீளம்  $l'$  வுறியே கம்பியானது படலத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்றது எனவும் முக்கோணியின் உச்சியில் கோணம்  $\theta$  எனவும் ஆயின்

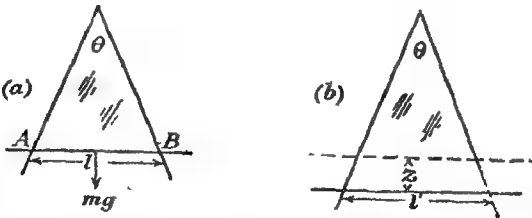
$$\text{தான } \frac{1}{2} \theta = \frac{l' - l}{2x}.$$

சமவெப்பச் சூழல் உள்ளது எனக் கருதியும் தணித்தலைப் புறக்கணித்தும், இயக்கச் சமன்பாடு

$$m\ddot{x} = mg - 2\gamma l' = 2\gamma (l - l') = -\frac{mg}{2l} \cdot 2x. \text{ தான் } \frac{1}{2} \theta.$$

ஆகிறது.

$$\therefore \ddot{x} + \left( \frac{2g}{l} \text{ தான் } \frac{1}{2} \theta \right) x = 0;$$



படம் 10·02. முக்கோணிச் சட்டப்படலொன்றில் சுவர்க்காரப் படலம்.

எனவே இயக்கம் எளியவிசையினது ; அதனது ஆவர்த்தன காலம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g \text{ தான் } \frac{1}{2} \theta}}.$$

[ந.கு.  $\theta \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து  $T \rightarrow \infty$ ; ஆனால் மேற்படி கோவையைப் பெறுமிடத்து அத்துனை எடுகோள்கள் கையாடப்பட்டிருக்கிறபடியால், அக்கோவையைப் பயன்படுத்திக் கம்பியின் உறுதிப்பாட்டைப் பற்றி எடுத்துரைத்தலாகாது.]

கோளப் பரப்பொன்றிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசம்.—திரவ மொன்றில் வாயுவாலான கோளக்குமிழியொன்றின் ஆரை  $r$  ஆகுக, படம் 10-03 (a). குமிழிக்கு வெளியே அழுக்கம்  $P$  ஆகுக. உள்ளே அழுக்கமானது  $P+p$  யிற்குச் சமன் எனக் காட்டவேண்டியதாகின்றது, இங்கு  $p$  ஆனது துணியவேண்டியதொரு கணியமாகும். இதன்பொருட்டு  $r$  ஆனது  $r + \delta r$  என மாறுக; இங்கு  $\delta r$  ஆனது மிகச் சிறிதாய் இருக்கிறபடியால் உள்ளே ஆற்றுகின்ற அழுக்கமானது இதனால் மாற்றம் அடைய மாட்டாது. மேலும் குமிழியின் தொடக்க வெப்பநிலையானது மீளப்படுமாறு அதனது பரப்பிற்கு வெப்பம் அளிக்கப்படுக.  $A = 4\pi r^2$  எனின், அப்பொழுது ஆரையின் மாற்றத்துடன் தொடர்புள்ள பரப்பளவுயர்வு  $\delta A$  ஆனது,  $\delta A = 8\pi r \delta r$  என்பதால் தரப்படுகிறது.  $\gamma$  ஆனது திரவத்தின் பரப்பிழவை அல்லது நாம் ஏற்கெனவே கண்டுள்ளவாறு, அலகுப்பரப்பொன்றிற்கு அதனது சுயாதீனப் பரப்புச்சக்தி ஆயின், முழுச் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியுயர்வு  $8\pi\gamma r \delta r$  ஆகும். இது குமிழியின் விரிவின்போது செய்யப்பட்ட வேலைக்குச் சமன். இவ்வேலையை மதிப்பிடும் பொருட்டுக் குமிழியின் பரப்பில்  $\delta S$  ஒரு மூலகமாகுக. அதன்மீது வெளிப் புறமாகத் தாக்குகின்ற விளையுள் விசையானது

$$(P + p) \delta S - P \delta S = p \delta S$$

ஆகும். எனவே விரிவின்போது செய்யப்பட்ட வேலை

$$\delta r \int p dS = p \cdot 4\pi r^2 \cdot \delta r.$$

செய்யப்பட்ட வேலைக்குப் பெற்றுள்ள இரு கோவைகளையும் சமன்படுத்த,

$$4\pi r^2 p \delta r = 8\pi\gamma r \delta r$$

அல்லது

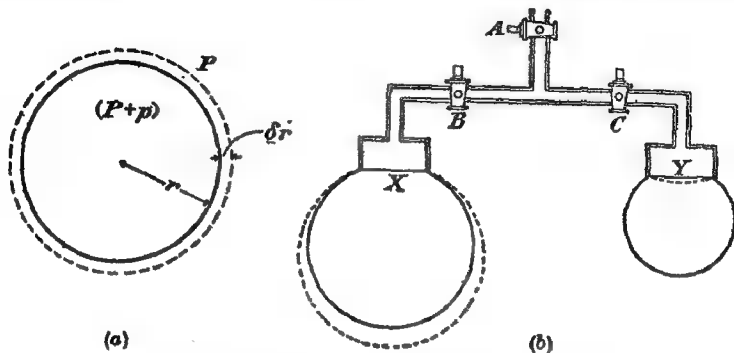
$$p = \frac{2\gamma}{r}.$$

குமிழியானது சவர்க்காரக் குமிழியாக இருந்திருந்தால் சவர்க்காரப் படலமொன்று இரட்டைப் பரப்பு உடையதாதலால், இவ்வழுக்கமிகை

$\frac{4\gamma}{r}$  ஆய் இருந்திருக்கும்.

சவர்க்காரக் குமிழியொன்றின் ஆரை கூடும்பொழுது அதனுள்ளே ஆற்றுகின்ற அழுக்கம் குறைகின்றது என்னுள் செய்தியைக் கீழ்வருகின்ற பரிசோதனை காட்டுகிறது. ஒவ்வொன்றும் விட்டம் கிட்டத்தட்ட 1 சமீ. உம் நீளம் 1 சமீ. உம் உடைய இரு பித்தளைக் கிண்ணங்கள்  $X$  உம்  $Y$  யும் குழாயடைப்புக்கள்  $A, B, C$  என்பவற்றுடன் படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன, படம் 10-03 (b).  $X, Y$  என்பவற்றின் திறந்துருளிகள் சவர்க்காரக் கரைசலொன்றில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றன; விட்டத்தில் நியாயமான அளவு வேறுபடுகின்ற சவர்க்காரக் குமிழிகள் ஊதப்படுகின்றன. பெரிய குமிழி ஆக்கப்படும்போது  $B$  திறந்தும்  $C$  மூடப்பட்டும் மறுதலையாகவும் இருக்கின்றன. அடுத்து  $A$  யை மூடி,

குழாயடைப்புக்கள் B யையும் C யையும் திறந்து இரு குமிழிகளும் ஒன்றோடொன்று தொடர்புகொள்ளுமாறு செய்யப்படுகின்றது. சிறு குமிழியிலிருந்து பெரிய குமிழியுள் வளி சென்று, பிந்தியதை விரியவும் முந்தியதைச் சுருங்கவும் செய்கிறது. ஈற்றில் Y யின் திறந்த நுனிக்குக்



படம் 10-03. கோளக் குமிழியொன்றில் அழுக்கமிகை.

கீழே பிதுங்கியிருக்கின்ற, கோளப்பரப்பொன்றின் பாகமான சவர்க்காரப் படலத்தின் வளைவரைக்குச் சமனாகப் பெரிய குமிழியின் வளைவரை வரும்வரை இது தொடர்ந்து நடைபெறுகிறது—படத்திலே குற்றிட்ட கோடுகளைப் பார்க்க. நேரம் சென்றதும் பெரிய குமிழியின் சவர்களின் தடிப்பு மிக மெல்லியதாகிக் குமிழி வெடிக்கிறது; Y யில் இருக்கின்ற படலம் உடனே தட்டையாகிறது; சிறிது நேரம் கழிந்ததும் அது மிக மெல்லியதாகி ஈற்றில் உடைகிறது.

**உருளைப் பரப்பொன்றிற்குக் குறுக்கே அழுக்க வித்தியாசம்.**—படம் 10-03 (a) ஆனது உருளைக்குமிழியொன்றின் குறுக்குவெட்டை எடுத்துக்காட்டுகிறது எனக் கொள்வோம். திரவமொன்றின் இத்தகைய குமிழியின் ஆக்கம் கடினமானதாதலால், அது இரு பரப்புக்கள் உடைய சவர்க்காரப் படல மொன்றாலானது எனக் கொள்வோம். இவ்வுருளையில் நீளம்  $l$  ஐக் கருதுக.  $r$  ஆனது  $r + \delta r$  என மாற்றம் அடைந்தபோது முன்போல பரப்பளவுயர்வு  $2[2\pi(r + \delta r - r)l]$  ஆகும். படலத்தின் வெப்பநிலை அதனது தொடக்கப் பெறுமானத்தை அடையுமாறு அதற்கு வெப்பச் சக்தி அளிக்கப்படுக. சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியுயர்வானது  $4\pi\gamma \delta r$  ஆகும். இனி முந்திய பந்தியிற் பயன்படுத்தியுள்ள முறைப்படி கணிததால் செய்யப் பட்ட வேலை  $2\pi\gamma l \delta r$  ஆகும். இவ்விரு கணியங்களையும் சமன்படுத்த,

$$p = \frac{2\gamma}{r}.$$

ஒரேயொரு உருளைப்பரப்பு இருக்குமிடத்து அழுக்கமிகை  $\frac{\gamma}{r}$  ஆகும்.

தொடர்ச்சியின்மையிலல்லா எந்த வளைந்த பரப்பிற்கும் குறுக்கேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசம்.—பொதுப்பட்ட வளைந்த பரப்பொன்றிற்குக் குறுக்கே நாம் காணப்போகின்ற அழுக்க வித்தியாசத்திற்கான கோவையானது யங்விிற்கும் லப்பினாசிற்கும் தெரிந்திருந்ததே. திரவமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்குரிய அதி திப்பமான முறைகளுக்குப் பெரும்பாலும் இதுவே அடிப்படைத் தத்துவம். ABCD ஆனது வளைந்த திரவப்பரப்பொன்றின் ஒரு சிறு பாகமாகுக, படம் 10.04 (a); அதன் அடுத்தது புயங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணங்கள் செங்கோணங்கள் எனவே கருதப்படுகின்ற மூலகத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமன் ஆகும். மேற்பரப்பிற்கு மேலேயுள்ள புள்ளியொன்றைக் குறித்து அது குவிவானதாகுக. மேற்பரப்பில் A யிலும் B யிலும் உள்ள செங்குத்துக்கள்  $O_1$  இல் ஒன்றையொன்று ஹெட்டுக; எனவே  $AO_1 = BO_1 = r_1$  (என்க); அது போலவே B யிலும் C யிலும் உள்ளவை  $O_2$  இல் ஒன்றையொன்று ஹெட்டுக; இங்கு  $BO_2 = CO_2 = r_2$  (என்க). அழுக்கமானது பரப்பின் குவிவான பக்கத்தில் P யும், அதன் குழிவான பக்கத்தில் (P + p) யும் ஆகுக. திரவத்தின் பரப்பிழுவை, அதாவது அதன் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியடர்த்தி  $\gamma$  ஆகுக; வெப்பநிலை மாறாது இருக்கும்பொழுது ABCD என்பதை அதன் மேற்பரப்பின் ஒரு பாகமாகக்கொண்ட திரவத்தினியானது, அம்மூலகம்  $A_1B_1C_1D_1$  என்னும் நிலையைக் கொள்ளுமாறு விரிகிறது எனக் கொள்க. கருதப்படும் பரப்புமூலகத்தின் புள்ளியொவ்வொன்றின் பெயர்ச்சியும்  $\delta n$  ஆகுக. மூலகத்தின் பக்கங்கள் மீதுள்ள அழுக்கங்களால் ஆகும் விசைகள் முறையே P(ABCD யின் பரப்பளவு) உம்  $(p + P)$  (ABCD யின் பரப்பளவு) உம் ஆகும். எனவே பரப்பின் இந்தப் பாகத்தைப் பொறுத்தமட்டில் செய்யப்பட்ட வெளிவேலியானது

$$p(ABCD)\delta n$$

ஆகும்.

பரப்பிலே கருதப்படுகின்ற மூலகத்தின் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியுயர்வானது பரப்பளவுயர்வின்  $\gamma$  மடங்காகும்; அதாவது ஒவ்வொரு பரப்புமூலகமும் செவ்வகமானதால்

$$\gamma(A_1B_1C_1D_1 - ABCD) = \gamma[(A_1B_1 \cdot B_1C_1 - AB \cdot BC)].$$

ஆனால்,

$$\frac{A_1B_1}{r_1 + \delta n} = \frac{AB}{r_1}, \text{ அல்லது } A_1B_1 = AB \left( 1 + \frac{\delta n}{r_1} \right);$$

$$\text{அதுபோலவே} \quad B_1C_1 = BC \left( 1 + \frac{\delta n}{r_2} \right).$$

$\therefore$  சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தியுயர்வானது

$$= \gamma \left[ AB \cdot BC \left( 1 + \frac{\delta n}{r_1} \right) \left( 1 + \frac{\delta n}{r_2} \right) - AB \cdot BC \right];$$

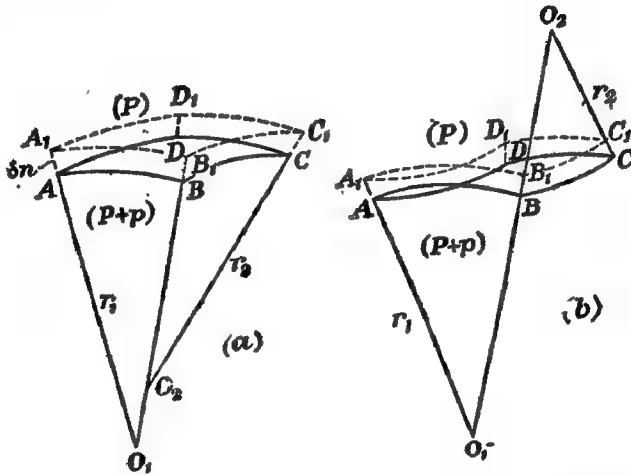
$(\delta n)^2$  ஐக் கொண்ட உறுப்பு புறக்கணிக்கப்பட்டால் இது

$$\gamma \delta n \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) AB \cdot BC$$

ஆகும். வெப்பநிலைமாறல் இராதவண்ணம் படலத்துக்கு வெப்பம் அளிக் கப்படுகிறது என்னும் நிபந்தனையின்டேரில், இச்சயாதீனப் பரப்புச் சக்தியு யாவானது மேற்பரப்பின் விரிவின்போது செய்துள்ள வேலைக்குச் சமன் ஆதலால்,

$$p = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

எனப் பெறுகிறோம்.



படம் 10·04. கூனலுற்ற எந்தத் திரவப்பரப்பிற்கும் குறுக்கேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசம்.

$O_1, O_2$  என்பன பரப்பின் ஒரே பக்கத்திற் கிடக்கின்றன என இதுவரை கருதப்பட்டுள்ளது. ஆனால் அவை அவ்வாறு இரா ; படம் 10·03(b) இற் காட்டியுள்ளவாறு அவை இருந்தால் அப்பொழுது

$$\frac{B_1C_1}{BC} = \frac{r_2 - \delta n}{r_2}, \text{ அல்லது } B_1C_1 = BC \left( 1 - \frac{\delta n}{r_2} \right).$$

எனவே முன்போல,

$$p \cdot (AB \cdot BC) \cdot \delta n = \gamma AB \left( 1 + \frac{\delta n}{r_1} \right) BC \left( 1 - \frac{\delta n}{r_2} \right)$$

அல்லது

$$p = \gamma \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

ஒரு விளைவாரையானது அமுக்கம் மிகக் கூடுதலாய் அல்லது மிகக் குறைவாய் இருக்கிற பக்கத்திலே கிடக்கும்பொழுது அதை முறையே நேர் அல்லது மறை என எடுத்துக் கொள்ளலாம் என்றால்

$$p = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

என்னும் பொதுச் சூத்திரத்தைப் பெறுகிறோம் ; இதிலிருந்து பரப்பானது கோளவடிவம் அல்லது உருளை வடிவம் பெறுமிடத்து அமுக்க வித்தியாசத் துக்குரிய பெறுமானங்கள் உடனே கிடைக்கப் பெறுகின்றன.

பரப்பானது படலமொன்றிற்குரியதாயின், அப்பொழுது இரு மேற்பரப் புக்கள் உள்ளபடியால் ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் அமுக்க வித்தியாசம் இருமடங்காகும் ; உண்மையில், படலம் அவ்வளவு இலேசானதாதலால் இங்குள்ள மற்றவிசைகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் அதன் நிறை புறக் கணிக்கத்தக்கது.

**பொதுமுகப் பரப்பிழுவையும் இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள ஒட்டற் பண்பும்.**—ஒன்றோடொன்று கலக்குநதன்மையில்லாத இரு திரவங்கள் ஓய்வாய், அதாவது நிலையிற் சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது அவற் றிற்கிடையே வரையறுத்த வேறுபடுத்தும் மேற்பரப்பொன்று உளது. இம்மேற்பரப்பில், ஒன்றோடொன்று கலக்காமல் ஓரின மூலக்கூறுகளுடைய அடுக்கொன்று மற்ற இன மூலக்கூறுகளுடைய அடுக்கொன்றுமீது அமர்ந் திருக்கிறது என்றும், பொதுமுகப்பரப்பிற்கு மேலே அல்லது அதற்குக் கீழே ஒரேயொரு வகைக்குச் சேர்ந்த மூலக்கூறுகளே இருக்கின்றன என் றும் கொள்வோம். முதன்முதலாக மேலடுக்கிலுள்ளவற்றைக் கருது வோம். இவை மொத்தமாக அவற்றிற்கு மேலேயுள்ள மூலக்கூறுகளால் மேலே கவரப்படுகின்றன ; எனினும் அதற்கு எதிரான திசையில் மற்றத் திரவத்தில் அவற்றிற்கு அடுத்துள்ள மூலக்கூறுகளின் கவர்ச்சியையும் அவை அனுபவிக்கின்றன. எனவே அவற்றின் தானங்களைவிட்டு நாம் கருதுகின்ற மூலக்கூறுகள் நிலைச்சக்தி உடையன. அதுபோலவே இரண் பாவது அடுக்கிலுள்ள மூலக்கூறுகளுக்குமாம். இச்செய்திகளின் விளைவாக இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள பொதுமுகப் பரப்பில் ஒரு வரையறுத்த அளவு பரப்புச்சக்தி இருத்தல் வேண்டும் ; அலகுப் பரப்பொன்றிற்கான அளவு திரவங்களின் உள்ளீட்டுப் பொதுமுகப் பரப்புச் சக்தி எனப்படுகிறது. எனவே இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள பொதுமுகப்பரப்பு விரியும்போது வேலை செய்தல்வேண்டும் என்பது தெளிவாம். அலகுக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்புடைய நிரலொன்றில் ஒன்றோடொன்று கலக்குநதன்மையில்லாத A, B என்னும் இரு திரவங்களைக் கருதுக.

பொதுமுகப்பரப்பு, திரவங்கள் என்பவற்றின் உள்ளீட்டு, பரப்புச் சக்திகள் முறையே  $\epsilon_a$  யும்  $\epsilon_b$  யும்  $\epsilon_c$  யும் ஆகுக. அவற்றிற்கு ஒத்த ச்யாதீனப் பரப்புச் சக்தியுடர்த்திகள் அல்லது பரப்பிழுவைகள்  $\gamma_a$  யும்  $\gamma_b$  யும்  $\gamma_c$  யும் ஆகுக.

இரு திரவங்களையும் நேரடியான இழுப்பொன்றால் முற்றிலும் வெவ்வேறுக்க மட்டுமட்டாய் முடியும் எனக் கொள்க. செய்யப்பட்ட வேலையானது  $W_{ab}$  ஆகுக. திரவங்கள் A யிலும் B யிலும் சமவெப்பச் சூழலை நிலைநிறுத்தும் பொருட்டுப் புதிதாய் இயற்றப்பட்ட மேற்பரப்புக்களில் அலகுப் பரப்பளவு ஒன்றிற்கு அளிக்கவேண்டிய வெப்பத்தின் தொகைகள் (வேலையலகுகளில்) முறையே  $\eta_a$  யும்  $\eta_b$  யும் ஆகுக; பொதுமுகப் பரப்பிற்கு அதற்கு ஒத்த கணியம்  $\eta_{ab}$  ஆகுக. அப்பொழுது இவ்வெடுத்துக்காட்டில், பொதுமுகப் பரப்பில் பரப்பலகு ஒன்று அழிக்கப்படும் ஒவ்வொன்றும் பரப்பலகு ஒன்று உடைய, ஒன்று திரவம் A யால், மற்றது திரவம் B யால் ஆன, இரு புதுப் பரப்புக்கள் ஆக்கப்படும் உள்ளன. எனவே இரு மேற்பரப்புக்களுக்கும் அளிக்கப்படவேண்டிய வெப்பம்  $-\eta_{ab} + \eta_a + \eta_b$  ஆகும். இம்மாற்றம் முடிவடைந்ததும் உள்ளீட்டுப் பரப்புச் சக்தி  $\epsilon_a + \epsilon_b$  ஆகும். எனவே சக்திக் காப்புத் தத்துவத்திலிருந்து

$$\epsilon_{ab} + W_{ab} - \eta_{ab} + \eta_a + \eta_b = \epsilon_a + \epsilon_b.$$

பொதுவாக

$$\epsilon = \gamma + \eta \quad \text{ஆதலின்}$$

மேற்படி சமன்பாட்டை

$$\gamma_{ab} + \eta_{ab} + W_{ab} - \eta_{ab} + \eta_a + \eta_b = \gamma_a + \eta_a + \gamma_b + \eta_b$$

அல்லது

$$W_{ab} = \gamma_a + \gamma_b - \gamma_{ab}$$

என எழுதலாம்.

இச்சமன்பாடு டுப்பிரே (Dupré) என்பவரால் தரப்பட்டுள்ளது; அது முதன்மையானது. முதலாவதாக, குறிப்பிட்ட பரப்பிழுவைப் பெறுமானங்கள்  $\gamma_a$  யும்  $\gamma_b$  யும் உடைய இரு திரவங்களிடத்து ஒட்டல்வேலை, அதாவது  $W_{ab}$  பெரிதாய் இருந்தால் பொதுமுகப் பரப்பிழுவை சிறிதாய் இருத்தல் வேண்டும்; இங்கு ஒட்டல்வேலை என்பது வெப்பநிலை மாறுதலுக்கு இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள ஒட்டற்பண்புவிசைகளுக்கு எதிராகவும், அவற்றின் பொதுமுகப் பரப்பிற்குச் செங்குத்தான இழுப்பொன்றால் அவற்றை ஒன்றிலிருந்து மற்றதைச் சரிகணக்காக வெவ்வேறுக்கவும், அலகுப் பரப்பொன்றையிட்டுச் செய்யப்படும் வேலை என வரைவிலக்கணம் கூறப் படுகிறது. இரண்டாவதாக இரு திரவங்களினது முழுக் கலக்குந்தன்மைக்குத் தேவையான நிபந்தனையை இது தருகிறது; அதாவது இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள பொதுமுகப் பரப்பிழுவையானது ஒன்றில் பூச்சியமாக அல்லது எதிராக இருத்தல் வேண்டும். இனி பொதுமுகப் பரப்பிழுவை  $\gamma_{ab}$  என்பது நேராக இருக்குமிடத்து பொதுமுகத்தின் பரப்பு குறையுமுகமாக இருக்கிறபடியால் அது எதிராக இருக்குமிடத்து எந்தப் பொதுமுகத்தின் பரப்பும் கூடுமுகமாகவே இருக்கும் என்பது தெளிவு. பொதுமுக மேற்பரப்பின் விரியும் ஆற்றலால் நாம் உடனடியாக அறியக் கிடக்கிறது யாதெனில் திரவங்கள் ஒன்றோடொன்று கலக்க முயலும் என்பதே;

அதாவது அவை கலக்குந்தன்மையுடையனவாம். அதாவது அங்கு இருக்கின்றது என நாம் கறப்பனை செய்யும் எந்த எல்லைப் பரப்பிற்கும் குறுக்கே மூலக்கூறுகள் யாதொரு தடையுமின்றி அசைகின்றன.

இன்று தரப்பட்ட இரு திரவங்களுக்கிடையேயுள்ள ஒட்டல் வேலையின் துணிதலுக்கு நேரடி முறை ஒன்றுமேயில்லை; ரூப்பிளேயின் சமன் பாட்டைப் பயன்படுத்தி அதன் பெறுமானத்தைத் திரவங்களின் பரப்பிழைவைகள், அத்திரவங்களின் பொதுமுகப் பரப்பிழைவை என்பவற்றிலிருந்து பெறல் வேண்டும்.

**திரவ, திண்ம, வாயுப் பொருள்களிடையே தொடுகை.**—படம் 10·05 ஆனது திண்ம, திரவம், வாயு ஆகியவற்றின் ஊடே செல்கின்ற நிலைக்குத்தான வெட்டொன்றைக் குறிக்க; அவை யாவும் ஒன்றோடொன்று தொடுகை வைத்தும் சமநிலையில் அமைந்தும் இருக்கின்றன; தொடுகைக்கோடானது கடதாசித் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் நீளம்  $l$  உடையதாகவும் இருக்கிறது எனக் கொள்ளப்படுகிறது. இக்கோட்டிலுள்ள மூலக்கூறுகள் மீது தாக்குகின்ற விசைகள் அலகுநீளமொன்றிற்கு  $\gamma_{LG}$ ,  $\gamma_{LS}$ ,  $\gamma_{SG}$  என்பவை ஆகும்; இங்கு குறியீடுகளின் கருத்து பார்த்த உடனேயே விளங்கும்.  $\phi$  என்பது காட்டியுள்ள கோணம் ஆகுக; அதாவது அது திரவத்துக்கும் திண்மத்துக்கும் அவற்றின் தொடுகைக்கோடு வழியே வரைந்துள்ள தொடலித் தளங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணம், அல்லது தரப்பட்ட திரவ திண்மங்களின் தொடுகைக் கோணம் ஆகும். சமநிலை இருக்கிறபடியால்

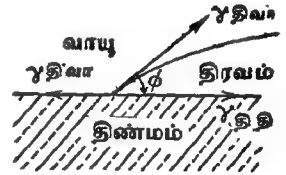
$\gamma_{LS} + \gamma_{LG} \cos \phi - \gamma_{SG} = 0 \dots (i)$   
எனப் பெறுகிறோம்.

ஆனால், திரவ-திண்மத் தொகுதிக்கு ரூப்பிளேயின் சமன்பாடு

$$W_{LS} + \gamma_{LS} - \gamma_{LG} - \gamma_{SG} = 0.$$

தெரியாத திண்மம்-திரவம், திண்மம்-வாயு என்பவற்றின் பரப்பிழைவைகளை நீக்கும் பொருட்டு மேற்படி சமன்பாடுகளைக் கழித்து

$W_{LS} = \gamma_{LG}(1 + \cos \phi) \dots (ii)$   
எனப் பெறுகிறோம்.



படம் 10·05. திண்மம் பரப்பொன்றின்மீது ஒன்றுள்ள திரவம்.

இனி  $W_{LS}$  ஆனது திரவத்திற்கும் திண்மத்திற்கும் இடையேயுள்ள ஒட்டற்பண்பின் அளவாகும்; அதுபோலவே  $\gamma_{LG}$  ஆனது அல்லது அதைக்காட்டிலும் விளக்கமாக  $2\gamma_{LG}$  ஆனது, திரவத்துள் அதனது ஒட்டற்பண்பின் அதாவது அதனது ஒருங்கிணைவின் அளவாகும்; தன்னுடன் தானே தொடுகை வைத்திருக்கின்ற திரவமொன்றினிடத்துப் பொதுமுகப் பரப்பிழையானது பூச்சியம் ஆதலால், அத்திரவத்தையிட்டு ரூப்பிளேயின் தொடர்பை எழுதி இச்செய்தி உடனே பெறப்படுகிறது. எனவே தரப்பட்ட எடுத்துக்காட்டொன்றில் திரவத்திற்கும் திண்மத்திற்கும் இடையேயுள்ள



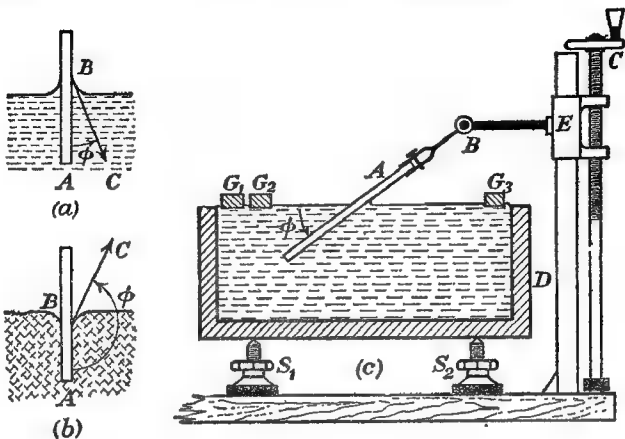
ஒட்டற்பண்பு, திரவத்தின் ஒருங்கிணைவு என்பவற்றின் தொடர்புப் பருமன் களால் திரவதிண்மத் தொடுகோணம் நிருணயிக்கப்படுகிறது என்பதை மேற்படி சமன்பாடு காட்டுகிறது.  $\phi$  பூச்சியம் ஆயின், அதாவது திரவமானது அது தொடுகை வைத்திருக்கின்ற திண்மத்தை முற்றிலும் “நனைக்கும்” ஆயின்,  $W_{LS} = 2\gamma_{LG}$ ; எனவே இவ்வெடுத்துக்காட்டில் திரவத்திற்கும் திண்மத்திற்குமிடையேயுள்ள ஒட்டற்பண்பானது திரவத் துள்ளான ஒருங்கிணைவுக்குச் சமன்.  $[0 < \phi < \frac{1}{2}\pi$  ஆயின், திண்மம் பகுதியாகத்தான் திரவத்தால் நனைக்கப்படுகின்றது;  $\frac{1}{2}\pi < \phi < \pi$  ஆயின் நனைத்தல் இல்லை.]

**தொடுகைக் கோணங்களும் அவற்றை அளத்தலும்.**—திண்மமொன்றின் மீது ஓய்வாய் இருக்கின்ற ஒவ்வொரு திரவத்துக்கும் தொடுகைக் கோண மொன்று பொதுவாக உளது என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது. உதாரணமாக, நீரில் நீலைக்குத்தாக இருக்குமாறு சுத்தமான கண்ணாடித் துண்டொன்றைப் புகுத்தினால், கண்ணாடிக்கு அணித்தாயுள்ள திரவ மானது எஞ்சிய நீரின் மட்டத்திலிருந்து சற்றுத்தூரம் இழுக்கப்பட்டிருக்கின்றது எனக் காணப்படும்.  $\hat{ABC}$  ஆனது, அதாவது நீரிலுள்ள திண்மப் பரப்பிற்கும் நீர்ப்பரப்பு கண்ணாடியைச் சந்திக்கும் இடத்தில், அதற்கு வரைந்துள்ள தொடலித்தளத்திற்குமிடையேயுள்ள கோணமானது, நீர்-கண்ணாடிப் பொதுமுகப்பரப்பின் தொடுகைக் கோணம் எனப்படும், படம் 10-06(a). கண்ணாடியுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற நீரினிடத்து இக்கோணம் மிகச் சிறிது ஆகும்; கண்ணாடியுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற பென்சோலினிடத்து அது பூச்சியம் ஆகும்.

மேற்படி பரிசோதனையில் இரசத்தைப் பயன்படுத்தியுள்ளபோது கண்ணாடிக்கு அணித்தாயுள்ள திரவமானது இரசப்பரப்பின் பொது மட்டத்திற்குக் கீழே இறங்கிற்று. தொடுகைக் கோணம் மீண்டும்  $ABC$  ஆகும், படம் 10-06(b); ஆனால் அது இப்பொழுது பெரிது ஆகும் (கிட்டத்தட்ட  $135^\circ$ ). தரப்பட்ட திரவியமொன்றுடன் இரு திரவங்களின் தொடுகைக் கோணங்கள் வேறுபடக்கூடுமாதலால், அவற்றின் பரப்பிழைவைகள் சமமாக இருக்கிறபோதிலும் அத்திரவங்கள் ஒரே மயிர்த்துளைத் தோற்றப்பாடுகளைக் காட்டாமல் இருக்கலாம்.

தட்டையான மேற்பரப்பொன்றின் மீது வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற சிறிதளவு திரவத்தின் வடிவில், தொடுகைக் கோணத்தால் ஆகும் விளைவானது எளிதிற் பின்வருமாறு காட்டப்படுகிறது. சுத்தமான கண்ணாடிப்பரப்பொன்றின் மீது இட்ட நீரானது கண்ணாடியெங்கும் பரவுகிறது; ஆனால் நெய் பூசியுள்ள தட்டொன்றுமீது அதுபோலவே நீரை இட்டால் அது ஒரு “துளி” யாக இருக்கிறது. அழுக்கு அல்லது நெய்ச்சுவடுகள் கோணத்தைப் பெருமளவில் மாற்றுகின்றன; அதே காரணத்தால்தான் யன்னற் கண்ணாடியொன்றுமீது படும் மழைத்துளியானது தொடர்ந்து துளியாகவே இருக்கிறது; ஏனெனில் கண்ணாடித் துண்டொன்று இரசாயனத் தூய்மையுடையதன்று.

நீருக்கும் பரபின் மெழுகு பூசப்பட்ட கண்ணாடிக்குமிடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணத்தைத் துணியும்பொருட்டு என். கே. ஆதாம் (Adam) என்பார் படம் 10-06(c) யிற் காட்டியுள்ள ஆய்கருவிபோன்ற ஒன்றைப் பயன்படுத்தினார். A ஆனது தட்டின் முகங்களுக்குச் செங்குத்தான

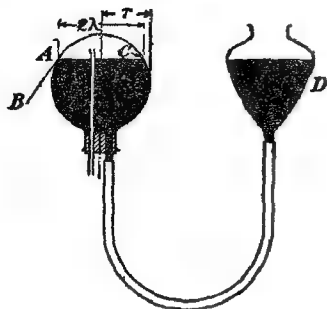


படம் 10-06. தொடுகைக் கோணங்களும் அவற்றை அளத்தலும்.

தொரு குறுக்குவெட்டாகும். தட்டானது B ஊடே செல்கின்ற கிடையான அச்சொன்றைப் பற்றிச் சுழலக்கூடிய இறுக்கியொன்றைப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது. திருகு C யையும் அது ஆளும் சட்டம் E யையும் பயன்படுத்தி இறுக்கியை நிலைக்குத்தாக அசையச் செய்யலாம்.

D ஒரு கண்ணாடித் தொட்டி ; அதன் பக்கங்களின் மேல் நுனிகள் தட்டையாகத் தேய்க்கப்பட்டிருக்கின்றன ; அந்நுனிகளின் மட்டத்திற்கு மேலே தொட்டியை நீரால் நிரப்பும் பொருட்டுத் தொட்டியுள்ளே பரபின் மெழுகு பூசப்பட்டிருக்கிறது. திருகுகள்  $S_1, S_2$  என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி அம்மட்டம் கிடையாக்கப்படுகிறது.  $G_1, G_2, G_3$  என்பன மெழுகு பூசப்பட்ட செவ்வகக் கண்ணாடித் துண்டுகள் ஆகும் ; அவை தொட்டியின் பக்கங்கள் மீது தங்கி திரவத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்றன. தொட்டியின் வலப்பக்கத்திலிருந்து, காட்டியுள்ள நிலைகளுக்கு, முதல்  $G_1$  ஐயும் பின்னர்  $G_2$  ஐயும் அசைத்து வைப்பதால் திரவப் பரப்பிலே கறைப்படுத்தல் அப்புறப்படுத்தப்படுகிறது. தட்டின் பக்கமொன்றில், திண்மத்துடனுள்ள தொடுகைக்கோடு வரை, நீர்ப்பரப்பானது திரிவின்றி இருக்கும் நிலையைப் பெறுமட்டும் தட்டு ஒன்றன்பின் ஒன்றாக வெவ்வேறான சாய்வுக்கோணங்களில் வைக்கப்படுகிறது. தட்டின் அடையாளத்திற்கும் திரிவில்லா நீர்ப் பரப்பிற்கும் இடையேயுள்ள (பாகைமானியால் அளக்கப்பட்ட) கோணம்  $\phi$  எனின், அப்பொழுது  $\phi$  யே தேவைப்படுகின்ற தொடுகைக்கோணம் ஆகும்.

இரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணத்தின் ஆய்வுக்கான கவர்ச்சியுள்ள முறையொன்று பின்வருமாறு :—தலைகீழாக



படம் 10·07. கண்ணாடியுடன்  
இரசத்தின் தொடுகைக் கோணம்.

கப்பட்ட கோளக் குடுவையொன்றிலுள்ள சிறிதளவு இரசத்தின் நிலையானது, அக்குடுவையில் இருக்கின்ற இரசத்தின் பரப்பு, கண்ணாடியைத் தொடும் புள்ளிகளில் தட்டையாக வரும்வரை சேமிப்புக் கலம் D யை உயர்த்தி அல்லது தாழ்த்திச் செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது, படம் 10·07. கோணம்  $BAC = \phi$  என்பதே தேவைப் படுகின்ற தொடுகைக் கோணம் ஆகும். AC யின் நீளம்  $2\lambda$  வும், குடுவையின் ஆரை  $r$  உம் ஆயின்,  $\phi = \text{சைன்}^{-1} \frac{\lambda}{r}$ ;

$\frac{\pi}{2} < \phi < \pi$  என்பது குறித்தற்பாலது.

தரப்பட்ட திரவத்திண்மச் சேர்மானம் ஒன்றின் தொடுகைக் கோணமானது இரு அந்தலை எல்லைகளுக்குள் மாறலாம் என வெவ்வேறான திரவங்களுக்கும் திண்மங்களுக்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணங்களின் கவனமான அளவீடுகள் காட்டியுள்ளன. யன்னற் கண்ணாடி, அதாவது இரசாயனத்தாய்மையில்லாத கண்ணாடித்துண்டு ஒன்றில் மெதுவாக இறங்கும் மழைத்துளியொன்றினிடத்து இம்மாறலை எளிதிற் காணலாம். துளி முன்னேறும் புள்ளிகளில் கோணம் மிகப் பெரிதாயும் அது பின்வாங்கும் இடங்களில் கோணம் மிகச் சிறிதாயும் இருக்கிறது. திண்மத்திற்கும் திரவத்திற்கும் இடையே உராய்வு விசையொன்று உளது என்னும் எடுகோளைப் பயன்படுத்தி, ஆதாமும் யெசப்புமீ இத்தொடுகைக் கோண மாறலை விளக்கினர்.  $\phi_A$ ,  $\phi_R$  என்பன முறையே “முன்னேறுகின்ற” தொடுகைக்கோணமும் “பின்வாங்குகின்ற” தொடுகைக் கோணமும் ஆகுக. துளியானது முன்னேறும் நிலையிலே சரியாக இருக்கும்பொழுது உராய்வு விசையானது இயக்கத்தை எதிர்க்க முயலும்; எனவே அது  $\gamma_{LS}$  இன் திசையில் தாக்கும், படம் 10·05, (ப. 533) ஐப் பார்க்க; ஆகவே

$$\gamma_{SG} = F + \gamma_{LS} + \gamma_{LG} \text{ கோசை } \phi_A \quad \dots \dots (iii)$$

பரப்பானது பின்வாங்கும் நிலையிற் சரியாக இருக்கும்பொழுது  $F$  ஆனது  $\gamma_{SG}$  இன் திசையிலே தாக்கும்; அப்பொழுது

$$\gamma_{SG} + F = \gamma_{LG} \text{ கோசை } \phi_R + \gamma_{LS} \quad \dots \dots (iv)$$

சமன்பாடுகள் (iii), (iv) ஆகியவற்றிலிருந்து  $F$  ஐ நீக்கி வருகின்ற விளைவைச் சமன்பாடு (i) உடன் சேர்த்து,

$$\text{கோசை } \phi_A + \text{கோசை } \phi_R = 2 \text{ கோசை } \phi \quad \dots \dots (v)$$

எனப் பெறுகிறோம். அதாவது, உராய்வு இல்லாதபோது நோக்கப்படுகின்ற தொடுகைக் கோணத்தின் கோசைனானது முன்னேறுகின்ற கோணம், பின்வாங்குகின்ற கோணம் என்பவற்றின் கோசைன்களின் கூட்டலிடை ஆகும். சமன்பாடு (v) ஐ

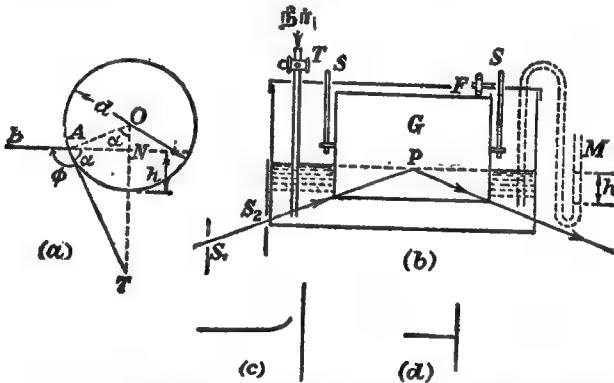
$$\text{கோசை } \frac{1}{2}(\phi_A + \phi_R) \text{ கோசை } \frac{1}{2}(\phi_A - \phi_R) = 2 \text{ கோசை } \phi$$

என எழுதலாம்.

நடைமுறையில் கிட்டத்தட்ட எப்பொழுதும் எதிர்பார்க்கக்கூடிய நிலையில் கிடைக்கிறதுபோல  $(\phi_A - \phi_R)$  சிறிதாயின், அப்பொழுது கோசை  $\frac{1}{2}(\phi_A - \phi_R) \rightarrow 1$ ; அதாவது

$$\phi_A + \phi_R = 2\phi.$$

ஒரு திரவத்திற்கும் திண்மத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணத்தை அளப்பதற்கு அப்ளெந்த் என்பார் வேறொரு முறையைத் தந்திருக்கிறார்; இம்முறையில் முன்னேறுங் கோணம், பின்வாங்குங் கோணம் என்பவற்றின் வித்தியாசம் அளக்கப்படுகிறது. உருளையொன்று அதன் அச்சு கிடையாக இருக்குமாறு திரவமொன்றில் அமிழ்த்தப் படுகிறது; சுயாதீனமான திரவப் பரப்பானது உருளையின் வளைந்த பரப்பிலுள்ள தொடுகைக் கோடுவரை கிடையாக இருக்குமாறு அமிழ்த்தும்போது ஆழம் செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது, படம் 10·08 (a) இற் காண்க. O, உருளையின் குறுக்குவெட்டொன்றின் மையமும், BA திரவப்பரப்பும் ஆயின்



படம் 10·08. தொடுகைக் கோணங்களைத் துணிதலுக்கு அப்ளெந்தின் முறை.

அப்பொழுது  $\widehat{BAT}$ , தொடுகைக் கோணம்  $\phi$  ஆகும்; இங்கு AT, புள்ளி A யில் வட்டத்தின் தொடலி ஆகும். அப்பொழுது நீட்டிய BA யிற்கு ON செங்குத்தாயின்,

$$\alpha = \widehat{AON} = \pi - \phi.$$

† *Phil. Mag.* 46, 244, 1923.

d வட்டத்தின் விட்டமும், h உருளையின் மிகத் தாழ்ந்த பிறப்பாக்கிக்கு மேலே N இன் உயரமும் ஆகுக. அப்பொழுது

$$\text{கோசை } \alpha = \frac{ON}{OA} = \frac{\frac{d}{2} - h}{\frac{d}{2}} = 1 - \frac{2h}{d} = -\text{கோசை } \phi.$$

$$\therefore \text{கோசை } \phi = \frac{2h}{d} - 1;$$

எனவே  $h < \frac{d}{2}$  எனின்,  $\phi$  விரிகோணம் ஆகும்.

ஈற்றிலே பயன்படுத்தியுள்ள ஆய்கருவியின் முக்கியமான பகுதிகள் படம் 10.08 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அது நீளம் கிட்டத்தட்ட 3 அங்., விட்டம் 3 அங். உடையதும், பல மில்லிமீற்றர் தடிப்பில் பரபின் மெழுகுப் படையால் மூடப்பட்டதுமான திண்மக் கண்ணாடியுருளை 6 யினால் ஆனது. இதன்பொருட்டு உருளையை உருகிய மெழுகைக் கொண்டிருக்கின்ற தொட்டியொன்றில் வைத்து 3 இலிருந்து 4 மிமீ. வரை தடிப்புள்ள மெழுகுபடையொன்று அதன்மீது உண்டாகும் வரை அது மெதுவாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. தூசில்லா வளியில் அது குளிரடைய விடப்படுகின்றது; குளிர்த்ததும் அது கடைச்செலந்திரம் ஒன்றில் திருத்த மாக மையத்தில் ஏற்றப்பட்டு அழுத்தமாக ஆக்கப்படுகின்றது. அடுத்து, உருளை செவ்வகக்கண்ணாடித் தொட்டியொன்றில் ஏற்றப்படுகின்றது. உருளையின் அச்ச கிடையாகவும், தொட்டியின் நீளமான பக்கங்களுக்குச் சமாந்தரமாகவும் அமைக்கப்பட்டிருந்தது. தக்கவாறு வேகம் குறைக்கப் பட்ட சிறு மின்மோட்டரொன்று உராய்வுச் சில்லு F ஐச் செலுத்துகின்றது; அது மெழுகுப் பரப்பை சரியாகத் தொடுகின்ற றப்பர்த் தயர் ஒன்றால் போர்த்தப்பட்ட சிறு சில்லொன்றாகும்; எனவே தேவைப்படும்போது உருளைக்குச் சுழற்சி இயக்கமொன்றை அளிக்க முடிகின்றது. மோட்டரி லிருந்து செலுத்தல் நாடாவாக நெருக்கமாகச் சுற்றியுள்ள சுரிவில்லொன் றைப் பயன்படுத்தியபடியால் உருளைக்கும் அதிலிருந்து நீர்ப்பரப்புக்கும் அதிர்வுகள் செலுத்தப்படாதவாறு தடுக்கப்படுகின்றன.

நீர்-வளிப்பரப்பை வளைந்த ஆடியொன்றாகப் பயன்படுத்தி அதன்மீது ஒடுக்கமான சமாந்தர ஒளிக்கற்றையைப் படவிட்டு அதன் வளைவு சோதிக்கப் படுகின்றது.  $S_1$ , கிடையான பிளவு ஒன்றாகும்; அது இன்னுமொரு கிடையான பிளவு  $S_2$  இன் மட்டத்திற்குச் சற்றுத் தாழ்ந்தே இருக்கின்றது; பிந்திய பிளவு நீர்த்தொட்டியின் இடப்பக்கத்தில் இணைக்கப் பட்டிருக்கின்ற கறுப்புக் கடதாசித் துண்டிலுள்ள நுண் துவாரம் ஆகும்.  $S_2$  ஐக் குறித்து  $S_1$  இன் நிலையையும் சமாந்தரக் கற்றையைப் பிறப்பிக்கும் ஒளியியல் ஆய்கருவியையும் செப்பஞ்செய்து, உருளையின் வளைந்த பரப்பிற்கு அணித்தாய் உள்ள நீர்ப்பரப்பில் எந்த விரும்பிய புள்ளியிலும்

ஒளிக்கற்றை படுமாறு செய்யமுடிகிறது ; அப்புள்ளி P என்க. ஆக்கப்படும் விம்பமானது தொட்டியின் வலக்கைப்பக்க வழியே வெறுங் கண்ணால் நோக்கப்படுகிறது. பரப்பானது தட்டையாய் இராதபோது விம்பம் படம் 10·08 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு தோற்றிற்று ; மெழுகுப் பரப்பின் மேலுள்ள சிறு ஒழுங்கினங்கள் துலக்கும் நன்கு ஒளிர்வுறச் செய்த புள்ளிகன்போல் தோற்றின. இன்னும் நீரைப் புகுத்திப் பரப்பைத் தட்டையாக ஆக்கிய பின்னர், உருளையின் பரப்புடன் பிளவின் விம்பம் படம் 10·08 (d) யில் காட்டியுள்ளவாறு மட்டமாகவே இருக்கின்றது.

நீரின் சுயாதீனப் பரப்பைக் குறித்து உருளைப் பரப்பின் மிகத்தாழ்ந்த பிறப்பாக்கியின் ஆழம் h ஐ அளக்கும்பொருட்டு, அமுக்கமானி M பின் வருமாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றது. வளியிழுக்குவை ஒன்றிலிருந்து தொட்டியுள் நீர் மிகு மெதுவாக ஓடவிடப்பட்டு, ஓட்ட வீதம் குழாய் வாயில் T யிலை ஆளப்படுகின்றது. உருளையை நீர் சரியாகத் தொட்டதும், தாழ்வலு நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தி M இல் நீரின் நிலை குறிக்கப்படுகிறது. திரவப்பரப்பானது P யில், தட்டையாக்கப்பட்டதும் அது மீண்டும் குறிக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு h, அமுக்கமானி வாசிப்புகளிலிருந்து நேரே துணியப்படுகிறது உருளையின் விட்டம், பல இடங்களில் அளக்கப்பட்டு அதன் இடைப் பெறுமானம் கணிக்கப்படுகிறது; ஏற்கெனவே நிலைநிறுத்தியுள்ள சூத்திரத்திலிருந்து தொடுகைக் கோணத்தைக் காணமுடிகின்றது.

முதலிலே இடஞ்சுழியாக, பின்பு வலஞ்சுழியாக, உருளையை மெதுவாகச் சுழற்றி தொடுகைக் கோணம் அளக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு “முன்னேறுகின்ற” தொடுகைக் கோணத்தையும் “பின்வாங்குகின்ற” தொடுகைக் கோணத்தையும் அளக்கமுடிகின்றது ; ஏனெனில் P, உருளையின் அச்சுக்கும் தொட்டியின் சேய்மையிலுள்ள சுவருக்கும் இடையே இருக்குமாயின் உருளையின் இடஞ்சுழி இயக்கத்தால், ஏறும் பிறையுரு தரும் எடுத்துக்காட்டிற்கு ஒத்த நிலைமை நிலையாக்கப்படுகிறது ; வலஞ்சுழி இயக்கமானது இறங்கும் பிறையுருவிற்கு ஒத்ததாகும். ப்ரிசோதனை வழ எல்லைகளுள்

$$\phi = \frac{1}{2}(\phi_A + \phi_R)$$

எனக் காணப்பட்டது ; இங்கு 0·44 மிமீ. செக்.<sup>-1</sup> ஐ எஞ்சிய ஓரக் கதி களுக்கு, கோணங்கள் மாறவில்லை.

மேற்படி சூழலில் கிடைக்கப்பெற்ற இடைப் பேறுகள்

$$\phi_A = 113^\circ 9',$$

$$\phi_R = 96^\circ 20',$$

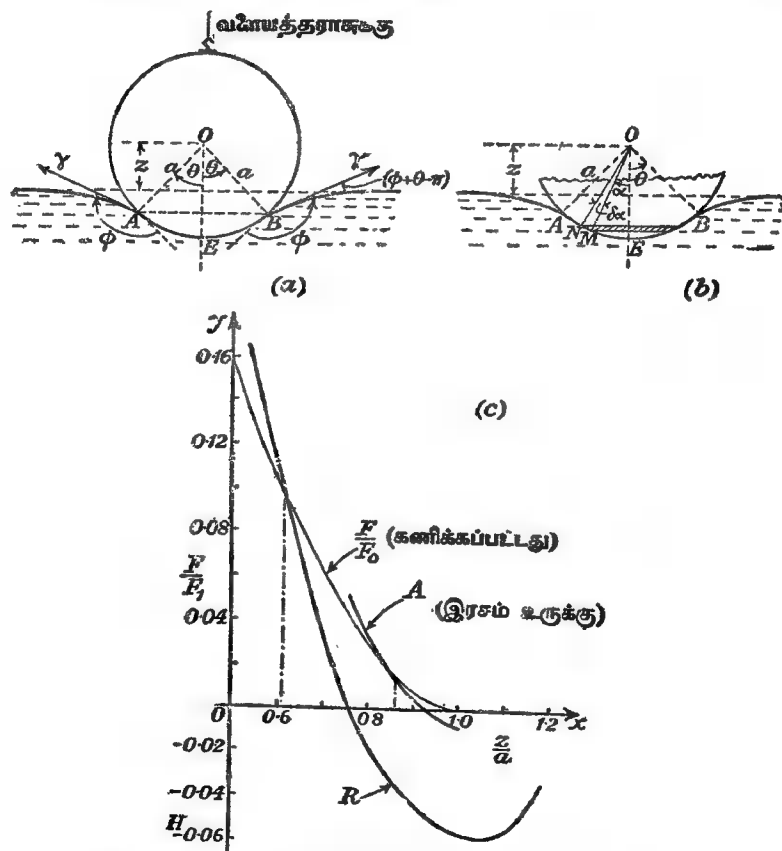
$$\phi = 104^\circ 34'$$

என்பவையாகும் ; முதல் இரு கோணங்களின் இடை. 104° 45' ஆகும்.

0.44 மிமீ. செக்.<sup>-1</sup> இற்குக் குறைவான ஓரவேகங்களுக்கு  $\phi_A$ ,  $\phi_R$  என்பன வேகத்தைச் சார்ந்துள்ளன எனத் தெரியவந்துள்ளது. ஆனால் ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும்

$$\phi = \frac{1}{2} (\phi_A + \phi_R).$$

தொடுகைக் கோணங்களை அளத்தலுக்கான யானேஸ்டின் முறை.—இவ் வியக்கவியல் முறை,† முதன் முதலாக உருக்கு அல்லது கண்ணாடிக்கும் இரசத்துக்கும் இடையேயுள்ள “முன்னேறும்” தொடுகைக் கோணத்தையும்



படம் 10-09. தொடுகைக் கோணங்களைத் துணிதற்கு இயக்கவியல் முறை.

† *Proc. Phys. Soc.*, 58, 120, 1946 ; B, 62, 125, 1949.

“பின்வாங்கும்” தொடுகைக் கோணத்தையும் அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தப் பட்டது; பின்பு யானோஸ்டும் மோனும் அதைப் பரபின்மெழுகுடன் தொடுகை யிலுள்ள நீருக்குப் பிரயோகித்தனர்.

இங்கு தொடர்புள்ள தத்துவங்களை விளங்கும்பொருட்டு, அடர்த்தி  $\rho$  வை உடைய திரவமொன்றில் பகுதியாக அமிழ்ந்திருக்குமாறு தொங்கவிடப்பட்டுத் தும் ஆரை  $a$  யை உடையதுமான திண்மக் கோளமொன்றைக் கருதுதல் வேண்டும்; திரவத்தின் தட்டையான பரப்பைக் குறித்துக் கோளத்தின் மையம்  $O$  வின உயரம்  $z$  ஆகுக, படம் 10·09 (a). திரவத்தின் பரப்பிழை  $\gamma$  வும் புவியீர்ப்பு  $g$  யும் ஆகுக. தொடுகைக் கோணம்  $\phi$  யும், கூம்பு  $AOB$  யின் அரையுச்சிக் கோணம்  $\theta$  வும் ஆயின், பரப்பிழையானது கிடையுடன் கோணம்  $(\phi + \theta - \pi)$  ஐ ஆக்குகிறது.

கோளமீதுள்ள மேலுதைப்பைக் கணிக்கும்பொருட்டு, படம் 10·09(b) யில் காட்டியுள்ள கிடையான வளையத்தின் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் திரவத்தால் ஆகும் அழுக்கத்தைக் கருதுவோம்; அதன் எல்லைகள்  $M, N$  எனபனவும் கோணங்கள்  $\alpha, \delta\alpha$  வும் வரையறுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. திரவத்தின் கிடையான பரப்பைக் குறித்து  $M$  இன் ஆழம் ( $\alpha$  கோசை  $\alpha - z$ ) ஆதலின் வளையத்தின் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் அழுக்கம்

$$gp \text{ (} \alpha \text{ கோசை } \alpha - z \text{)}.$$

ஆயின், வளையம் மீதுள்ள மேலுதைப்பு  $\delta U$  ஆனது

$$\delta U = [gp(\alpha \text{ கோசை } \alpha - z) \cdot 2\pi a \text{ சைன் } \alpha \cdot \delta\alpha] \text{ கோசை } \alpha$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

∴ இக்காரணத்தாலாகும் முழு மேலுதைப்பும்  $U$  வே; இங்கு

$$U = 2\pi gp \int_0^{\theta} (\alpha \text{ கோசை } \alpha - z) \alpha^2 \text{ சைன் } \alpha \text{ கோசை } \alpha d\alpha.$$

இத்தொகையீட்டை மதிப்பிட்டு அத்துடன் பரப்பிழையால் ஆகின்ற விசையையும் சேர்த்துத் திரவங்காரணமாகக் கோளம் மீதுள்ள முழு மேல் முகமான விசை  $F$  கிடைக்கப் பெறுகின்றது. பேருனது

$$\begin{aligned} F &= \pi a^3 gp \left[ \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \text{ கோசை }^3 \theta \right] - \pi a^3 gp z (1 - \text{கோசை }^3 \theta) \\ &\quad + 2\pi \gamma a \text{ சைன் } \theta \cdot \text{கோசை } \left\{ \frac{1}{2}\pi - (\phi + \theta - \pi) \right\} \\ &= \dots\dots\dots - 2\pi \gamma a \text{ சைன் } \theta \cdot \text{சைன் } (\theta + \phi). \end{aligned}$$

கோளத்திற்கு அணித்தாயுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளிலும் இரசப் பரப்பு கிடையாய் அமையும்வண்ணம் அக்கோளம் அமிழ்த்தப்பட்ட ஆழம் இருக்குமாயின்,  $(\theta + \phi) = \pi$  யும்  $z = a$  கோசை  $\theta$  வும் ஆகும்; அத்தகைய நிலையில் முழு மேல்முகமான விசை  $F_0$  ஆயின், அப்பொழுது,

$$F_0 = \pi a^3 gp \left[ \frac{2}{3} - \text{கோசை } \theta + \frac{1}{3} \text{ கோசை }^3 \theta \right].$$



கோளம் முழுதாக அமிழ்த்தப்பட்டிருப்பின் மேல்முகமான விசை  $F_1$  ஆகின்றது ; அது  $F_1 = \frac{3}{4}\pi a^3 \rho$  எனபதால் தரப்படுகிறது. எனவே

$$\frac{F_0}{F_1} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\left(\frac{z}{a}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{z}{a}\right)^3.$$

இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தும் பொருட்டுக் கோளமானது சக்சிமிதின் தராசொன்றிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது, பக்கம் 464 இற் காண்க; அப்பொழுது தொடர்ந்து பிரயோகிக்கப்படுகின்றதும் மெதுவாக மாறுகின்றதுமான சிறு விசைகளைத் திட்டமாக அளக்கலாம். திரவமானது தொங்குங் கோளத்தின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியுடன் தொடுகைகைக்கும் அளவிற்குக் கொண்டுவரப்படுகிறது ; பின்பு கிட்டத்தட்ட அரைக்கோளம் அமிழ்த்தப் படும்வரை திரவம் மெதுவாகவும் ஒவ்வொருபடி 0.01 சமீ. என்றவாறு படிப்படியாகவும் உயர்த்தப்படுகிறது ; கடைசியாகக் கோளத்துடன் தொடுகை மறையும்வரை திரவம் தாழ்த்தப்படுகிறது ; ஒருசில மில்லிமீற்றர் அளவு முழுப்பெயர்ச்சிக்கு எடுக்கப்பட்ட நேரம் கிட்டத்தட்ட ஒரு மணித்தியாலம் ஆகும்.

திரவம் (இரசம்) உயர்த்தப்படுமிடத்தும் தாழ்த்தப்படுமிடத்தும்,  $\frac{z}{a}$  உடன்  $\frac{F}{F_1}$  இன் மாறலானது வளைவிகள் A (முன்னேறும்), B (பின்வாங்கும்) என்பவற்றால் காட்டப்படுகிறது [படம் 10.09 (c)]; எவ்வாறு  $\frac{F_0}{F_1}$  ஆனது  $\frac{z}{a}$  உடன் மாறுகிறது என்பதை மெல்லிய வளையி எடுத்துக்காட்டுகிறது. வளையிகள் ஒன்றையொன்று வெட்டும் புள்ளிகள், திரவப்பரப்பு சரியாகக் கோளப்பரப்புவரை கிடையாய் இருக்கும்பொழுது  $z$  கொள்ளவேண்டிய பெறுமானங்களைத் தருகின்றன. அப்பொழுது

$$\text{கோசை } (\pi - \phi) = \text{கோசை } \theta = \frac{z}{a};$$

இங்கு  $\phi$  என்பது தேவைப்படுகின்ற தொடுகைக் கோணம் ஆகும்.

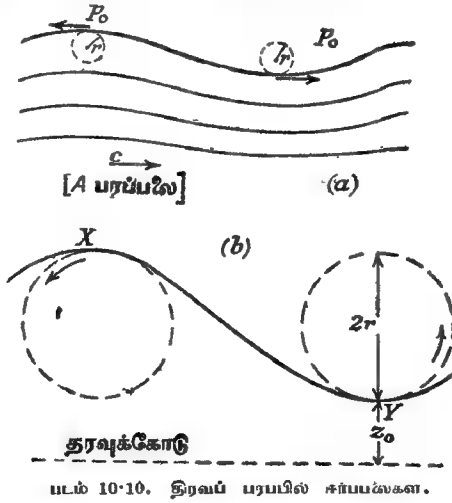
இம்முறையின் நயங்களாவன : (a) திரவத்தின் பரப்பிழுவையை அறிய வேண்டியதில்லை, (b) இம்முறையானது தொடுகைக் கோணத்தின் நோக்கலுக்கான தனிப்பார்வை முறையொன்றைச் சாராது எனபவையாம்.

“முன்னேறுகின்ற” கோணத்தின் பெறுமானங்கள் நியாயமான வீச்சொன்றில் கிடக்கின்றன எனவும், ஆனால் “பின்வாங்குகின்ற” கோணத்தின் பெறுமானங்கள் யாவும் ஒத்திட்டுப் பார்க்கில் குறுகிய வீச்சொன்றில் கிடக்கின்றன எனவும் காணப்பட்டது. இவ்விரு கோணங்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசம் தொடுகைக் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக, அலகுநீளம் ஒன்றிற்கான உராய்வுவிசையால் ஆகிறது என வழக்கமாகக் கருதப்படுகிறது, பக்கம் 536 இற் காண்க. அங்கு இவ்விசையானது திரவத்தின் இயக்கத் திசையைச் சார்ந்திராது எனவுங் கொள்ளப்படுகிறது ;

இக்கருத்தானது திண்ம-வளிப் பொதுமுக அலகுப் பரப்பளவாக்கத்திற்குச் செய்யப்படும் மீளாவேலையும், திண்ம-திரவப் பொதுமுக அலகுப் பரப்பளவாக்கத்திற்குச் செய்யப்படும் மீளாவேலையும் ஒரேயளவினது என்னும் கருத்துக்கு நிகர். இத்தகைய எடுகோளைச் சரியென்று காட்டுவது கடினமாகும்.

பரபின் மெழுகுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற நீருக்கு இவ்வாய் கருவியைப் பயன்படுத்துமிடத்துத் “தொடுகைக் கோணம்” எனனும் தொடரைத் திட்டமாகப் பயன்படுத்தவேண்டுமாயின், பரப்புக்களின் நிலை மட்டுமன்றி, அவற்றின் தொடர்பியக்கம், அவை ஒன்றோடொன்று தொடுகை வைத்திருக்கும் காலம் என்பவற்றையுங்கூடக் குறித்தல் வேண்டும் எனக் காணப்பட்டது; ஏனெனில், இதில் சமபந்தப்பட்ட கோணங்கள் அமிழ்ப்புக் காலத்தைப் பொறுத்துள்ளன என்பதேயாம். “சமநிலைத் தொடுகைக் கோணம்” என்பது நடைமுறையில் அர்த்தமற்றது என யானோல்டும் மேசனும் முடிவு செய்தனர்.

**திரவப் பரப்பிலுள்ள அலைகள்.**—திரவமொன்றின் பரப்பு மீதாக அலைகள் செல்லும்போது அத்திரவத்தால் இயக்கிவைக்கப்படுகின்ற வளியினது திணிவைப் புறக்கணித்தல் வழக்கில் அனுமதிக்கப்படுகிறது. அதன்



பொருட்டுத் திரவப்பரப்பிலுள்ள அழுக்கமானது எங்கும் வளிமண்டல அழுக்கம்  $p_0$  இற்குச் சமனாய் இருத்தல்வேண்டும் என்னும் நிபந்தனை நிறைவேற்றப்படுதல் வேண்டும். மிகு எளிய அலையியக்க வகைகளில் நிலைக்குத்தான தளமொன்றிலுள்ள வட்டங்களெனக் கருதக்கூடிய பாதைகளைத் திரவப்பரப்பிலுள்ள தனித்தனித் துணிக்கைகள் வரைகின்றன என்பது தெரிந்ததே. பேனூயியின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்கக்

கூடிய உறுதியான இயக்கமொன்றைப் பெறும்பொருட்டு அலைகளுடன் செல்கின்றதும் முடிகள், தாழிகள் என்பவற்றின் வேகமென நிலையான நோக்குநரொருவரால் குறிக்கப்படும் வேகம்  $c$  யுடன் முன்னேறுகின்றதுமான ஆள்கூற்றுத் தொகுதியொன்றைத் தெரிந்தெடுப்போம், ப. 714 இற் காண்க.

படம் 10.10 (a) யில் திரவப் பரப்பிற்கு அணித்தாயுள்ள துணிக்கையொன்றினது வட்டப்பாதையின் ஆரை  $r$  உம், அதன் ஆவர்த்தன காலம்  $T$  யும் ஆகுக. இந்நேரத்தில் துணிக்கையானது தூரம்  $\lambda$ , அதாவது ஓர் அலைநீளம் முன்னேறுகிறது என ஓய்வாய் இருக்கின்ற நோக்குநரொருவருக்குத் தோற்றும். எனவே  $\lambda = cT$ ; மேலும் அதனது வட்டப்பாதையில் துணிக்கையின் கதி  $\frac{2\pi r}{T}$  ஆகும்.

அலையொன்றின் முடி  $X$  இலுள்ள துணிக்கையொன்றின் வேகம்  $c - \frac{2\pi r}{T}$  ஆகும், படம் 10.10 (b) இற் காண்க; தாழி  $Y$  யில் அது  $c + \frac{2\pi r}{T}$  ஆகும். மாட்டேற்று மட்டமொன்றைக் குறித்து  $Y$  யின் உயரம்  $z_0$  ஆகுக. அப் பொழுது பேனூயியின் தேற்றத்திலிருந்து (ப. 715)

$$g(2r + z_0) + \frac{1}{2} \left( c - \frac{2\pi r}{T} \right)^2 + \frac{p_0}{\rho} = g z_0 + \frac{1}{2} \left( c + \frac{2\pi r}{T} \right)^2 + \frac{p_0}{\rho};$$

இங்கு  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $g$  புவியீர்ப்பும் ஆகும்.

$$\therefore c = \frac{gT}{2\pi} = \sqrt{g\lambda}. \quad [\because \lambda = cT.]$$

திரவப் பரப்பொன்றில் மயிர்த்துணைகளைச் செலுத்துகை வேகத்தைக் கணித்தலுக்கான எளிய முறை.—திரவப் பரப்பொன்றில்,  $c = \sqrt{g\lambda/2\pi}$  என்னுஞ் சமனபாட்டால் தரப்படுகின்ற வேகம்  $c$  யுடன் நீண்ட தளவலைகள் இயங்குகின்றன என ஏற்கெனவே நிறுவப்பட்டது. இத்தகைய அலை யொன்றின் பக்கப்பார்வையின் பாகமொன்று படம் 10.11 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இப்பக்கப்பார்வையில்  $P$  ஒரு புள்ளியும், திரவத்தின் குழம்பாத பரப்பில்  $N$  அதன் எறியமும் ஆகுக. புவியீர்ப்பு மட்டுமே இவ்வெடுத்துக்காட்டில் ஆற்றும் விசை ஆயின்,  $N$  இல் அலையாலான அழுக்கவியர்வானது  $g\rho PN$  ஆகும்; இங்கு  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தி. பரப்பிழுவையானது அதிகப்படியான அழுக்கம்  $\gamma r^{-1}$  என்பதைக் கொடுக்கும்; இங்கு  $\gamma$  திரவத்தின் பரப்பிழுவையும்,  $r$  ஆனது  $P$  யில் வளைவாரையும் ஆகும்.  $\lambda$  வுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் வீச்சம் சிறிதாயின், அலையின் பக்கப்பார்வையானது தளப்பரப்பொன்றில் உருளுகின்ற வட்டமொன்றின் மையத்துக்கு அணித்தாயுள்ள புள்ளியொன்றால் வரையப்படுகின்ற வளையியெனக் கருதப்படலாம். இவ்வட்டத்தின் ஆரை  $a$  யும், அதன் மையம்  $O$  விலிருந்து  $P$  யின் தூரம்  $b$  யும் ஆகுக, படம் 10.11(b).

நிலையான செங்கோணவச்சுத் தொகுதி  $P_0x$ ,  $P_0y$  என்பவற்றைக் குறித்து  $P$  யின் நிலை தரப்படும்; இங்கு  $P_0O$  ஆனது உருளில் தளத்துக்குச் சமாந்தரமாகும்.  $P$  ஆனது  $P_0$  இல் இருந்த கணத்திலிருந்து நேரம் அளக்கப்படுக. உருள்கோணம்  $\theta$  ஆகுக. அப்பொழுது  $\angle O_1C = \theta$ ; இங்கு புள்ளி  $Q$  ஆனது  $P_1$  ஐ  $P_0$  அடைந்திருக்கும்போது உருளும் வட்டம் உருள்தளத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கும் புள்ளி ஆகும்; மேலும்  $P_1O_1P_0 = \theta$ ;  $OO_1 = a\theta$ . அப்பொழுது  $P_1$  இன் கணநிலையான்கூறுகள்

$$x = b + a\theta - b \text{ கோசை } \theta = a[\theta + (b/a) - (b/a) \text{ கோசை } \theta]$$

$$= a\theta, \quad [(b/a) \rightarrow 0 \text{ எனின்}]$$

$$y = b \text{ சைன் } \theta.$$

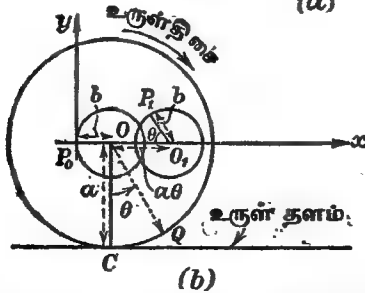
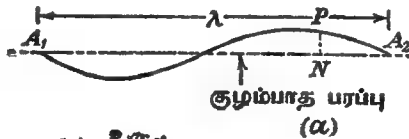
$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{b}{a} \text{ கோசை } \theta; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b \text{ சைன் } \theta}{a^2}.$$

$\frac{dy}{dx}$  சிறிது என்பது இவ்வெடுத்துக்காட்டில் பிரயோகிக்கக் கூடிய நிபந்தனையொன்றாகும்; எனவே வளைவாரை  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{-1}$  ஆகும். இவ்வாறு

$$r = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{-1} = -\left(\frac{b \text{ சைன் } \theta}{a^2}\right)^{-1} = -\frac{a^2}{PN}.$$

எனவே, சயக்குறியைப் புறக்கணிக்க, அலையொன்றினிடத்துப் பரப் பிழுவையாலாகும் அமுக்கமிகை

$$\frac{\gamma}{r} = \gamma \frac{PN}{a^2}.$$



படம் 10-11. திரவப் பரப்பொன்றின் மயிர்த்துளை அலைகளின் வேகம்.

ஆனால்  $2\pi a = \lambda$ ; எனவே அமுக்கமிகையை  $(4\pi^2 PN \cdot \gamma / \lambda^2)$  இற்குச் சமனாகப் போடலாம். இனி  $N$  இல் அமுக்கம்  $g\rho PN$  ஆக இருக்கும்பொழுது வேகம்

$\sqrt{g\lambda/2\pi}$  ஆகும். எனவே  $N$  இல் அமூக்கம்  $[g\rho + (4\pi^2\gamma/\lambda^2)]PN$  ஆகும் பொழுது வேகம்

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \left(1 + \frac{4\pi^2\gamma}{\lambda^2 g\rho}\right)} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\lambda\rho}}.$$

$g\rho$  என்பது  $\left[1 + \frac{4\pi^2\gamma}{\lambda^2 g\rho}\right] : 1$  என்னும் விகிதத்தில் கூடுகிறபடியால் இவ்வினைவு ஆகின்றது எனக் கருதமுடியுமாதலின் இச்செய்கை நியாய மெனத் தோற்றுகிறது.

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda} \quad \text{ஆதலின்,} \quad 2c \frac{dc}{d\lambda} = \frac{g}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\rho} \left(-\frac{1}{\lambda^2}\right) \dots (1)$$

எனவே உயர்வு அல்லது இழிவு ஒன்றிற்கு  $\frac{dc}{d\lambda}$  பூச்சியம் ஆதலின்

$$\frac{g}{2\pi} \cdot \frac{\rho}{2\pi\gamma} = \frac{1}{\lambda^2};$$

இதனை  $\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{g\rho}}$  என எழுதிக் கொள்ளலாம்; மேலும்  $\lambda \rightarrow 0$

ஆகுமிடத்தும்  $\lambda \rightarrow \infty$  ஆகுமிடத்தும்  $c \rightarrow \infty$  ஆதலின்,  $\lambda$  விற்கான இப்பெறுமானமானது திரவப் பரப்பொன்றிலே இழிவுவேகத்துடன் செல்கின்ற குற்றலைகளின் அலைநீளம் ஆதல் வேண்டும். இதன பெறுமானம்

$c$  இழிவு  $= \left(\frac{4\gamma g}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$  இனால் தரப்படும்; நீருக்கு இது 23 சமீ. செக்.<sup>-1</sup> ஆகும்.

மேலும் ஒத்த அலைநீளம் 1.7 சமீ. [அலைநீளத்திற்கு இழிவுப் பெறுமானத்தை இக்கோவை தருகின்றது என்பதும்  $2\left(\frac{dc}{d\lambda}\right)^2 + 2c \frac{d^2c}{d\lambda^2} = 0 + \frac{4\pi\gamma}{\rho\lambda^2}$

ஆகுமிடத்து சமன்பாடு (1) ஐ வகையிட்டு நிறுவப்படுகிறது. ஆராய்ந்த நிபந்தனைகளின்கீழ்,  $\frac{d^2c}{d\lambda^2} = 0$  ஆதலின்,  $\frac{d^2c}{d\lambda^2}$  நேரானது, அ—து. அலைநீளம் ஓர் இழிவு.]

**திரவங்களின் பரப்பிழுவைகளையும்**

**பொதுமுகவிழுவைகளையும் துணிதற்கான முறைகள்**

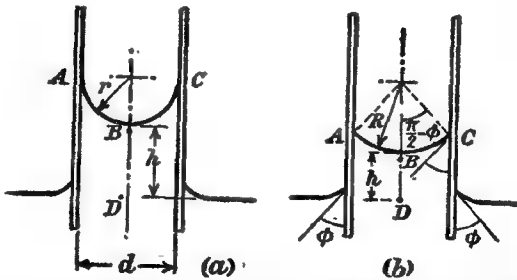
**பொதுக் குறிப்புக்கள்.**—வளைந்த திரவப் பரப்பொன்றின் இரு பக்கங்களுக்கிடையே அமூக்க வித்தியாசம் ஒன்றுளது என்பது ஏற்கெனவே காட்டப் பட்டிருக்கிறது. பரப்பு கோளவடிவமுடையதாயின் மேற்படி அமூக்க வித்தியாசமானது

$$p = \frac{2\gamma}{r}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு  $\gamma$  திரவத்தின் பரப்பிழுவையும்,  $r$  கோளப்பரப்பின் ஆரையும் ஆகும்.

எனவே தரப்பட்ட எந்த எடுத்துக்காட்டிலும், பரப்பிழுவை  $\gamma$  வை அளக்கும் பொருட்டு முதன்முதலாகத் தேவைப்படுவது கோளப்பரப்பொன்றேயாம். சீரான ஒடுக்கமான குழாயொன்றை நிலைக்குத்தாகத் திரவத்தில் வைத்தல் இதைச் செய்யும் பொதுமுறையொன்று ஆகும்; அப்பொழுது குழாயிலிருக்கின்ற திரவப் பரப்பானது கோளமொன்றின் பாகமாகும். அப் பரப்பின் ஆரையையும் அதன் குறுக்கேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசத்தையும் அளத்தல் மட்டுமே எஞ்சியிருக்கிறது. திரவத்திற்கும் குழாயின் திரவியத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணம் பூச்சியம் ஆயின், குழாயானது போதிய ஒடுக்கம் உடையது எனனும் நிபந்தனையின் கீழ், மேற்படி ஆரையானது குழாயில் திரவம் தாங்கப்பட்டிருக்கின்ற இடத்திலுள்ள குறுக்குவெட்டாரைக்குச் சமன். ஏதோவொரு திரவநிரலின் உயரத்தை அளந்து அழுக்க வித்தியாசம் பொதுவாகத் துணியப்படுகிறது. அத்திரவமும் சோதிக்கப்படும் திரவமும் ஒரே திரவமாயின், அதன் அடர்த்தியைத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்; ஆனால் தெரிந்த அடர்த்தியுடைய வேறொரு திரவ நிரலின் உயரத்தால் அழுக்கம் துணியப்படுமாயின், சோதிக்கப்படும் திரவத்தின் அடர்த்தியை அறியவேண்டியதில்லை. நடைமுறையில் அழுக்கத்தை அளக்கும் பொருட்டு இவ்விரு முறைகளும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதைக் காண்போம்.

**செய்முறைப் பயனுடைய முதன்மையான தேற்றங்கள்.**—(a) மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் திரவமொன்றின் ஏற்றம்: எளிமையைப்பிட்டுக் குழாய் ஒடுக்கமானது எனவும் தொடுகைக் கோணம் பூச்சியம் எனவும் முதலிற் கொள்வோம். ஆரை  $r$  கொண்ட மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் ஒரு திரவத்தின் பரப்பு AC ஆகுக, படம் 10.12 (a). AC ஆனது ஆரை  $r$  கொண்ட கோளமொன்றின் பாகம் எனக் கொள்கிறோம். வளைந்த பரப்புமீது எங்கும் வளிமண்டலவழுக்கம் தாக்குகிறது. பரப்பிற்குச் சற்றுக்கீழே,



படம் 10.12. நிலைக்குத்தான, ஒடுக்கமான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் ஒரு திரவத்தின் ஏற்றம்.

எனவே திரவத்தில் உள்ள புள்ளி B யில் அழுக்கம் வளிமண்டலவழுக்கத்தைக் காட்டிலும்  $\frac{2\gamma}{r}$  என்னும் அளவில் குறைவாக இருக்கிறது

[பக்கம் 527 இற் காண்க]. B யிற்குக் கீழே, குழாய்க்கு வெளியேயுள்ள திரவப்பரப்பின் அதே கிடைத் தளத்திலே இருக்கின்ற புள்ளி D யில் அழுக்கம் வளிமண்டலவழுக்கமாகும். இனி, புள்ளிகள் B யிற்கும் D யிற்கும் இடையேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசமானது உயரம் DB கொண்ட திரவ நிரலொன்றால் பிரயோகிக்கப்படும் அழுக்கத்திற்குச் சமன்;  $DB = h$  என்க. திரவத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  ஆயின், இவ்வித்தியாசம்  $g\rho h$  ஆகும்; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்பு ஆகும். எனவே இந்த அளவில் B யிலுள்ள அழுக்கம் வளிமண்டலவழுக்கத்தைக் காட்டிலும் சிறிது; மேலும் இவ்வழுக்க வித்தியாசம்  $\frac{2\gamma}{r}$  ஆகும் எனக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. எனவே

$$\frac{2\gamma}{r} = g\rho h.$$

அடுத்துத் திரவத்துக்கும் குழாயின் திரவியத்துக்குமிடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணத்தை  $\phi$  எனக் கொள்க, படம் 10.12 (b) இற் காண்க. அதன் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியில் திரவப்பரப்பின் வளைவரை R ஆகுக; எல்லாவற்றிலும் R மாறாமல் இருக்கும். அப்பொழுது முன்னர் போல்,  $P_0$  வளிமண்டலவழுக்கமாயின்,

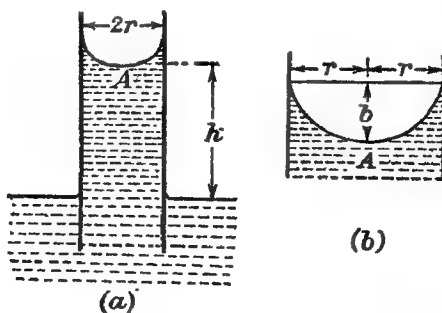
$$B \text{ யில் அழுக்கம்} = P_0 - \frac{2\gamma}{R}.$$

ஆனால் D யில் அழுக்கம்  $= P_0 = B$  யில் அழுக்கம்  $+ g\rho h$ .

$$\therefore \frac{2\gamma}{R} = g\rho h.$$

ஆனால்  $r = R$  கோசை  $\phi$ ; எனவே  $\frac{2\gamma}{r}$  கோசை  $\phi = g\rho h$ .

$\phi$  முடிவுள்ளது எனின், அதன் பெறுமானம் எப்பொழுதும் ஐயத் திற்குரியதாதலின், மயிர்த்துளைக் குழாய்களில் திரவமொன்றின் ஏற்றத்தை



படம் 10.13.—அகலமான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் திரவத்தின் ஏற்றம்.

அளநது பெறப்படுகின்ற பரப்பிழுவைகளின் பெறுமானங்கள் மீது நம் பிக்கை வைத்தலாகாது ; மேலும் தொடுகைப் பரப்புக்களின் கறைத தரத்துடன்  $\phi$  நியாயமான அளவில் மாறுகிறது. இருந்தாலும் அறி முறைத் தேவைகளையிட்டு மேற்படிக் கொள்கை இன்றியமையாதது.

இனி மயிர்த்துளைக்குழாய் அத்துணை அகன்றிருக்கிறபடியால் பிறையுருப் பரப்பு ஓர் அரைக்கோளம் ஆகும் என ஒருபோதும் நியாயத்துடன் கருதமுடியாது. அப்போது, எவ்வாறு (பூச்சியத் தொடுகைக் கோணமுடைய) திரவமொன்றிற்கு நாம் பெற்றுள்ள சூத்திரமானது மாற்றமடைகின்றது என்பது ஆராயற்பாலது. கீழ்வரும் ஆய்வு பேசுள் என்பவரால் ஆனது. அழுக்கமிகைத் தத்துவத்தின்படி

$$gph = \frac{2\gamma}{R} ;$$

இங்கு, R, பிறையுருவின மிகத்தாழ்ந்த புளளி A யில் வளைவாரையா கும்—படம் 10·13 (a). சுருக்கத்தையிட்டு  $a^2 = \frac{\gamma}{g\rho}$  என்போம். அப்பொழுது  $2a^2 = Rh$ ; இங்கு  $a^2$  ஆனது திரவத்தின் மயிர்த்துளை மாறிலி அல்லது தன் ஒருங்கிணைவு† எனப்படும்.

தொடுகைக் கோணம் எதுவாகிலும் இது திருத்தமான சமன்பாடொன் றாகும். மேலே கிடைத்துள்ள R இன் பெறுமானத்தைக் காட்டிலும் திருத்தம் மிக்கதாய் இருக்கவேண்டியதொன்றைக் காணமுயலும்போதே தொல்லைகள் தலைகாட்டுகின்றன. வரிப்படத்தளத்தில் பிறையுருவின அடையாளமானது அரையச்சுக்கள் r உம் b யும் உடைய நீள்வளைய மொன்றாகும் எனக் கொள்ளப்படும், படம் 10·13 (b) இற் காண்க. A யில் வளைவாரை  $R=r^2b^{-1}$  ஆகும், பக்கம் 12 இற் காண்க. எனவே

$$2a^2 = Rh$$

என்னுஞ் சமன்பாடானது  $2a^2 = \frac{r^2h}{b}$  அல்லது  $b = \frac{r^2h}{2a^2}$

ஆகிறது.

குழாயானது பூரண உருளைவடிவமுடையது எனக் கொள்வோமாயின், திரவம் மீது மேலோக்கியும், திரவம் குழாயுடன் கொண்ட தொடுகைக் கோடு வழியேயும் தாக்குகின்ற விளையுள் விசை  $2\pi r\gamma$  என்பதை உயர்த்தப் பட்ட திரவத்தின் முழு நிறைக்குச் சமன்படுத்தலாம். அப்பொழுது

$$2\pi r\gamma = \pi r^2 h \rho g + \frac{1}{2} \pi r^2 b \rho g.$$

$$\therefore 2a^2 = rh \left( 1 + \frac{r^2}{6a^2} \right) \dots \dots \dots (i)$$

இனி சமன்பாடு (i) ஐ

$$12a^4 - 6a^2rh - r^3h = 0$$

† இரசாயனவியலிலே,  $2a^2$  அடிக்கடி தன் ஒருங்கிணைவு எனப்படுகிறது.



என எழுதலாம்; அது  $a^2$  இல் இருபடிச் சமன்பாடொன்றாகும்; அது

$$a^2 = \frac{6rh \pm 6rh \left(1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{h}\right)^{\frac{1}{2}}}{24}$$

எனத் தருகிறது; மேலும் எல்லையில்,  $\frac{r}{h} \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து,  $2a^2 = rh$  என இருத்தல் வேண்டும் ஆதலின் நேர்க்குறியையே எடுத்தல்வேண்டும்.

$$\therefore \frac{\gamma}{g\rho} = a^2 = \frac{1}{2}rh \left[1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{r}{h} - \frac{1}{9} \cdot \frac{r^2}{h^2} + \dots\right].$$

இவ்விடத்தில்

$$R = r \left(1 + \frac{r^2}{6a^2}\right)$$

என்பது குறித்தற்பாலது. இது R இன் சரியான பெறுமானத்திற்கு நெருங்கிய அண்ணளவொன்றைத் தருகிறது; ஆனால் அது இங்கு தேவைப்படமாட்டாது.

(b) நீலைக்குத்தான தட்டுக்களுக்கிடையே ஒரு திரவத்தின் ஏற்றம்.—

(i) சமாந்தரத் தட்டுக்கள்: இவ்வேற்றத்தின் அளவைக் கணிக்கும்பொருட்டுப் படம் 10·12 (α) யை நாம் பயன்படுத்தலாம். அவ்வரிப்படத்தில் இப்பொழுது நீலைக்குத்தான கோடுகள், தூரம்  $d$  இடையீடு உடைய இரு சமாந்தரத் தட்டுக்களின் வெட்டுக்களை எடுத்துக் காட்டுகின்றனவென்க. AC ஆனது விட்டம்  $d$  கொண்ட உருளைப் பரப்பொன்றின் வெட்டெனக் கருதுகிறோம்; எனவே B யிலுள்ள அழுக்கமானது வளிமண்டலவழக்கத்தைக் காட்டிலும்  $\frac{\gamma}{r}$  அல்லது  $\frac{2\gamma}{d}$  அளவால் குறைந்ததாகும்; இங்கு  $d = 2r$ . தொடுகைக் கோணம் பூச்சியம் எனின் முன் போல,

$$\frac{2\gamma}{d} = g\rho h.$$

(ii) ஒன்றோடொன்று சாய்ந்த தட்டுக்கள்: படம் 10·14 ஆனது ஒன்றோடொன்று சிறு கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குகின்ற இரு நீலைக்குத்தான தட்டுக்கள் AOB, OAD என்பவற்றை எடுத்துக்காட்டுகிறது. ஒரு திரவத்தில் அவை புகுத்தப்படுமிடத்துத் தட்டுக்களிடையே திரவம் ஏறுகின்றது. நீலைக்குத்தான OA ஊடே செல்கின்றதும், கோணம்  $\theta$  வை இருகூறிடுகின்றதுமான தளம் AOC, அதாவது ஆள்கூற்றுத்தளமானது திரவப்பரப்பை வெட்டும் வளை யியின் வடிவத்தைத் துணியும் பொருட்டுத் திரவப்பரப்பில் அதுவும் தளம் AOC யும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான திரவப் பரப்பு. மூலகம் PQR என்பதைக் கருதுவோம். அச்சுக்கள் என

எடுக்கப்படும்  $OC$ ,  $OA$  என்பவற்றைக் குறித்து மூலகம்  $PQR$  இன் மையப்புள்ளி  $Q$  வின் ஆள்கூறுகள்  $(x, y)$  ஆகும். [ $P_1Q_1R_1$  என்பது அத்தகைய வேறொரு மூலகம் ஆகும்.  $Ox$  ஊட்டி செல்லுகின்ற கிடைத் தளம் மீது புள்ளிகள்  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  என்பவற்றின் எறியங்கள் முறையே  $p, q, r$  என்பவை ஒரே நேர்கோட்டில் கிடக்கமாட்டா என்பது குறித்தற் பாலது.] இனி திரவமானது கண் ணடியை ஈரமாக்குமாயின்  $PQR$  இலுள்ள பரப்பானது  $Q$  வில் தட்டுக் களுக்கிடையேயுள்ள தூரத்துக்குச் சம னை விட்டமுடைய உருளையொன்றி னது பரப்பின் பாகம் ஆகும்.  $\theta$  சிறிது ஆதலின், இத்தூரம்  $x\theta$  ஆகும். எனவே திரவம் ஏறும் உயரம்  $y$  ஆனது

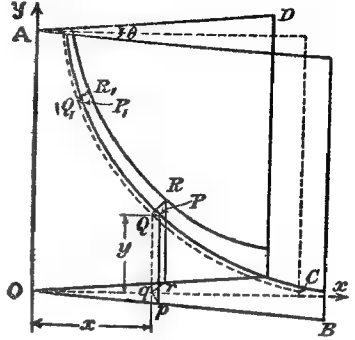
$$\frac{2\gamma}{x\theta} = gpy$$

என்பதால் தரப்படுகிறது,

அதாவது  $xy = 2\gamma/gp\theta =$  மாறிலி. எனவே பரப்பானது ஆள்கூற்றச்சுக்களை அணுகுகோடுகளாகக் கொண்ட அதிபரவளைவொன்றின் பாகமாகும்.

மயிர்த்துளையேற்றத்துடன் தொடர்புள்ள சக்தி மாற்றங்கள்.—நிலைக்குத் தான ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயில் ஒரு திரவம் அதனது நிலையிற் சமநிலைத் தானத்திற்கு ஏறும்பொருட்டுத் தேவையான சக்தியானது திர வத்தின் அசைவுடன் தோன்றுகின்ற பரப்புச் சக்தியின் குறைதலி லிருந்து பெறப்படுகிறது. எவ்வாறு இச்செய்தியைப் பயன்படுத்தி மயிர்த் துளைக் குழாயொன்றில் ஒரு திரவத்தின் ஏற்றத்துக்கான நன்றாகத் தெரிந்த சூத்திரத்தை நிறுவலாம் என  $R. C.$  பிரெளன் என்பார் காட்டியிருக் கிறார். எளிமையையிட்டு அகன்ற பாத்திரமொன்றில் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற திரவத்தின் பொதுமட்டத்திற்குக் கீழே குழாயின் எந்தப் பாகமும் தொடக்கத்தில் அமிழ்த்தப்படாமல் இருக்கிறது எனப் பிரெளன் கருதுகிறார், படம் 10·15 (a) யிற் காண்க. குழாயில் நீளம்  $x$  ஐ உடைய திரவத்தைப் படம் 10·15 (b) யும், சமநிலைக் கட்டத்தை, அதாவது திரவமானது உயரம்  $h$  ஐ அடைந்த நிலையைப் படம் 10·15 (c) யும் காட்டுகின்றன; இங்கு  $0 < x < h$ . வெப்பநிலை மாறாமல் இருக்கின்றது எனக் கொள்ளப்படும்.

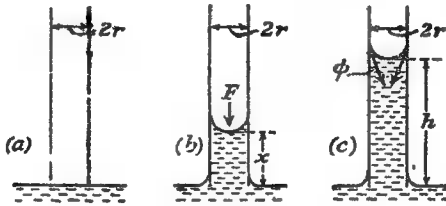
குழாயின் குறுக்குவெட்டாரை  $r$  ஆயின், சுவரில் பரப்பளவு  $2\pi r h$  என்பது ஈரமாக்கப்படுமிடத்துச் சூயாதீனப் பரப்புச் சக்தி நடடம்



படம் 10·14. சாய்ந்த நிலைக்குத்தான தட்டுக்களிடையே ஒரு திரவத்தின் ஏற்றம் (முனைவினாவுகள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன).

$2\pi rh(\gamma_{sg} - \gamma_{sl})$  ஆகும்; பக்கம் 533 இல் தரப்பட்ட தொடர்பைப் பயன்படுத்தினால் இது  $2\pi rh\gamma_{LG}$  கோசை  $\phi$  ஆகிறது;  $\phi$  ஆனது தொடுகைக் கோணம் ஆகும்; மற்றைக் குறியீடுகள் அவற்றின் வழக்கமான கருத்துக் களை உடையன.

இனி மிகு வெளிப்படையான சக்தி நயமானது உயர்த்தப்பட்ட நிரலின் நிலைச் சக்தி ஆகும்; இது  $(\pi r^2 h \rho) g \cdot \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} \pi r^2 g \rho h^2$  ஆகும்; இங்கு  $g$  புலியீர்ப்புச் செறிவு. திரவமொன்று மெதுவாக அசையும் பொழுது எழுகின்ற பிசுக்கு விசைகளைக் கடத்தற் பொருட்டு வேலைசெய்ய வேண்டியிருத்தலின் இதைச் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்தி நட்டத்துக்குச் சமன்படுத்திப் பிரச்சினை தீர்க்கப்படமாட்டாது. திரவநிரலானது (a)



படம் 10·15. மயிர்த்துளைமேற்றத்துடன் தொடர்புள்ள சக்தி மாற்றங்கள்.

யிலிருந்து (c) வரை அசையும் பொழுது அதன் மீது கீழ்முகமான விசை  $F$  ஆற்றுகின்றது எனவும், ஒவ்வொரு கட்டத்திலும் ஆர் முடுகிலைத் தடுப்பதற்கு அதன் பெறுமானம் சரியாக இருக்கிறது எனவும் கொண்டு, இவ்வண்ணம் விரயமாகியுள்ள சக்தியளவைக் கணிக்கலாம். படம் 10·15 (b) யில் காட்டியுள்ள இடையான கட்டத்தில்  $F = \pi r^2 g \rho (h - x)$  எனெனில், இந்தத் திரவநிறையை (b) யில் இருக்கிறதுடன் சேர்த்தால் கட்டம் (c) தரப்படுகிறது எனக் கொள்க; கட்டம் (c) இற்குப் பின்பு ஏற்றம் இல்லை.

$F$  இற்கு எதிராகச் செய்யப்பட்ட வேலை

$$\int_0^h F dx = \pi r^2 g \rho \int_0^h (h - x) dx = \frac{1}{2} \pi r^2 g \rho h^2.$$

எனவே  $2\pi rh\gamma_{LG}$  கோசை  $\phi = \frac{1}{2} \pi r^2 g \rho h^2 + \frac{1}{2} \pi r^2 g \rho h^2$ ,

அல்லது  $\gamma_{LG}$  கோசை  $\phi = \frac{1}{2} g \rho h r$ ;

இதுவே தேவைப்படுகின்ற தொடர்பு.

நிலைக்குத்தாய் இருக்கின்றதும் சற்றுக் கூம்பானதுமான ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயில் ஒரு சிறு திரவக் குறிகாட்டியின் உறுதிப்பாடு.—அடர்த்தி  $\rho$  வும், நீளம்  $h$  உம் உடைய திரவக் குறிகாட்டியானது படம் 10·16 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வரிப்படத்தில் மயிர்த்துளைக் குழாயானது

மேனோக்கிக் கூம்புகிறது; எனவே  $r$  உம்  $R$  உம் முறையே மேலான பிறையுரு, கீழான பிறையுரு என்பவற்றின் வளைவாரைகள் ஆயின்  $r < R$ .  $\Pi$  வளிமண்டல அழுக்கமும்,  $\gamma$  என்பது திரவத்தின் பரப் பிழுவையும், A, B, C, D என்பவை காட்டப்பட்டிருக்கின்ற புளளிகளும் ஆயின்,

$$p_B = \Pi - \frac{2\gamma}{r} \quad \text{எனவும்} \quad p_C = \Pi - \frac{2\gamma}{R} \quad \text{எனவும் பெறுகிறோம்.}$$

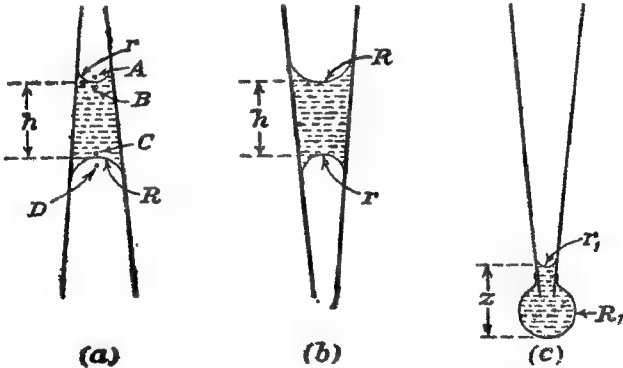
ஆனால்

$$p_C = p_B + gph;$$

எனவே,

$$gph = 2\gamma \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right].$$

$r < R$  ஆதலின், சதுரவடைப்புக்களுள் இருக்கின்ற கணியம் நேராகும்; திரவமானது மேற்படிச் சமன்பாட்டிற்கு இணங்குகின்ற நிலையொன்றை அடைகிறது.



படம் 10·16. நிலைக்குத்தாய் இருக்கின்றதும் சுற்றுக் கூம்பானதுமான ஒரு மயிர்த் துளைக் குழாயில் திரவக் குறிகாட்டியொன்றின் உறுதிப்பாடு.

படம் 10·16 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு மயிர்த்துளைக் குழாயின் ஒடுக்க மிக்க முனை கீழ்முகமாக இருக்கும்பொழுது,

$$gph = 2\gamma \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right].$$

$R > r$  ஆதலின், இதை நிறைவேற்ற இயலாது. எனவே திரவக் குறிகாட்டி யானது குழாயின் கீழ் முனையை அடைந்து அங்கு படம் 10·16 (c) யில் இருக்கிறவாறு சிறுதுளியொன்றை ஆக்கும். காட்டியுள்ள பரப்புகளின்

வளைவாரைகள்  $r_1$  உம்  $R_1$  உம், துளியின் முழுநீளம் ■ உம் ஆயின்,

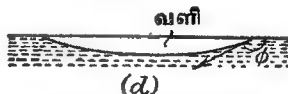
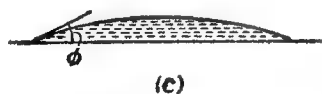
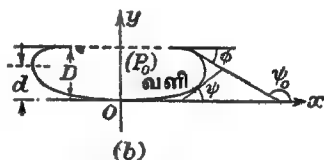
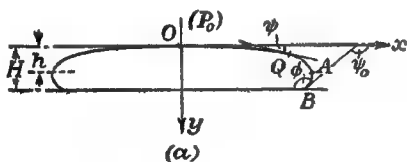
$$\Pi - \frac{2\gamma}{r_1} + g\rho z = \Pi + \frac{2\gamma}{R_1}.$$

$$\therefore g\rho z = 2\gamma \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} \right];$$

$r_1$  இன் பெறுமானம் எதுவாகிலும் இது எப்பொழுதும் நேர் ஆகும்.

**அடியிலிணைந்த பெருந்துளிகள், குமிழிகள் என்பவற்றின் வடிவம்.**—

(a) பெருந்துளிகள்.—அதன் மிக்ஞயர்ந்த புள்ளியிற் கருதப்படுகின்ற துளி தட்டையாயும், அதன் பரப்பில் நள்வான தளம் ஒழிந்த மற்றெல்லாத் தளங்களிலுமுள்ள எந்தப் புள்ளியிலும் வளைவு புறக் கணிக்கத்தக்கதாயும் இருக்குமாறு அத்துளி அத்துணைப் பெரியது எனக் கொள்ளப்படும். அத்தகைய துளியொன்றின் நள்வான் வெட்டுடொன்று படம் 10-17 (a) யில் தரப்பட்டிருக்கிறது. காட்டியுள்ள அச்சுக்கள்  $Ox$ ,  $Oy$  என்பவற்றைக் குறித்து எந்தப் பரப்புப் புள்ளி  $Q$  வின் ஆள்கூறுகளும்  $(x, y)$  ஆகுக.  $P_0$  ஆனது வளிமண்டலவழுக்கமாயின்  $Q$  வில் உள்ள அழுக்கம் ஒன்றில்  $P_0 + g\rho y$  என்பதால் அல்லது  $P_0 + \frac{\gamma}{R}$  என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $R$ , நள்வான் தளத்தின் வளைவாரையாகும்.



படம் 10-17. பெருந்துளிகளுக்கும் குமிழிக்குமுடாக நள்வான் வெட்டுக்கள்.

$$\therefore g\rho y = \gamma \cdot \frac{1}{R} = \gamma \cdot \frac{d\psi}{ds} = \gamma \cdot \frac{d\psi}{dy} \cdot \frac{dy}{ds};$$

இங்கு  $\psi$  ஆனது  $Ox$  உடன் வெட்டுக்கோட்டிற்கு  $Q$  வில் வரைந்துள்ள தொடலி ஆக்கும் கோணமும்,  $s$  ஆனது வில்  $OQ$  வும் ஆகும்.

$$\therefore \frac{g\rho}{\gamma} \cdot y = \frac{d\psi}{dy} \cdot \text{சைன் } \psi.$$

வளையியில் அதன் தொடலி நிலைக்குத்தாய் இருக்கின்ற புள்ளி A யும், Ox இற்குக் கீழே A யின் ஆழம்  $h$  உம் ஆயின்,

$$\frac{g}{\gamma} \int_0^h y dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{சைன் } \psi d\psi.$$

$$\therefore \frac{g\rho}{2\gamma} \cdot h^2 = - \left[ \text{கோசை } \psi \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

$$\therefore h^2 = \frac{2\gamma}{g\rho}.$$

மேலும் துளி உண்டாகியுள்ள பரப்பை வளையி வெட்டும் புள்ளி B யிலுள்ள தொடலியானது Ox உடன் ஆக்கும் கோணம்  $\psi_0$  எனின்,  $\psi_0 =$  திரவத்திற்கும் பரப்பிற்கும் உரிய தொகைக்கோணம்  $\phi$  ஆதலால்,

$$\frac{g\rho}{\gamma} \int_0^H y dy = \int_0^{\psi_0} \text{சைன் } \psi d\psi = \int_0^{\phi} \text{சைன் } \psi d\psi;$$

இங்கு H குமிழியின் உயர்வுயரம் ஆகும்.

$$\therefore \frac{g\rho}{2\gamma} (H^2) = -\text{கோசை } \phi + 1, \text{ அல்லது } H^2 = \frac{2\gamma (1 - \text{கோசை } \phi)}{g\rho}.$$

(b) பெருங்குமிழிகள்.—இத்தகைய குமிழியொன்றின் வெட்டு படம் 10·17 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. வசதியையிட்டு  $y$  அச்சின் நேர்திசை நேர்மாறுக்கப்பட்டிருக்கிறது. அப்பொழுது முன்னர்போலவே,

$$P_0 - g\rho y + \gamma \cdot \frac{d\psi}{ds} = P_0.$$

$$\therefore g\rho y dy = \gamma \text{ சைன் } \psi d\psi.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{g\rho}{\gamma} D^2 = \left[ -\text{கோசை } \psi \right]_0^{\psi_0} = -\text{கோசை } (\pi - \phi) + 1 \\ = 1 + \text{கோசை } \phi,$$

$$\text{அத்துடன் } \frac{1}{2} \cdot \frac{g\rho}{\gamma} \cdot d^2 = 1;$$

இங்கு D யும்  $d$  யும் வரிப்படத்தில் காட்டியுள்ள ஆழங்கள் ஆகும்.

அடியிலிணைந்த துளிகளும் குமிழிகளும் பற்றிய இவ்விளக்கமானது முடிவானதொன்று அன்று; ஏனெனில், முந்தியதினிடத்து  $\frac{\pi}{2} < \phi < \pi$

எனவும் பிந்தியதினிடத்து  $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$  எனவும் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்றது என்பதேயாம். நிகழக்கூடிய மற்றவிரு எடுத்துக்காட்டுக்களும் படங்கள் 10·17 (c), (d) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. ஏற்கெனவே பெற்றுள்ளதும் அவ்வவற்றிற்குரியதுமான சூத்திரத்தால் முழுவுயரம்

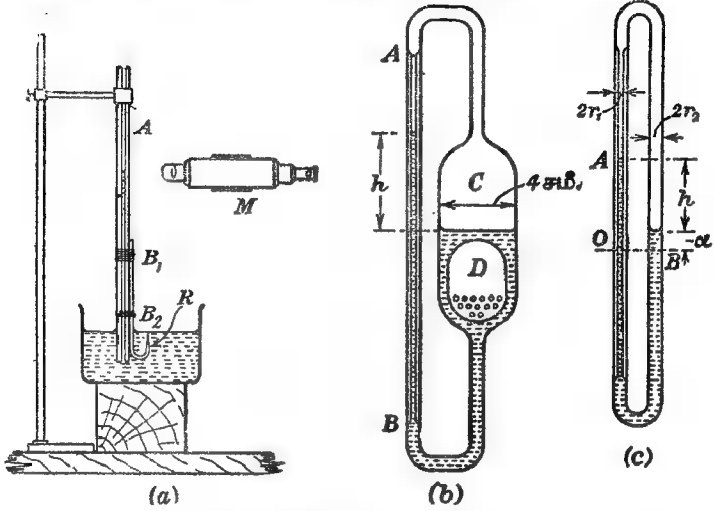
(அல்லது ஆழம்) தாப்படுகிறது; ஆனால்,  $h$  அல்லது  $d$  இற்கு எப்பெறுமானத்தையும் காணமுடியாது என்பது குறித்தற்பாலது. இவ் வெடுத்துக்காட்டுக்களில்  $\gamma$  தெரிந்திருந்தால்தான்  $\phi$  இற்குப் பெறுமான மொன்றைக் காணமுடியும்.

படம் 10·17 இல் காட்டியுள்ளவை போன்ற பெருந்துளிகள் அல்லது குமிழிகளிடத்து விபத்திப் புள்ளி எதுவும் இருக்கமாட்டாது என்பதைக் குறித்தல் வேண்டும்; ஏனெனில் அததகைய புள்ளியொன்று இருக்கு மாயின திரவத்தில், வெவ்வேறு மட்டங்களிலுள்ள புள்ளிகளில், அழுக்கம் ஒரேமாதிரியிருக்கும். மெல்லிய நிலைக்குத்தான கண்ணாடிக்கோலினின்று தொங்குகின்ற துளிகள் போன்ற சிறிய துளிகளிடத்து வரிப்படத்தளத்திற் குச் செங்குத்தான தளமொன்றிலுள்ள வளைவாரையுடன் தொடர்புள்ள அழுக்கமாறலானது நீர்நிலையியலின் தொடக்கநிலைத் தத்துவங்களை மீறாவண்ணம் தாக்கும்பொழுது, விபத்திப் புள்ளிகள் உண்மையில் தோன்றும்.

**பரப்பிழுவையைப் பரிசோதனைமுறையாகத் துணிதல்.**—(a) மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் ஏற்றத்தைப் பயன்படுத்தும் முறை.—கிட்டத்தட்ட 0·4 சமீ. விட்டமுடைய கண்ணாடிக் குழாய்த் துண்டொன்றை எடுத்து, பன்சன சவாலையில் அதை ஓயாது சுழற்றிச் சூடாக்குக. கண்ணாடியானது உருகு நிலையையடையத் தொடங்கும்போது குழாயின் சுவாகள் தடிக்குமாறு குழாய் நீளம் வழியே இலேசாக அழுக்குக. பின்பு கண்ணாடியைச் சவாலே யினின்றும் வெளியே எடுத்து அதன் முனைகளை மெதுவாகவும் வெளிப்புற மாகவும் இழுத்தல் வேண்டும். இவ்வண்ணம் ஆக்கப்பட்டுள்ள மயிர்த் துளைக் குழாய் துப்புரவானது;  $\gamma$  இற்கு சரியான பெறுமானமொன்றைப் பெறவேண்டுமாயின் இந்நிபந்தனையைக் கண்டிப்பாய் நிறைவேற்றுதல் வேண்டும். குழாய் குளிர்ந்தபின்பு அதன் ஈர்க்கப்பட்ட பாகத்தின் மையத் திலிருந்து துண்டொன்றைத் தெரிந்தெடுத்து, படம் 10·18 (a) யில் காட்டி யுள்ளவாறு முனையொன்றில் கூர் ஒன்று உண்டாகும்வண்ணம் ஈர்க்கப் பட்டதும் இருமுறை செங்குத்தாக வளைக்கப்பட்டதுமான மிகுமெல்லிய கண்ணாடிக்கோல் R உடன் இணைக்க. இக்கோல் குழாயுடன் இந்திய றப்பர்க் குழாய்த் துண்டொன்றிலிருந்து வெட்டியெடுத்த பட்டைகள் B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> என்பவற்றால் எளிதில் இணைக்கப்படுகின்றது.

அடுத்து, மயிர்த்துளைக் குழாய் A யை இறுக்கியொன்றால் நிலைக்குத் தாக நிலைநாட்டுக; பயன்படுத்துதலுக்கான ஆழத்திற்குக் கூடுதலாகக் குழாய் அமிழ்ந்திருக்கும்வண்ணம் அதற்குக் கீழே பரப்பிழுவை அளக்கப்பட வேண்டிய திரவத்தை வைத்துப் பின்பு குழாயைச் சற்று உயர்த்துக. குழாயை உயர்த்தும்பொழுது திரவம் உடனே இறங்கினால் குழாயும் நீரும் மாசற்றன என முடிவுசெய்யலாம். திரவப் பரப்பைக் கோலின் முனை சரியாகத் தாண்டும்நிலைவரை தொடர்ந்து குழாயை உயர்த்துக. மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவத்தின் உயரத்தை அளக்கும் பொருட்டு

வேணியர் நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்; அது  $M$  என்க. மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவப்பரப்பின மிகத் தாழ்ந்த புள்ளிமீது நுணுக்குக்காட்டியைக் குவியச் செய்து அதன் அளவுச்சட்டத்தில் வாசிப்பு எடுக்கப்படுகிறது. கோல் குழப்பப்படாதவண்ணம் கவனஞ்



படம் 10-18. மயிர்த்துளை-ஏற்ற முறைப்படி பரப்பிழுவையைத் துணிதல்.

செலுத்தித் திரவத்தைக் கொண்டிருக்கும் பாத்திரம் அப்புறப்படுத்தப் படுகிறது. அடுத்து, கோலின் நுனியில் நுணுக்குக்காட்டியைக் குவியச் செய்து வாசிப்பு எடுக்கப்படுகிறது. இவ்விரு வாசிப்புகளின் வித்தியாசம் மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவத்தின் உயரத்தைத் தருகிறது. இந்நோக்கல் களை மீண்டுஞ் செய்தல்வேண்டும். பிறையுருவின் மேற்பாகத்திற்கு ஒத்த புள்ளியிற் குழாயை முறித்து, வேணியர் நுணுக்குக்காட்டியொன்றைப் பயன்படுத்தி ஆரை காணப்படுகிறது. இதன்பொருட்டு ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தான இரு விட்டங்களிற்குப் பல வாசிப்புகள் எடுக்கப்படுகின்றன. கிட்டத்தட்ட 5 சதவீதத்திற்கு மேலாகத் தொகுதிகளின் இடைகள் வேறு பாதிருப்பின் இடையை  $r$  இன் அளவையாக எடுக்க முடியும். வேறு பாடானது இதை மீறுமாயின் குழாயை விலக்கி வேறொன்றைச் செய்தல் வேண்டும். பரிசோதனையின் முதன்மையான பகுதியைத் தொடங்குமுன் குழாய் நுனிகளின் இடை விட்டங்களை அளத்தல்வேண்டும். நுனிகள் நியாயமான அளவில் வட்டமானவை எனக் கண்டால் குழாயானது அதன் நீளம் முற்றிலும் வட்டக் குறுக்குவெட்டுடையது என எதிர்பார்க்கலாம். புள்ளி B யில் உள்ள ஆரையே திரவப் பரப்பிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அழுக்கமாறலை நிருணயிக்கிறபடியால்,  $\gamma$  வைக் கணிக்குமிடத்து இந்நுனி



விட்டங்களைப் பயன்படுத்தலாகாது, படம் 10-12 (α). ஏற்கெனவே நிலை நிறுத்தியுள்ள சூத்திரத்திலிருந்து பரப்பிழுவையின் பெறுமானத்தைக் கணிக்கலாம்.

[ஆரை  $r$  உடையதும், நீளம்,  $2\gamma = gphr$  இனால் தரப்படும்  $h$  இற்குக் குறைவானதுமான குழாயொன்றைப் பரப்பிழுவை  $\gamma$  வும் அடர்த்தி  $\rho$  வும் கொண்ட திரவமொன்றில் அமிழ்த்தினால் யாது நிகழும் என்னும் கேள்வியை நாம் இவ்விடத்தில் வசதியாகக் கேட்கலாம். வழக்கமாக, அதாவது குழாயின் நீளமானது  $h$  ஐக் காட்டிலும் பெரிதாய் இருக்கும்பொழுது, குழாயில் திரவநிரலே சமன்பாடு நிறைவேற்றப்படும் வண்ணம் அதனுடைய உயரத்தைச் செப்பஞ்செய்கிறது. எமது இந்த எடுத்துக்காட்டில் இருக்கிறது போல அது ஒருபோதும் முடியாதுவிடின், மேற்படி சமன்பாட்டில்  $r$  என்பது மட்டுமே மாறியாகும். எனவே குழாயின் மேல்நுனிவரை திரவம் ஏறி அங்கு மேலேக்கிக் குழிவானதும்  $r$  ஐக் காட்டிலும் பெரிய ஆரை உடையதுமான பரப்பொன்றை ஆக்குகிறது. அதன் பெறுமானம்  $r_1$  ஆனது,  $h_1 r_1 = hr$  என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $h_1$  என்பது குழாயில் திரவத்தின் உயரம் ஆகும்.]

மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றிலே ஒரு திரவத்தின் ஏற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பரப்பிழுவையைத் துணிதல் பற்றி எடுத்துரைக்குமிடத்து அது பெரிதும் சிக்கலானது எனப் பேசுதலும் பேசுதலும்† கூறியுள்ளனர். முதலாவதாக வெவ்வேறு திரவங்களுக்குப் பயன்படுத்துவதற்குக் குறுக்குவெட்டைப் போதிய அளவில் சீராகக் கொண்டிருக்கிற குழாயொன்றைக் கண்டு பிடிப்பது அரிது; அத்தகைய குழாய்த் துண்டொன்றை அளவுகோடு திருத்தல், துப்புரவாக்கல், தூயதாய் வைத்துக் காப்பாற்றுதல் என்பன எளிதன்று என இக்கட்டுரையாசிரியர் சுட்டிக்காட்டியுள்ளார். மேலும் தேவைப்படும் திருத்தத்துடன் பிறையுருவின் வெப்பநிலையை மதிப்பிடுவதுங் கடினம்; எனவே, பரிசோதனைத் துணிதலின் நோக்கு வெப்பநிலையுடன் பரப்பிழுவையின் மாறல் எனின் இம்முறையானது பயனற்றது. அன்றியும் திரவத்தினது ஏற்றத்தின் உயரத்தைத் திருத்தத்துடன் அளத்தல் எளிதன்று; அல்லாமலும், எல்லா அளத்தல்களும் முறைப்படி செய்யப்படும், பெறுமானம்  $\gamma$  அன்று, அது  $\gamma$  கோசைக் ஆகும் என்பதை ஞாபகப்படுத்தினால் பெருமளவில் இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதிலுள்ள வசதி தோற்றவளவில் மட்டுமேயன்றி அது உண்மையானது அன்று என வரவரத் தெளிவாகின்றது.

ஒருங்கிய குழாயொன்றிலே திரவத்தின் ஏற்றத்தை அளக்காமல் அதற்குப் பதிலாகத் திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்ற குழாயொன்றின் கீழ் நுனிவரை திரவத்தைச் செலுத்தி, அதற்குத் தேவையான அழுக்கத்தை வசதியான அழுக்கமானியொன்றில் அளந்தால் இவ்விடர்கள் யாவும் பெருமளவில் மறையும்.

மயிர்த்துளைக் குழாயின் கீழ் முனைக்கு அணித்தாய் வைத்துள்ள வெப்ப வினையொன்று பிறையுருவின் வெப்பநிலையைக் காட்டுகிறது.

திருத்தங்கள் எல்லாவற்றையும் தவிர்க்குமிடத்து இம்முறையும் அதற்கான ஆய்கருவியும் **யேகர்** என்பவரால் தீட்டப்பட்டதும் பக்கம் 560 இல் விவரித்துக் கூறியுள்ளதுமான முறையுடன் அத்துணை ஒத்திருக்கிறபடியால் இங்கு விரிவாக விவரங்கள் தரப்படமாட்டா.

படம் 10·18 (b) யில் காட்டியுள்ள ஆய்கருவி வகையொன்றை ஆக்கி ரிச்சேட்சும் கூங்கம்† முந்திய பந்தியில் கூறியுள்ள பிரச்சினைகள் சிலவற்றைத் தீர்த்துள்ளனர். **AB** ஆனது துணையின் சீர்மைக்காகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயாகும்; **C**, அதனினும் அகலமான குழாய் ஆகும்; அதன் விட்டம் கிட்டத்தட்ட 4 சமீ.; அது மயிர்த்துளைக் குழாயுடன் உருக்கியொட்டப்பட்டிருக்கிறது. **D** ஆனது தேவைப்படுகின்ற நீரின் கனவளவைக் குறைக்கும் பொருட்டு **C** யுள்ளே வைத்துள்ள கண்ணாடிப் பாத்திரமொன்றாகும். ஆய்கருவி செவ்வையாகத் துப்புரவாக்கப்பட்டுத் தூய வளியாலும் பரப்பிழுவை துணியப்படுகின்ற நீரால் போதிய அளவிலும் நிரப்பப்படுகின்றது. தொகுதியானது வெப்பநிலை நிறுத்தியொன்றில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது; பிறையுருக்களின் நிலைகள் தடித்த கண்ணாடியன்னல் வழியாக நோக்கப்படுகின்றன; ஒரு சிற்றுயரமானியால் உயரம்  $h$  துணியப்படுகிறது. அடுத்து, ஆய்கருவியைத் தலைகீழாகக் கீழே மயிர்த்துளையேற்றமானது இரண்டாவது முறை துணியப்படுகிறது. இவ்வாய்கருவியைப் பயன்படுத்தி வெப்பநிலையுடன் பரப்பிழுவையின் மாற்றம் ஆராயப்பட்டுள்ளது. இதில், மிகு ஒழுங்கான பேறுகள் கிடைக்கப்பெற்றுள்ளன.

ரிச்சேட்சு, கூங்கம் ஆகியோர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் திரிபொன்றைப் படம் 10·18(c) எடுத்துக் காட்டுகிறது. அது ஒன்றோடொன்றாக இணைக்கப்பட்ட இரு நிலைக்குத்தான குழாய்கள் **A**, **B** என்பவற்றால் ஆனது. அவற்றின் உள்ளாரைகள் முறையே  $r_1$  உம்  $r_2$  உம் ஆகும். முழு ஆய்கருவியையும் ஒரு வெப்பநிலை நிறுத்தியில் அமர்த்தி எளிதில் பயன்படுத்தலாம்; ஆய்கருவியில் திரவம் புகுத்தப்பட்டதும் அதை வளிபுகாமல் அடைக்கலாம். [தேவைப்படும்போது ஆய்கருவியிலிருந்து வளியை அப்புறப்படுத்தலாம்.]

இரு திரவப் பரப்புக்களுக்கிடையேயுள்ள உயர் வித்தியாசம்  $h$  உம் வளி, ஆவி என்பவற்றின் அமுககம்  $p$  யும், அகன்ற குழாயில் பிறையுருவிற்குக் கீழே ஆழம்  $a$  விலுள்ள மாட்டேற்றப் புள்ளி **O** உம் ஆயின், வழக்கம்போல

$$p - \frac{2\gamma}{r_1} + g\rho(h+a) = p - \frac{2\gamma}{r_2} + g\rho a.$$

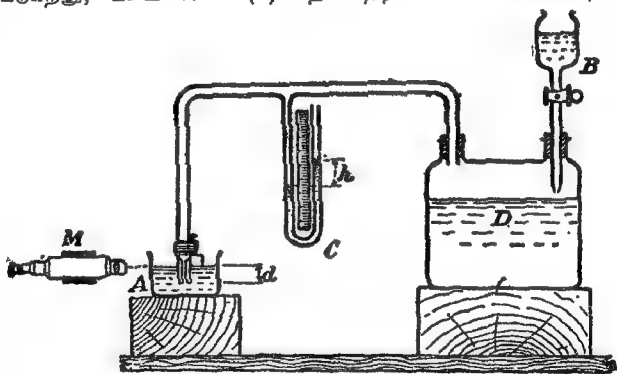
$$\therefore \frac{2\gamma}{g\rho} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = h;$$

† *Trans. Amer. Chem. Soc.*, 37, 1656, 1915.

எனவே  $\gamma$  எளிதில் பெறப்படுகிறது. மேற்படி கொள்கையில் தொடுகை கோணம் பூச்சியம் எனவும் திரவப் பரப்புக்கள் அரைக்கோள வடிவ முடையவை எனக் கருதுவதற்குக் குழாய் ஒவ்வொன்றும் போதிய அளவில் ஒடுங்கியது எனவும் கொள்ளப்படுகிறது.

(b) யேகர் அல்லது உயர்வுக் குமிழி அழுக்க முறை.—ஒரு திரவத்திலுள்ள கோள வளிக் குமிழியில் அழுக்கமிகை  $\frac{2\gamma}{r}$  ஆகும் என்பதே இம்முறையின் அடிப்படைத் தத்துவம்; இங்கு,  $r$ , குமிழியின் ஆரையாகும்.

பரப்பிழுவை துணியப்படும் திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்ற நிலைக்குத்தான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றின் முனையில் வளிக் குமிழி யொன்றை ஆக்குவதற்குத் தேவையான உயரழுக்கத்தைத் துணிதலே இப்பரிசோதனையின் முதனமையான நோக்கு. (a) யில் காட்டியுள்ள வாறு விட்டம் கிட்டத்தட்ட 0.05 சமீ. கொண்ட மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று ஆக்கப்பட்டுள்ளது. பரப்பிழுவை துணியப்படும் திரவத்தைக் கொண்டிருக்கிற பாத்திரம் A யில் இது கீழ்க்கமாக நிலைக்குத்தாய் வைக்கப்படுகிறது, படம் 10.19 (a). திரவத்தின் பரப்பானது தட்டையாக



[பாத்திரம் A அப்புறப்படுத்திய பின்புதான் நுணுக்குக்காட்டி M பயன்படுத்தப்படுகிறது; இல்லாவிடில், இப்பாத்திரத்தின் வளைந்த பரப்பில் நிகழும் முறிப்பானது நோக்கலைப் பாதிக்கும்.]

படம் 10.19. (a) உயர்வு மிகையழுக்க முறையால் பரப்பிழுவையைத் துணிதல்.

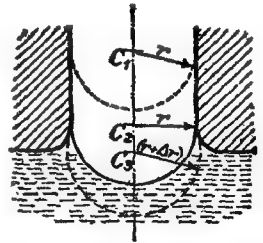
இருக்கும்பொருட்டுப் பாத்திரத்தின் விட்டம் குறைந்தது 8 சமீ. ஆக இருத்தல்வேண்டும். சைலிஸ்ப் பயன்படுத்தும் அழுக்கமானி C உடனும், துளி புனல் B பொருத்தப்பட்ட ஊல்வின் போத்தல் D யுடனும் மயிர்த்துளைக் குழாய் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. இரசம் (அல்லது நீர்) B யில் வைக்கப்பட்டு அது D யுள் மெதுவாகச் செல்லும்வண்ணம் விடப்படுகிறது. ஆய்கருவி வளிபுகாவண்ணம் அமைக்கப்பட்டிருந்தால் அதன் அக, புற அழுக்க வித்தியாசம் உடனே தோற்றும். குறிப்பிட்ட

பெறுமானமொன்றை  $D$  யிலுள்ள அழுக்கம் அடையும்போது  $A$  யில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்ற மயிர்த்துளைக் குழாய் முனையிலிருந்து குமிழ்கள் விடுவிக்கப்படுகின்றன. அவை ஒவ்வொன்றாக, பத்துச் செக்கன்களில் கிட்டத்தட்ட ஒரு குமிழி எனனும் வீதத்தில், உண்டாதல் வேண்டும். மயிர்த்துளைக் குழாய் நுனியினின்று குமிழியொன்று பிரியும்போது ஆய் கருவியிலுள்ள அழுக்கமானது குமிழியின் ஊதுதலுக்குத் தேவையான உயர்வழுக்கத்துக்குக் குறைவாக அமையுமாறு ஆய்கருவியிலுள்ள வளியினது கனவளவைக் குறைத்து முதலாவது நிபந்தனை நிறைவேற்றப்படுகின்றது;  $D$  யில் திரவம் புகும வீதத்தைச் செப்பஞ்செய்து இரண்டாவது நிபந்தனை நிறைவேற்றப்படுகிறது. அழுக்கமானியில் உயர்வுயரம்  $h$  குறிக்கப்படுகிறது. மானியில் இருக்கின்ற திரவத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  எனின் அம்மானியில் குறிக்கப்படுகின்ற அழுக்கம்  $g\rho h$  ஆகும்; இங்கு  $\rho$  புவிமீர்ப்புச் செறிவு. ஆனால் இவ்வழுக்க வித்தியாசம் முற்றிலும் பரப்பிழுவை விளைவுகளாலானதொன்றன்று; ஏனெனில் அதன் ஒரு பங்கு, திரவப்பரப்பிற்குக் கீழே ஆழம்  $d$  யில் மயிர்த்துளைக் குழாயின் துவாரம் இருப்பதால் ஆகிறது எனக் கருதுதல் வேண்டும். இத்திரவத்தின் அடர்த்தி  $\sigma$  எனின், இவ்வழுக்கம்  $g\sigma d$  ஆகிறது; எனவே பரப்பிழுவையால் நேரே ஆகின்ற அழுக்க வித்தியாசம்  $g[\rho h - \sigma d]$  ஆகும். ஆகவே

$$\frac{2\gamma}{r} = g(\rho h - \sigma d).$$

எனவே இச்சமன்பாட்டில் வருகின்ற மற்றை மாறிகளின் பெறுமானங்கள் தெரியப்பட்டதும்  $\gamma$  வைக் கணிக்கலாம்.

எதற்காக மேற்படிச் சமன்பாட்டில்  $r$  இற்குப் பயன்படுத்தியுள்ள பெறுமானமானது மயிர்த்துளைக் குழாயினது கீழ் முனையின் ஆரைக்குச் சமனாக இருக்கிறது என்பதை ஆராயும் பொருட்டு, குழாயானது சீரான விட்டம் உடையது எனவும், திரவத்தின் அரைக்கோளப் பரப்பின் மையமானது  $C_1$  இல் இருக்குமாறு ஆய்கருவியில் அழுக்கம் அமைந்திருக்கிறது எனவும் கொள்வோம், படம் 10-19 (b). மயிர்த்துளைக் குழாய் ஒடுக்கமாகவும் திரவத்துக்கும் குழாய்க்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணம் பூச்சியமாகவும் இருக்குமாயின், இத்திரவப் பரப்பானது ஆரை  $r$  ஐயுடைய கோளமொன்றின் பாகமாகும் என்னும் எடுகோள் சரியானது. திரவப்பரப்பின் மையமானது  $C_2$  இலும், அதன் அதே ஆரை  $r$  ஐ உடையதாயும் இருக்குமாறு ஆய்கருவியில் அழுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது எனக்கொள்க; ஆனால் இந்நிலைக்குக் கீழே திரவப்பரப்புச் செலுத்தப்படின் அதனது ஆரை



படம் 10-19. (b) மயிர்த்துளைக் குழாய் நுனியில் குமிழியொன்றின் ஆக்கம் (பெரும்பிக்கப்பட்டுள்ளது).

கூடும். மையமானது  $C_2$  இல் இருக்கும்பொழுது ஆரை  $(r + \Delta r)$  ஆகுக. அப்பொழுது பரப்பிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அமுகக வித்தியாசம் குறைந்து குமிழி வளாகிறது; ஏனெனில், பரப்பின் சமநிலைக்கு ஆய்கருவியிலுள்ள அமுககம் பெரிதும் மிகைப்படுகிறது. எனவே குமிழியொன்றை அப்புறப்படுத்ததனால் ஆய்கருவியிலுள்ள அமுககம் குழாய் முனையிலிருந்து குமிழியொன்றின் பிரிவுக்குத் தேவையான உயர்வழக்கத்தைக் காட்டிலும் சிறிதாய் அமையுமாயின ஒரு வளிக் குமிழி வெளியேறும்; அல்லாமலும் திரவப் பரப்பானது  $C_2$  இற்கு மேலே முற்றிலும் இருக்கும்.

இம்முறையை, உருகிய உலோகமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிதல், வெப்பநிலையுடன் ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவை மாறும் முறையை ஆராய்தல், கரைபொருளின் செறிவுடன் ஒரு கரைசலின் பரப்பிழுவை மாறும் முறையை ஆராய்தல் என்பவற்றிற்குப் பயன்படுத்தலாம்; இவை இம்முறையின் பெரும் நயங்கள் ஆகும். கடைசியான ஒரு துணிதல் களுக்கு இம்முறை சிறப்புவாய்ந்தது; ஏனெனில் அங்கு மயிர்த்துளைக் குழாயின் ஆரை தெரியவேண்டியதேயில்லை. மேலும் திரவத்தின் புதுப் பரப்பு தொடர்ந்து ஆக்கப்படுகிறபடியால் கறைகளால் ஆகும் விளைவுகள் குறையும்; இறுதியாக, நோக்கல்களை எடுக்கு முன்பே ஆரை  $r$  ஐத் துணியமுடியும் [முறை (a) யைக் காண்க].

ஆனால், இம்முறையால் ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவையின் தனி நிர்ணயமொன்றைச் செய்யுமிடத்துச் சில பிரச்சினைகள் தோன்றுகின்றன. குமிழியில் அமுக்கமிகை உயர்வாக இருக்கும்பொழுது, குமிழிகளின் பருமன் குழாயின் உள்ளாரையாலோ வெளியாரையாலோ ஆளப்படுகிறது என்பது பற்றி உறுதியாய்க் கூறமுடியாது. இவ்வீர் ஆரைகளும் கருத்தக்க அளவில் வேறுபடும்பொழுது, பரப்பிழுவையானது அண்ணளவாகக் கூடத் தெரிந்திருப்பினும் எடுத்துக்காட்டுக்குரிய சமன்பாட்டில் அப்பெறுமானங்களின் நேர்ப் பிரதியீடு சரியான பெறுமானத்தைத் தருகிறது.

**சுத்தனின் (Sugden) உயர்வுக் குமிழி அமுக்கமுறை ஆராய்ச்சி பற்றிய குறிப்பு.**—சோதிக்கப்படுகின்ற திரவத்தின் பரப்பிழுவைக்கான பெறுமான மொன்றைப் பெறும்பொருட்டு, எவ்வாறு வெப்பநிலையுடன் அத்திரவத்தின் அடர்த்தி மாறுகின்றது என்பதைத் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்; இது உயர்வுக் குமிழியமுக்கமுறையிலே மெய்யான பிரச்சினையொன்றாகும். அதற்குத் தேவையான தரவுகள் எப்பொழுதும் கிடைப்பதில்லை; எனவே அத்தேவையைத் தவிர்க்குமுகமாக யேகரின் ஆரம்பமுறையைச் சுத்தன் மாற்றியமைத்துள்ளார். அவர் வெவ்வேறு ஆரைகள் உடைய இரு மயிர்த்துளைக் குழாய்களைப் பயன்படுத்தி, முதல் அகறை மயிர்த்துளைக் குழாயிலும் அடுத்து மற்றதிலுமாக, குமிழிகளை ஆக்குவதற்குத் தேவையான உயரமுக்க மிகையைத் துணியலாணர். குமிழிகள் உண்பாகும் நுனிகள் திரவப்பரப்பிற்குக்கீழே அதே ஆழத்தில் இருக்குமாயின் வழக்கமான குறிப்பீட்டில் சிறு, ஆனால் வெளிப்படையாகத் தெரியக்கூடிய மாற்றத்தைப் புகுத்தி,

$$\frac{2\gamma}{r} = g(\rho h - \sigma d) \text{ ஐயும், } \frac{2\gamma}{R} = g(\rho H - \sigma d) \text{ ஐயும்}$$

பெறுகிறோம் ;

$$\text{எனவே} \quad 2\gamma \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right] = g\rho(h - H).$$

இறுதிச் சமன்பாட்டில் திருத்தத்திற்கான உறுப்பு மறைகிறபடியால் பாத்திரத்தில் திரவத்தின் பரப்பு தட்டையாக இருக்கவேண்டிய அவசியம் இல்லை ; எனவே சிறிய கொள்பாத்திரமொன்றைப் பயன்படுத்தலாம் ; இது சக்தன் முறையின் நயங்களுடன் ஒன்றாகும்.

தொடக்கத்தில் மிக அகன்ற மயிர்த்துளைக் குழாய்களைச் சக்தன் பயன் படுத்தியபடியால், குமிழிகளின் மேற்பரப்புக்கள் மயிர்த்துளைக் குழாயின் குறுக்குவெட்டாரைக்குச் சமனான ஆரையொன்றையுடைய அரைக் கோளங்களாக ஆனதும் அக்குமிழிகள் பிரிந்து செல்கின்றன எனக் கொள்வது முறையன்று. இருந்தாலும் மேலதிக விவரங்களை அறிதற்கு மூலக் கட்டுரையைப் படித்தல் வேண்டும்.†

**உதாரணம்.**—திரவமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்குச் சக்தனின் முறையில் பயன்படுத்தியுள்ள குழாய்களின் விட்டங்கள் 0.050 சமீ. உம் 0.120 சமீ. உம் ஆகும். சிறிய குழாயின் விட்டத்தில் வழ 2 சதவீதம் ஆயின், அதனால் பரப்பிழுவை  $\gamma$  லின் கணித்த பெறுமானத்தில் ஆகும் விளைவை மதிப்பிடுக.

$$p = g\rho(h - H) \text{ ஆயின்}$$

$$p = 2\gamma \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

எனப் பெறுவோம், மேலே காண்க; இங்கு  $r$  உம்  $R$  உம் குழாய்களின் ஆரைகள் ஆகும் ;  $r < R$ .  $p$ ,  $R$  எனபவற்றின் பெறுமானங்களிலுள்ள வழக்கள் புறக்கணிக்கத்தக்கன எனக் கொண்டு,

$$0 = 2\gamma \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) + r \left( - \frac{\delta r}{r^2} \right)$$

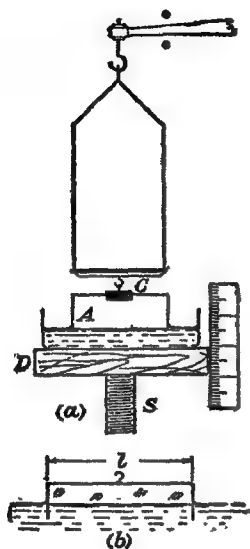
என நாம் வகையீட்டால் பெறுகிறோம்.

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\delta \gamma}{\gamma} &= \frac{\delta r}{r^2} \cdot \frac{rR}{R-r} = \frac{\delta r}{r} \cdot \frac{R}{R-r} \\ &= \frac{2}{100} \cdot \frac{12}{12-5} \\ &= 3.4 \text{ சத வீதம்.} \end{aligned}$$

(c) சாதாரண தராசைப் பயன்படுத்தும் முறை.—கண்ணாடியை ஈரமாகக் கும் ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவையைப் பின்வருமாறு துணியலாம். கண்ணாடித்தட்டு (அது நுணுக்குக்காட்டி வழக்கித் தட்டொன்றாகும்)

† *Jour. Chem. Soc.*, 121, 858, 1922.

A ஆனது தராசுத் தட்டொன்றின் அடியிலிருந்து உலோகக் கவ்வி C யினால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது; தட்டின் கீழ் ஓரம் கிடையாயிருக்குமாறு செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. கண்ணாடித் தட்டிற்குக் கீழே சிறு



படம் 10-20. பொதுத்தராசு  
முறைகளால் பரப்பிழுவை  
யைத் துணிதல்.

மேசையொன்றுமீது, திரவங்கொள் பாத்திரம் D வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. திருகு S ஐப் பயன்படுத்தி மேசையை உயர்த்தலாம். சமநிலையாகப்பட்ட தராசானது ஊஞ்சலாடுமாறு விடப்படுகிறது. அடுத்துத் திரவம் கண்ணாடித் தட்டின் கீழ் ஓரத்தைச் சரியாகத் தொடும்வரை செப்பஞ்செய் மேசையானது திருகால் உயர்த்தப்படுகிறது. இந்நிலை, நுணுக்குக்காட்டி வழக்கித்தட்டு பரப்பிழுவையின் கீழே இருக்கும் போது சுட்டி காட்டும் திடீர்க் குலுக்கத்தால் தெரியவருகிறது. திரவத்தினின்று வழக்கித் தட்டுவெளியேற்றப்படும்வரை மற்றைத் தராசுத் தட்டில் திணிவுகள் சேர்க்கப்படுகின்றன. வழக்கித்தட்டின் கீழ் ஓரம் திரவத்தின் பொதுப் பரப்பில் இருந்தபடியால் மீயுந்தலுக்குரிய திருத்தம் வேண்டியதில்லை. வழக்கித் தட்டின் நீளம்  $l$  உம் கீழான ஓரத்தில் அதன் தடிப்பு  $t$  யும் ஆயின், வழக்கித்தட்டுமீது பரப்பிழுவையாலாகும் விசை  $2(l+t)\gamma$  ஆகும். இது  $mg$  யிற்குச் சமன் ஆகும்; இங்கு  $m$  ஆனது சமநிலையை மீண்டும் நிலைநிறுத்துதற்கெனச் சேர்த்துள்ள திணிவு ஆகும். எனவே  $\gamma$  வைத் துணியலாம்.

வேறுமுறையொன்று பின்வருமாறு.—சுட்டி குலுக்கங் காட்டும்வரை செப்பஞ் செய்மேசையைத் திருகி உயர்த்திய பின்பு மேசையின் நிலையை நோக்குக (கோளமானியொன்றில் உள்ளது போல உகந்த அளவுத் திட்டங்கள் இதிலும் அமைந்து இருக்கலாம்). மேலே கூறியுள்ளவாறு மீண்டும் நிலைநிறுத்துவதற்குப் பதிலாகச் சுட்டி மீண்டும் பூச்சியத்தை மீளும்வரை மேசையை தூரம்  $h$  வரை திருகி உயர்த்துக. அப்பொழுது மீயுந்தலால் ஆகும் விசை பரப்பிழுவையால் ஆகும் விசையைச் சரியாகாடுசெய்கிறது; மேலும்  $h$  ஆனது வழக்கித்தட்டின் அமிழ்ப்பாழ்மாகவும் இருக்குமாறு திரவங்கொள் பாத்திரம் பெரிதும் அகன்றதாய் இருந்தால்

$$2(l+t)\gamma = l h \rho g.$$

இங்கு  $\rho$ , திரவத்தின் அடர்த்தி ஆகும்.

மெழுகு பூசியுள்ள கண்ணாடித் துண்டுகளால் பக்கம் 534 இல் கூறியுள்ள வாறு நீர்ப்பரப்பைத் துப்புரவாகவும்பொருட்டுக் கொள்பாத்திரமானது நீரால் முற்றிலும் நிரப்பப்பட்டிருந்ததாற்றான் இம்முறை திருத்தமான டேறுகளைத் தரும் என்பது குறித்தற்பாலது.

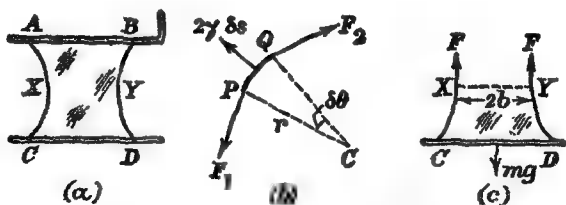
சுவர்க்காரக் கரைசலொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்கு ஏற் கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள தட்டு முறையை எளிதில் மாற்றி யமைக்கலாம். படம் 10·20(b) யில் காட்டியுள்ளதுபோல் கண்ணாடி அல்லது கம்பிச்சட்டமொன்று தயாரிக்கப்பட்டுத் தராசுத் தட்டொன்றிலிருந்து கீழ் முகமாகத் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது ; தராசு சமநிலையில் இருக்கும்பொழுது சட்டத்தின் கிடையான கீழ்ப்பாகம் திரவத்தின் பொதுப்பரப்பிலிருந்து 0·5 சமீ. உயரத்தில் இருக்கும்வண்ணம் ஒழுங்குசெய்யப்படுகிறது. அடுத்து, சட்டத்தை முற்றிலும் அமிழ்த்தி அதன் முந்திய அதே தொடர்பு நிலையைச் சட்டம் அடையுமாறு தராசின் வலப்பக்கத்துத் தட்டில் அதிகப் படியான திணிவு  $m$  சேர்க்கப்படுகிறது. கிடையான பாகத்தின் நீளம்  $l$  எனின்

$$2\gamma l = mg;$$

இங்கு படலத்தின் நிறை புறக்கணிக்கப்படுகிறது.

நீர்போன்ற திரவங்களிடத்தும் இம்முறையைப் பயன்படுத்தலாம் ; அப்பொழுது சட்டத்தின் கிடையான பாகமானது திரவத்தின் பொதுப் பரப்பிற்கு இன்னும் கிட்ட இருத்தல் வேண்டும்.

(d) இழை முறை.—சுவர்க்காரக் கரைசலொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்கு இது எளிய ஆலை கவர்ச்சியுள்ள ஒரு முறையாகும். 1·5 இலிருந்து 2 மிமீ. வரை விட்டமுடைய இரு கண்ணாடிக் கோல்கள் துப்புரவாக்கப்பட்டு அவற்றுள் ஒன்று படம் 10·21 (a) யில் காட்டி



படம் 10·21. சுவர்க்காரக் கரைசலின் பரப்பிழுவையைத் துணிதற்குரிய இழை முறை.

கீழ்த்தரப்படும் சுவர்க்காரக் கரைசலானது சிறந்ததெனப் பேராசிரியர் போய்ஸ் என்பார் வற்புறுத்துகிறார். நன்கு அடைக்கப்பட்ட போத்தல் ஒன்றில் இருக்கிற ஒரு வீற்றா காய்ச்சி வடித்த நீருடன் 25 கி. சோடியமோலியேற்றைச் சேர்த்து 24 மணித்தியாலம் வைக்க. பின்பு 300 சமீ.<sup>3</sup> கிளிசுரேலைச் சேர்த்து, நன்கு குலுக்கி ஒரு கிழமைக்கு வைக்க. மரசுநரை தங்கியிருக்க, தெளிவான திரவத்தை நீரிறக்கியொன்றால் வெளியேற்றுக. கரைசலுடன் இரண்டு அல்லது மூன்று துளி திரவ அமோனியாவைச் சேர்த்து அதை இருளான அலுமாரியொன்றில் வைக்க. கரைசலைச் சூடுகாட்டவோ வடிக்கவோ கூடாது.



யுள்ளவாறு வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அடுத்து, கோணலுற்ற கோலானது இறுக்கியொன்றால் கிடையாகத் தாங்கப்பட்டிருத்தல் வேண்டும். படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு புள்ளிகள் A, B, C, D என்பவற்றுடன் சமநீளமான பருத்தியிழைகள் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன; AB யின் நீளம் கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. உம் AC யின் நீளம் கிட்டத்தட்ட 8 சமீ. உம் ஆகும். இவ்வண்ணம் செவ்வகச் சட்டமொன்றைப் பெறுகிறோம்; பரப்பிழுவையைத் துணியவேண்டிய சுவர்க்காரக் கரைசலில் அதை இனி அமிழ்த்தலாம். கரைசலினின்று முழுத்தொகுதியும் வெளியேற்றப்பட்டபோது கோல்களுக்கும் இழைகளுக்குமிடையே படலமொன்று ஈர்க்கப்பட்டிருக்கும்; படலத்தின் வடிவம் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இருக்கும். இழைகளின் வளைவு தெளிவாகவும் அளக்கதக்கதாகவும் இருக்கும்வண்ணம் கீழே யுள்ள கண்ணாடிக் கோலின் நீளம் அடுத்துச் செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது; CD கிடையாக இருக்குமாறு கவனஞ் செலுத்தப்படுகிறது; தேவைப்பட்டின் கோலுடன் கிட்டத்தட்டப் பொருந்தும் சிறு கம்பித்தடமொன்று CD யில் வைக்கப்பட்டு, CD கிடையாக அமையும்வரை அதன் நிலை செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது.

இனி இழைகளுள் ஒன்றில் நீளம்  $\delta s$  கொண்ட சிறுபாகம் PQ வின் சமநிலையைக் கருதுக, படம் 10-21 (b). P யிலும் Q விலுமுள்ள செங்குத்துக்கள் C யிற் சந்திக்க; இங்கு  $\widehat{PCQ} = \delta\theta$ ; P யில் வளைவாரை  $r$  ஆகுக. P யிலும் Q விலும் இழையிலுள்ள இழுவையால் ஆகின்ற விசைகள்  $F_1$  உம்  $F_2$  உம் ஆகும் எனக் கொள்க. [பயன்படுத்தியுள்ள பருத்தியிழை மிக மெல்லியதாயினி] இம்மூலகத்தின் நிறையைப் புறக்கணிக்கலாம்; எனவே அதன்மீது ஆற்றுகின்ற மற்ற விசை பரப்பிழுவையாலானது; அதன் பெறுமானம்  $2\gamma \delta s$  ஆகும்; அது PQ விற்குச் செங்குத்தாக அதன் மையப்புள்ளியில் தாக்குகிறது. PQ வின் மையப்புள்ளியிலுள்ள தொடலி வழியேயும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் விசைகளைத் துணித்தும், PQ மீது தாக்குகின்ற விசைகள் சமநிலையில் இருக்கின்றன ஆதலின்,

$$F_1 \text{ கோசை } \frac{1}{2} \delta\theta - F_2 \text{ கோசை } \frac{1}{2} \delta\theta = 0 \quad \text{எனவும்}$$

$$2\gamma \delta s = (F_1 + F_2) \text{ கோசை } \left(\frac{1}{2}\delta\theta - \frac{1}{2}\delta\theta\right) \quad \text{எனவும்}$$

பெறுகிறோம்.

எனவே

$$F_1 = F_2 = F \quad (\text{என்க}),$$

அதாவது, இழையில் இழுவை மாறாமல் இருக்கிறது.

ஆகவே  $\delta\theta$  சிறிது ஆதலின்,

$$2\gamma \delta s = 2F' \text{ சைன் } \frac{1}{2} \delta\theta = F' \delta\theta ;$$

$$\therefore \frac{ds}{d\theta} = \text{எல் } \frac{\delta s}{\delta\theta} = \frac{F'}{2\gamma} = \text{மாறிலி} ;$$

அதாவது, வளைவாரை மாறாமல் இருக்கிறது அல்லது இழையானது ஆரை  $r$  கொண்ட வட்டமொன்றின் வடிவத்தைக் கொள்ளுகிறது; இங்கு  $r = PC$  ஆகும். எனவே

$$F = 2\gamma r . \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$

எவ்வாறு கரைசலின் பரப்பிழுவையையும்  $CD$  யின் திணிவையும்  $CD$  யுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற கம்பிவளையத்தின் திணிவையும் படலத்தின் வடிவமானது பொறுத்துள்ளது என்பதைக் காட்டும் பொருட்டுப் படலமானது  $XY$  யின் குறுக்கே இருசம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கற்பனை செய்வோம்; இங்கு  $XY$  ஆனது  $CD$  யிற்குச் சமாந்தரம்—படம் 10.21 (c) இற் காண்க. படலத்தின் கீழ்ப்பாகம் சமநிலையில் இருக்கிறபடியால்

$$2F + 4\gamma b = mg . \quad . \quad . \quad . \quad (ii)$$

இங்கு  $m$ , [அதனுடன் பொருத்தப்பட்ட கம்பிவளையங்கள் சேர்]  $CD$  யின் திணிவும்,  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $\gamma$  கரைசலின் பரப்பிழுவையும்,  $2b$  ஆனது  $XY$  யில் படலத்தின் அகலமும் ஆகும். (i), (ii) என்பவற்றிலிருந்து  $F$  ஐ நீக்கினால்

$$4\gamma(r + b) = mg . \quad . \quad . \quad . \quad (iii)$$

படலம் இருக்கும்போது கோல்களுக்கிடையேயுள்ள நிலைக்குத்தான தூரம்  $2h$  உம் படலம் இல்லாத போது இழைகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம்  $2a$  யும் ஆயின்

$$(a - b)(2r - a + b) = h^2 .$$

$$\text{அல்லது} \quad r = \frac{1}{2} \left( \frac{h^2}{a - b} + a - b \right) .$$

(iii) இல்  $r$  இற்கு இப்பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டால்,

$$\gamma = \frac{mg(a - b)}{2(h^2 + a^2 - b^2)} . \quad . \quad . \quad . \quad (iv)$$

சவர்க்காரக் கரைசலானது இழைகளுக்கு அப்பால் படர்தலோ, கீழேயுள்ள கோல்மீது இருத்தலோ நிகழலாகாது என்னும் நிபந்தனையின் பேரில் மிகு எளிதான இவ்வாய்க்ருவியைப் பயன்படுத்திக் கரைசலின் பரப்பிழுவைக்கு நியாயமான பெறுமானமொன்றைப் பெறமுடிகின்றது; ஆய்க்ருவியைக் கரைசலினின்று எடுத்தபோது மேலே கூறியுள்ளவாறு இருக்கின்ற கரைசலை வடிதாள் துண்டொன்றால் அப்புறப்படுத்துதல் வேண்டும்.

பிரிகருவி, மில்லிமீற்றர்கள் பொறிக்கப்பட்ட அளவுச்சட்டம் என்பவற்றால் தேவையான நீளவளவீடுகளை எடுக்கலாம்; அல்லது குவிலில்லையொன்றைப் பயன்படுத்திப் படலத்தின் விம்பத்தை வரைபுத் தாளொன்று மீது விழச் செய்யலாம்; இங்கு உருப்பெருக்கத்தையிட்டு ஈடுகொடுத்தல் வேண்டும்.

**உதாரணம்.**—பக்கம் 2α கொண்ட சதுரவடிவத்தில் சீரான கம்பியொன்று வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது; சதுரத்தின் பக்கமொன்றை அபுறப்படுத்தி அதற்குப் பதிலாக நீளம்  $(\pi + 1)\alpha$  கொண்ட, வளையத்தன்மையுள்ள விரியமுடியாத இழையொன்று புருத்தப்படுகிறது. அடுத்து தொகுதியானது சுவர்க்காரக கரைசலொன்றில் அமிழ்த்தப்பட்டு வெளியே எடுக்கப்படுகிறது. இழையின் திணிவு புறக்கணிக்கத்தக்கது எனின் அடிப்படைத் தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி இழையின் உருவமைப்பையும் இழைக்கும் கம்பிச் சட்டத்துக்குமிடையே தாங்கப் பட்டிருக்கின்ற படலத்தின் ஒரு பக்கத்தின் பரப்பளவையும் காண்க.

பக்கம் 567 இல் காட்டியுள்ளவாறு இழையில் இழுவை F ஆனது மாறாமல் இருக்கிறது; அன்றியும் அது

$$\frac{F}{2\gamma} = \text{இழையின் வளைவாரை}$$

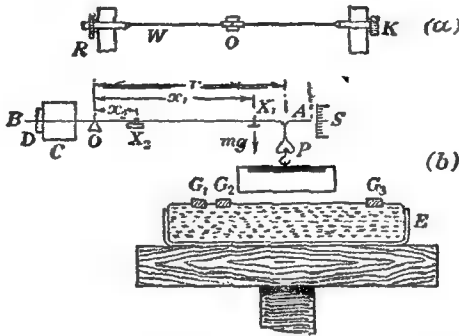
என்னுஞ் சமன்பாட்டால் பரப்பிழுவை  $\gamma$  வுடன் தொடர்பு படுத்தப்பட்டிருக்கிறது. எனவே இங்கு படலத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற இழையின் நீளம்  $\pi\alpha$  ஆகும்; அதாவது சட்டத்தின் நிலைக்குத்தான பக்கம் ஒவ்வொன்றுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற இழை நீளம் 0.5α ஆகும்.

$$\therefore \text{தேவைப்படுகின்ற பரப்பளவு} = (2\alpha \times \frac{3}{2}\alpha) - \frac{1}{2}\pi\alpha^2 = (3 - \frac{1}{2}\pi)\alpha^2 = 1.42\alpha^2.$$

(e) சேனின் பரப்பிழுவைத் தராக.—துப்புரவான மெல்லிய செவ்வகத்தட்டொன்றின் கீழ் ஓரம் திரவமொன்றில் சரியாக அமிழ்த்தப் பட்டிருக்கும் பொழுது அது கீழ்முகமான இழுப்பு  $2\gamma l$  ஐ அநுபவிக்கிறது; இங்கு  $\gamma$  திரவத்தின் பரப்பிழுவையும்,  $l$  கண்ணுடித்தட்டின் நீளமும் ஆகும். இவ்விழுப்பு சிறிதாக உள்வது; அதை வசதியாக அளக்கும் பொருட்டுச் சேன் என்பார் படம் 10·22 இல் காட்டியுள்ள முறுக்கற்றரா சொன்றைத் திட்டமிட்டு அமைத்தார். மெல்லிய கம்பி W, இரு நிலைக்குத்தான தூண்களுக்கிடையே ஈர்க்கப்பட்டிருக்கிறது; அதில் O என்னும் புள்ளியில் செம்பாலான சிறு நுண்குழாய்த் துண்டொன்று பற்றரசு பிடித்தொட்டப்பட்டிருக்கிறது, படம் 10·22 (α). திருகு R ஐப் பயன்படுத்திக் கம்பியிலுள்ள இழுவையைச் செப்பஞ்செய்யலாம். முறுக்கற் கம்பியிலே O என்னும் புள்ளியிலே சிறு திருகொன்றால் சமச்சீரிலில்லாத நெம்பு A.O.B ஆனது இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 10·22 (b). O.B யில் கோர்த்திருக்கின்ற திணிவுமிக்க குமிழ் C யினால் நெம்பைக் கிடையான நிலைக்குக் கொண்டுவரலாம்; C யின் நிலைமாற்றங்களைத் தராசானது பெரிதும் உணர்ச்சின்றபடியால் இலேசான திருகு D யினால் அத்திணிவு உறுதியாக்கப்படுகிறது. நெம்பின் முனை A ஆனது (மீ.மீ.) அளவிடை S மீது இடங்குகிறது. நெம்பு மீது,  $X_1$  என்னும் புள்ளியில் தெரிந்த திணிவொன்றைச் சேர்த்தும், தாங்கும் கம்பியை அத்துடன் இணைக்கப் பட்டிருக்கின்ற குமிழ் அல்லது நெம்பு K யினால் திருகியும், நெம்பானது கிடையான நிலையைத் திட்டமாக அடையச் செய்யலாம். தட்டைப் புருத்திய

பின்  $m$  ஆனது  $A$  யிற்கு அணித்தாயுள்ள  $X_1$  இல் இருக்கும்பொழுதே மேலே கூறியுள்ளவாறு ஏற்பாடுகள் செய்யப்படுகின்றன.

இங்கு நீரே, பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்குக்ந்த திரவம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது; உயர்த்தவும் தாழ்த்தவும் கூடிய மேசையொன்று மீது வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற துப்புரவான பாத்திரம்  $E$  யில் அது இருக்கிறது.  $E$  யின் விளிம்பிற்கு மேலே அதன் பரப்பு இருக்குமாறு நீரைச் சேர்ப்பதற்கு அப்பாத்திரத்தின் மேல் விளிம்பில் மெழுகு பூசதல் வேண்டும் என இந்நூலாசிரியர் குறிப்பாகத் தெரிவித்திருக்கிறார். தடுப்புகள் எனப்படுகின்ற, மெழுகு பூசியுள்ள  $G_1, G_2, G_3$  எனனும் மூன்று கண்ணாடித் துண்டு களைப் பயன டடுத்திப் பக்கம் 535 இல் விவரித்துக் கூறியுள்ளவாறு நீரின் பரப்பு துப்புரவாக்கப்படுகிறது.



படம் 10-22. சேனின் பரப்பிழுவைத் தராசு.

முறுக்கற்றாசைச் சமநிலையாக்கிய பின்பு, தொங்குந் தட்டானது நீர்ப்பரப்பைச் சரியாகத் தொடும் வரை பாத்திரம்  $E$  உயர்த்தப்படுகிறது. அப்பொழுது தட்டானது உடனடியாக நீரில் இழுக்கப்படுகிறது; கண்ணாடித் தட்டு நீரினினு பரியும் அளவிற்கு நெம்பில்  $X_1$  இலிருந்து  $X_2$  வரை திணிவு  $m$  ஐ அசைத்து அந்நெம்பு மீது தாக்குகின்ற விசைகளின் திருப்பம் குறைக்கப்படுகிறது. இப்பொழுது கண்ணாடித்தட்டுமீதுள்ள உதைப்பின் விளைவைப் பற்றிய பிரச்சினை எழாது; ஏனெனில் அது தானாகவே பூச்சியமாகின்றது. இனி  $O$  விலிருந்து கண்ணாடித்தட்டு முதலியவற்றின் தொங்கற் புள்ளியின் தூரம்  $r$  ஆயின்,

$$2\gamma l r = mg(x_1 - x_2);$$

இங்கு,  $x_1, x_2$  என்பன முறையே  $O$  விலிருந்து  $X_1, X_2$  ஆகியவற்றின் தூரங்கள் ஆகும்.

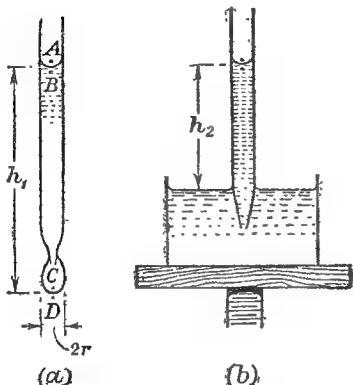
$$\therefore \gamma = \frac{mg(x_1 - x_2)}{2lr}.$$

[தட்டின் தடிப்பு  $b$  எனின்,

$$\gamma = \frac{mg(x_1 - x_2)}{2(l+b)r}$$

என்பதைப் பயன்படுத்தித் திருத்தமொன்றைப் பிரயோகிக்க முடியும்.]

(f) திரவமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்குரிய சென்சிடீன் (Sensis) முறை.—சென்ரிஸு† தொடக்கத்தில் விவரித்துக் கூறியுள்ள



வாறு இம்முறைக்கு நுண்ணிய கூர்நுனி பெறும் பொருட்டு உருக்கி இழுக்கப்பட்ட துப்புரவான மயிர்த் துளைக் குழாயொன்று தேவைப்படுகிறது. இது சோதனைக்கான திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டுப் பின்பு அதினின்று வெளியே எடுக்கப்படுகிறது; குழாயுட் புகுந்த திரவத்தில் சிறிதளவு கசிந்து மயிர்த் துளைக் குழாயின் கூர்நுனியில் சிறு கோளத்துளியொன்றை ஆக்குகிறது—படம் 10·23 (a). புள்ளிகள் A, B, C, D என்பவற்றிலுள்ள அழுக்கங்களைக் கருதினால் இங்கு

படம் 10·23. ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்குச் சென்ரிஸின் முறை.

$$\frac{2\gamma}{R} + \frac{2\gamma}{R_0} = \rho g h_1.$$

$R$ ,  $R_0$  என்பன முறையே C யிலும் A யிலும் உள்ள பரப்புக்களின் வளைவரைகள் ஆகும்;  $h_1$  என குறியீடுகள் அவ்வவற்றின் வழக்கமான அர்த்தங்களை உடையன. இது திருத்தமான ஒரு சமன்பாடாகும்.

அடுத்துக் குழாய்க்குக் கீழே சோதனைக்கெடுத்துக்கொண்ட திரவத்தில் சிறிதளவைக் கொண்டிருக்கின்ற பாத்திரமொன்றை வைக்க; பாத்திரமானது தெரிந்த அளவால் உயர்த்த அல்லது தாழ்த்தக் கூடிய மேசையொன்றால் தாங்கப்பட்டிருக்கிறது. பாத்திரத்தில் இருக்கின்ற திரவப் பரப்பானது தொங்கற்றுளியைச் சரியாகத் தொடும்போது மேசையின் நிலையை நோக்குக. கடைசியாக நிலைக்குத்தான மயிர்த்துளைக் குழாயில் மேற் பிறையுருவானது அதனது தொடக்க நிலையை மீளும்வரை பாத்திரத்தை உயர்த்துக—படம் 10·23 (b). அப்பொழுது

$$\frac{2\gamma}{R_0} = \rho g h_2 ;$$

எனவே

$$\frac{2\gamma}{R} = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g H ;$$

†*Jour. de Physique*, 6, 571, 1887.

இங்கு  $H$ , மேசை உயர்த்தப்பட்ட தூரம் ஆகும். அது அளந்து அறியப்படுகிறது.

மேற்படி சமன்பாடானது மயிர்த்துளைக் குழாயின் ஆரையையும் கண்ணாடியுடன் திரவம் ஆக்கும் தொடுகைக் கோணத்தையும் சாராது எனபது குறிக்கப்படும். “இம்முறையானது (தொடுகைக் கோணம் பூச்சியம் ஆகும் என்னும்) இவ்வெடுகோளீச் சாராது” எனச் செனரிஸ் எழுதியுள்ள போதிலும் பிந்திய செய்தியானது எப்பொழுதும் போற்றப் படுவதில்லை.

அதனது உயர்வுக் குறுக்குவெட்டிற்குக் கீழே துளியானது உண்மையான கோளவடிவமுடையதாயின்  $R=r$  என எழுதலாம்; இங்கு  $2r$ , தொங்கு துளியினது மிகு பெரிய கிடையான வெட்டின் விட்டம் ஆகும்; எனவே

$$\frac{2\gamma}{r} = \rho g H.$$

இம்முறையின் திரிபொன்று இந்நூலாசிரியரால் ஆனது.† எதற்காக “மயிர்த்துளைக் குழாயை அதனது கீழ் முனையில் கூராக இழுத்தல் வேண்டும்?” என்னும் வினா எழுமிடத்து மூல முறைபற்றிய குறை பாடொன்று உண்டியாகத் தெளிவாகும். இததகைய குழாயொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்துச் சிறிய துளிகளே உண்டாகும் என எளிதில் உணர முடியும்; ஆனால் திரவத்தின் பிசுபிசுப்பு உணரத்தக்க பருமன் உடைய தாயின் இவ்வாறு ஆக்கப்பட்ட குழாயில் துளியுண்டாதல் தடங்கும் என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும்; எனவே உண்மையான உறுதிநிலை வருமுன் அளத்தலைச் செய்திருக்கலாம். இப்பிரச்சினையைச் சமாளிக்கும் பொருட்டுப் படம் 10·24 (a) யில் காட்டியுள்ளவாறு குழாய் ஆக்கப்படுகிறது. கிட்டத்தட்ட 2 மிமீ. வெளிவிட்டமுடைய கண்ணாடிக் குழாயொன்று (0·5 மிமீ. இலிருந்து 1 மிமீ. வரை விட்டமுடைய) மயிர்துளைக் குழாயின் கீழ் முனையில் இணைக்கப்பட்டு அதன் நீளம் கிட்டத்தட்ட 5 மிமீ. இருக்குமாறு வெட்டப்படுகிறது. அப்பொழுது உயர் பிசுபிசுப்புத் திரவங்களைப் பயன்படுத்துமிடத்தும் நன்கு வரையறுத்த, எளிதில் அளக்கக்கூடிய, துளிகள் விரைவாக உண்டாகின்றன; ஆனால் இனிமேல்  $R=r$  எனக் கொள்ளுதல் நியாயமற்றது. திருத்தமொன்றைச் செய்யும் பொருட்டுப் பின்வருமாறு நடந்து கொள்ளலாம். A யில் அமுக்கம்  $P_0$  ஆகுக; அப்பொழுது, B யில் அது  $P_0 - \frac{2\gamma}{R_0}$  ஆகும். துளியில் உயர்வுக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்புத் தளம் MN ஆயின், படம் 10·24 (b), அதனது எந்தப் புள்ளியிலும் அமுக்கம்

$$P_0 - \frac{2\gamma}{R_0} + (h_1 - b)\rho g$$

ஆகும்; இங்கு  $b$  ஆனது MN ஐக் குறித்து D யின் ஆழம் ஆகும்.

† *Phil. Mag.*, 33, 775, 1942.

மேற்படி அழுக்கம் காரணமாக, MN மீது கீழ்முகமாகத் தாக்கும் விசையானது

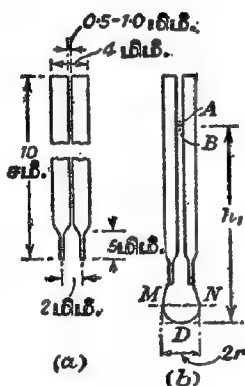
$$\pi r^2 \left[ P_0 - \frac{2\gamma}{R_0} + (h_1 - b)g\rho \right]$$

ஆகும்.

இனி துளியின் கீழ்ப்பாகத்தின் சமநிலையைக் கருதுக; அது சுற்றல் நீள்வளையவுருவொன்றின் அரை எனக் கொள்கிறோம். அதன் நிறை  $\frac{2}{3}\pi r^2 b g \rho$  ஆகும்; அவ்விசையானது கீழ்முகமாகத் தாக்குகிறது. பரப்பிழுவையால் ஆகும் விசை  $2\pi r \gamma$  ஆகும்; அது நீலேக்குத்தாக மேனாகித் தாக்குகின்றது; வளியானது  $\pi r^2 P_0$  என்னும் விசையை

உஏறுகிறது. எனவே  $\frac{2\gamma}{R_0} = g\rho h_2$  ஆதலின், சமநிலையையிட்டு

$$\begin{aligned} 2\pi r \gamma &= \pi r^2 \left[ -\frac{2\gamma}{R_0} + (h_1 - b)g\rho \right] + \frac{2}{3}\pi r^2 b g \rho \\ &= \pi r^2 [(h_1 - h_2) - b]g\rho + \frac{2}{3}\pi r^2 b g \rho. \end{aligned}$$



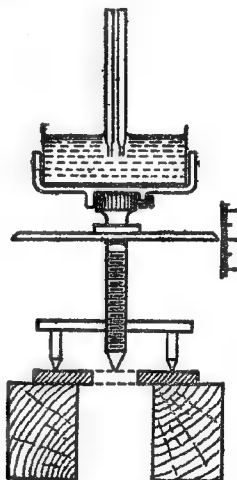
படம் 10-24. சென்ரிசின் முறையில் பயன்படுத்துவதற்கு இந்நூலாசிரியர் மாற்றியமைத்த குழாய் வகை; விரிவு மிக்க கொள்கை.

$h_1 - h_2 = H$  எனக் கூறுமிடத்து

$$a^2 = \frac{\gamma}{g\rho}$$

என எழுதலாம். அப்பொழுது

$$\begin{aligned} 2a^2 &= (H - b)r + \frac{2}{3}br \\ &= Hr - \frac{1}{3}br \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (i)$$



படம் 10-25. சென்ரிசின் முறையால் திரவமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிதல்.

ஆனால்  $R = \frac{r^3}{b}$  என்பது தெரிந்ததே, பக்கம் 12 இற் கரண்க; எனவே

$2a^2 = RH$  ஆதலின்,  $b = \frac{r^2 H}{2a^2}$ . (i) இல்  $b$  யிற்கு இப்பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டால்

$$2a^2 = Hr - \frac{r^3 H}{6a^2},$$

அல்லது

$$12a^4 - 6Hra^2 + r^3 H = 0.$$

$a^2$  இற்கு இவ்விருபடிச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க,

$$a^2 = \frac{6rH \pm \sqrt{36r^2 H^2 - 48r^3 H}}{24} = \frac{rH \pm rH \left[ 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{H} \right]^{\frac{1}{2}}}{4}.$$

$r \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து  $2a^2 = rH$  ஆய் இருத்தல் வேண்டும். ஆதலின் இங்கு சூக் குறியையே எடுத்தல் வேண்டும். சேட்டினை விரித்து  $r^4$  ஐக் கொண்ட உறுப்புக்களை விலக்க,

$$a^2 = \frac{1}{2} rH - \frac{1}{18} r^3 - \frac{r^3}{9H} = \frac{\gamma}{g\rho}.$$

$$\therefore \gamma = \frac{1}{2} g\rho \left[ rH - \frac{1}{9} r^3 - \frac{r^3}{H} \right].$$

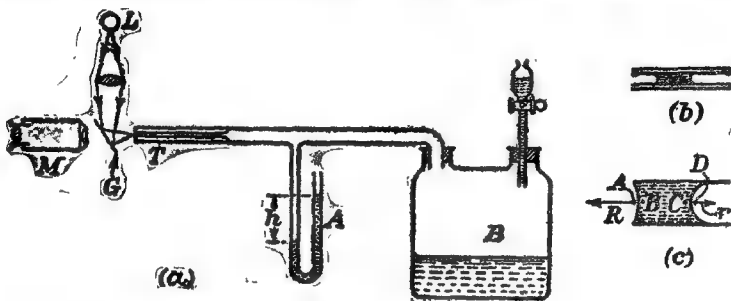
தேவையான இரு நுணுக்குக்காட்டிகளினதை விட இப்பரிசோதனை யின் வசதியான ஒழுங்குமுறையொன்று படம் 10.25 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அதற்கு மேலதிகமான விவரங்கள் தேவைப்படமாட்டா.

(g) பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்குப் பேக்கசனின் முறை.—ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவையை அளப்பதற்குப் பேக்கசன்† எனபார் மயிர்த் துளைக் குழாய் முறையின் பின்வரும் திரிபைத் திட்டமிட்டு அமைத்தார். இம்முறைக்குச் சிறிதளவு திரவமே தேவைப்படுகிறது; அது பெரும் நயமொன்றாகும். கீடையாக வைக்கப்பட்டுள்ள மயிர்த்துளைக் குழாயானது படம் 10.26 (a) யில் காட்டியுள்ளவாறு, தக்க அழுக்கமானி A யுடனும் ஊல்வின் போத்தல் B யுடனும் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. சோதனைக்கான திரவத்திற் சிறிதளவு மயிர்த்துளைக் குழாய் T யில் புகுத்தப்படுகிறது. துளியின் இருபக்கங்களிலும் அழுக்கங்கள் சமனாய் இருக்குமாயின், படம் 10.26 (b) யில் உள்ளவாறு துளி தோற்றும்; அப்பொழுது இரு திரவப் பரப்புகளின் வளைவரைகள் சமனெதிர் ஆகும். இனித் துளிபுனல்விருந்து திரவத்தை ஊல்வின் போத்தலுள் போக விட்டுப் போத்தலிலுள்ள அழுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது எனக் கொள்க. மிகச் சிறிய அழுக்கவுயர்வும் துளியை உயிர்த்துளைக் குழாயின் முனைக்குச் செலுத்துதற்குப் போதியதாகும்; அழுக்கம் இன்னும் கூடினால், துளி

† Proc. Phys Soc., 36, 37, 1923; மற்றோர்க்கையையும் காண்க.



யின் வெளிப்பரப்பு குறைவாக வளைவுற்று அதாவது அதன் வளைவாரை கூடி, துளியின் சமநிலை நிலைபெறுகிறது. ஆய்கருவியில் அழுக்கமிகை  $g\rho h$  எனக்கொள்க; இங்கு,  $\rho$  என்பது மானியில் இருக்கின்ற திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $h$  அதில் இருக்கின்ற திரவப்பரப்புக்களின் உயர வித்தியாசமும் ஆகும்; அப்பொழுது திரவத்தில் சரியாக உள்ளே A யில் இருக்கிற அழுக்கத்தைக் குறித்து புள்ளி B யிலே, படம் 10-26 (c), உள்ள அழுக்கமிகை  $-\frac{2\gamma}{R}$  ஆகும்; இங்கு  $\gamma$  திரவத்தின் பரப்பிழுமையும்,  $R$  ஆனது B யிலுள்ள வளைவாரையும் ஆகும். B யிலும் C யிலும் அழுக்கங்கள் சமனாக இருத்தல் வேண்டும். C



படம் 10-26. (சிறப்பாகச் சிறிதளவில் மட்டும் கிடைக்கின்ற) ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுமையையும் இரு திரவங்களின் பொதுப் பரப்பிழுமையையும் துணிதலுக்குரிய கோணத்தின் முறை.

யிலுள்ள அழுக்கத்தைக் குறித்துத் துளியின் மற்றைப் பரப்பிற்குச் சரியாக வெளியேயுள்ள புள்ளி D யில் உள்ள அழுக்கமிகை  $\frac{2\gamma}{r}$  ஆகும்; இங்கு  $r$  ஆனது C யிலுள்ள வளைவாரை ஆகும். எனவே A யிலுள்ள அழுக்கத்தைக் குறித்து D யிலுள்ள அழுக்கமிகை  $2\gamma\left[-\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right]$  ஆகும்; இது,  $g\rho h$  ஆதல் வேண்டும்.

$R \rightarrow \infty$  வரை, அதாவது துளியின் பரப்பொன்று தட்டையாகும்வரை அழுக்கம் உயர்த்தப்படுகிறது எனக் கொள்க. அப்பொழுது  $R \rightarrow \infty$  ஆகுமிடத்து  $h = H$  ஆயின்,

$$g\rho H = \frac{2\gamma}{r}.$$

எனவே  $\gamma$  வைக் காணலாம்; சூத்திரத்தில், சோதிக்கப்படுகின்ற திரவத்தின் அடர்த்தி தோற்றுவதில்லை என்பது குறித்ததற்பாலது. இது இம்முறையின் இன்னுமொரு நயம் ஆகும்.

துளியின் முதலாவது மேற்பரப்பினது தட்டையைச் சோதிக்கும் பொருட்டுக் குறுகிய குவியத்தாரமுடைய குவிலில்லையொன்றால் மயிர்த்துளைக் குழாய் முனை T யில் சிறு ஓப்பல் விளக்கு L இன் விம்பம் எறியப்படுகிறது. அதன் தளம், குழாய் அச்சுடன்  $45^\circ$  ஆக்கும்வண்ணம் வைத்துள்ள மெல்லிய கண்ணாடித்துண்டு G ஆனது இச்செய்கைக்கு உதவுகிறது ; அது நுணுக்குக்காட்டி M இல் குழாய் முனையின் காட்சியைத் தடை செய்யமாட்டாது. பரப்பானது தட்டையாக இருக்கும்பொழுது அது சீராக ஒளியால் விளங்குகிறதுபோல் தோற்றும். இல்லாவிடில் ஓப்பல் விளக்கின் விம்பம் காணப்படும் ; பரப்பானது தட்டையாகும்பொழுது இவ்விம்பம் படிப்படியாக விரியும். இம்முறையானது உணர்ச்சிமிக்கது ; எனவே சம நிலைத் தானத்தைத் திருத்தமாக உறுதிப்படுத்தலாம்.

[ந. கு. மேற்படிக் கொள்கையிலே திரவமானது மயிர்த்துளைக் குழாயின் சுவர்களை முற்றிலும் ஈரமாக்குகிறது எனக் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது, பக்கம் 534 இற் காண்க.]

இரு திரவங்களின் பொதுமுகப் பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்கு இம் முறையை எளிதில் மாற்றி அமைக்கலாம்.  $\alpha$ ,  $\beta$  என்பன கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயிலுள்ள இரு திரவங்கள் எனக்கொள்க. மயிர்த்துளைக் குழாயின் திறந்த முனையில் திரவம்  $\beta$  வின் பரப்பைத் தட்டையாக ஆக்குவதற்கு ஆய்கருவியில் அமுக்கமிகை  $gh$  எனபது போதியது எனக்கொள்க. தொடுகைக் கோணங்கள் பூச்சியம் எனக் கொண்டால்

$$\gamma_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha} = \frac{1}{2}ghr ;$$

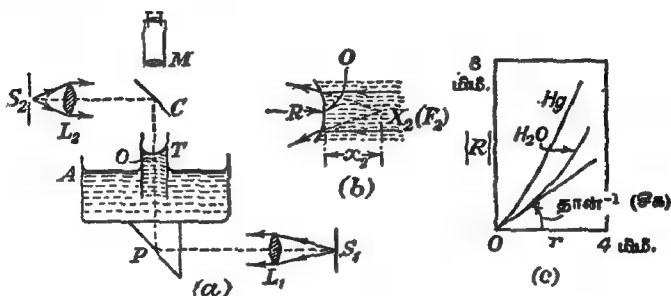
இங்கு  $\gamma_{\alpha\beta}$  ஆனது தேவைப்படுகின்ற பொதுமுகப் பரப்பிழுவையும்,  $\gamma_{\alpha}$  ஆனது திரவம்  $\alpha$  வின் பரப்பிழுவையும் ஆகும்.

(h) அண்டர்சன்-போவன் முறை.—இம்முறையானது† திரவத்தில் அமிழ்த்தியுள்ள நிலைக்குத்தான குழாயொன்றில் இருக்கின்ற பிறையுருவின் வளைவாரையை ஒளியியல் முறையால் அளத்தலிலும் வெளியேயுள்ள திரவப் பரப்பிற்குமேலே (அல்லது கீழே) அப்பிறையுருவின் மையத்தின் உயரத்திலுந் தங்கியுள்ளது. எனவே உண்மையான அரைக்கோளமொன்றிலிருந்து பிறையுருவின் வடிவம் வேறுபடுகிறது என்பதற்கான திருத்தம் இங்கு வேண்டியதில்லை ; மேலும் தொடுகைக் கோணத்தைப் பற்றித் தெரிந்திருக்கவும் வேண்டியதில்லை.

வெவ்வேறான விடங்கள் உடைய குழாய்களோடு இவ்வாறு துணியப்பட்ட வளைவாரையைப் பிறையுருவுக்கு மேலேயுள்ள குழாயாரையுடன் தொடர்புபடுத்துகின்ற வளையியைப் பயன்படுத்தித் தொடுகைக் கோணத்தைத் துணியலாம்.

† *Phil. Mag.*, 31, 143, 1916.

கண்ணாடிப் பாத்திரம் A யின் தட்டையான அடியில் செங்கோணக் கண்ணாடியரியம் P என்பது சீமந்தால் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது, படம் 10-27(a). நேர்வரிசையாக்கும் வில்லை  $L_1$  இலிருந்து வருகின்ற சமாந்தரச் சோடிய வொளியானது அரியத்தால் தெறிக்கப்பட்டு A யிலுள்ள திரவத்தில் அமிழ்ந்திருக்கின்ற நிலைக்குத்தான கண்ணாடிக்குழாய் T யின் அச்ச வழியே செல்லுகிறது; பிறையுருவில் ஒளியின் முறிவால் உண்டாகும் விம்பமானது தாழ்வலு நுணுக்குக்காட்டி M (0.001 சமீ. திருத்தத்துடன் அளவிடையில் அளக்கலாம்) என்பதால் நோக்கப்படுகிறது. படம் 10-27 (b) யையும் பார்க்க.



படம் 10-27. திரவமொன்றின் பரப்பிழைவு அளத்தலுக்கு அண்டர்சன்-போவன் ஆய்வுகள்.

பிறையுருவின் வளைவாரை R ஆகுக. அப்பொழுது பிறையுருவின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து திரவத்தின் வளைந்த பரப்பில் சமாந்தரச் சுற்றையின் முறிவால் உண்டாகும் விம்பம்  $X_2(=F_2)$  என்பதின் தூரம்  $x_2$  ஆயின்

$$\frac{1}{x_2} - 0 = \frac{1 - \mu}{R};$$

இங்கு  $\mu$  சோடியவொளிக்குத் திரவத்தின் முறிவுக்குணகம் ஆகும்.

உண்மையில் R மறை ஆதலின்,  $x_2$  நேர் ஆகும்.

$$\therefore |x_2|(\mu - 1) = |R|.$$

$x_2$  ஐத் துணிவதற்கு, O வின் நிலை தேவைப்படுகிறது. புள்ளிமுதல்  $S_2$  தரும் ஒளியைப் பயன்படுத்தி, ஒருங்குவில்லை  $L_2$  இனால் அதை நேர்வரிசையாக்கிப் பின்பு பிறையுருவிலிருந்து தூரம்  $\frac{1}{2}|R|$  இல் விம்பமொன்று காணும்படி அவ்வொளியைப் பிறையுருமீது படுமாறு மூடுகண்ணாடியொன்றால் தெறிக்கச் செய்வதால் O மீது நேர்க் குவிதல் தவிர்க்கப்படுகிறது. முறிவால் ஆகும் விம்பத்திற்கும் தெறிப்பால் ஆகும் விம்பத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம்  $\frac{1}{2}|R|$  எனின், அப்பொழுது

$$\xi = \frac{1}{2}|R| + \frac{|R|}{(\mu - 1)}.$$

அல்லது

$$|R| = 2\xi \cdot \left[ \frac{\mu - 1}{\mu + 1} \right].$$

குழாயில் திரவம் ஏறும் உயரம்  $h$  எனின், நுணுக்குக்காட்டியைப் பக்கமாகப் பெயர்த்து அதை பரப்பு மட்டத்தில் குவியச் செய்து இது துணியப்படுகிறது—அப்பொழுது

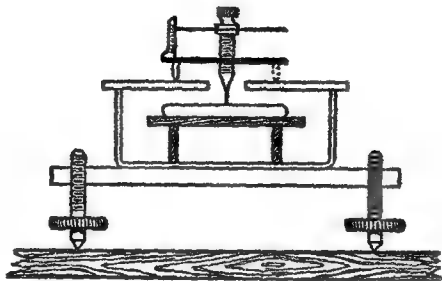
$$\gamma = \frac{1}{2} g \rho h |R| = g \rho h \xi \left[ \frac{\mu - 1}{\mu + 1} \right].$$

இரசம் போன்ற ஒளிபுகாத திரவங்களுக்குத் தெறிப்பு முறையொன்றைப் பயன்படுத்தியே  $R$  ஐத் துணிதல்வேண்டும்; இங்கு இரசப்பரப்பின் மிகவுயர்ந்த புள்ளியைத் திருத்தத்துடன் அவதானித்தல் வேண்டும்.

இம்முறையைப் பிரயோகித்துத் தொடுகைக் கோணங்களைக் காணும் பொருட்டு வெவ்வேறான ஆரைகள் ( $r$ ) உடைய குழாய்களுடன் பரிசோதனைகளை நடாத்துதல் வேண்டும். அப்பொழுது  $r$  ஐ  $x$  ஆகவும்  $|R|$  ஐ  $y$  யாகவும் பயன்படுத்தி குறித்தால், உற்பத்தியில் சரிவுக்கோணம் தான<sup>-1</sup> (சீக  $\phi$ ) உடைய வளையியொன்றைப் பெறுவோம்; இங்கு  $\phi$ , தொடுகைக்கோணம் ஆகும். இதனை விளக்கம் யாதெனில் ஒடுக்கமான குழாய்களுக்கு,  $|R| = r$  சீக  $\phi$  என்பதேயாம், பக்கம் 548 இற காண்க. நீர், கிளிசரின், ஒலிவெண்ணெய், கற்பூரத்தைலம் என்பவற்றிற்கு உற்பத்தியில் வளையிகளின் சரிவுக்கோணமானது பூச்சியமாய் இருந்தது; இது தொடுகைக் கோணம் பூச்சியம் எனக் காட்டிற்று. கண்ணாடிமீதுள்ள இரசத்துக்கு  $\phi$  ஆனது  $139^\circ$  எனத் தெரியவந்தது—படம் 10-27 (c) யிற் காண்க.

(2) அடியிலிணைந்த பெருந்துளிகளும் குமிழிகளும்.—இரசத்தின் பரப்பிழை  $\gamma$  வையும் இரசத்துக்கும் கண்ணாடிக்குமிடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணம்  $\phi$  யையும் ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் துணியும் பொருட்டுக் கண்ணாடித் தட்டொன்றுமீது ஆக்கப்பட்டிருக்கின்ற அடியிலிணைந்த இரசத் துளியொன்றுடன் சூனிகேர் எனபார் பல அவதானிப்புகளைச் செய்தார். அப்பரிசோதனையைப் பின்வருமாறு மீண்டுஞ் செய்யலாம். மட்டமாக்குந் திருகுகளைக் கொண்ட மேசையொன்றிலே தாங்கப்பட்ட செவ்வகக் கண்ணாடிப் பெட்டியினுள்ளே உள்ள ஓர் உருக்குருளை மீது தட்டுக் கண்ணாடி ஓய்வாய் இருக்கிறது, படம் 10-28. கண்ணாடித் தட்டின் மேற் பரப்பை மிகு கவனமாகத் தூப்பரவாக்கல் வேண்டும்; அடுத்து அதன்மீது ஆக்கப்பட்ட, 2 சமீ. இற்குக் குறையாத விட்டமுடைய இரசத் துளியொன்றைப் பயன்படுத்தி அது கிடையாக்கப்படுகிறது; நுண்மைமிக் கமயிர்த்துளைக் குழாயூடே பாயவிட்டு இரசம் வடிகுப்பப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

அடுத்தபடியாகத் துளியின் விட்டம் 8 சமீ. இற்குக் குறையாமல் இருக்கும் வரை அதேபோல் இன்னும் இரசம் சேர்க்கப்படுகிறது.  $\gamma$  வையும்  $\phi$  யையும் துணியும்பொருட்டுத் துளியின் முழு உயரம் H ஐயும், துளியின் மேற் பரப்பைக் குறித்து அதனது உயர்வான குறுக்குவெட்டின் ஆழம் h ஐயும் அளத்தல் வேண்டும். துளியின் எந்தப் புள்ளியில் அதன் புறவரு சரியாக நிலைக்குத்தாய் இருக்கிறது என்பதை அறியும்பொருட்டுக்  $\phi$  என்பவரால் தரப்பட்ட பின்வரும் ஒளியியல் ஒழுங்குமுறையைப் பயன்படுத்தலாம்.



படம் 10-28. அடியிலிணைந்த பெரும் இரசத்துளியொன்றை நோக்கி அதன் பரப்பிலுவையைத் துளியில்.

துளியை நோக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற தொலைகாட்டி அல்லது தாழ்வலு நுணுக்குக்காட்டியின் பக்கத்தில் விளக்கொன்றும், அவ்விளக்குக்கு முன்னால் கிடையான பிளவு ஒன்றும் வைக்கப்படுகின்றன. பிளவும் தொலைகாட்டியின் அச்சம் ஒரே மட்டத்தில் இருக்குமாறு பிளவு செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. இவ்வச்சம் கிடையான பிளவும் துளியின் தொடலித் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்கிற வளைபரப்புப் புள்ளியும் ஒரே கிடைத் தளத்தில் இருக்கும்பொழுது தொலைகாட்டியின் குறுக்குவெட்டு மயிர்களின் மையத்தில் “துலகக உடு”வொன்று காணப்படும்.

H ஐயும் h ஐயும் துணியும்பொருட்டுக் கண்ணாடிப் பெட்டியால் தாங்கப்படுகின்ற கண்ணாடித் தட்டொன்றில கோளமானியொன்று வைக்கப்படுகிறது ; மிகக்கூராக இழுகப்பட்ட கண்ணாடியூசியொன்று கோளமானியின் நடுக்காலுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அது இரசத்தின் மேற்பரப்பைச் சரியாகத் தொடுமவரை ஊசியைத் தாழ்த்தி அதன் நிலை குறிக்கப்படுகிறது. இரசத்துளியை அப்புறப்படுத்தி, ஊசியின் நுனி காணப்படும்வரை நுணுக்குக்காட்டியானது உயர்த்தியும் முன்னேக்கிச் செலுத்தியும் செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. நுணுக்குக்காட்டியின் நிலைக்குத்தான பெயர்ச்சி h ஆகும். ஊசி கண்ணாடியின் மேற்பரப்பைச் சரியாகத் தொடுமவரை கோளமானியின் நடுவான கால் தாழ்த்தப்படுகிறது. கோளமானி வாசிப்புகளிலிருந்து H பெறப்படுகிறது. அப்பொழுது

$h^2 = \frac{2\gamma}{g\rho}$  வும்  $H^2 = \frac{2\gamma(1 - \text{கோசை } \phi)}{g\rho}$  வும் [பக்கம் 555 இற் காண்க].  
ஆதலால்

$$1 - \text{கோசை } \phi = \frac{H^2}{h^2};$$

எனவே  $\gamma$ ,  $\phi$  ஆகிய இரண்டையும் துணியலாம்.

(i) துளி-நிறை முறை.—நிலைக்குத்தான குழாயொன்றின் நுனியி னின்று மெதுவாய்ப் பிரிகின்ற துளியொன்றின் நிறையைத் துணிதல் திரவமொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்குப் பெரிதும் பயன்படுத்தப் படும் முறைகளுள் ஒன்றாகும். துளியானது குழாய் முனைக்கு அணித்தாய் உருளைப் பரப்பொன்றைப் பெற்றதும் பிரியும் அந்நேரம் குழாய்க்கு அணித்தாய் துளியின் குறுக்குவெட்டாரை அக்குழாயின் வெளியாரை  $r$  இற் குச்சமன என்னும் எடுகோள் சரி எனை அப்பொழுது துளியிலுள்ள அழுக்கமிகை கணித்தலில் சோக்கப்பட்டிருந்தால், துளியின் நிறை  $mg$  ஆனது,

$$mg = \pi\gamma r$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இச்சமன்பாட்டை நிலைநிறுத்தும் பொருட்டுத் துளியின் உருளையான பாகம் AB யின் ஆரை  $r$  எனக் கொள்வோம், படம் 10.29 (a) யிற் காண்க. துளியின் பிரிவிற்குச் சற்றுமுன் அது

- (i) கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற அதன் நிறை  $mg$ ,
- (ii) பரப்பிழுவையாலாகும் மேல்முகவிசை  $2\pi\gamma r$ ,
- (iii) வளிமண்டலவழுக்கம்  $p$  யினால் ஆகின்றதும் மேல்முகமாக ஆகின் றதுமான விசை  $p(\pi r^2)$ ,
- (iv) அதன் பரப்பு AB மீது கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற விசை  $\left(p + \frac{\gamma}{r}\right)\pi r^2$ ; புற அழுக்கத்தைக் காட்டிலும் உருளைப் பரப்பொன் றிற்குள்ளே அழுக்கம் கூடுதலாய் இருக்கிறபடியால் இங்கு  $\gamma/r$  என்னும் உறுப்புத் தோற்றுகிறது, ப. 528 பார்க்க.

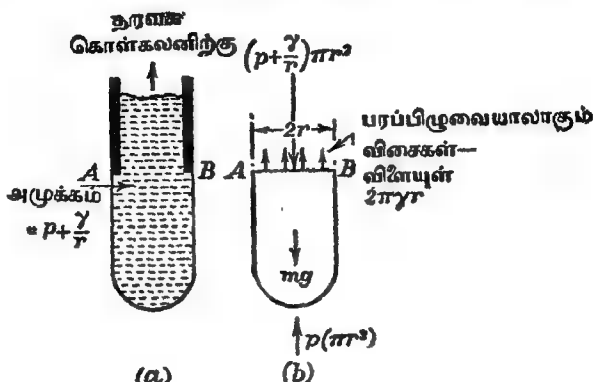
இவ்விசைகள் படம் 10.29 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. துளியானது மெதுவாகவே உண்டாகின்றபடியால் அது நிலையியற் சமநிலையில் இருக் கிறது எனக் கொள்கிறோம்; மேற்படி விசைகளைச் சமனாக்கி  $mg = \pi\gamma r$  எனப் பெறுகிறோம்.

[ (iv) இல்  $\gamma/r$  என்னும் உறுப்பை நீக்கினால்.

$$mg = 2\pi\gamma r.$$

இச்சமன்பாடானது பல்லாண்டுகளுக்குமுன் துளி-நிறை முறை தொடர் பாக (உண்மையில் பிழையாகப்) பயன்படுத்தப்பட்டது—இருந்தாலும் பக்கம் 583 இற் காண்க.]

துளியின் ஓரம் அரிதாய்த்தான் நிலைக்குத்தாய் இருக்கிறபடியாலும் துளி முழுதாய் விழாதபடியாலும் இச்சமன்பாடு உண்மையாயிராது. ஏன் மாறிகளைத் தொடர்புபடுத்தும் சூத்திரமொன்றைக் காணமுடியாது



படம் 10-29. பரப்பிழுவையைத் துளிவதற்குரிய துளி-நிறை முறை.

(a) துளி காட்டப்பட்டிருக்கிறது ; இக்கட்டம் அடையப்பட்டதும் துளி பிரிகிறது எனக் கொள்ளப்படுகிறது

(b) துளிமீதுள்ள விசைகள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

எனபதைக் கேம், பெற்றர் என்பவர்களால் விழுந்துளியொன்றில் இயக்கப் படம் பதிமுறைப்படி நடத்தப்பட்ட ஆய்வு காட்டுகிறது. துளியானது உறுதியின்மை அடைந்தபின் அதன் நான்கு அடுத்தடுத்துள்ள கட்டங்களைப் படம் 10-30 எடுத்துக்காட்டுகிறது. இரு துளிகள் ஆக்கப்படுகின்றன ; அவற்றுள் சிறியது பிளாற்றேவின் சிறுகோளம் எனப்படுகிறது ; மேலும், துளியின் திரவத்திற் சிறிதளவு பின் தங்குகிறது.  $\gamma$  வைக் காணும் இம்முறையிலே, இரு துளிகளினது திணிவும் ஒன்றுசேர்த்துத் துணியப்படுகிறது.

இம்முறைக்கான கொள்கையானது விவரமாக ஆராயப்படவில்லை. ஆனால் ஹாக்ஸின்சம், பிறௌனும் டிரேலி எனபவரின் வழிகாட்டும் ஆய்வைப் பின்பற்றி,  $\gamma$  திருத்தமாகத் தெரிந்திருக்கின்ற திரவங்களுடன் பரிசோதனைகளை நடத்திக் கொள்கையிலுள்ள குறைகளைத் தீர்த்துள்ளனர். அதன் பிரிவுக்கு உடனடியாக முன்பான கட்டங்களிலாவதும் துளி மிகுமெதுவாக உண்டாதல் வேண்டும் என்பது இம்முறையின் வெற்றிக்கு இன்றியமையாத நிபந்தனைகளுள் ஒன்றாகும் என அவர்கள் கண்டனர். துளியொன்று உண்டாவதற்குத் தேவையான இழிவு நேரம் கிட்டத்தட்ட நான்கு நிமிடங்கள் ஆகும் ; இருந்தாலும் துளி ஆக்கத்தின் தொடக்கக் கட்டங்களை விரைவாக நிகழவிட்டு, இறுதிக் கட்டங்களைப் போதிய தாமதத் தூண் நிகழ்ச்செடுத்து இந்நேரத்தைக் கருத்ததக்க அளவில் சுருக்கமுடியும்.

† Arch. Sci. Phys. Nat. (Geneva), 15, 178, 1903.

‡ Jour. Amer. Chem. Soc., 41 (i), 499, 1919.

இவ்வாராய்ச்சியாளர் கண்ணாடி நுனிகளை ஆக்குவதில் சிறப்பாகக் கவனஞ் செலுத்தினர். செம்மையான உயர்வேகக் கடைச்சலெந்திரமொன்றில் யேனாக் கண்ணாடியாலான ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாய் இறுக்கப்பட்டுச் சுழற்றப்படுகிறது; மிகு நுண்ணிய காபரண்டத் தட்டொன்றும் உயர்



படம் 10-30. துளியொன்று மெதுவாக உண்டாதல்.

வேகத்துடன் சுழற்றப்படுகிறது; தட்டு, குழாய் ஆகியவற்றின் அடுத்துள்ள ஓரங்கள் எதிர்த்திசைகளில் அசையுமாறு செய்யப்பட்டுள்ளன. அடுத்து தேய்க்கப்பட்ட பக்கங்கள் எண்ணெய் கலந்த இருசுவால் துலக்கப்பட்டுள்ளன. தடிப்பு 2 சமீ. உம் விட்டம் 10 சமீ. உம் கொண்ட ஒரு பித்தளையுருளைக் குற்றி அதனது பக்கம் ஒன்றிற்குச் செங்குத்தாகத் துளையிடப்பட்டுள்ளது; குழாயின உருளையாகத் தேய்த்த நுனியானது துளையில் குறையின்றிச் சரியாகப் பொருந்தியிருக்குமாறு அத்துளையின் விட்டம் இருந்தது. நுனியைச் சுற்றியிருக்கின்ற பித்தளை அப்புறப்படுத்தப் பட்டு உருகிய ஓட்டின் உலோகத்தால் நிரப்பப்படுகிறது; நுனியைச் சுற்றி அவ்வுலோகம் இறங்கும் வண்ணம் விடப்படுகிறது. பின்பு ஈரமான காபரண்டத்தாள் பூசிய தட்டையான உருக்குக் குற்றியொன்றின் தட்டைப் பரப்பில் கண்ணாடியும் ஓட்டின் உலோகமும் பித்தளையும் உராய்ந்து தேய்த்தெடுக்கப்படுகின்றன.

வெவ்வேறு விட்டங்களுடைய குழாய்களுக்கும் வெவ்வேறு பரப்பிழுவைகளுடைய திரவங்களுக்கும்  $mg$  யின் பெறுமானங்களைப் பரிசோதனையால் துணிந்தபின்பு, ஹாக்கின்ஸ், பிறெளன் என்போர்

$$mg = f(r, \gamma, \rho, V)$$

என எழுதினர்; இங்கு  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $V$  துளியொன்றின் கனவளவும் ஆகும். ஜீனி சார்பு  $f$  இன ஒவ்வொரு உறுப்பும்  $kr^x \gamma^y \rho^z V^w$

என்னும் வகையினது; அதன் பரிமாணங்கள் நிறையின் பரிமாணங்களாக இருத்தல் வேண்டும். எனவே

$$[MLT^{-2}] = [L^x (MT^{-2})^y (ML^{-3})^z L^w].$$



நிகர்த்த பரிமாணங்களின் வலுக்களைச் சமன்படுத்தி,

$$1 = y + z, \quad 1 = x - 3z + 3w, \quad -2 = -2y.$$

இவை

$$y = 1, \quad z = 0, \quad 1 = x + 3w$$

எனத் தருகின்றன.

∴  $f$  இன் ஒவ்வொரு உறுப்பும்

$$\kappa r^x \gamma V^{\frac{1-x}{3}} = \kappa r \gamma \left( \frac{r^{x-1}}{V^{\frac{x-1}{3}}} \right)$$

என்னும் வகையினது.

$$\therefore mg = r \gamma \Phi \left( \frac{r}{V^{\frac{1}{3}}} \right) = r \gamma F \left( \frac{V}{r^3} \right);$$

இங்கு சார்பு  $F$  என்பது பரிசோதனையால் துணியப்படுகிறது. [ $\Phi$  என்பது வசதி குறைந்த சார்பாகும்.]

கீழ்வரும் அட்டவணியானது  $\frac{V}{r^3}$  மட.  $\left( \frac{1}{F} \right)$  என்பவற்றின் ஒன்றிற்கொன்று ஒத்த பெறுமானங்களைத் தருகிறது.

$V r^{-3}$	மட. $\left( \frac{1}{F} \right)$	$V r^{-3}$	மட. $\left( \frac{1}{F} \right)$
10.29	I.3799	1.310	I.4230
8.190	I.2874	1.211	I.4218
6.662	I.3943	1.124	I.4203
5.522	I.4004	1.048	I.4177
4.653	I.4051	0.980	I.4153
3.975	I.4092	0.912	I.4125
3.443	I.4128	0.865	I.4099
2.995	I.4152	0.816	I.4065
2.637	I.4186	0.771	I.4038
2.241	I.4208	0.729	I.4009
2.093	I.4224	0.692	I.3978
1.884	I.4235	0.658	I.3949
1.706	I.4242	0.626	I.3916
1.555	I.4243	0.597	I.3883
1.424	I.4239	0.570	I.3856

மேற்படித் திருத்த அட்டவணை பயன்படுத்தப்பட்டால் துளி-நிறை முறையைத் தக்கார் கையாளுமிடத்து 0.1 சதவீதத்துக்குள் அடங்கும் திருத்தத்துடன் பேறுகள் கிடைக்கின்றன. (முன்சு வியவற்றிற்கு மேலான வீதங்களில்) திரவங்களைத் துளித்துளியாக அதே நுளியிலிருந்து விழவிட்டு,

துளிகளின் திணிவு விகிதம் திரவங்களின் பரப்பிழுவை விகிதத்திற்குச் சமன் எனக்கொண்டு, அத்திரவங்களின் பரப்பிழுவைகளை ஒப்பிடுதல் என்னும் பொதுவான வழக்கமானது தவறானதும் பெரிதும் நம்பமுடியாததும் ஆகும். “அட்டவணையைப் பயன்படுத்தும் முறை மிக எளிதானது ஆதலின், துளிகளின் நிறைகளைச் சுமமா ஒப்பிட்டுப் பெறும் பேறு அவ்வளவு பிழையாய் இராது என்னும் நம்பிக்கை வைப்பதற்கு இனிமேல் இடமேயில்லை” என N. K. ஆதாம் என்பார் எடுத்துக்கூறியுள்ளார்.

இனி துளி-நிறை முறையை முதன்முதலாகப் பயன்படுத்தியவர்களுள் குவிங்கேயும் ஒருவர் ஆவார்; எதற்காக அவர்

$$mg = 2\pi r\gamma$$

என்னுள் சமனப்பாட்டைப் பயன்படுத்தினார் என்பது கருதற்பாலது. ஏனெனில் ஃபெக்சனின் கூற்றின்படி† “இப்பௌதிக அறிஞர் அடிப்படைத் தவறுகள் செய்யும் இயல்பு உடையவரல்லர்”.

நுனியில் தொடுகைக் கோட்டைச் சுற்றி, உருளையாக இருக்கின்ற ஒரு துளியின் நிலையியற் கொள்கையின்படி மேற்படிச் சமன்பாடு பிழையாகும்; ஏனெனில் துளியுள்ளே வளைவால் ஆகும் அழுக்கமிகை புறக்கணிக்கப்பட்டிருக்கிறது எனத் தெனிக. ஆனால் துளி பிரியும் நிலையில் இருக்கும்பொழுது அதன் இடுப்பானது, சமனெதிரான இரு வளைவுகளையுடைய முரணமுறிவு வளைவுப் பிரதேசமாகும் எனக் கொண்டால் அழுக்க மிகை பூச்சியமாகும்; அப்பொழுது

$$mg = 2\pi R\gamma.$$

இவ்வு R, இடுப்பின் குறுக்குவெட்டு ஆரை ஆகும். இத்தகைய நிலையையே குவிங்கே கருதியிருக்கிறார்; ஆனால் மேற்படி சூத்திரத்தை இவ்வாராய்ச்சியாளர் பயன்படுத்துமிடத்து

$$mg = 2\pi r\gamma$$

என்னும் சமன்பாட்டின் தோற்றமும் குவிங்கே ஒருபோதும் கருதியிராத சூழலில் அதன் உபயோகமும் நிகழ்ந்திருக்கலாம்.

இனி பரப்பிழுவைகளின் ஒப்பீட்டிற்குச் செம்மையாக்கப்பட்ட துளி-நிறை முறையைக் கருதுவோம். R.C.பிறௌன் (1948) என்பவராலான இம்முறையில், ஹாக்கிங்ஸ், பிறௌன் ஆகியோரின் துளி-நிறை முறையில் பயன்படுத்தப்பட்ட வரையறுத்த ஆரை கொண்ட தட்டையான நுனிக்குப் பதிலாகத் தலைகீழாக்கப்பட்ட கூம்பொன்று பயன்படுத்தப்படுகிறது. தெரிந்த பரப்பிழுவையுடைய ஒரு திரவத்தைப் பயன்படுத்திக் கூம்பானது நியமமாக்கப்பட்டதும் பரப்பிழுவைத் துணிதலை நடாத்தலாம். இங்கு திருத்தக் காரணிகள் தேவைப்படா; இது இப்புது முறையின் நயமாகும்.

† Jour. Sci. Instr., 6, 163, 1929.

எனவே படம் 10-31 (a) யில் காட்டியுள்ள கூம்பு நுனி போன்ற ஒன்றிலிருந்து ஒரு திரவத்துளி பிரிதலைக் கருதுவோம். ஒரு தொங்கற் றுளியை ஆக்கும்பொருட்டுத் தலைகீழாக்கப்பட்ட கூம்பின் பக்கங்கள் வழியே திரவம் மெதுவாக இறங்குமாறு செய்யப்படுகிறது ; இச் செயன்முறை பற்றிப் பின்னர் விவரித்துக் கூறப்படும். ஈற்றில் இத் துளி, உறுதியிழந்து பிரிந்து விழுகிறது ; பிரிந்த துளியின் சராசரித் திணிவு வழக்கம்போற் காணப்படுகிறது. துளியானது உறுதியற்ற நிலை யில் இருக்கும்பொழுது  $V_1$  ஆனது தளம் AB யிற்குக் கீழேயுள்ள சுற்றற் றிண்மத்தின் கனவளவு ஆகுக ; இத்தளம் திரவப் பரப்புகும் கூம்புக் குமுள்ள தொடுகைக் கோட்டால் வரையறுக்கப்படுகிறது. இக்கனவளவானது கூம்பின் அரையுச்சிக்கோணம்  $\theta$  வினாலும் அவற்றின் வழக்கமான அர்த்தங்களைக் கொண்ட பரமானங்கள்  $\gamma, \rho, g$  எனபவற்றாலும் நிர்ண யிக்கப்படுகிறது. எனவே

$$V_1 = \gamma^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{1}{3}} \psi_1(\theta)$$

என நாம் எழுதலாம் ; இங்கு  $\psi_1(\theta)$  ஆனது தெரியாத பரிமாணமில்லாத் சார்பொன்றாகும். மாறிலிகள்  $x, y, z$  என்பவற்றின் பெறுமானங்கள் முறையே  $\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$  ஆகும் எனப் பரிமாணப் பகுப்பால் தெரியவருகிறது.

$$\therefore V_1 = \left(\frac{\gamma}{g\rho}\right)^{\frac{3}{2}} \psi_1(\theta).$$

மேலும் துளியானது உறுதியின்மையை அடைந்தபொழுது உச்சியி லுள்ள அத்துளியின் வளைவாரை  $b$  என்பது  $\theta, \gamma, \rho, g$  என்பவற்றால் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. பரிமாணப் பகுப்பானது

$$b = \left(\frac{\gamma}{g\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \psi_2(\theta)$$

எனத் தருகிறது.

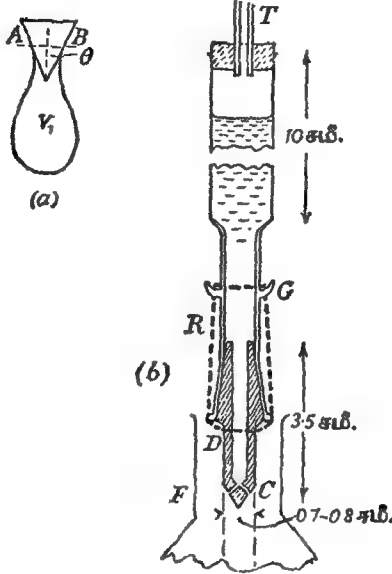
இனி,  $\theta$  வின் நிலையான பெறுமானமொன்றிற்கு, எல்லாத் துளிகளும் உறுதியில்லாக் கட்டத்தில் ஒப்பான வடிவங்கள் உடையவை என இச் சமன்பாடு உணர்த்துகிறது என்று பாஷ்கேஃபாட், அடம்ஸ் ஆகியோரின அறி முறையாராய்ச்சி காட்டுகிறது. இத்தகைய ஒப்பான துளிகளிடத்துக் கூம்பிற்குக் கீழேயுள்ள திரவத்தின் கனவளவு  $V_2$ , கனவளவு  $V_1$  இன் மாறாப் பின்னமொன்றாகும். இவ்வளவில் கொள்கை சரியானது ; ஆனால் அடுத்து ஹாக்கின்ஸ், பிறென்ன் ஆகியோர்களின் ஆராய்ச்சியின்படி நியாய மெனத் தோற்றமும் எடுகோள் ஒன்றை, அதாவது பிரிந்த துளியின் கனவளவு  $V$  ஆனது  $V_2$  இன், எனவே  $V_1$  இன் மாறாப் பின்ன மொன்றாகும் என்பதைக் கையாள்வோம். எனவே பிரிந்த பாகத்தின் திணிவு  $m$  எனின்

$$m = V\rho = \left(\frac{\gamma}{g}\right)^{\frac{3}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} \psi_2(\theta).$$

இங்கு  $\psi_2(\theta)$  ஆனது  $\psi_1(\theta)$  வின மாறாப் பின்னமொன்றாகும்.

அதே கூம்பு நுனியிலிருந்து சொட்டுச சொட்டாகப் பிரிகின்ற இரு வெவ்வேறு திரவங்கள் 1, 2 என்பவற்றிற்கு

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \left( \frac{m_1}{m_2} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\frac{1}{3}}$$



படம் 10-31. பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்குச் செம்மையாக்கப்பட்ட துளி-நிழை முறை.

மிறேளன் என்பவர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் எளிய வகையொன்று படம் 10-31 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. பித்தளைக் கூம்பு C ஆக்கப் பட்டுப் பிளாற்றினத்தால் பூசப்பட்டிருத்தல் வேண்டும். கூம்பானது பட்டை D யினால் நீட்டப்பட்டிருக்கிறது. காட்டியுள்ளவாறு உரு அமைக்கப்பெற்ற கண்ணாடிக் குழாய் G ஆனது பட்டை மீது சீராக அமைந்திருக்கிறது. றப்பர்ப் பட்டையொன்று ஆய்கருவியின் இவ்விரு பகுதிகளையும் ஒருங்கு சேர்த்துப் பிடிக்கிறது; எனவே கூம்பு மூட்டு மார்க்கமாகத் திரவம் பொசியமாட்டாது.

T, ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயாகும்; தொங்கற்றுளிகள் மெதுவாக உண்டாகும் வண்ணம் அதன் நீளம் செப்பஞ்செய்யப்பட்டிருக்கிறது. F, பயன்படுத்தப்படுகின்ற திரவத்திற் சிறிதளவைக் கொண்டிருக்கின்ற சிறு கூம்புக் குடுவையொன்றாகும்; தெரிந்த எண்ணிக்கையில் துளிகளை வாங்குதற்காக அது பயன்படுத்தப்படுகிறது.

சூம்பை ஈரமாக்கும் ( $\phi=0$ ) திரவங்களைப் பயன்படுத்துதல் இன்றியமையாததாதலின் பென்சீனை நியமமாக்குந் திரவமாகப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்; பின்பு நீரில் அற்ககோலின் கரைசல்கள், சிறிதளவில் “ஈரமாக்கி” சேர்க்கப்பட்ட நீர் முதலியவற்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்கு ஆய்கருவியைப் பயன்படுத்தலாம்.

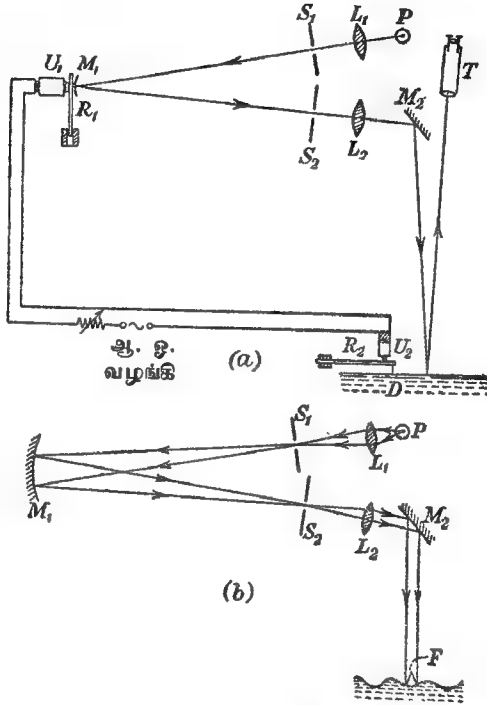
(k) குற்றலை முறை : குற்றலைகளின் வேகம்  $c$  ஆனது

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\lambda\rho}$$

இனால் தரப்படுகிறது என எற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கிறது, பக்கம் 546 இற் காண்க.  $\gamma$  இற்கு ஒரு பெறுமானத்தைத் துணியும் பொருட்டுத் திரவப்பரப்பொன்றில் குற்றலைகளின் வேகத்தைப் பலர் பரிசோதித்திருக்கின்றனர். R. O. பிறெளன்ட் என்பவர் விவரித்துக் கூறியுள்ள முறையின் சுருக்கமே இங்கு தரப்படும்.  $\gamma$  தேவைப்படுகின்ற நீரானது தட்டையான பித்தளைத் தொட்டியொன்றில் இருக்கிறது. முன்னேற்பாடாகத் தொட்டியினது பக்கங்களின் விளிம்புகள் மெழுகு பூசப்பட்டிருக்கிறபடியால் மெழுகு பூசியுள்ள கண்ணாடித் துண்டுகளால் நீர்ப் பரப்பைத் துப்புரவாக்கமுடிகிறது, பக்கம் 536 இற் காண்க. குற்றலைகள் அமிழ்த்தி D யினால் ஆக்கப்படுகின்றன; அது ஒலிபெருக்கித் தொகுதி  $U_2$  இல் செலுத்தப்படுகின்ற ஆடலோட்டத்தால் சக்தியூட்டப்பட்ட நாக்கு  $R_2$  உடன் விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதனது இயல்பான அதிர்வெண் (மீட்டர்ன்) ஆடலோட்டவழங்கியின் அதிர்வெண்ணுடன் பொருந்தும் வரை நாக்கின் நீளம் செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. குற்றலைகளின் அலைநீளத்தை அளக்கும் பொருட்டுப் படம் 10.32 (b) யில் காட்டியுள்ள சுழநிலைகாட்டி முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. வில்லை  $L_1$  ஐப் பயன்படுத்திக் கிடையான பிளவு  $S_1$  மீது போயின்ரோலைற்று விளக்கு P யினால் காலப்படும் ஒளிகுவியுமாறு செய்யப்படுகிறது. (1 மீற்றர் வளைவாரை உடைய) குழிவாடி  $M_1$  இனால்,  $S_1$  ஊடே செல்லுகின்ற ஒளியானது வில்லை  $L_2$  இன் முதற் குவியத் தளத்திலுள்ள புள்ளி  $S_2$  இல் குவியுமாறு செய்யப்படுகிறது. இவ்வண்ணம் சமாந்தர ஒளிக்கற்றையொன்று தளவாடி  $M_2$  ஐ நோக்கிச் செலுத்தப்படுகிறது; நீரின் குழம்பிய பரப்பு மீது சமாந்தர ஒளிக்கற்றையொன்று படுமாறு இத்தளவாடி கிடைத் தளத்துடன் ஆக்கும் கோணம் அமைந்திருக்கிறது.

அடுத்து ஆடலோட்ட வழங்கியின் அதிர்வெண்ணுடன் இசைவாக்கப்பட்டதும்  $U_2$  உடன் தொடராக இருக்கின்ற இரண்டாவது ஒலிபெருக்கித் தொகுதி  $U_1$  இல் பாயும் ஓட்டத்தால் சக்தியூட்டப்பட்டதுமான நாக்கு  $R_1$  உடன் குழிவாடி  $M_1$  இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. எனவே, D யினால் ஆக்கப்படுகின்ற குற்றலையொவ்வொன்றிற்கும் அதாவது  $R_2$  இன் முழு அதிர்வு ஒவ்வொன்றின் போதும்  $M_1$  தரும் ஒளிக்கற்றையானது  $S_2$  ஊடே

இருமுறை செல்லும் ; எனவே நீர்ப் பரப்பின் இடையறவுபட்ட ஒளிர்வின் அதிர்வெண்ணானது அமிழ்த்தியினது அதிர்வெண்ணின் இரு மடங்காகும். நீர்ப் பரப்பால் தெறிக்கப்படும் இடையறவுபட்ட ஒளியானது தொலைகாட்டி T யினால் நோக்கப்படுகிறது ; விம்பம் அமிழ்த்தியின் ஓரத்திற்குச் சமாந்தர



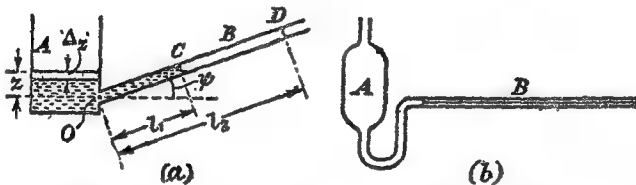
படம் 10-32. குற்றலை (அல்லது பயிர்த்துளை அலை) முறையால் பரப்பிழுவையைத் துணிதல்.

மான நேர்கோட்டுத் தொடரொன்றால் ஆனது. தொலைகாட்டியைப் பக்கமாகப் பெயர்த்து அடுத்தடுத்துள்ள கோடுகளின் இடைத்தூரங்கள் துணியப்படுகின்றன. அமிழ்த்தி, தெறித்த கற்றை என்பவற்றின் அதிர்வெண்களுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பு காரணமாக இவ்விடைத்தூரமானது தேவைப்படும் அலைநீளத்தின் அரைவாசியாகும். பக்கம் 585 இல் தரப்பட்ட சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி  $\gamma$  வின் பெறுமானம் கணிக்கப்படுகிறது.

(b) சவர்க்காரக் கரைசல்கள் : தெரிந்த ஆரையுடைய சவர்க்காரக் குமிழி யொன்றிலுள்ள அழுக்கமிகையை நோக்கிச் சவர்க்காரக் கரைசலொன்றின்

பரப்பிழுவையை உடனே பெறமுடிகின்றது. அமுக்கமிக்கையானது மிக அரிதாய்த்தான் ஒருசில மில்லிமீற்றர் நீரை மீறுகிறபடியால் தனிப்பட்ட வாயுவழுக்கமானி வகையொன்று தேவைப்படுகின்றது.

இதற்குரிய தக்க வாயுவழுக்கமானியொன்றின் அடிப்படை பின்வரு மாறு: படம் 10-33(a) யில், A யானது குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு A கொண்ட ஓர் உருளைப் பாத்திரமும், B யானது A யுடன் இணைக்கப்பட்டதும், கிடைத் தளத்துடன் சிறு கோணம்  $\psi$  ஐ ஆக்குகின்றதுமான பக்கக்



படம் 10-33. சிறு அமுக்க வித்தியாசங்களை அளத்தலுக்குரிய உணர்ச்சிமிக்க வாயுவழுக்கமானி.

குழாயொன்றும் ஆகுக. இவ்வாய்கருவியானது அடர்த்தி  $\rho$  கொண்ட ஒரு திரவத்தைக் கொண்டுள்ளதென்க; A யில் அமுக்கம் வளி மண்டலவழுக்கம்  $p$  யாக இருக்கும்பொழுது A யிலுள்ள திரவம், O ஊடே செல்லுகின்ற மாட்டேறறு மட்டமொன்றைக் குறித்து உயரம்  $z$  இல் இருக்கிறது எனக் கொள்க; B யிலுள்ள திரவமானது அக்குழாயில் நீளம்  $l_1$  ஐக் கொள்ளுக. A யிலுள்ள திரவப் பரப்புமீது தாக்குகின்ற அமுக்கமானது  $p + \Delta p$  ஆகி அதன விளைவாக அப்பரப்பானது தூரம்  $\Delta z$  இறங்குமிடத்து, B யிலுள்ள திரவம் D யிற்கு அசைக; இங்கு  $CD = l_2 - l_1 = \lambda$  என்க. அமுக்கமானித் திரவத்தின் கனவளவு மாறாமல் இருக்கின்றபடியால்

$$A(\Delta z) = a(l_2 - l_1) = a\lambda.$$

இங்கு  $a$ , குழாய் B யின குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவாகும். முதற் கட்டத்தில் O விலுள்ள அமுக்கத்தைக் கருத,

$$p + \alpha + gp l_1 \text{ சைன் } \psi = p + g p z.$$

இங்கு  $\alpha$ , பரப்பிழுவை காரணமாகத் திரவப் பரப்புகளுக்குக் குறுக்கே தாக்கக்கூடிய சிறு அமுக்க வித்தியாசங்களுக்கான திருத்தவுறுப்பொன்றாகும். குழாய்கள் ஒவ்வொன்றிலும் குறுக்குவெட்டு ■ சீராய் இருக்கு மாயின்,  $\alpha$  மாறாமல் இருக்கும்.

அதுபோலவே இரண்டாவது கட்டத்தில்

$$p + \alpha + g p l_2 \text{ சைன் } \psi = (p + \Delta p) + g p (z - \Delta z).$$

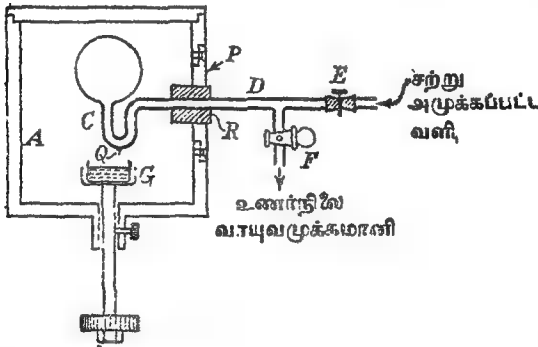
எனவே

$$\Delta p = g p \lambda \left[ \frac{a}{A} + \text{சைன் } \psi \right].$$

■ யைச் சிறிதாயும் A யைப் பெரிதாயும் ஆக்சி  $\frac{a}{A}$  என்னும் பின்னத்தை மிகவும் சிறிதாய் ஆக்கமுடியும்; இருந்தாலும் ஆரை 0.1 சமீ. உடைய அழுக்கமானிக்குழாய், ஆரை 1 சமீ. உடைய பாத்திரம் ஆகியவற்றினிடத்தும்  $\frac{a}{A}$  ஆனது 0.01 ஆகும்; இது  $\psi$  ஆனது  $2^\circ$  ஆய் இருக்கும்பொழுது சைன்  $\psi$  யுடன் ஒப்பிடத்தக்கது.

நடைமுறையில், படம் 10.33 (b) யில் காட்டியுள்ள வடிவத்தில் வாயு வழுக்கமானி அமைந்திருக்கும்; எனவே அதை எளிதில் துப்புரவாக்கலாம். A யின் அச்சுக்குக் குழாய் B செருகத்தானது. அத்துடன் தேவைப்படும் சரிவு  $\psi$  ஐ, கருவி பொருத்தப்பட்டிருக்கும் தானைச் சற்றுச் சாய்த்துப் பெறலாம்.

தக்க பருமனுடைய சவர்க்காரக் குமிழியொன்றின் ஆக்கலுக்கு வசதியான ஆய்கருவியொன்று படம் 10.34 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. A ஒரு பெட்டியாகும்; அதன் ஓரங்கள் ஒவ்வொன்றும் கிட்டத்தட்ட.



படம் 10.34. குமிழியொன்றிலிருக்கின்ற அழுக்கியை நோக்கிலிருந்து, சவர்க்காரக் கரைசலொன்றின் பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்கான பரிசோதனை முறை.

10 சமீ. ஆகும்; அதன் இரு எதிர்ப் பக்கங்கள் கண்ணாடியாலானவை எஞ்சிய பக்கங்கள் பித்தளையாலானவை. நிலைக்குத்தான உலோகப் பக்கங்களுள் ஒன்று துளைக்கப்பட்டு துளையில் வட்ட உலோகத்தட்டு P பொருந்தும் பொருட்டு அது செம்மையாக்கப்படுகிறது; திருகிகளால் தட்டானது நிலையாக்கப்படுகிறது. P யில் துவாரமொன்று உளது; அதன் ஊடே விட்டம் கிட்டத்தட்ட 3 மிமீ. உம் படத்தில் காட்டியுள்ள வடிவமும் உடைய கண்ணாடிக் குழாயொன்றைக் காவும் சிறு றப்பர் அடைப்பானொன்று செல்லுகிறது. குழாய் CD ஆனது றப்பர்க்குழாய்,



கவ்வி E என்பவை வழியாகச் சற்று அழுக்கப்பட்ட வளி வழங்கி யொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; பக்கக்குழாய் F, உணர்ச்சியுள்ள வாயுவழுக்கமானியொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. C இன் முனையில் சவர்க்காரக் குமிழியொன்றை ஆக்கும் தருணத்தில், அழுக்கமானித் திரவம் வெளியேற்றப்படாமல் இருக்கும் பொருட்டு, F இலுள்ள குழாயடைப்பு மூடப்படுகிறது. சோதிக்கப்படுகின்ற கரைசலானது G யில் வைக்கப்பட்ட ஒரு சிறு கண்ணாடிப் பாத்திரத்தில் இருக்கிறது; பாத்திரத்தைக் காட்டியுள்ளவாறு உயர்த்தவோ தாழ்த்தவோ முடியும்.

குமிழியொன்றை ஆக்கும் பொருட்டு C என்பது கீழ்முகமாகச் சுட்டும் வரை, கிடையான அச்சொன்று பற்றி குழாய் CD சுழற்றப்படுகிறது; அடுத்து C அதனுள் அமுங்கும் வண்ணம் G யிலுள்ள திரவம் உயர்த்தப்படுகிறது. G தாழ்த்தப்பட்டதும் C யின் முனையின் குறுக்கே சவர்க்காரப் படலமொன்று ஆக்கப்படும்; இப்படலத்தை ஊதித் தேவைப் படுகின்ற பருமனுக்கு குமிழியொன்றை உண்டாக்கலாம். குமிழியானது வரிப்படத்தில் காட்டியுள்ள நிலையை அடையுமாறு குழாய் CD இரு செங்கோணங்களுடாகச் சுழற்றப்படுகிறது. C கீழ்நோக்கியிருக்கும் பொழுது குமிழியைப் பயன்படுத்தினால் குமிழியிலிருந்து பெரும்பாலும் சிறு திரவத்துளியொன்று தொங்கும்; இதனால் குமிழியின கோளவடிவத்தைக் கெடுக்கும். C ஆனது மேல்நோக்கி இருக்கும்பொழுது இக்கோளவடிவ மின்மை தவிர்க்கப்படுகிறது; அல்லாமலும், குமிழியிலிருந்து வழிகின்ற திரவத்தைக் கண்ணாடிக் கூர் Q சேர்க்கிறது; ஈறறில் இத்துளி, G யுள் விழுகிறது.

இனி குமிழியின் விட்டம் D ஆயின்

$$\frac{4\gamma}{r} = g\rho\lambda \left[ \frac{a}{A} + \text{சைன் } \psi \right] = \frac{8\gamma}{D}.$$

எனவே,

$$\lambda = \frac{8\gamma}{g\rho \left[ \frac{a}{A} + \text{சைன் } \psi \right]} \frac{1}{D};$$

அப்பொழுது வெவ்வேறு பருமன்களுடைய குமிழிகள் பற்றிய அவதானிப்புத்தொடரொன்றை எடுத்து,  $\lambda$  தொடர்பாக  $\frac{1}{D}$  ஐக் குறித்தால் வரைபின் சரிவிலிருந்து  $\gamma$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறமுடியும்.

D யை அளக்கும் பொருட்டுக் குமிழியைத் தூரத்திலிருந்தே ஒளிர்ப் பித்தல் வேண்டும்; பின்னர் திரையொன்றில் குமிழியினது பக்கப் பார்வையின் விம்பம் வரிப்படத்தளத்தில் உண்டாகுமாறு குவியத் தூரம் கிட்டத்தட்ட 25 சமீ. கொண்ட குவிவிலையொன்று ஒழுங்குபடுத்தப் படுகிறது. இங்கு தேவையான கணித்தல் மிக எளிது; எனவே இது இங்கு தரப்படமாட்டாது.

பரப்பிழுவையைத் துணியும் முறைகள் பற்றிய சில குறிப்புகள்.—பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்கான முறைகள் யாவும் பின்வரும் இரு வகுப்புக்களுள் ஏதேனுமொன்றினுட்படும்; அவை நிலையியல் முறைகள் எனவும் இயக்கவியல் முறைகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. முந்தியதில் சொற்ப காலமாய் இருந்த நிலையான பரப்பொன்றின் மீது நோக்கல்கள் எடுக்கப்படுகின்றன; அப்பேறுகள் ஒரு அல்லது இரு தத்துவங்களைச் சார்ந்துள்ளன. மிகு திருத்தமான நிலையியல் முறைகளில் ஒரு திரவத்தின் வளைபரப்பிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசத்தை அளத்தல் வேண்டும்; பரப்பின் இரு தலைமை வளைவரைகள் தெரிந்திருந்தால் இவ்வழுக்க வித்தியாசம் தெரிந்ததும் பரப்பிழுவைக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுமுடிகின்றது. மயிர்த்துளைக் குழாய்களைப் பயன்படுத்தும் முறைகள், அடியிலிணைந்த துளி முறை, துளிநிறை முறை இவையாவும் நிலையியல் முறைகளுக்கு எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஆகும். சிலவேளைகளில் துளி-நிறை முறையானது இயக்கவியல் முறை எனக் கருதப்படுகிறது; எனினும் துளிகள் மிகு மெதுவாக ஆக்கப்படாவிட்டால் நம்பத்தகு பேறுகள் கிடைப்பா என ஹாக்கிங்ஸ், பிறோன் என்பவர்கள் காட்டிய பின்பு இம்முறை உண்மையில் நிலையியல் முறையாகவே கொள்ளப்படுகிறது. திருத்தம் குறைந்த நிலையியல் முறைகளில் ஒரு திரவப் படலத்தின் விரி அல்லது வடிவம் பற்றிய நோக்கல்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

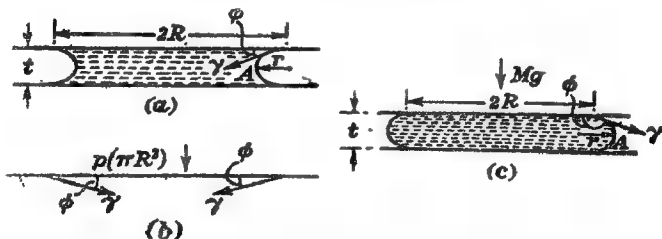
சில அதிர்வுகளால் ஒரு திரவம் உந்தப்படுமிடத்து அதன் பரப்பில் ஆவர்த்தன விரிகளும் சுருங்கல்களும் ஆக்கப்படக்கூடும் என்னும் உண்மையில் இயக்கவியல் முறைகள் தங்கியுள்ளன. இவை தோன்றுமிடத்து அதிர்வுகளின் நிகழ்வுக்குத் தேவையான மீள்தருவிசை பரப்பிழுவையால் வழங்கப்படுகிறது. தொங்கற்றுளிகளின் அலைவுகள் (பயிற்சி 10.14, பக்கம் 614 இற் காண்க). நீள்வளையத் துவாரமொன்றிலிருந்து பாயும் தாரைகள், குற்றலைகளின் செலுத்துகை என்பவை தலைமையான இயக்கவியல் முறைகள் ஆகும். கரைசலொன்றின் பரப்பிழுவைக்கு இத்தகைய முறைகள், நிலையியல் முறைகள் தரும் பெறுமானத்திலிருந்து வேறுபடுகின்ற பெறுமானமொன்றைத் தரக்கூடும்; ஏனெனில் முந்தியதில் ஓயாமல் புதுப்பரப்பொன்று ஆக்கப்படுகின்றபடியால் மேன்மட்டவொட்டலானது சமநிலை அடைதற்கு அப்பரப்பின் வயது போதியதன்று என்பதே காரணம். இருந்தாலும் விருத்திக் குற்றலைகளைச் சமநிலைகாட்டி முறையாக நோக்கிய R. C. பிறோன் என்பாரின் ஆராய்ச்சியானது “நிலையியற்” பரப்பிழுவையையே குற்றலை முறை தரு

† மேன்மட்டவொட்டல் என்னும் பதம், கரைசலொன்றின் பரப்பில் அக்கரைசலின் ஒரு கூறு கொண்டிருக்கும் அபர்த்தியைக் குறிக்கும்; திரவம்-திரவக்கரைசல என்னும் வகையிலே கரைசலின் பரப்பிழுவை கரைப்பானின் பரப்பிழுவையைக் காட்டிலும் சிறிதாய் இருக்குமாயின், பரப்பு புதிதாய் ஆக்கப்பட்டிருக்கும்பொழுது அங்கு கரையம் செறிந்திருக்கும் என்பதே மேன்மட்டவொட்டலுக்குரிய விதியாம்.

கிறது எனக் காட்டுகிறது. உண்மையில் பரப்பானது புதிப்பிக்கப்படுவதில்லை எனவும், பரப்பிற்கும் திரவத்திற்கும் இடையே அரிதாகவே பொருட் பரிவர்த்தனைச் செய்யப்படுகின்றது எனவும், வழக்கமாக இதற்கு விளக்கம் கூறப்படுகிறது. தெரிந்த எல்லா இயக்கவியன் முறைகளிலுமுள்ள குறையொன்று யாதெனில் அவற்றின் இற்றைநாள் முன்னேற்ற நிலையில் பரப்பொன்றின் தோற்றத்திற்கும் பரப்பிழுவையை அளத்தலுக்கும் இடையிலுள்ள காலச் செலவு உண்மையில் தெரியாதது என்பதாகும்.

### பரப்பிழுவையுடன் தொடர்புள்ள பலவினப் பிரசினங்கள்

மெல்லிய திரவப் படையொன்றால் வேறுக்கப்பட்ட இரு தட்டுக்களிடையேயுள்ள விசை.—ஒரு திரவத்துளி இரு சமாந்தரக் கண்ணாடித் தட்டுக்களிடையே கிடக்கின்றது எனவும் தட்டொவ்வொன்றிலும் துளியுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற பரப்பளவு பெரிது எனவும் கொள்க. தட்டுக்களின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் அவற்றை வேறுக்குவதற்குப் பெரும் விசையொன்று தேவைப்படுகிறது எனவும், ஆனால் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் ஒன்று மற்றதன்மீது எளிதில் வழக்குகின்றது எனவும் பரிசோதனையால் காணப்பட்டிருக்கிறது. தட்டுக்களைச் செங்குத்தாகப் பிரிப்பதற்கு வேண்டிய விசையைப் பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.



படம் 10-35. சமாந்தரத் தட்டுக்களிடையே மெல்லிய திரவப்படைகள்.

$2R$ , மேற்றட்டில் துளி ஆக்குகின்ற வட்டத்தின் விட்டமும், படம் 10-35 (a),  $t$  தட்டுக்களிடையேயுள்ள தூரமும்,  $\gamma$  திரவத்தின் பரப்பிழுவையும்,  $\phi$  திரவத்திற்கும் கண்ணாடிக்குமிடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணமும் ஆகுக. திரவத்துள் தாக்குகின்ற அழுக்கமானது வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும்  $p = \gamma \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right] \approx \frac{\gamma}{r}$  என்னும் அளவாற் குறைந்தது; இங்கு  $r$  என்பது A யிலுள்ள வளைவாரையாகும். இனி, தட்டுக்கள் பெரிதும் நெருங்கியிருக்குமாயின்

$$r = \frac{1}{2 \text{ கோசை } \phi} = \frac{1}{2} t \text{ சீ } \phi.$$

∴ மேல் தட்டுமீது (கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற) விளையுள் விசை

$$p(\pi R^2) + 2\pi R\gamma \text{ சைன் } \phi = \pi R^2 \cdot \left( \frac{2\gamma}{t \text{ சீக } \phi} \right) + 2\pi R\gamma \text{ சைன் } \phi$$

$$= 2\pi R \left[ \frac{\gamma R}{t \text{ சீக } \phi} + \gamma \text{ சைன் } \phi \right]$$

ஆகும், படம் 10·35(b) இற் காண்க.

∴ தட்டுக்களை வேறுக்குவதற்குத் தேவையான விசை

$$2\pi R \left[ \frac{\gamma R}{t \text{ சீக } \phi} + \gamma \text{ சைன் } \phi \right].$$

$\gamma$  சைன்  $\phi$  என்னும் உறுப்பானது || ஐக் கொண்டிருக்கும் உறுபபைக் காட்டிலும் சிறியது ; எனவே அதைப் புறக்கணிக்கலாம்.

நெருங்கியிருக்கின்ற இரு சமாந்தரத் தட்டுக்களிடையே இரசத்துள் றியொன்றை நிறுத்தவேண்டுமானால் அப்பொழுது கீழ்த் தட்டு மேசை யொன்று மீது ஓய்வாய் இருக்க, மேல் தட்டுமீது சுமையேற்றப்படுதல்

வேண்டும். இரசத்துள் தாக்குகின்ற அழுக்கமானது  $p = \frac{\gamma}{r} = \frac{2\gamma}{t}$  கோசை  $(\pi - \phi)$

என்னும் அளவில் வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும் பெரியது, படம் 10·35 (c) யிற் காண்க.

∴ மேற்றட்டுமீது இரசத்தால் ஆகும் விளையுள் விசை

$$\pi R^2 p - 2\pi R\gamma \text{ சைன் } (\pi - \phi) = \pi R^2 \cdot \left[ \frac{2\gamma}{t \text{ சீக } (\pi - \phi)} \right] - 2\pi R\gamma \text{ சைன் } \phi.$$

இது மேல்முகமாகத் தாக்குகிறது. மேற்றட்டை நிலைநிறுத்தும்பொருட்டு அதன்மீது வைக்கவேண்டிய சுமை M உம், புவியீர்ப்புச் செறிவு g யும் ஆயின், அப்பொழுது

$$Mg = 2\pi R \left[ \frac{\gamma R}{t \text{ சீக } (\pi - \phi)} - \gamma \text{ சைன் } \phi \right].$$

மீண்டும்  $\gamma$  சைன்  $\phi$  என்னும் உறுப்பு சிறிது ஆதலின் அதைப் புறக்கணிக்கலாம்.

ஒரு திரவப் பரப்பிலிருந்து தட்டொன்றை வேறுக்கத் தேவையான விசை பற்றி.— ஓய்வாயிருக்கின்ற ஒரு திரவப்பரப்புமீது தட்டையான தட்டொன்றை வைத்துப் பின்பு அதைச் சற்று உயர்த்தினால், தட்டுடன் திரவப்படையொன்று ஒட்டியிருக்கப் புலப்படும். தட்டை உயர்த்துகின்ற விசை கூடக்கூடத் தட்டுடன் ஒட்டியிருக்கின்ற திரவவளவும் கூடிக் கொண்டே போகிறது ; ஈற்றில் விசையானது F (அல்லது  $mg$  என்க) என்னும் ஒரு பெறுமானத்தை அடைந்ததும் தட்டு பரப்பினின்றும் திட ரெனப் பிரிகிறது. இந்நிகழ்ச்சிக்குச் சற்றுமுன்னராக திரவப்பரப்பின்

பொதுமட்டத்தைக் குறித்துத் தட்டின் உயரம் ■ ஆகுக.  $p_0$  வளிமண்டல வழக்கமும்,  $A$  தட்டின் (தட்டு ஆரை  $R$  கொண்ட வட்டம் என்க) பரப்பளவும்  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தியும் ஆயின் திரவத்துள் தட்டுக்குச் சற்றுக்கீழே தாக்குகின்ற அழுக்கம் ( $p_0 - g\rho z$ ) ஆகும் ; அதாவது தட்டைக் கீழ்முகமாக இழுக்கின்ற விசை

$$p_0 A - (p_0 - g\rho z)A = A g\rho z.$$

இது  $F$  இற்குச் சமனெதிர் ஆகும் ; எனவே  $m = A\rho z$ .

இனி  $R$  ஐப் பெரிதெனக் கொள்வோம் ; அப்பொழுது தட்டை திரவம் ஈரமாக்குமானால், நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் பிறையுருவின் அடையாளம் எங்கும் ஆரை  $\frac{1}{2}$  ஐயுடைய அரைவட்டமொன்றாக இருக்கும். அப்பொழுது திரவத்தில் உயர்த்தப்பட்ட திரவத்தின் கிடையான குறுக்கு வெட்டு இழிவாக இருக்கின்ற புள்ளியில் தாக்கும அழுக்கமானது கிட்டத் தட்ட

$$\gamma \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = \frac{\gamma}{r} = \frac{2\gamma}{z} \quad \left( \frac{r}{R} \rightarrow 0 \text{ எனின்} \right)$$

எனபதால் தரப்படும் அளவில் வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும் சிறிதாய் இருக்கும்.

பிறையுருவானது கருதப்படும் வடிவம் உடைத்தாயின் இவ்வழுக்க வித்தியாசம்  $\frac{1}{2}g\rho z$  ஆக இருத்தல் வேண்டும் ; எனவே

$$m = A\rho z = 2A \sqrt{\frac{\gamma \rho}{g}};$$

அதாவது

$$F = mg = 2A \sqrt{\gamma \rho g}.$$

எனவே தட்டானது சமநிலையாக்கப்பட்ட தராசொன்றிலிருந்து தொங்கும் பொழுது ■ அளக்கப்பட்டால், பரப்பிழுவை  $\gamma$  இற்குப் பெறுமான மொன்றைக் காணலாம்.

உதாரணம்.—சற்றுக் கூம்புருவத் துளையுடைய நிலைக்குத்தான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று அடாத்தி  $\rho$  வும், பரப்பிழுவை  $\gamma$  வும், கண்ணாடியுடன் தொடுகைக் கோணம் பூச்சிய மும் உடைய திரவமொன்றில், அதன் உச்சி கீழ்முகமாகச் சற்று அமிழ்நததுகிறது. குழாயி லிருந்து வளி வெளியேறுவதற்கு உச்சியில் சிறு துவாரமொன்று உளது. குழாயின் உயர் வான வெட்டுமுகவாரை ■ யும், குழாயின் நீளம்  $l$  உம ஆயின் திரவம் ஏறும் உயரம்  $h$  ஆனது

$$h = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - \frac{2\gamma l}{g\rho a}}$$

எனக் காட்டுக ; இங்கு, ■ புலியீர்ப்புச் செறிவு.

நிகழ்ககூடிய இவ்விரு நிலைகளுக்கூரிய சமநிலையை ஆய்க ; மேலும்  $l$  மிகப் பெரிதாய் இருக்கும்போது ■ இற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

படம் 10.36 (a) யிற் காட்டியுள்ள நிலையைத் திரவம் அடைகின்றது எனவும், பிறையுருவின் வளைவாரை  $\frac{2\gamma}{a}$  எனவும் கொள்க. அப்பொழுது

$$r = \frac{2\gamma}{a}(l-h), \quad \frac{2\gamma}{r} = g\rho h;$$

$$\therefore h^2 - lh + \frac{2\gamma l}{g\rho a} = 0;$$

இது

$$h = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - \frac{2\gamma l}{g\rho a}}.$$

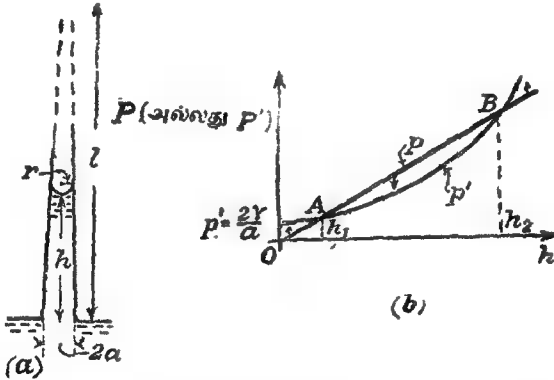
$$\therefore (h_1, h_2) = \frac{l}{2} \pm \frac{l}{2} \sqrt{1 - \frac{8\gamma}{g\rho a l}}$$

எனப்பதைத் தருகிறது.

$l$  பெரிதாய் இருக்கும்பொழுது

$$\sqrt{1 - \frac{8\gamma}{g\rho a l}} \approx 1 - \frac{4\gamma}{g\rho a l}.$$

$$\therefore [h]_{l \rightarrow \infty} = \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \left(1 - \frac{4\gamma}{g\rho a l}\right) = \frac{2\gamma}{g\rho a}.$$



படம் 10.36.  $\frac{2\gamma}{a}$  உயர்புருவ மயிர்த்துணைக் குழாயில் திரவத்தின் ஏற்றம்.

ஆரை  $a$  கொண்ட சீரான ஒரு மயிர்த்துணைக்குழாயில் திரவம்  $r$  உறும் உயரம்  $[h]_{l \rightarrow \infty}$  ஆகலின், சங்கு குறி விலக்கப்படுகிறது. எனவே குறைவான உயரம்  $h_1$  என்பதே உறுதியானது என இது சுட்டிக்காட்டுகிறது.

இச்செய்தியை உறுதியாக நிலைநிறுத்தும் பொருட்டு, அதன் பிறையுரு உயரம்  $h$  இல் இருக்கும்பொழுது திரவத்தைக் கருதுக; குழாயில் அந்நிலைக்கு ஒத்த குறுக்கு வெட்டாரை  $r$  ஆகும். திரவம் கட்டாயமாகச் சமநிலையில் இருக்கமாட்டாது.

$$g\rho h = p \text{ ஆகுக; } \frac{2\gamma}{a(l-h)} = p'.$$

சமநிலையையிட்டு  $p = p'$ .  $p > p'$  எனின், பிறையரு இறங்கும்;  $p < p'$  எனின் பிறையரு ஏறும், அதாவது  $p$  கூடும்.

அடுத்து  $h$  ஐக் குறித்து  $p, p'$  ஆகிய இரண்டையும் குறிக்க; விளைவு படம் 10.36 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. பொதுவாக

$$p = p'$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $h_1, h_2$  என்பவற்றிற்கு ஒத்த இரு வெட்டுப் புள்ளிகள், அதாவது A, B என்பவை ஆகும்.

தரப்பட்ட எந்த  $h$  இறகும் A, B என்பவற்றிற்கிடையே  $p > p'$ ; எனவே அம்மட்டத்தில் ஒரு பிறையருவை வைத்தால் அது இறங்கும்; இதன் கருத்து யாதெனில், திரவநிலைத் தாங்குவதற்கு பரப்பிழுவை விளைவுகள் போதியவளவு பெரிதன்று என்பதேயாம்.

A யிற்குக் கீழே  $p < p'$ ; B யிற்கு மேலே  $p < p'$ ; எனவே எடுத்துக்காட்டுக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் பிறையரு ஏறும்.

இனி A யானது குழாயிலுள்ள திரவத்தின் ஓர் உறுதிநிலையை ஒத்திருக்கிறது; ஏனெனில் பிறையருவை எந்தப் பக்கத்திற்குப் பெயர்த்தாலும் அதன் குழம்பா நிலைக்கு அது மீள்கிறது. அல்லாமலும் B யானது உறுதியில் நிலையொன்றை ஒத்திருக்கிறது; ஏனெனில் எந்தப் பக்கமும் உள்ள ஒரு சிறு பெயாச்சியை பெரிய பெயாச்சியொன்று தொடரும் என்பதேயாம்.

இரு சமநிலைத் தானங்களின் உண்மையானது  $p$  யிற்குரிய நேர்கோட்டை  $p'$  இற்கான வளைவி வெட்டுகிறதோ வெட்டாமல் இருக்கிறதோ என்பதைப் பொறுத்துள்ளது.

$$\frac{2\gamma}{g\rho a l} > \frac{1}{4}$$

எனின், கற்பனை மூலக்கங்கள் தோற்றும்; ஆனால் குழாய் ரோக இருக்கமேயானால்  $p'$  ஆனது  $h$  அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகும்; அப்பொழுது ஒரேயொரு சமநிலைத் தானமே உளது.

**வெப்பநிலையுடன் பரப்பிழுவை மாறுதல்.**—பென்சீன், காபன் நாற்குளோரைட்டுப் போன்ற இணக்கமில்<sup>†</sup> திரவங்களிடத்துச் சதமவளவை அளவிடையில் அளக்கப்பட்ட வெப்பநிலை  $\theta$  உடன் பரப்பிழுவை மாறலை

$$\gamma = \gamma_0(1 - b\theta)^n$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் எடுத்துக்காட்ட முடியும் என 1915 இல் ஃபக்சன் பிரேரித்தார்;<sup>‡</sup> இங்கு  $b$  யும்  $n$  உம் தரப்பட்ட ஒரு திரவத்திற்கு மாறிலிகளும்,  $\gamma_0$  ஆனது  $0^\circ$  ச. இற்குரிய பரப்பிழுவையும் ஆகும்; மேலும் அவதி வெப்பநிலை  $\theta_0$  இல் பரப்பிழுவை பூச்சியமாகிறபடியால்  $b = \theta_0^{-1}$  என நாம் நியாயத்துடன் எதிர்பார்க்கலாம்.  $b, n$  என்னும் மாறிலிகளைத் துணியும்பொருட்டு<sup>§</sup> ஃபக்சன் பின்வருமாறு செய்தார். வகையிட

$$\frac{d\gamma}{d\theta} = -bn\gamma_0(1 - b\theta)^{n-1}.$$

$$\therefore \gamma \frac{d\theta}{d\gamma} = - \left[ \frac{1-b\theta}{bn} \right] = - \frac{1}{bn} + \frac{1}{n}(\theta).$$

<sup>†</sup> நீர், போமிக்கமிலம் (H.CO.OH), அசெற்றிக்கமிலம் (CH<sub>3</sub>.CO.OH), ஈதைலற்ககோல் (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>.OH) முதலிய இணங்குந் திரவங்கள் உயர் இருமுனைவுத் திருப்பங்கள் உடையன.

<sup>‡</sup> Phil. Mag., 31, 37, 1916; Trans. Far. Soc., 19, 407, 1923.

<sup>§</sup> ப. 47 ஐப் பார்க்க.

எனவே  $\theta = x$  எனவும்,  $y = \gamma \frac{d\theta}{d\gamma}$  எனவும் குறித்தால், சரிவு  $\left(\frac{1}{n}\right)$  ஐயும்,  $y$  அச்சில் வெட்டுத்துண்டு  $\left(-\frac{1}{bn}\right)$  ஐயும் உடைய நேர்கோடு டொன்றைப் பெற வேண்டும். கிடைத்த பேறுகள் சில பின்வருமாறு :

	$n$	$b \times 10^3$	$b-1=\theta$	$\theta_c^\circ$ (நோக்கியுள்ள)
நாதர்	1.248	5.155	194	193.8
பென்சின் $C_6H_6$	1.218	3.472	288	288.5
காபன நாற்குளோரைட்டு $CCl_4$	1.206	3.553	281.5	283.1

சோதிக்கப்பட்ட பதினான்கு வெவ்வேறு திரவங்களிடத்து,  $n$  சிறிதளவாலேயே வேறுபட்டது; அவற்றிற்கு  $n$  இன் இடைப் பெறுமானம் 1.210 ஆகும்.

1893 இல் வண் ட வால் என்பார்

$$\gamma = A \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^m$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தை எடுத்துரைத்தார்; இங்கு  $A$ ,  $m$  என்பன தரப்பட்ட ஒரு திரவத்திற்குரிய மாறிலிகளும்,  $T$  தனியளவிடையில் வெப்பநிலையும்,  $T_c$  அவதி வெப்பநிலையும் ஆகும். இது ஓர் அனுபவ சூத்திரம்; இருந்தாலும்  $m$ , ஒரு மாறிலியாக இருத்தல் வேண்டும் என வண் ட வால் முன்சூட்டியே கூறினார். இனி, வர்ச்சாஃபல்ட் (1925) என்பவரைப் பின்பற்றிப் ஃபகசனின் சமன்பாடும் வண் ட வாலின் சமன்பாடும் சமானமெனக் காட்டலாம். ஏனெனில்

$$\gamma = \frac{A}{T_c^m} (T_c - T)^m = \frac{A}{T_c^m} (\theta_c - \theta)^m = \frac{A\theta_c^m}{T_c^m} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_c}\right)^m$$

ஆனால்  $\gamma_0$  ஐப் போல,  $A \left(\frac{\theta_c}{T_c}\right)^m$  உம் ஒரு மாறிலியாகும்; எனவே  $m=n$  என்னும் நிபந்தனையின் கீழ் சர்வசமம் நிலைநிறுத்தப்படுகிறது.

இனி வெப்பவிசக்கவியற் கருத்துக்களின்படி (பாகம் II ஐக் காண்க), பரப்புச்சக்தியடர்த்தி  $\epsilon$ , பரப்பிழுவை  $\gamma$ , தனிவெப்பநிலை  $T$  என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு

$$\epsilon = \gamma - T \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial T} = \gamma - T \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \theta}$$

ஆகும்.



கோபகசனின் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} = -bn\gamma_0(1-\theta)^{n-1} = -n\frac{\gamma_0}{\theta_c}\left(1-\frac{\theta}{\theta_c}\right)^{n-1}$$

$\therefore n > 1$  ஆதலின்,  $\theta = \theta_c$  ஆகுமிடத்தில்  $\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} = 0$ ; அதாவது  $\gamma$ ,  $T$  வளையியானது,  $T = T_c$  ஆகுமிடத்து,  $T$  அச்சைத் தொடுகிறது.

$$\begin{aligned} \text{இனி} \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial T} &= \left(\frac{\partial \gamma}{\partial T} - \frac{\partial \gamma}{\partial \theta}\right) - T \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \theta^2} \\ &= -T \left[ -n\frac{\gamma_0}{\theta_c} \left(-\frac{1}{\theta_c}\right) \left(1-\frac{\theta}{\theta_c}\right)^{n-2} \right]. \end{aligned}$$

$n = 1.2$  ஆதலின் இது  $\theta_c$  என்பதில்  $\infty$  ஆகிறது; அதாவது

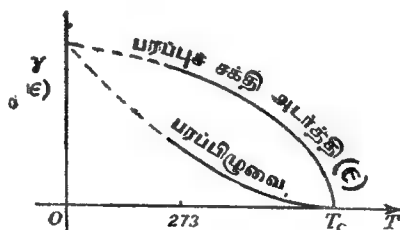
$$\left[ \frac{1}{\left(1-\frac{\theta}{\theta_c}\right)^{2-n}} \right]_{\theta=\theta_c} \rightarrow \infty.$$

எனவே,  $\epsilon$ ,  $T$  வளையியானது,  $T = T_c$  ஆகுமிடத்தில்,  $T$  அச்சுக்குச் செங்குத்தாக இருக்கிறது.

மேலும்

$$(\epsilon)\theta_c = 0 - 0 = 0.$$

$\gamma$ ,  $\epsilon$  என்பவற்றினிடத்து வெப்பநிலையுடன் எத்தகைய மாறுதலை எதிர்க்கலாம் என்பதைப் படம் 10.37 இல் காட்டியுள்ள வளையிகள் காட்டுகின்றன.



படம் 10.37. வெப்பநிலையுடன்  $\gamma$ ,  $\epsilon$  என்பன மாறுதல்.

**மூலக்கூற்றுக் கனவளவும் பரக்கோரும்.**—ஒரு திரவத்தின் மூலக்கூற்றுக் கனவளவானது கிராமளவில் அத்திரவியத்தின் மூலக்கூற்று நிறையை அதன் அடர்த்தியால் பிரிக்கக் கிடைக்கின்றது. சேதனச் சேர்வைகளின் மூலக் கூற்றுக் கனவளவுகளை அப்பொருள்களின் பொதுக் கொதிநிலைகளிலே மதிப்பிப்போது அவை பொதுவாக அவ்வவற்றின் கூற்று மூலகங்களினது அணுக் கனவளவுகளின் கூட்டுச்சார்புகள் ஆகும் என அத்துனை முற்பட்ட

காலமாகிய 1842 இல் கொப் (Kopp) என்பார் குறிப்பிட்டார். பெளதிக வியல்பொன்றின் கூட்டற்பண்பிற்கு இதுவே முதல் எடுத்துக்காட்டாகும்.

பரந்த வெப்பநிலை வீச்சொன்றில்

$$\frac{\gamma^{\frac{1}{4}}}{\rho} = C$$

என்னும் தொடர்பு சேரத்திரவங்களிடத்து உண்டானது என மக்கிளேஸ் என்பார் 1923 இல் கண்டுபிடித்தார்; இங்கு  $\gamma$ , திரவத்தின் பரப்பிழுவையும்,  $\rho$  பரிசோதனையின்போதுள்ள வெப்பநிலையில் திரவத்தின் அடர்த்திக்கும் அதனது நிரம்பிய ஆவியின் அடர்த்திக்குமுள்ள வித்தியாசமும்,  $C$  ஒரு மாறிலியும் ஆகும். மேற்படி சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களையும் கிராம் அளவில் மூலக்கூற்றுநிறை  $M$  என்பதால் பெருக்கினால்,

$$\frac{M\gamma^{\frac{1}{4}}}{\rho} = MC = [P]$$

ஆகும் எனச் சூடன் (Sugden) 1924 இல் காட்டினார்; இங்கு  $[P]$  ஒரு மாறிலி; அது பரக்கோர் எனச் சூட்டனால் அழைக்கப்பட்டது. இப்பெயரானது  $[P]$  என்பது  $(\chi^2 p \alpha) =$  இடத்துக்கு  $(\alpha \chi^2 p)$  அடுத்துள்ள ஒத்திடும் தன்மையுள்ள கனவளவு எனப் பொருட்படுகிறது. மிகக் கூடியதல்லாத வெப்பநிலைகளில்  $\rho$  வைத் திரவத்தின் அடர்த்தி என எடுத்துக்கொள்ளலாம்; எனவே,  $\frac{M}{\rho}$  என்பது மூலக்கூற்றுக் கனவளவு  $\Omega$  ஆகும். எனவே,

$$[P] = \Omega \gamma^{\frac{1}{4}};$$

மேலும் எந்த வெப்பநிலையில் ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவை 1 தைன். சமீ<sup>-1</sup> ஆக இருக்கிறதோ, அதே வெப்பநிலையில் திரவம் கொண்டிருக்கின்ற மூலக்கூற்றுக் கனவளவையே பரக்கோர் குறிக்கிறது என்பது உடனடியாகத் தெளிவாம். எனவே கொப் என்பவரைப் பின்பற்றித் திரவங்களின் பொது கொதிநிலைகளில் அத்திரவங்களின் மூலக்கூற்றுக் கனவளவுகளை ஒப்பிடாது, அவற்றின் பரப்பிழுவைகள் ஒரே பெறுமானம் உடையதாய் இருக்கும் சூழலில் அம்மூலக்கூற்றுக் கனவளவுகளை ஒப்பிடலாம். ஒரு திரவத்தில் அடுத்துள்ள மூலக்கூறுகளின் கவர்ச்சியானது அத்திரவத்தின் பரப்புச் சக்தியடர்த்தியை, எனவே அதன் பரப்பிழுவையையும் அதன் உள்ளழுக்கத்தையும் நிர்ணயிக்கின்றபடியால், இரு திரவங்கள் ஒரே பரப்பிழுவையுடையதாய் இருந்தால் அவற்றின் உள்ளழுக்கங்கள் கிட்டத்தட்ட சமமாக இருக்கும். எனவே இரு திரவங்களின் சுயாதீனப் பரப்புச் சக்திகள் சமமாக இருக்கிற வெப்பநிலைகளில் அத்திரவங்களின் பரக்கோர்களை ஒப்பிட்டால், மூலக்கூற்றுக் கனவளவுகளின் ஒப்பீட்டுக்கு, கொப் என்பாரின் முறையைக் காட்டிலும் சிறந்த அடிப்படையொன்று கிடைக்கும் என எதிர்பார்க்கலாம். கனவளவானது வெப்பநிலையின்

சார்பு ஆதலின், மூலக்கூற்றுக் கனவளவுகள் கூட்டக்கூடியவை என்பதைப் பயன்படுத்துமிடத்துள்ள முதன்மையான பிரச்சினை மூலக்கூற்றுக் கனவளவுகளின் ஒப்பீட்டிற்குச் சரியான வெப்பநிலைகளைக் காண்பதாகும் என்பதை இங்கு ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளல் வேண்டும். சக்டன்

என்பார் முதன்முதலாகக் காட்டியுள்ளவாறு,  $\frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{\rho}$  என்பது வெப்பநிலையிற் கிட்டத்தட்ட பொறுத்திராதபடியால், மக்கிளொளட்டின்\* தொடர்பைப் பயன்படுத்தினால் வெப்பநிலை விளைவு நடுநிலையாக்கப்பட்டிருக்கும் சூழலில் இக்கனவளவுகளை நாம் ஒப்பிடலாம். இருந்தாலும் இணங்காதவை எனக் கருதப்படும் திரவங்களிடத்து அதாவது மீதலற்ககோல், ஈதலற்ககோல், அசெற்றிக்கமில்ம், அமைன்கள் முதலியவற்றைப் போன்றவற்றினிடத்து இப்பின்னத்தின் பெறுமானமானது வெப்பநிலையுயர்வுடன் மெதுவாகக் கூடுகிறது† எனச் சக்டன் கண்டார். இரசத்தினிடத்து, வெப்பநிலை அறை வெப்பநிலையிலிருந்து இரசத்தின் கொதிநிலைவரை சென்றபோது பின்னமானது கிட்டத்தட்ட 2 சதவீதம் கூடுகிறது; வெள்ளீயமிடத்து இதே வெப்பநிலை வீச்சொன்றில் மாற்றம் 5 சதவீதம் ஆகும்.

திரவநிலையில் வெவ்வேறு சேர்வைகளின் பரக்கோர்களை ஒப்பிட்டு, பரக்கோரானது சிறப்பாகக் கூட்டுப் பண்பொன்றாகும் எனச் சக்டன் காட்டினார். எனவே, (a) சமபகுதிச்† சேர்வைகள் ஒரே பரக்கோர்ப் பெறுமானம் உடையவை, (b) வெவ்வேறு தொடர்களில் ஓரமைப்புத் தொடரொன்றில் அடுத்தடுத்த உறுப்புக்களின் பரக்கோர்களின் வித்தியாசங்கள் ஒரேயளவின. மேலும் தனித்தனியான அணுக்கள், சில அணுத்தொகுதிகள் என்பவற்றின் பரக்கோர்களைத் துணிந்தபோது பரிசோதனைப் பெறுமானங்களுக்கும் கணித்த பெறுமானங்களுக்குமிடையே இருந்த ஒற்றுமை மிக வெள்ளிடையாய்க் காணப்பட்டது.

பரக்கோரானது சேர்வையொன்றிலுள்ள உறுப்புக்களில் மட்டுமன்றி அக்கூறுகள் ஒன்றோடொன்று பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் முறையிலும் கூடப் பொறுத்துள்ளது என விரைவில் தெரியவந்தது. இவ்வண்ணம் வளைய அமைப்பொன்றின் ஆக்கமானது அவ்வளையத்திலுள்ள அணுக்களின் தொகையால் நிருணயிக்கப்பட்ட அளவில் பரக்கோரைக் கூடச் செய்கிறது; அதுபோலவே பரக்கோரில் இரட்டைப் பிணைப்பால் ஆகும் விளைவானது அப்பிணைப்பு எதிலின்  $[C_2H_4]$  இன் முனைவிலி இணைப்பு அல்லது மும்மீதலமினோட்சைடு  $[(CH_3)_3NO]$  இன் அரைமுனை இணைப்பு என்பவற்றைப் போலவோ வேறுகளோ இருக்கிறது என்பதைப் பொறுத்துள்ளது. ஒரு சேர்வையின் பரக்கோரை அச்சேர்வையின் இயல்பைச் சாராத சில அணு மாறிலிகள், அமைப்பு மாறிலிகள் என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகையாக எடுத்துக் கூறலாம். இவ்வண்ணம்,

\* *Trans. Far. Soc.*, 19, 38, 1923.

† இவற்றின் மூலக்கூறுகள் உயர் இருமுனைவுத் திருப்பங்கள் உடையன.

‡ அதாவது, ஒரே மூலக்கூற்று நிறையுடையது.

பரக்கோரின் உண்மையான கருத்துத் தெரியாமல் இருக்கிறபோதிலும், சேர்வைகளின் அமைப்பைத் துணியவும், எடுத்துரைக்கப்பட்ட மாற்று அமைப்புக்கள் பற்றித் தீர்ப்புக் கூறவும் அது பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவ்வாறு துணியப்பெற்ற அமைப்புக்கள் இரசாயனவியற் சான்றுகளுடன் அல்லது X கதிர்கள், உறிஞ்சல் திருசியங்கள் என்பவற்றைப் பயன்படுத்திப்பெறும் நம்பக்கூடிய பௌதிக முறை முடிவுகளுடன் எப்பொழுதும் ஒத்திருப்பதில்லை.

**உருக்கிய உலோகங்களின் பரப்பிழவை.**—உருக்கிய ஓர் உலோகத்தினது பரப்பிழவையைத் திருத்தமாகத் துணியுமிடத்து அசாதாரணமான இடர்கள் உள; ஏனெனில் பரப்புக்களில் மாசு எளிதாகப் படிக்கின்றது. இத்துறையில் மிகச்சிறந்த ஆராய்ச்சிகள்க்கில பேக்கம்ஷோ (1926) என்பவராலே நடாத்தப்பட்டுள்ளன. அவர், சக்டன் மாற்றியமைத்த உயர்வுக் குமிழியமூக்க முறையையே பயன்படுத்தினா, பக்கம் 562 இற காண்க. உருக்கிய உலோகத்தில் ஒரே ஆழத்திற்கு அமிழ்த்தப்பட்ட இரு குழாய்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இது தனிப்பட்ட நயமொன்றாகும்; ஏனெனில் பரப்பிழவையைக் கணிப்பதற்குப் பயன்படும் இறுதிச் சமன்பாட்டில் அமிழ்ப்பாழத்தையோ உருக்கிய உலோகத்தின் அடர்த்தியையோ கொண்ட உறுப்பு எதுவும் வருவதில்லை. குமிழிகள் பிரிந்து விலகுவதற்குச் சற்றுமுன், அவை உண்மையான அரைக்கோள வடிவமுடையனவல்ல என்பதையிட்டுச் சக்டன் கணித்துப் பெற்ற திருத்தங்களை பேக்கம்ஷோவும் தம் ஆராய்ச்சியில் பிரயோகித்தார்.

எல்லா உருக்கிய உலோகங்களுக்கும் பரப்பிழவை நியாயமான அளவில் பெரிதாய் இருக்கின்றது எனக் காணப்பட்டது; செம்பு, கடமியம் என்பவற்றிற்கு, வெப்பநிலையுடன் பரப்பிழவை கூடுதலை எதிர்பார்க்கலாம்.

**நீர்மீது கரையுந் தன்மையிலலாப் பொருள்களின் பரப்புப் படலங்கள்.**—ஒரு திரவப் பரப்பின்மீது கரையுந் தன்மையிலலாதது எனக் கூறக்கூடியதும் எளிதில் ஆவியாகமாட்டாததுமான பொருளொன்று சிறிதளவில் வைக்கப் பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்க; அத்திரவமானது நீரைப்போல் உயர் பரப்பிழவையுடையது எனவும் கொள்க; அப்பொழுது இரு தோற்றப்பாடுகளுள் ஒன்றைக் காணலாம். ஒன்றில் அப்பொருளானது நீர்ப் பரப்புமீது பரவலாம் அல்லது அது அடர்ச்சித் திணிவாக இருக்கலாம். ஒரு பொருளின் பரம்பலுக்கு வேண்டிய போதிய நிபந்தனையானது அதன் மூலக்கூறுகள் அதே இனத்து மூலக்கூறுகளைக் காட்டிலும் நீர்மூலக்கூறுகளையே கூடுதலாகக் கவர்தல் வேண்டும் என்பதே என அறிவோம். பரப்பானது போதிய அளவு பெரிதாயின் பரவும்பொருள் ஒரு மூலக்கூறு தடிப்புடைய படலமொன்றை ஆக்குகிறது; அப்பொழுது அது ஒருமூலக்கூற்றுப் பரப்புப் படலம் எனப்படும். முழுப் பொருளும் இத்தகைய படலமொன்றாய் இருப்பதற்கு பரப்பானது போதிய அளவு பெரிதாய் இரா

விட்டால் பொருளானது பெரும்பாலும் ஒருமூலக்கூற்றுப் பரப்புப் படலமாகவும் ஆனால் ஆங்காங்கே அதனினும் மிகத்தடிப்பான, சிறிய ஆனால் கட்டிலானும் துளிகளைக் கொண்டுமிருக்கும்.

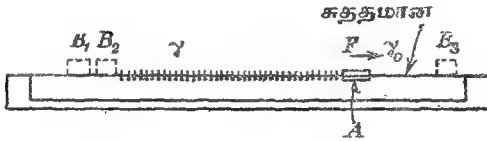
பொதுவாகக் கூறுமிடத்து இவ்வொருமூலக்கூற்றுப் படலங்கள் எளிய அமைப்பு உடையவையாகக் காணப்படுகின்றன; எனவே அவற்றின் நடத்தையை ஆராய்ந்தால் தனித்தனியான மூலக்கூறுகளின் பருமன், வடிவம், வேறு இயல்புகள் பற்றிய செய்திகள் தெரியவரும்.

**வரலாறு.**—பழங்காலத்திலேயே நீர்மீது பரப்புப் படலங்களைப் பற்றித் தெரிந்திருந்தனர்; ஏனெனில் சிறிதளவு எண்ணெயை விட்டுப் பரப்பு அலைகளை அமைதியாக்கிக் கொந்தளிக்குங் கடலில் கப்பல்களுக்குப் பாதுகாப்பு அளிக்கமுடியும் என அக்காலத்து மக்கள் நன்கு அறிந்திருந்தனர். தாவரப்பொருள் நெய்களிலிருந்து வேறுபட்ட கனிச நெய்கள் இம்முயற்சியில் அவ்வளவு ஆற்றல் உடையவை அல்ல. பரப்பிழுவை பற்றிய கருத்தை நன்கு விளங்கிய பின், நீர்மீது எண்ணெய்ப் படலமானது பரப்பிழுவையைப் பெரிதும் குறைக்கிறது எனத் தெரியவந்துள்ளது. குறிப்பிட்ட அளவிற்கு நீரின் பரப்பிழுவையைக் குறைத்தற்கு தேவையான எண்ணெயின் மிகக்குறைந்த அளவை றேலி என்பவரே முதன்முதலாக 1890 இல் அளந்தவா ஆவர். நீர்ப் பரப்பு மீது புகுத்தப்பட்ட கற்பூரத்துணடுகள் அப்பரப்பு மீது விரைவாக அசைகின்றன என்பது நன்கு தெரிந்ததே; பரப்புப் படையில் கரைந்த கற்பூரத்தின் செறிவு சீரானதாக இல்லை; எனவே ஒரு கரைசலின் பரப்பிழுவை செறிவுடன மாறுகிறபடியால், பரப்பு அப்பொருளால் முற்றிலும் நிரம்பியிருக்கும்வரை கற்பூரத் துணிக்கை ஒவ்வொன்றும் பரப்பு வேற்றுமை உதைப்பொன்றை அனுபவிக்கும். அந்நிலையில் பரப்பிழுவை 62 தைன். சமீ.<sup>-1</sup> ஆகும்.  $5.5 \times 10^3$  சமீ.<sup>2</sup> பரப்பளவுடைய ஒரு நீர்ப்பரப்பு மீது  $0.81 \times 10^{-3}$  கி. திணிவுடைய ஒலிவெண்ணெய் பரம்பியிருந்தால் அது நீர்ப் பரப்புமீதுள்ள கற்பூரத் துணிக்கைகளின் அசைவை நிறுத்துதற்குப் போதியது என றேலி கண்டார்; நீர்ப்பரப்பில் இதேயளவு எண்ணெயைச் சோப்பதால் அந்நீரின் பரப்பிழுவை கிட்டத்தட்ட 16 தைன். சமீ.<sup>-1</sup> குறைக்கப்படுகிறது; இது  $16 \times 10^{-3}$  சமீ. தடிப்புள்ள ஓர் எண்ணெய்ப் படையினால் ஆகிறது.

ஓராண்டுக்குப் பின் மேற்படி ஆராய்ச்சியைத் தொடர்ந்து செல்வி பொக்கெல்ஸ் என்பவரின் மிக முதன்மையான கண்டுபிடிப்பொன்றும் உளது. “தடுப்பு” ஒன்றால் ஒரு பரப்புப் படலத்தின் பரப்பைப் போதிய அளவு கட்டுப்படுத்தலாம் என அவர் கண்டுபிடித்தார்; இங்கு, தடுப்பு எனபது பரப்பின் மெழுகு பூசியுள்ள ஒரு குறுகிய கண்ணாடித் துண்டாகும். தடுப்பானது நீர்மீது இருத்தல் வேண்டும்; தடுப்பின் அப்பக்கத்திலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளிலும் அது நீரைத் தொடுதல் வேண்டும்; அத்துடன் பரப்பின் அகலம் முழுதிலும் அது அளாவியிருத்தல் வேண்டும்.

நீர்ப் பரப்பொன்றைத் துப்புரவாக்குதற்கு இத்தகைய தடுப்புக்களின் இன்றியமையாமை பற்றி பக்கம் 536 இல் வற்புறுத்திக் கூறப்பட்டுள்ளது ; மெல்லிய நீர்ப் படலங்கள் தொடர்பான எல்லாத் திருத்தமான பரிசோதனைகளிலும் இத்தகைய தடுப்புக்கள் முதலிடம் பெறுகின்றன. 1899 இல் நேலி என்பார் செல்வி பொக்கெல்சின் ஆராய்ச்சியை மீண்டுஞ் செய்து அதைக் கருதத்தக்கவளவில் விரிவாக்கினார். ஒரு நீர்ப் பரப்பு மீது தெரிந்த திணிவையுடைய ஒலிவெண்ணெயால் கொள்ளப்பட்ட பரப்பளவை, தடுப்புக்களை அணுகச் செய்வதனால் குறைத்து, வரையறுத்த அவதிப் பரப்பொன்றைப் பெறும் வரை பரப்பிழுவையானது கிட்டத்தட்ட மாறாமல் இருக்கின்றது எனவும் உண்மையை அவர் உறுதிப்படுத்தினார் ; அவதிப்பரப்பையடைந்த பின்பு தூயநீரினது பரப்பிழுவையின் அரைவாசியால் பரப்பிழுவையின் பெறுமானம் திடீரென இறங்குகிறது. பரப்புமீது வைக்கப்பட்ட எண்ணெயின் தெரிந்த கனவளவு, பரப்பிழுவை குறையும் போதுள்ள பரப்பின் அவதிப் பெறுமானம் என்பவற்றிலிருந்து இக கட்டத்தில் படலத்தின் தடிப்பைக் கணிக்கலாம். அது  $10 \times 10^{-8}$  சமீ. ஆகும் எனக் காணப்பட்டது ; இத்தடிப்பின் பெறுமானத்திற்கும், மூலக் கூறுகளுக்கு எளிய இயக்கக் கொள்கையிலிருந்து கிடைக்கின்ற விட்டங் களுக்கும் உள்ள இயல்பொப்புமையிலிருந்து இச் சூழ்நிலையில் படலமா னது ஒரு மூலக்கூற்றுத் தடிப்புள்ளது என நேலி முடிவு செய்தார்.

பரப்புப் படலங்களின் ஒருமூலக்கூற்றுத் தன்மை.—வேற்றுமைப் பரப் பிழுவை, அல்லது பரப்பு அழுக்கம்.—A ஆனது நீளம்  $l$  உடையதும், விறைப்பான ஓரங்கள் உடைய தொடடியொன்றில் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு திரவத்தின் பரப்பு மீது மிதந்திருக்கின்றதுமான இலேசான குறுகிய



படம் 10-38. வேற்றுமைப் பரப்பிழுவை அல்லது பரப்புழுக்கம்.

துண்டொன்று ஆகுக. அததுண்டு வரிப்படத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாய் இருக்கிறது. A யின் வலப் பக்கத்துப் பரப்பு துப்புரவாய் இருக்க ; A யின் இடது பக்கத்துப் பரப்பானது படலமொன்றால் போர்க்கப்பட்டிருக்கிறது ; தடுப்பு  $B_2$  ஐ இயக்கிப் படலத்தின் பரப்பளவை மாற்றலாம். பரப்பைத் துப்புரவாக்குதலுக்கும் அதைப் பராமரிப்பதற்குமாக எல்லா மூன்று தடுப்புக்களையும் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். A யினால் அனுபவிக்கப் படுகின்ற வெளிமுகமான விசை F ஆகுக ;  $\gamma_0$  உம்  $\gamma$  உம் முறையே தூய திரவம், படலம் மூடிய பரப்பு என்பவற்றின் பரப்பிழுவைகள் ஆகுக. A ஆனது விசை F இனால் வலப்புறமாக ஒரு தூரம்  $x$  இறுகுப் பெயர்க்கப்படுமிடத்து வெப்பநிலை மாறுது இருக்கும் வண்ணம் போதிய

வெப்பச்சக்தி ஊட்ப்படின, அவ்விசையால் செய்யப்படும் வேலையானது தொகுதியின் முழுச் சுயாதீனச் சக்திக்குறைவுக்குச் சமன் ஆகும். எனவே

$$\begin{aligned} F dx &= \text{முழுச் சுயாதீனச் சக்திக்குறைவு} \\ &= \text{"தூய் பரப்பின்" சுயாதீனச் சக்திக்குறைவு} \\ &\quad + \text{"அழுக்கான பரப்பு" இன் சுயாதீனச் சக்திக்குறைவு} \\ &= \gamma_0 dx - \gamma dx; \end{aligned}$$

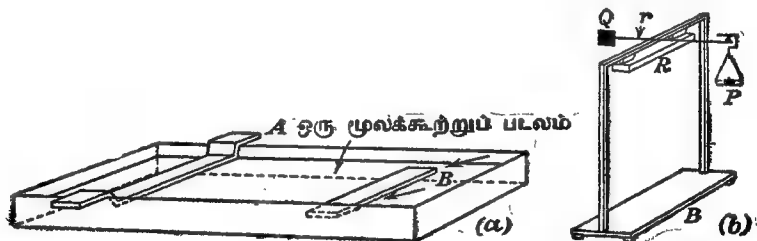
இங்கு சுயக்குறியானது தொகுதியின் இப்பாகத்தில் முழுச் சுயாதீனச்சக்தி கூடுகிறது என்பதைச் சுட்டுகிறது. எனவே

$$\frac{F}{l} = \gamma_0 - \gamma.$$

$\frac{F}{l} = \psi$  ஆக;  $\psi$ , பரப்பழுக்கம் என அடிக்கடி அழைக்கப்பட்ட போதிலும் அதை வேற்றுமைப் பரப்பிழுவை என அழைப்போம்.

மிதக்கும் தடுப்பொன்று மீது பரப்புப் படலமொன்றால் ஒவ்வோர் அலகுநீளத்திலும் உருற்றப்படும் விசைக்கும் ஒரு கரைசலின் பிரசாரண அழுக்கத்துக்கும் இடையேயுள்ள நெருங்கிய ஒப்புமையை ஆதாரம் எனபார் சுட்டிக் காட்டியுள்ளார்; மிதப்பானது குறையுடுபுகவிடுகின்ற சுவ்வின் இடத்தை எடுக்கிறது; மிதப்பு மூலமாகவே வேற்றுமைப் பரப்பிழுவை புலனாகிறது.

ஒருமூலக்கூற்றுப் படலம் பற்றிய லாங்முயரின் ஆராய்ச்சி.—என்னெனைய களுக்குப் பதிலாக லாங்முயர்† என்பார் தெரிந்த அமைப்பையுடைய தூய



படம் 10-39. (வரிப்படமுறைப்படி) லாங்முயரின் தொட்டி.

பொருட்களைப் பயன்படுத்தினார்; இதனால் அவர் பரப்புப் படல ஆராய்ச்சியில் பெரும் முன்னேற்றம் அடைந்தார். திரவங்களும் திண்மங்களும் பென்சீனில் கரைக்கப்பட்டுப் பரவப்பட்டுள்ளன; நீர்ப் பரப்பு மீது ஒரு "துளி" இடப்பட்டபோது கரைசலானது விரைவில் பரவிற்று; ஒரு சில செக்கன்களில் (பென்சீன்) கரைப்பான் ஆவியாயிற்று.  $\psi$  ஐ அளப்பதற்கு லாங்முயர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவி படம் 10-39 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்க

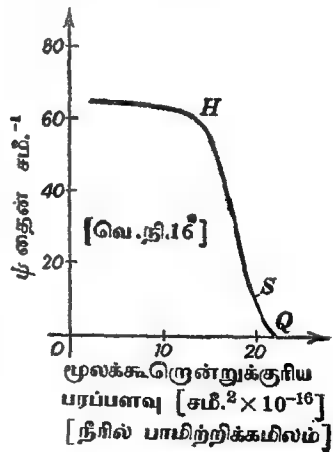
† J. A. C. S., 39, 1848, 1917.

கிறது. ஆய்கருவி நீண்ட ஒடுங்கிய, ஆழமில்லாத தொட்டியைக் கொண்டது; அதன் ஒரு பகுதி மட்டும் நீரால் நிரப்பப் பட்டிருக்கிறது. A, மெழுகு பூசியுள்ள குறுகிய அட்டைத்துண்டொன்றாகும்; அது தொட்டியின் ஒரு முனைக்கு அணித்தாய், நீர்ப்பரப்புமீது ஓய்வாய் இருக்கிறது. தொட்டியின் மறுமுனையில் மெழுகு பூசியுள்ள குறுகிய அட்டைத்துண்டு B நீர்மீது மிதக்கிறது; அதன் நீளம் தொட்டியின் அகலத்துக்குக் கிட்டத்தட்டச் சமம். தடுப்பு A னை அசைத்து எண்ணெயால் போர்க்கப் பட்ட பரப்பளவை மாற்றமுடியும்; அம்புகளால் காட்டியுள்ளது போல, தக்கவாறு வைக்கப்பட்டுள்ள இரு ஊதைககாற்றுக்களால் B யிற்கும் தொட்டியின் பக்கங்களுக்குமிடையே படலம் பரவாவண்ணம் தடுக்கப்படுகின்றது.

விறைப்பான மேடை R இல் ஓய்வாய் இருக்கின்ற இரு கத்தியோரங்களிலிருந்து, இலேசான கண்ணாடிச் சட்டப்படலொன்றால் துண்டு B ஆனது தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது, படம் 10-39 (b). சட்டப்படலின் மேற்பாகமானது அதன் ஒரு முனையில் தராசுத்தட்டு P யையும் அதன் மறுமுனையில் ஈடுசெய்திணிவு Q வையும் கொண்ட நெம்பொன்றைக் காவுகிறது.

பரிசோதனையை நடத்தும் பொருட்டு, மிதப்பானது அதனது ஓய்வு நிலையினின்றும் பெயாக்கப்படுமாறு தெரிந்த திணியைவயுடைய ஒரு சிறு சுமை P யில் வைக்கப்படுகிறது. பின்பு மிதக்கும தடுப்பு B அதனது பூச்சிய நிலையை அடையும் வரை தடுப்பு A ஆனது B யை நோக்கி அசைத்து வைக்கப்படுகிறது. இவ்வண்ணம்  $\psi$  யின் தரப்பட்ட ஒரு பெறுமானத் தொகுதிக்குப் படலத்தின் பரப்பளவுகள் துணியப்படுகின்றன; இங்கு  $\psi$  யின் பெறுமானமானது P யிலுள்ள திணிவு, ஆய்கருவியின் பரிமாணங்கள் என்பவற்றிலிருந்து பெறப்படுகின்றது.

நிரம்பிய கொழுப்பமிலங்கள், அங்க கோல்கள் ஆகியவற்றினிடத்து  $\psi$  ஆனது முடிவுள்ளதாய் வருகின்றது என்னும் அவதிப் பரப்பளவில் உண்மையை லாங்முயர் உறுதியாக நிலைநிறுத்தினார்; றேலியின் பரிசோதனைகளில் பரப்பிழை குறைவுறும் கட்டத்தை இது ஒத்திருக்கிறது. படலத்திரவியத்தின் ஒரு மூலக்கூறிலுள் கொள்ளப்படுகின்ற பரப்பையும் அதற்கு ஒத்த வேற்றுமைப் பரப்பிழை  $\psi$  யையும் குறித்து லாங்முயர் தனது பேறுகளை வரைபு முறைப்படி



படம் 10-40. மெல்லிய படலங்களிடத்து லாங்முயரின் சில பேறுகள்.



உணர்த்துகிறார். தெரிந்த ஒரு பரப்பளவு மீது பரவியிருக்கின்ற எண்ணெயின் திணிவு, அதன் மூலக்கூற்று நிறை, அவகாதரோ எண் என்பன வற்றிலிருந்து தனித்த மூலக்கூற்றென்றால் கொள்ளப்பட்ட பரப்பளவு கணிக்கப்படுகிறது. படம் 10-40 எடுத்துக்காட்டு வளையியொனாகும். மூலக்கூற்றென்றால் கொள்ளப்படுகின்ற பரப்பளவு வரிப்படத்தில் Q என்னும் புள்ளியால் காட்டப்படும் அளவை, அதாவது  $21 \times 10^{-16}$  சமீ.<sup>2</sup> ஐ மீறு மிடத்து  $\psi$  யின் பெறுமானம் கண்ணெனவதற்கு மிகச் சிறிதாகும்; அதாவது நீரின் பரப்பிழுவையானது அளக்கக் கூடிய அளவிற்கு மாறுவதில்லை. கொள்ளப்பட்ட பரப்பளவைக் குறைத்தபோது  $\psi$  யின் பெறுமானம் தொடக்கத்தில் மெதுவாகவும், பின்பு H எனனும் புள்ளியால் எடுத்துக்காட்டப்படும் கட்டம் அடையும்வரை விரைவாகவும் உயர்கிறது. பரப்பளவைத் தொடர்ந்து குறைத்தபோது,  $\psi$  யின் பெறுமானம் கட்டத்தட்ட மாறாமல் இருக்கிறது; ஆனால் இக்கட்டத்திற்குள் படலம் உப்புலகுகின்றது; ஏனெனில் அதன் பரப்பிலே விகாரக் கோடுகள் தோன்றும் வண்ணம் அது பொடியாகிறது.

Q விற்கும் நன்கு வரையறுக்கப்படாத புள்ளி S இற்குமிடையே, படலம் “திரவநிலையில்” இருக்கிறது எனக் கருதப்படுகிறது; ஏனெனில், பரப்புமீதுள்ள தூசுகளின் சயாதீன இயக்கத்தைக் காணமுடிகின்றது. S இல் படலம் திண்மமாகின்றது; ஏனெனில் அக்கட்டத்திலிருந்து பரப்பளவைக் குறைக்கும்போது தூசுத் துணிக்கைகள் சலனமற்றிருக்கின்றன.

ஒடுங்கிய படலம்.—பல்மற்றிக்கமில்ம் ( $C_{15}H_{31}COOH$ ) முதலாகச் சீரேட்டிக்கமில்ம் ( $C_{25}H_{51}COOH$ ) ஈருகவுள்ள கொழுப்பமிலத் தொடரினிடத்து படம் 10-40 இல் Q வினால் எடுத்துக்காட்டப்படும் கட்டத்தில், ஒரு மூலக்கூற்றினுற் கொள்ளப்படும் பரப்பளவானது எப்பொழுதும் கிட்டத்தட்ட ( $21 \times 10^{-16}$ ) சமீ.<sup>-2</sup> ஆகும் என லாங்முயர் கண்டார். மேற்படி பொதுவான நிரம்பிய கொழுப்பமிலத் தொடரினிடத்து ஐதரோகாபன் சங்கிலியின் நீளம் மாற்றப்படும்போது அவதிப் பரப்பளவு மாறாமல் இருக்கின்றது என்னும் உண்மை, மூலக்கூறுகள் பரப்போடு உயர்சாய்வில் உள்ளன என்பதைக் காட்டுகின்றது; சங்கிலியின் திசையளி நிலைக்குத்தாய் இருக்கக்கூடும்.

இனி மொத்தமாகப் 16 காபன் அணுக்கள் கொண்ட பாயிற்றிக்கமில்மானது மூலக்கூற்றுக் கனவளவு 300 சமீ.<sup>3</sup> மூல்.<sup>-1</sup> உடையது; எனவே இவ்வமிலத்தின் மூலக்கூறு ஒவ்வொன்றினதும் கனவளவு

$$300 \div 6.02 \times 10^{23} = (498 \times 10^{-24}) \text{ சமீ.}^3.$$

லாங்முயரின் கருத்துப்படி அதன் வெட்டுப்பரப்பு  $20.5 \times 10^{-16}$  சமீ.<sup>2</sup> ஆகும்; எனவே பொருளானது படலமாகவோ கனவளவுடையதாகவோ இருப்பினும் அதன் அடர்த்தி அதில் தங்கியிராது எனின் பரப்பிற்குச் செங்குத்தான திசையில் அதன் நீளம்  $24 \times 10^{-8}$  சமீ. ஆகும். பாயிற்றிக்

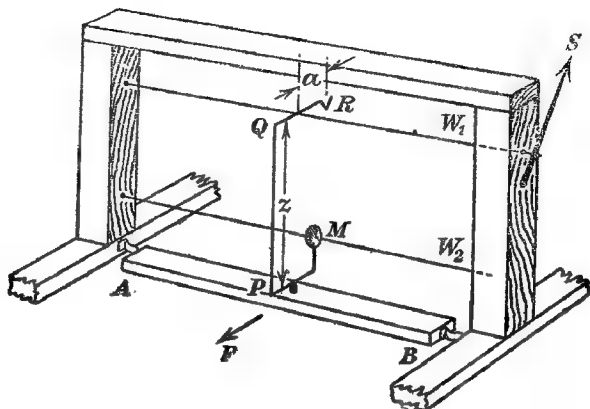
கமிலத்தின் மூலக்கூற்றின் நீளம் அதன் தடிப்பின் கிட்டத்தட்ட ஐந்து மடங்கு ஆகும். இப்பேறுகள் X கதிர்களைப் பயன்படுத்திய ஆராய்ச்சிகள் தரும் பேறுகளுடன் ஒத்திருக்கின்றன ; எனவே இம்மூலக்கூறுகளிலுள்ள நெடுஞ் சங்கிலிகள் அம்மூலக்கூறுகள் ஓய்வாயிருக்கின்ற பரப்பிற்கு ஒன்றில் செங்குத்தாக அல்லது உயர்சரிவில் உள்ளன என்னும் கருத்து உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

என். கே. ஆதாமினதும், அவருடன் சேர்ந்து உழைத்தவர்களினதும் ஆராய்ச்சி.—கிட்டத்தட்ட 1920 இல், ஆதாம் என்பார் பரப்புப் படலங்கள் பற்றிய ஆராய்ச்சித் தொடரொன்றைத் தொடக்கி வைத்தார் ; அதன் விளைவாக லாங்முயரின் ஆராய்ச்சி உறுதிப்படுத்தப்பட்டதுமன்றி அது பெரிதும் விரிவாக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் ஆதாம் லாங்முயரின் ஆய்கருவிபோன்றதொன்றைப் பயன்படுத்தினார் ; ஆனால் மெழுகிட்ட குறுகிய கண்ணாடித்துண்டுகளே இவருக்கு தடுப்புகளாகப் பயன்படுத்தப்பட்டன. 1926 இல் ஆதாம் அக்ஸ்பும் அதனினும் கூடிய உணர்ந்திறனும் நம்பக்கூடிய தன்மையும் உடைய ஆய்கருவியொன்றைத் திட்டமிட்டமைத் தனர். சிலிக்காவாலான ஒரு தொட்டி விரும்பத்தக்கதாயினும் பித்தளையா லேயே தொட்டி ஆக்கப்பட்டுள்ளது ; தொட்டியும் தடுப்புக்களும் வன்பரப்பின் மெழுகால் பூசப்பட்டுள்ளன ; அதனால் நீர் தாண்டிப் பரவமுடியாதவாறு ஈரமாகாத படையொன்றை அது அளித்தது. தடுப்புக்களும் தொட்டியின் மேற்பாகங்களும் ஈரமாகக்கூடாது என்பது இன்றியமையாததாகும். இல்லாவிடில் படலத்தைக் கொண்டுள்ளது எனக் கருதப்படும் பரப்பளவிற்கு அப்பால் அப்படலஞ் செல்லுதலைத் தடுக்கமுடியாது.

மிதப்புக்கு அப்பால் படலம் செல்லாவண்ணம் தடுப்பதற்கு, மிதப்புக்கும் தொட்டியின் பக்கங்களுக்கும் இடையேயுள்ள வெளியானது—அது ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 1 சமீ. ஆகும்—மிக்க இலேசான பிளாற்றின நாடாக்களால் அடைக்கப்படுகின்றது. மிதப்புமிது உருற்றுகின்ற விசையை அளத்தற் பொருட்டுப் படம் 10·41 இல் காட்டியுள்ள ஒழுங்கு முறை பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. விறைப்பான, நிலைக்குத்தான ஒரு சட்டப்படல் இரு கிடையான முறுக்கற் கம்பிகள்  $W_1$ ,  $W_2$  என்பவற்றைக் கொண்டுள்ளது. ஆடி M ஐக் காவுகின்ற கீழ்க் கம்பியானது, காட்டப்பட்டிருக்கின்ற வடிவத்தைக் கொள்ளுமாறு வளைத்தெடுத்த வெள்ளிக் கம்பி PQR இனால் மிதப்புடனும் மேலான கம்பியுடனும் இணக்கப்பட்டிருக்கிறது. AB என்பது மிதப்பாகும் ; அதனுடன் பற்றப்பட்டிருக்கின்ற பிளாற்றின நாடாக்கள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன ; தொட்டியின் எஞ்சிய பாகங்களும் ஆதாம் பயன்படுத்திய சீர்திருத்தங்களைப் பற்றிய விவரங்கள் பலவும் இங்கு தவிர்க்கப்பட்டுள்ளன.

மிதப்புமிது விசை F உருற்றுங்காலே, ஆடியானது கிடையான அச்சொன்று பற்றிச் சுழற்றப்படுகிறது ; முறுக்கற் குடுமியொன்றால் மேற்கம்பியை முறுக்கி, விசை F இன் திருப்பத்திற்கு ஈடுசெய்து, மிதப்பையும்

ஆடி  $M$  ஐயும் அவ்வவற்றின் பூச்சிய நிலைகளுக்கு மீளச்செய்யலாம். கம்பி  $W_1$  இற்கு அளிக்கப்பட்ட முறுக்கலின் அளவு, பாகைகளில் அளவு கோடிட்ட ஒரு வட்டவளவிடையீது அசையும் சுட்டி  $S$  இனால் காட்ப்படுகிறது.

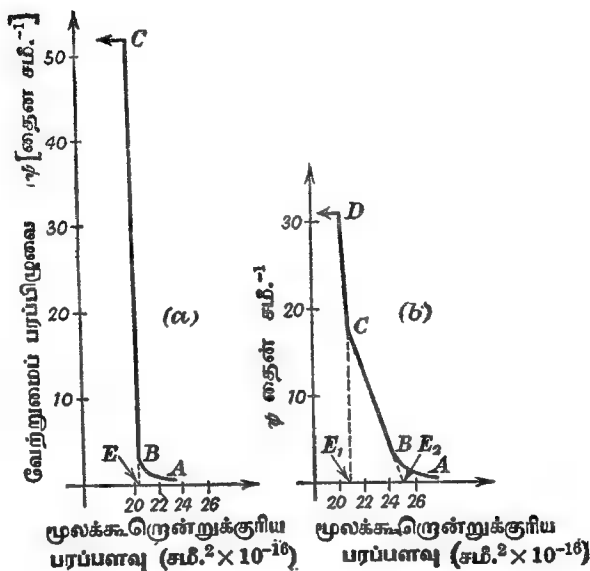


படம் 10·41. ஆதாமால் அமைக்கப்பட்ட ஒரு தொட்டியில் பரம்புப் படலத்தின் மிதப்பும், முறுக்கற் கம்பிகளும்.

ஆய்கருவியை அளவுகோடு திருத்தும்பொருட்டு  $W_1$  இன் அச்சிலிருந்து தூரம்  $a$  யிலுள்ள கொளுக்கி  $R$  இல் தெரிந்த திணிவு  $\mu$  வைக்கப்படுகிறது.  $z$  ஆனது தூரம்  $PQ$  வும்,  $\widehat{PQR} = \frac{\pi}{2}$  உம ஆயின், மிதப்புமீதுள்ள விசை  $X$  என்பது  $Xz = a\mu g$  யினால் தரப்படும். எனவே  $X$  அல்லது அதனினும் சிறந்த  $\frac{X}{l}$  என்பது, அறியப்படும். இங்கு  $l = AB$  யின் நீளம் சக ஒரு பக்கத்திலுள்ள வெளியிடம். தொகுதியை அதன் பூச்சிய நிலையை அடையச் செய்யும் பொருட்டு  $S$  ஐக் கோணம்  $\phi$  யினூடாக அசைத்து வைத்தால் அப்பொழுது  $S$  இன்  $1^\circ$  அளவு சுழற்சியானது மிதப்பு  $AB$  யின் ஓர் அலகுநீள மீதுள்ள விசை  $\frac{X}{l\phi}$  ஐ ஒத்திருக்கும். இவ்வாறு அலகு நீளமொன்றில்  $0.01$  தைன். சமீ.<sup>-1</sup> போன்ற அத்துணைச் சிறிய ஒரு விசையை உணர முடிகிறது.

படம் 10·42 (a) ஆனது கூடத்து வெப்பநிலையிலுள்ள காய்ச்சிவடித்த நீர்மீது இருக்கின்ற ஒருகொழுப்பமிலப் படலத்திற்குரிய "விசை-பரப்பளவு" வளையியாகும். இது லாங்முயர் பெற்றதைப் போன்றது; ஆனால் ஒரு வேறுபாடு உளது; புள்ளி  $Q$  ஆனது லாங்முயர் கருதியதுபோல் அத்துணை வரையறுத்ததொன்று அன்று, படம் 10·40. கோடு  $BC$  நிலைக்குத்து

அச்சுடன் சற்றுச் சாய்ந்திருக்கிறது ; அது ஒருங்கிய படலத்தின் நெருக்கலை உணர்த்துகிறது. கிடையான அச்சை E இல் வெட்டுமாறு CB யை நீட்டி பூச்சிய நெருக்கலுக்கு ஒரு மூலக்கூற்றிற்குரிய பரப்பளவு பெறப்படுகிறது. C யில் படலம் சிதறுகிறது.

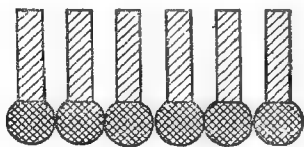


படம் 10·42. (a) நீரினமீது, (b) ஐதான ஐதரோகுளோரிக்கமிலமீது உள்ள கொழுப்பமிலமொன்றின் ஒருமூலக்கூற்றுப் படலங்களுக்குரிய “விசை-பரப்பளவு” வளைவிகள்.

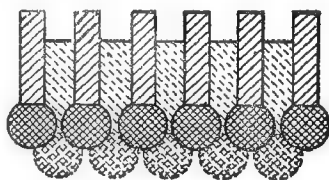
**ஐதான ஐதரோகுளோரிக்கமிலமீது படலங்கள்.**— ஏற்கெனவே லாங் முயர் ஐதான ஐதரோகுளோரிக்கமிலமீதுள்ள ஒருமூலக்கூற்றுப் படலங்களின் பின்வருகின்ற குறிப்பிடத்தக்க இயல்பைக் கண்டுபிடித்துள்ளார் ; அதே தோற்றப்பாட்டை ஆதாம் இன்னும் நுணுக்கமாக ஆராயலானார். 0·1 N. முதல் 0·01 N. வரையுள்ள ஐதரோகுளோரிக்கமிலமீதுள்ள கொழுப்பமிலப் படலமொன்றிற்குரிய “விசை-பரப்பளவு” வளைவி படம் 10·42 (b) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அதனது மேற்பாகம் CD ஆனது மிகு நெருங்கிய கட்டுநிலையில் படலத்தை எடுத்துக்காட்டுகிறது ; அத்துடன் ஒரு மூலக்கூற்றிற்குரிய பரப்பளவானது இன்னும்  $20\cdot5 \times 10^{-16}$  சமீ.<sup>2</sup> எனவும் காட்டுகின்றது ; அது புள்ளி E₁ இனால் காட்டப்படுகிறது ; இங்கு DCE₁ ஒரு நேர்கோடாகும் ; தூயநீர் மீதுள்ள படலங்களுக்குப் பெற்ற அதே பெறுமானத்தைப் பால் எல்லாக் கொழுப்பமிலங்களும் இங்கும்

தருகின்றன. நீர்மீதுள்ள படலங்களிடத்துப் பாகம் BC தோற்றுவதில்லை ; அதை  $E_2$  வரை நீட்டுமிடத்துக் கிடைக்கின்ற பெறுமானம்  $25.1 \times 10^{-16}$  சமீ.<sup>2</sup> ஆனது, பயன்படுத்திய கொழுப்பமிலத்தின் ஐதரோகாபன் சங்கிலியின் நீளத்தைச் சாராதிருக்கக் காணப்பட்டது.

மேற்படி பேறுகளின் விளக்கத்தைவிட்டு ஆதாம் கீழ்வருகின்ற கொள்கையை எடுத்துக் கூறியுள்ளார். படலத்தைத் தாங்கும் திரவம் அமில மாதலின், மேற்பரப்பிலிருந்து  $\text{COOH}$  அல்லது காபொட்சைற்றெகுதிகள் தள்ளப்படுந் தன்மையுடையன ; எனவே, வளைியியில் C என்னும் புள்ளியிலுள்ள முதலாவது முறிப்பால் எடுத்துக்காட்டப்படும் கட்டம் அடையப் படும்வரை, காபொட்சைற்றெகுதிகள் அல்லது மூலக்கூறுகளின் முடிகள் கூடியமட்டில் நெருக்கமாக அடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; அத்தகைய அடுக்கு முறையானது படம் 10.43 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. படலமீதுள்ள நெருக்கலின் தரம் உயர்த்தப்படுமிடத்து முடிகள் சிலவற்றை கரைசலில் தள்ளி மூலக்கூறுகள் தம்மை மீண்டும் வரிசைப்படுத்துகின்றன. இவ்வாறு ஒன்றோடொன்றிணைதல் நடைபெறும்பொழுது ஐதரோகாபன் சங்கிலிகள் நெருக்கமாக அடுக்கப்பட்டு வரும் ; அநநிலையில் ஒரு கொழுப்பமில மூலக்கூறில் கொள்ளப்படும் பரப்பளவு அதன் பொதுப் பெறுமானத்தைப் பெறுகிறது, படம் 10.43 (b) யைப் பார்க்க.



(a) சங்கிலிகள் ஒன்றோடொன்று முற்றிலும் தொடுகையிலிராதபோது ஒரு மூலக்கூற்றுப் படல மொன்றின் அமைப்பை வகைக் குறிக்கும் வரிப்படம்.



(b) உயர் நெருக்கலின் கீழ் ஓர் ஒருமூலக்கூற்றுப் படலம். இப்பொழுது, சங்கிலிகள் ஒன்றோடொன்று தொடுகையில் உள்ளன.

படம் 10.43. ஒருமூலக்கூற்றுப் படலங்களின் அமைப்பைப் பற்றி ஆதாமின் கொள்கை.

ஒருமூலக்கூற்றுப் படலங்களின் இற்றைநாட். பிரயோகம்.—கடந்த சில ஆண்டுகளாகச் சீற்றைல் அற்ககோல்  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{14}\text{CH}_2\text{OH}$  அல்லது  $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{OH}$  என்பது பரந்த நீர்ப்பரப்புக்கள் மீது ஒருமூலக்கூற்றுப் படலமாகப் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது. இத்தகைய ஒரு படலம் இருக்கும்போது நீரின் ஆவியாகும் வேகம் பெரிதும் தடைசெய்யப்படுகிறது எனத் தெரிய வந்தது. அயனமண்டலங்களில் இச்செயன்முறைகள் பொருளாதார முதன்மையுடையவை,

எண்ணெயால் அலைகளை அடக்குதல்.—கடலில் புயற்காற்று வீசும்போது நீர்ப்பரப்பு மீது தாவரவெண்ணெயொன்றை வார்த்து அலைகளைப் பெருமளவில் அடக்கலாம்; இச்செய்தியைப் பண்டைக்காலத்தில் தெரிந்திருந்தனர். கி. பி. 79 இல் வெசுவியஸ் மலையின் கக்குதலால் மூச்சுத்திணறிய பிளினி (Pliny) என்பார் “முழுக்கடலும் எண்ணெயால் அமைதியுறுகிறது; அதையிட்டே நீரில் மூழ்குபவர் எண்ணெயை முகங்களில் பூசுகின்றனர்” எனக் குறித்துள்ளார். அதே நூற்றாண்டில் அல்லது கி. பி. இரண்டாம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில் புளூட்டாக்கு (Plutarch) என்பார் “கடல்மீது எண்ணெய் தெளிக்கப்படுமிடத்து எப்படித் தெளிவும் அமைதியும் நிலைபெறுகின்றன” என்ற கேள்வியைக் கேட்டார். அவரது விளக்கம் இதன் காரணமாக நீர்ப்பரப்பிமீது காற்று நழுவுகிறது என்பதே யாம்; எவ்வாறு நீரில் மூழ்குபவனொருவன் ஒலிவெண்ணெயை தன் வாயில் எடுத்துக் கொண்டு நீர்ப்பரப்பிற்குக்கீழே இருக்கும்போது அதைக் கக்குகிறானென்பது பற்றியும் அவர் தெரிவித்தார்.

எண்ணெய்ப் படலங்கள் பெரும் ஈர்ப்பிலைகளின் உயரத்தைக் குறைக்கமாட்டா; ஆனால் பெரும் அலைகள் மீது வேறொரு முறையில் அது தோன்றுகின்ற குற்றலைகளைத் தணிக்கின்றது; இதுவே மேற்படி அமைதியாக்கலுக்குரிய இற்றைநாள் விளக்கம். குற்றலைகளிடத்துக் காற்றின் விளைவானது விருத்தியாகுந் தன்மையுடையதாதலின் எண்ணெய் பயன்படுத்தப்படாதபோது அலைகள் மோதுங்காலே காற்றால் ஆக்கப்படுகின்ற குற்றலைகள் நாவாய்களுக்கு ஆபத்தான நிலையை ஏற்படுத்துகின்றன. நீர்ப்பரப்பிற்குப் பலமான திடீர்க் காற்றால் அளிக்கப்படும் இயக்கத்தைச் சீர்ப்படுத்துவதே பெரும்பாலும் எண்ணெயின் செயல் என எய்ற்கின் (Aitken) என்பார் 1883 இல் காட்டினார். திடீர்க்காற்று அடிக்கும்போது பரப்புப் படலமில்லாத் துப்புரவான ஒரு பரப்பு வெவ்வேறு திசைகளில் மாறும் விசையுடன் ஊதப்படுகிறது; இதுவே பெரும்பாலும் ஒழுங்கற்ற, தலையிடுகின்ற குற்றலைகளின் ஆக்கத்துக்குக் காரணம். மற்றப்படி எளிதில் நெருக்கமுடியாத எண்ணெய்ப் படலமானது பரந்த பரப்பளவுகள் மீது இயக்கத்தைக் கூடுதலாகச் சீர்ப்படுத்திப் பரம்புவதால் குற்றலைகளின் ஆக்கம் பெரிதும் குறைக்கப்படுகின்றது. மேற்படி முடிவுகளை ஹார்டி (Hardy) என்பார் (1926) சற்று வேறு வகையில் உணர்த்துகிறார்; எண்ணெயானது கடற்பரப்பை அத்துனை அழுத்தமாக்குகிறபடியால் அப்பரப்பைக் “கவ்விப் பிடிக்கும் ஆற்றல்” காற்றுக்கு இல்லை என்பதே அவரது கூற்று. எண்ணெய்ப் படலம் இல்லாதபோது பேரலையொன்றால் எண்ணற்ற சிற்றலைகளும் குற்றலைகளும் காவப்படுகின்றன; பரப்புமீது காற்றால் நேரான உதைப்பு உண்டாவதற்கு அவை ஒவ்வொன்றும் உதவுகின்றன. இச்சிற்றலைகளையும் குற்றலைகளையும் அடக்குதலாலேயே அவ்விதப்பான அழுத்தம் ஆகிறது; அவை இல்லாதபோது கடல்மீது காற்றுக்கு முதன்மையான “பிடி” யில்லை.

ஏற்கெனவே ஆக்கப்பட்டிருக்கின்ற குற்றலைகளை எண்ணெய்ப் படலங்கள் ஓரளவிற்குத் தணிக்கவும் கூடும். கிடைக்கக்கூடியதாயுள்ள ஒரு பரப்பின் சிறுபாகத்திற்கு மேலாக மூடமுடியாத அளவில் இருக்கின்ற பிணைந்த படலமொன்று ஒரு தொட்டியில் எந்திரமொன்றால் தூண்டப்படும் சிற்றலைகளைத் தணிக்கிறது எனப் பொக்ஸெல் (Pockels) என்பார் காட்டினார்; மேற்பரப்பின் மூடுதல் முடிவடையும்வரை, அது கூடக்கூடத் தணித்தலின் அளவும் கூடுகிறது. முழுப் பரப்பும் மூடப்பட்டதும் படலத்தைத் தொடர்ந்து நெருக்கலினால் தணித்தல் விளைவு மேலும் தோற்றுவதாகக் காணப்படவில்லை. முழுப்பரப்பும் படலத்தால் மூடப்படும்வரை ஆரம்பியாத பரப்பிழுவைக் குறைவு மட்டுமே தணித்தல் நிகழ்வதற்குக் காரணம் அன்று என இது காட்டுகிறது.

இத்தோற்றப்பாடு தொடர்பாக அலைகளைத் திறமையுடன் தணிப்பதற்குச் சிறந்த பரம்பல்வலு இன்றியமையாதது என்பது வெளிப்படை. இதை யிட்டே நாவாய்களுக்கும் அவற்றின் உயிர்காப்புப் படதகளுக்கும் மீள் எண்ணெய்கள் வழங்கப்படுகின்றன. கனிச எண்ணெய்கள் சிறந்தன வாகா; ஆனால் அவசரநிலையில் சிறிதளவு தீயரின் மெழுகுதிரிகளை உருக்கி, அவ்வெண்ணெயுடன் அதைக் கலந்து அவற்றைச் செம்மையாக்கலாம்; தீயரினிலுள்ள காபொட்சைல் தொகுதி (COOH) ஆனது நீருடன் தேவையான ஒட்டற்பண்பைத் தருகிறது.

## பயிற்சி X†

10-01. உளவீட்டுப் பரப்புச் சக்தி, பரப்பிழுவை என்பவற்றை வேறுபடுத்திக் கூறுக.

ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் நீரின பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்குரிய இரு திருத்தமான முறைகளின் கொள்கைகளைத் தருக.

10-02. ஆரை II கொண்ட சவர்க்காரக குமிழியொன்றில் அமுககமிசை  $4\gamma^{-1}$  ஆகும் எனக் காட்டுக; இங்கு  $\gamma$ , சவர்க்காரக கரைசலின் பரப்பிழுவையாகும்.

அடர்த்தி  $0.75$  கி.சமீ.  $^{-3}$  கொண்ட எண்ணெயைக் கொண்டிருக்கின்ற திறந்த U குழாய் வாயுவழுக்கமானியின் ஒரு முனை இன்னொரு குழாயுடன் தோடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; குழாயின் மறுமுனையில் விட்டம்  $2$  மிமீ. கொண்ட கோளவடிவமுள்ள சிறு சவர்க்காரக் குமிழியொன்று இருக்கிறது. மானியின் இரு புயங்களுக்கிடையேயுள்ள மட்ட வித்தியாசத்தைக் கணிக்க.  $\gamma = 25$  தைன். சமீ.  $^{-1}$  எனக் கொள்க.

[1-36 சமீ.]

10-03. மயிரத்துளைக் குழாயொன்று அதன் ஒரு முனை திரவமொன்றின் பரப்பிற்குக் கீழே இருக்குமாறு, நிலைக்குத்தான நிலையில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. குழாயில் அத்திரவம் ஏறிச் சமநிலை நிலைநிறுத்தப்படப்பின்பு, பரப்பு மட்டத்தைக் குறித்துக் குழாயிலுள்ள பிறை புருவின் உயரமானது அப்பிறையுருவுக்குக் கீழேயுள்ள குழாயின் வடிவத்தைச் சாராது எனக் காட்டுக.

†லண்டன் பல்கலைக்கழகத்தாரால் ஆக்கப்பட்ட வினாத்தாள்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட வினாக்களை உள்ள பரப்பிழுவைக் குறியீடு T ஆனது இங்கு  $\gamma$  வரையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

நிலைக்குத்தான ஓர் ஓரம் வழியே ஒன்றையொன்று தொடுகின்றதும் ஒன்றோடொன்று சிறுகோணம்  $\frac{\pi}{2}$  ஆகவுகின்றதுமான இரு தட்டையான கண்ணாடித் தட்டுக்கள் அவற்றின் கீழ் ஓரங்கள் நீரில் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. ஓரத்திலிருந்து தூரம்  $x$  இல் நீர் ஏறுகின்ற உயரத்துக்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

10-04. சவர்க்காரக் குமிழியொன்றின் ஆரை 1 சமீ. இலிருந்து 10 சமீ. ஆகும்வரை அது மெதுவாக விரியச் செய்யப்படுகிறது. மேற்படி செய்கையின்போது செல்வாகும் வேலையை இரு முறைகளால் கணிக்க. செய்கையானது மிகுந்த வேகத்துடன் நடைபெறின் வேலை கூடுதலாகவா, குறைவாகவா செல்வாகும் என்பதை ஆராய்க.  $\gamma = 26$  தைன். சமீ.  $^{-1}$ .

[6.46  $\times 10^4$  எக்கு.]

10-05. ஒரு திரவப் பரப்பிற்கு உள்ளேயும் வெளியேயும் உள்ள அழுக்கங்கள் முறையே  $p$  யும்  $\pi$  யும் எனின், அப்பொழுது  $(p - \pi) = \gamma (1/r_1 + 1/r_2)$  ஆகும்; இங்கு  $\gamma$  ஆனது பரப்பிழுவையும்,  $r_1, r_2$  எனபன தலைமை வளைவாலைகளும் ஆகும். கோளவடிவமுடைய ஒரு சவர்க்காரக் குமிழியினிடத்து இப்பெற்றைப் பிரயோசிக்க.

பரப்பிழுவை  $\gamma$  வை உடைய கரைசலொன்றைப் பயன்படுத்தி ஒரு குழாயில் ஆரை  $r$  கொண்ட சவர்க்காரக் குமிழியொன்று ஊதப்படுகிறது. வளிமண்டல அழுக்கம்  $P$  ஆகும். பின்பு குமிழி ஊதப்பட்ட குழாயானது வளிமண்டலவழுக்கத்தில் இருக்கிற வளியால் நிரப்பப்பட்டதும் கனவளவு  $V$  கொண்ட ஒரு பாத்திரத்துடன் தொடுக்கப்படுகிறது.

$$2\pi r^3 \gamma + \frac{4}{3}\pi r^3 P = 4\pi V r^{-1}$$

எனின், அதன் ஆரை  $\frac{1}{2}$  ஆகும் வரை குமிழி ஓடுங்கும் எனக் காட்டுக.

10-06. ஆரைகள் முறையே  $a$  யும்  $b$  யும் கொண்ட இரு சவர்க்காரக் குமிழிகள், ஆரை  $r$  கொண்ட தனித்த ஒரு குமிழி உண்டாகும் வண்ணம் ஒன்றாகக் கூடுகின்றன. புற அழுக்கம்  $P$  எனின், குமிழிகள் ஆகக்கப்பட்ட கரைசலின் பரப்பிழுவை

$$\frac{1}{2}P (r^3 - a^3 - b^3) \div (a^3 + b^3 - r^3)$$

ஆகும் எனக் காட்டுக.

10-07. நிலைக்குத்தான  $U$  குழாயொன்று ஒரு திரவத்தைக் கொண்டிருக்கிறது. குழாயின் ஒரு கிளை வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்திருக்கிறது; மற்றைக் கிளை முனையின் குறுக்கே சவர்க்காரப் படலமொன்று ஆகக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஊதுதலால் சவர்க்காரப் படலத்தை விரிவாக்கும் பொருட்டு  $U$  குழாயுடன் ஒரு பக்கக் குழாய் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. வெவ்வேறு குமிழிகளுக்கு, குமிழியின் ஆரை,  $U$  குழாயிலுள்ள திரவமட்டவயர வித்தியாசம் என்பவற்றின் பெருக்கம் ஒரு மாறிலி எனக் காட்டுக.  $U$  குழாயில் இருக்கின்ற திரவமானது நீரும், மேற்படி மாறிலி 0.123 சமீ.<sup>3</sup> உம் ஆயின், சவர்க்காரக் கரைசலின் பரப்பிழுவைக்குப் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்க.

[30.2 தைன். சமீ.  $^{-1}$ .]

10-08. பரப்புச் சக்தி ( $e$ ), பரப்பிழுவை ( $\gamma$ ) என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக.

அறிமுறைக் கருத்துக்களைப் பயன்படுத்தி

$$e = \gamma - T \frac{d\gamma}{dT}$$

என்னும் தொடர்பை நிலைநிறுத்த முடிகின்றது; இங்கு  $T$  தனியளவிடையில் வெப்பநிலையாகும். 40° ச. இல் நீருக்கு  $e$  யின் பெறுமானத்தைத் துணியும் பொருட்டு நடாத்தவேண்டிய பரிசோதனைகளை விவரித்து விளக்குக.

10-09. மெல்லிய வட்டமான றப்பர் வார் ஒன்று அதனது ஈர்க்கப்படாத நிலையில், ஆரை 3.8 சமீ. கொண்டதாய் இருக்கிறது. ஒரு சவர்க்காரப் படல மீது அதை வைத்து அவ்வளவையதுளவே இருக்கின்ற படலம் அழிக்கப்படுகிறது. வளையத்தின் புது ஆரை 3.9 சமீ. எனத் தெரியக்கிடக்கின்றது. வளையமானது ஓர் இடத்தில் வெட்ப்படுகிறது; அதன் இயல்பான



நீளத்தை 1 சமீ. ஆல் கூடச்செய்வதற்கு 0.28 கி. நிறையான ஒரு விசை தேவைப்படுகிறது. படலம் ஆக்கப்பட்ட சுவர்க்காரக் கரைசலின் பரப்பிழைவகைப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க.

[22.7 தைன். சமீ. -1.]

10.10. சீரான துளையுடைய நிலைக்குத்தான ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயில் பரப்பிழைவ 72 தைன். சமீ. -1 கொண்ட நீரானது 20 சமீ. உயரம் ஏறுகிறது. நீரிலிருந்து மேற்படிக் குழாயை வெளியே எடுத்து, அதை உலர்த்தி, அதன் மேல் முனை உருக்கி மூடப்படுகிறது. பின்பு 40 சமீ. முழு நீளமுடைய அககுழாயானது, அதன் கீழ் முனை நீர்ப் பரப்பொன்றை சரியாகத் தொடும் வண்ணம் நிலைக்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது. வளிமண்டலவழுக்கமானது 10 மீற்றர் உயரமான நிலைக்குத்தான நீர் நிரலொன்றாகிய அழுக்கதனுக்குச் சமன் எனின், எவவுயரத்திற்குக் குழாயில் நீர் ஏறும்?

[0.75 சமீ.]

10.11. ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழைவையைத் துணிவதற்கான மயிர்த்துளையேற்றமுறையின் அடிப்படையான கொள்கையைத் தருக.

இம்முறைக்கும் அதனது வெவ்வேறு திரிபுகளுக்குமுள்ள தொடர்பு நயங்களை ஆய்க. நீர்பருமியலுள்ளதும் எளிதில் ஆவியாகின்றதுமான சிற்றினவிலுள்ள ஒரு திரவத்திற்குப் பயன்படுத்தக் கூடிய ஒரு முறையை விவரித்துக் கூறுக.

10.12. பரப்புச் சக்தி, பரப்பிழைவ என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பை ஆய்க.

பரப்பிழைவ  $\gamma$  கொண்ட ஒரு சவாக்காரக் கரைசல், நீளம்  $l$  கொண்ட கிடையான கோலொன்றிற்கும் அக்கோலின் முனையொவ்வொன்றிலும் இணைக்கப்பட்டிருக்கிற நிறையற்ற, நீட்டமுடியாத ஓர் இழைத்துண்டிருக்கிடையே ஒரு படலத்தை ஆக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இழையின் மையப்புள்ளியில் நிறை  $W$  இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (a) இழையின் ஒவ்வோர் அரைவாசியும் வட்டவடிவமானது என்றும், (b) இழையில் இழைவ

$l\gamma$

கோசை  $\theta_1$  - சைன்  $\theta_1$

எபைதற்குச் சமன என்றும் நிறுவுக; இங்கு  $\theta_1$ , இழையின் முனையொவ்வொன்றிலும் இழைக்கு வரைநதுள்ள தொடலி கிடையுடன் ஆக்கும் கோணமும்,  $2\theta_1$  ஆனது  $W$  இணைக்கப்பட்டிருக்கும் புள்ளியில், இழையின் தொடலிகளுக்கிடையேயுள்ள கோணமும் ஆகும். [L. Sch. மாற்று.]

10.13. உள்ளாரை 1 சமீ. உம் சுவாதத்திப்பு 0.5 மிமீ. உம் கொண்ட ஒரு பொட்கண்ணாடியுருளை அதன் இரு முனைகளிலும் திறந்து இருக்கிறது; அதை ஒரு தராகின் புயமொன்றிலிருந்து நிலைக்குத்தாயத் தொங்கலிட்டுத் தராக் சமநிலையாகப்படுகிறது. ஒரு பாத்திரத்திலுள்ள திரவத்தின் பரப்பானது தொங்கிய கண்ணாடியுருளையின் ஓரத்தைச் சரியாகத் தொடுமாறு அப்பாததிரம் கொண்டுவரப்படுகிறது. நிகழும் தோற்றப்பாட்டை விளக்குக.

தராக் மீண்டும் சமநிலையை அடையுமவரை திரவங்கொண்ட பாத்திரமானது உயர்த்தப்படுகிறது. திரவத்தின் பரப்பிழைவ 30 தைன் சமீ. -1 எனவும், கண்ணாடியுடன் அதன் தொடுகை கோணம் பூச்சியம் எனவும், திரவத்தின் அடர்த்தி 1.02 கி. சமீ. -3 எனவும் தரப்பட்டிருந்தால் உருளையின் அமிழப்பாழத்தைக் கணிக்க.

[1.22 சமீ.]

10.14. நிலைக்குத்தான ஒரு குழாயின் முனையினின்று தொங்கும் ஒரு திரவத்துளையின் அலைவுக்காலம்  $T$  ஆனது ஆரை  $r$ , அடர்த்தி  $\rho$ , பரப்பிழைவ  $\gamma$  என்பவற்றில் மட்டுமே பொறுத்திருக்கிறது. இம்மாதிரிகளுக்கிடையேயுள்ள தொடர்பானது

$$T = \kappa \sqrt{\frac{\rho r^3}{\gamma}}$$

ஆக இருத்தல் வேண்டும் என நிறுவுக; இங்கு  $\kappa$  ஒரு மாறிலி.  $\left[ \text{ந. கு. } \kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \pi. \right]$

10-15. ஆரை 0-10 சமீ. கொண்ட ஒரு கோளக்குமிழி 10<sup>6</sup> தைன். சமீ. -<sup>3</sup> அமுக்கம் கொண்ட வளிமண்டலமொன்றில் ஊதப்படுகிறது. படலத்துத் திரவத்தின் பரப்பிழுவை 50 தைன். சமீ. -<sup>1</sup> ஆயின், குமிழியின் ஆரையை இரட்டிக்கும்பொருட்டு அதைச் சூழும் வளிமண்டலத்தின் அமுக்கத்தை எவ்வளவாக்கல் வேண்டும் || சமவெப்பச் சூழல் உளது எனவும், குமிழியுடே பரவல இல்லை எனவும் கொள்க. [1-24 x 10<sup>6</sup> தைன். சமீ. -<sup>2</sup>.]

10-16. இரு கிடையான தட்டைக் கண்ணாடித் தட்டுக்களிடையே இரண்டு கிராம் இரசத்தை வைத்து அவ்விரசமானது 7 சமீ. ஆரை கொண்ட வட்டத் தட்டாகும்வரை அக்கண்ணாடித் தட்டுக்கள் ஒன்றோடொன்று அழுத்தப்படுகின்றன. இரசத்தப்பானது சீரான தடிப்பு உடையது எனவும், இரசத்தின் பரப்பிழுவை 435 தைன். சமீ. -<sup>1</sup> எனவும், கண்ணாடியுடன அதன் தொடுகைக் கோணம் 140° எனவும், அதன் அடர்த்தி 13.6 கி.சமீ. -<sup>3</sup> எனவும் கொண்டு, மேல் தட்டுமிது இரசத்தால் ஆகும் உதைப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்க.

10-17. ஒவ்வொரு முறையின்போதும் அளக்கவேண்டிய கணியங்களைச் சுட்டிக்காட்டி, ஒரு திரவத்தின் பரப்பிழுவையை அளத்தலுக்கான மூன்று முறைகளைச் சுருக்கமாகக் கூறுக. இம்முறைகளுள் எது வெப்பநிலையுடன் பரப்பிழுவை மாறுதலின் ஆராய்ச்சிக்குச் சிறப்பாகத் தகுந்தது என நீர் கருதுகிறீரா அதனையே விபரித்துக் கூறுக.

10-18. எவ்வாறு ஒரு திரவத்தினுடாக வளிக் குமிழிகளைச் செலுத்தி அத்திரவத்தின் பரப்பிழுவையை அளக்கலாம் என்பதை விவரித்துக்கூறி விளக்குக. இம்முறையால் கிடைக்கின்ற பேரளவு மயிர்த்துளைக்குழாய் முறை தரும் பேற்றுடன் ஒத்திருக்கவேண்டுமா என்பதை ஆராய்க.

10-19. இரசத்திற்கு  $\gamma = 435$  தைன். சமீ. -<sup>1</sup>,  $\rho = 13.6$  கி. சமீ. -<sup>3</sup> எனக் கொண்டு, ஆரை 0.015 சமீ. || உடைய நிலைக்குத்தான கண்ணாடி மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் ஓய்வாயிருக்கக்கூடிய இரசநிரலின் உயர்வு நீளத்தைக் கணிக்க. இங்கு கண்ணாடியில் இரசத்தின் “முன்னேறும்”, “பின்வாங்கும்” தொடுகைக் கோணங்கள் முறையே 150° யும் 110° யும் ஆகும். [2-28 சமீ.]

10-20. மிகச்சிறிய துளிகள் கோளவடிவமுடையனவாய் இருக்கும்பொழுது பெரிய துளிகள் வழக்கமாக அவ்வாறு இன்றியிருப்பதற்குக் காரணம் யாது?

எவ்வாறு பெரிய கோளத் துளிகளைப் பெற்றுமிகின்றது?

ஆரை R சமீ ஐ உடைய நீராலான கோளமொன்று சமகனவளவுடைய 1,000 சிறு துளிகளாக விசிறப்படுகிறது. இதன்பொருட்டுத் தேவையான வேலையின் இழிவுப் பெறுமானத்திற்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. [36R<sup>3/2</sup> எக்.]

10-21. வளைவுற்ற திரவப்பரப்பு மூலகமொன்றிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அமுக்க வித்தியாசத்துக்கு பரப்பிழுவை, மூலகத்தின் தலைமை வளைவாரைகள் எப்பவை தொடர்பாக ஒரு கோவையை நிறுவுக. மேற்படி பேற்றைப் பயன்படுத்தி வட்ட வெட்டைய, ஒடுங்கிய, நிலைக்குத்தான குழாயில் மயிர்த்துளைப் பெயாசசி 7 ஐத் துணிக. குழாயின் அயிமத்தப்ப்பாத நீளமானது || ஐக் காட்டிலும் சிறிதாயின திரவம் ஏறுமபோது யாது நிகழும்?

10-22. (a) ஒரு கரைசலினது வெவ்வேறான செறிவுகளில் அதன் பரப்பிழுவைகளை ஒப்பிடத் தக்கமுறையொன்றையும், (b) திரவமொன்று சில துளியளவில் மட்டுமே கிடைக்கும் போது அத்திரவத்தின் பரப்பிழுவையைத் துணிவதற்கான முறையொன்றையும் விவரித்துக் கூறுக.

10-23. நீளம் 12 சமீ. உம், விட்டம் ஒரு முனையில் 0-12 சமீ. உம் மறுமுனையில் 0-04 சமீ. உம் உடைய கண்ணாடிக் கூம்புக் குழாயொன்று, அதன் அகன்றமுனை நீர்ப் பரப்பைச் சரியாகத் தொடும்வண்ணம் நிலைக்குத்தாக நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது; நீரின் பரப்பிழுவை 72 தைன். சமீ. -<sup>1</sup> ஆகும். குழாயில் எவ்வயரத்திற்கு நீர் ஏறும் ||

[2-82 சமீ.]

10-24. திரவப் பரப்புடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற கிடையான வட்டத் தட்டைப் பிரித்தெடுப்பதற்கு வேண்டிய இழுப்பை அளந்து அத்திரவத்தின் பரப்பிழுவையைத் துணிதலுக்கான பரிசோதனையொன்றை விவரித்துக்கூறி விளக்குக.

ஒவ்வொன்றும் 4 சமீ. விட்டம் கொண்ட இரு வட்டக் கண்ணாடித்தட்டுக்கள் 0.1 மிமீ. தடிப்பான ஒரு நீர்ப்படலத்தால் வெவ்வேறுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. நீரின் பரப்பிழுவையை 73 தைன். சமீ. -1 எனக் கொண்டு தட்டுக்களைப் பிரித்து வைத்ததற்குச் செங்குத்தாக உருற்றவேண்டிய இழுப்பை  $\phi$ . நிறையில் கணிக்க. கணிப்புமுறையை விளக்குக.

(G) [374 கி. நிறை.]

10-25. ஓர் உருளைக்குழாயிலிருந்து ஒரு திரவத்தாரை பாய்கிறது; குழாயின் குறுக்கு வெட்டானது சற்று நீள்வளைய வடிவமாகவே இருக்கிறது. பரப்பிழுவையின் விளைவாகத் தாரையானது வட்டவுருளை வடிவத்தைப் பற்றி அலைகிறது. அலைவுக்காலம்  $T$ , தாரையின் விட்டம்  $d$ , திரவத்தின் அடர்த்தி  $\rho$ , அதன் பரப்பிழுவை  $\gamma$  எனப்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பைக் காண்க.

$$[T = k \sqrt{\rho d^3 \gamma^{-1}}.]$$

10-26. ஈா ஊடகங்களுக்கிடையே, எடுத்துக்காட்டாக நீருக்கும் வளிக்கும இடையேயுள்ள பெருதுகத்தில், பரப்பிழுவை என்பதால் யாது அறியக் கிடைக்கிறது? அதன் பரிசோதனை முறை துணிதல் பற்றிச் சற்று விவரித்துக் கூறுக.

ஆழமான நீர்மீது ஈாப்பலைகளின் வேகமானது

$$v = \frac{\lambda g}{2\pi}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது. அலைகளின் வேகத்தில் பரப்பிழுவையால் ஆகும் விளைவையும் எடுத்துக் கொண்டால் இச்சூத்திரத்தில் பிரயோகிக்கவேண்டிய திருத்தத்தை ஆராய்க. (G)

10-27. சற்றுக் கூம்பான துளையுடைய நிலைக்குத்தான ஒரு கண்ணாடி மயிர்த்துளைக் குழாய், அடர்த்தி  $\rho$  வும், பரப்பிழுவை  $\gamma$  வும், கண்ணாடியுடன் பூசியத் தொடுகைக் கோணமும் உடைய திரவத்தில் அதன் உச்சி மேல்முக்கமாக இருக்குமாறு சரியாக அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது. குழாயிலிருந்து வளியை வெளியேற்றும் பொருட்டு உச்சியில் ஒரு சிறு துளையொன்று விடப்பட்டிருக்கிறது. குழாயின் உயரவுக் குறுக்குவெட்டான  $\alpha$  யும், அதன் நீளம்  $l$  உம் ஆயின் திரவமானது உயரம்

$$h = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - \frac{2\gamma l}{\rho \alpha}}$$

இனாடாக ஏறும் எனக் காட்டுக; இங்கு  $g$  புவிவீர்ப்புச் செறிவு ஆகும்.

10-28. வளிமீலே கிடையான பரப்பொன்றுமீது ஒரு பெரிய திரவத்துளி இருக்கிறது. துளியின் மேற்பரப்பின் மையத்தில் உற்பத்தியை எடுத்து, ஒரு நிலைக்குத்தான தளவெட்டு முகத்தில் எந்தப் புள்ளி  $P$  யிலும், நிலைக்கூறு  $\theta$  யும், தளமும் மேற்பரப்பும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் வளையியினது தொடலியின் சாயவு  $\phi$  யும்,

$$g \rho h^3 = 2\gamma (1 - \cos \phi)$$

என்னும் சமன்பாட்டால் தொடர்புபடுத்தப்படுகின்றன எனக் காட்டுக; இங்கு  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $\gamma$  அதன் பரப்பிழுவையும் ஆகும்.  $P$  யூடே செல்லுகின்ற கிடையான வெட்டில் வளைவு மிகச்சிறிது எனக் கொள்க. (S)

10-29. பெளதிக எடுத்துக்காட்டுக்களைத் தீர்க்குமுகமாகப் பரிமாணப் பகுப்பு முறையை விளக்குக. அதன் உபயோகங்களைப் பற்றியும் வரையறைகளைப் பற்றியும் எடுத்துக் கூறுக. எவ்வாறு ஒரு திரவத்துளியின் அலைவுக் காலமானது அவ்வெடுத்துக்காட்டுடன் தொடர்புள்ள மாநிலிகளில் தங்கியுள்ளது என்பதைக் காண்க

10-30. கண்ணாடிமீதுள்ள பெரிய அடியிலிணைந்த ஓர் இரசத்ததினக்கு, துளியின் மிக வயர்ந்த புள்ளியைக் குறித்தது அதன் மிக நீண்ட விட்டத்தின் ஆழமானது துளியின் உயர்வு உயரத்தின்  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  மடங்கு ஆகும் எனத் தெரியவந்தது. கண்ணாடியில் இரசத்தின் தொடுகைக் கோணம்  $\pi - \text{கோணை} - 1$  ( $\frac{1}{2}$ ) எனக் காட்டுக.

10-31. இரு திரவங்களின் தொடுகைப் பரப்பின் சமன்பாட்டை

$$\gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \rho g y = \text{மாநிலி}$$

என்னும் வடிவத்தில் மெல்லாம் எனக் காட்டுக; இங்கு  $\gamma$  ஏதேனுமொரு வசதியான மட்டத்திலிருந்து நிலைக்குத்தாக அளக்கப்படும் தூரமும்,  $R_1$ ,  $R_2$  என்பன பரப்பின் தலைமை வளைவாலைகளும்,  $\gamma$  பரப்பிழுவையும்,  $\rho$  இரு திரவங்களின் அடர்த்தி வித்தியாசமும் ஆகும். பரப்பானது கிடையான அச்சுடைய உருளையாய் இருக்குமிடத்து அச்சுக்குச் செங்குத்தான தளமொன்று அதை

$$2\gamma (1 - \text{கோணை } \phi) = \rho g y^2$$

என்னும் வளையியில் வெட்டுகிறது எனக் காட்டுக; இங்கு, உற்பத்தியானது தக்கவாறு எடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; மேலும்  $y$  கிடையுடன்  $y$  யிலுள்ள தொடலி ஆக்கும் சாய்வுக் கோணமாகும். தெளிவான ஒரு திரவத்தில், கிடையான ஒரு கண்ணாடித் தட்டின அடியில், வளிகுமிழியொன்று ஊதப்பட்டிருக்கின்றது. குமிழியை நோக்கி எவ்வாறு திரவத்தின் பரப்பிழுவையையும் கண்ணாடியில் அதன் தொடுகைக் கோணத்தையும் துணியமுடியும் என்பதை விளக்கி இம்முறை பற்றிய நயத்தையுங் கூறுக.

10-32. நிலைக்குத்தான ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயின் கீழ் முனையில் ஆரை  $\pi$  கொண்ட நீர்த்துளியொன்று ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. குழாயில் துளியின் மிகக்கீழ்ப் புள்ளியைக் குறித்து நீரின் உயரம்  $h_1$  ஆகும். மயிர்த்துளைக் குழாயிலுள்ள மட்டம் மாறாமல் இருக்குமாறு துளியும் குழாயின் கீழ் முனையும் ஒரு முகவையிலுள்ள நீரில் தக்க ஆழத்திற்கு அமிழ்த்தப்பட்டபோது அம்மட்டமானது முகவையிலிருந்து மட்டத்தைக் குறித்து உயரம்  $h_2$  இல இருந்தது. எனின்

$$2\gamma/g\rho = r(h_1 - h_2) - r^2/3$$

எனக் காட்டுக; இங்கு  $\gamma$ , நீரின் பரப்பிழுவையும்  $\rho$  அதன் அடர்த்தியும் ஆகும்.

திரவமொன்று ஒரு சில துளியளவிலே கிடைக்குமிடத்து அத்திரவத்தின் பரப்பிழுவையையும் துணிதலுக்குத் தக்க முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

10-33. திரவப் பரப்புக்கள மீது தியரிக்கமில்ம் போன்ற பொருள்கள் தின்மப் படலங்களை ஆக்கமுடியும் என்னும் கூற்றுக்குப் பரிசோதனைச் சான்று யாது?

எவ்வாறு இப்பரிசோதனைகள் படலத்து மூலக்கூற்றென்றின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பின் மதிப்பீட்டைத் தருகின்றன?

10-34. இரு கிடையான கண்ணாடித் தட்டுகளுக்கிடையே சிறிதளவு இரசம் இருக்கிறது. தட்டுக்களின் இடைத்தூரம் எங்கும் 0.1 மிமீ. உம், தட்டொவ்வொன்றிலும் இரசத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற பரப்பளவு 40 சமீ.<sup>2</sup> உம் ஆயின், மேற்றட்டுமீது எச்சமையானது இருத்தல் வேண்டும்? இரசத்தின் பரப்பிழுவை 430 தைன் சமீ.-1 எனவும், கண்ணாடியுடன் அதன் தொடுகைக் கோணம்  $135^\circ$  எனவும் எடுத்துக்கொள்ளலாம். [2-48 கிகி.]

500 சமீ.<sup>3</sup> கொள்ளளவுடைய சவர்க்காரக் குமிழியொன்றைச் சமவெப்பச் சூழலில் ஊதுதற்குச் செய்யவேண்டிய வேலையைக் கணிக்க; சவர்க்காரக் கரைசலின் பரப்பிழுவை 30 தைன் சமீ.-1 உம் பாரமானியுயரம் 76 சமீ. இரசமும் ஆகும். [1-83  $\times 10^6$  எக்கு.]

10-35. கண்ணாடிப் பாததிரமொன்று தட்டையான முடியுடையது. முடியின் அடியில் அதன் மையப்பகுதியில் பெரிய தட்டையான வளிகுமிழியொன்று இருக்க பாததிரமானது நீரால் நிரப்பப்படுகிறது. அதன் மையப்பகுதியிற் குமிழியின் ஆழம் 0.542 சமீ. எனத்

தெரிய வந்தது. கண்ணாடி முடியின் கீழ்ப் பரப்பிற்கு 0.152 சமீ. கீழே குமிழியின் மிகக் அகன்ற பாகம் இருந்தது. நீரின் பரப்பிழைவுகடும் கண்ணாடியுடன் அதன் தொலைக்க கோணத்துக்கும் பெறுமானங்கள் காண்க. [74.5 தைன். சமீ. -1, 5.1°.]

10.36. உள்ளாரை 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> உடைய சீரான மயிர்துளைக் குழாயொன்று நிலைக்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது; அடர்த்தி  $\rho$  உடைய திரவமொன்றைக் கொண்டிருக்கின்ற அகன்ற பாததிரமொன்று, அத்திரவத்தின் மேற்பரப்பானது குழாயின் கீழ் முனையைச் சரியாகத் தொடும்வரை மெதுவாக உயர்த்தப்படுகிறது. குழாயில் ஏறியுள்ள திரவநிரலின் உயரம்  $h$  ஆனதும் அது சமநிலையில் இருக்கிறது. சிறு திருத்தங்களைப் புறக்கணித்துத் தரப்பட்ட கணியங்கள்,  $\rho$  என்பன தொடர்பாக (a) மயிர்துளையேற்றத்தின்போது மயிர்த்துளை விசைகளாற் செய்யப்பட்ட வேலை, (b) ஏற்றத்தின் விளைவாக உண்டாகியுள்ள ஈர்ப்பு நிலைச் சக்தியுயர்வு என்பவற்றிற்குக் கோவைகள் பெறுக. இக்கோவைகள் ஏன் வேறுபடுகின்றன என்பதை விளக்குக. [(a)  $\pi^2 h^2 \rho$ , (b)  $\frac{1}{2} \pi^2 h^2 \rho$ .]

10.37. கிடையான தட்டொன்றுமீது திரவத்துளியொன்று அதை ஈரமாகக் காது, ஓயவாய் இருக்கிறது. துளியின் தரப்பட்ட இரு நேர்கோட்டுப் பரிமாணங்கள் எதுவாகிலும், எடுத்துக் காட்டாக அதன் மிகப்பெரிய கிடைக் குறுக்குவெட்டின் விட்டம், துளியின் மிகவுயர்ந்த புள்ளியைக் குறித்து அககுறுக்கு வெட்டின் ஆழம் எனப்பவற்றின் விகிதம் (p) ஆனது துளியின் கனவளவு (V), திரவத்தின் அடர்த்தி ( $\rho$ ), அதன் பரப்பிழைவு ( $\gamma$ ), புவிஈர்ப்பு ஆர்முடுகல் ( $g$ ) என்னும் நான்கு கணியங்களைப் பொறுத்துள்ளதாம்.

$$p = aV^w \rho^x \gamma^y g^n$$

ஆகக்; இங்கு  $a, w, x, y, n$  என்பவை மாறா எண்கள் ஆகும். பரிமாணப் பகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி  $n$  தொடர்பாக  $w, x, y$  என்பவற்றைக் காண்க.

வெவ்வேறான திரவங்கள் A, B என்பவற்றால் இரு துளிகள் ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றன; ஒவ்வொரு துளியும்  $\rho$  யின் அதே பெறுமானத்தைப் பெறும் வரை அவ்வவற்றின் வளவுகள் செப்பஞ்செய்யப்படுகின்றன. (இசைவான அலகுகளில் கூறப்பட்ட) கீழ்வருகின்ற தரவுகளைப் பயன்படுத்தி  $\gamma$  யின் பரப்பிழைவுக்குப் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்க.

திரவம்	துளியின் கனவளவு	அடர்த்தி	பரப்பிழைவு
A	6.75	0.99	72
B	1.55	0.88	—

ஒளியியற் படமெறிதலைப் பயன்படுத்தி  $\rho$  யின் பெறுமானங்களின் சமத்துவத்தைச் சோதிக்கலாம். இயலுமான செயன்முறையொன்றை எடுத்துரைக்க. [ஒளியியற்றெழுதியின் துட்ப  $n_1$  விவரங்கள் தேவைப்படா.] [n, n, -n, 24.0.]

10.38. பக்கமொன்றின் நீளம் 4.0 சமீ. உடைய சதுரம் ABCD என்பதன் வடிவமாகக் கம்பித் துண்டொன்று வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது. சதுரத்தின் பக்கம் AD யை அகற்றிக் கம்பியின் சுயாதீன இரு நுனிகளும்  $\pi$  ( $\pi + 1$ ) சமீ. நீளமுள்ள இலேசான வளையுந்தன்மையுடைய நீட்ட முடியாத இழையொன்றால் இணைக்கப்படுகின்றன. பின்பு கம்பிச் சட்டப்படலிற்கும் இழைக்குமிடையே சுவர்க்காரப் படலமொன்று ஆக்கப்படுகிறது. இழையின் வடிவத்தை விவரித்துக் கூறுக.

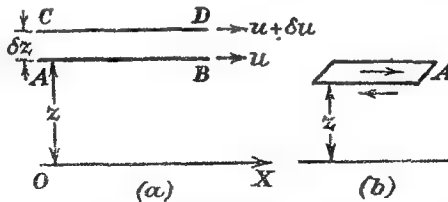
அடுத்து நேர்கோடு AD யின் மையத்தை நோக்கி, இழையானது அதன் மையப்புள்ளியில் தூரம் 2.0 சமீ. இழுக்கப்படுகிறது. சமவெப்பச் சூழலிலேயே படலத்தின் விரிவு நிகழுகின்றது எனவும், சுவர்க்காரக் கரைசலின் பரப்பிழைவு 40 தைன். சமீ. -1 எனவும் கொண்டு (a) படலத்தின் பரப்பளவுயர்வு, (b) படலத்தை ஈர்த்தலின்போது செய்யப்பட்ட வேலை, (c) அதன் புது நிலையில் படலத்தை நிலைநிறுத்துவதற்கான விசை என்பவற்றிற்குப் பெறுமானங்கள் கணிக்க. [(a) 6.3 சமீ.<sup>3</sup>, (b) 251 எக்கு, (c) 160 தைன்.

## அதிகாரம் XI

### பிசுபிசுப்பும் பாயிகளின் நியூற்றன பாய்ச்சலும்

**பிசுபிசுப்புக்கான பண்பறிதற் சோதனைகள்.**—கொள்பாத்திரமொன்றை அசைக்குமிடத்து அதில் இருக்கின்ற எண்ணெயில் உண்டாகும் கிளம்பலை நோக்குவதால் அனுபவமுள்ள தொழிலாளனொருவனால் இலேசான எண்ணெய்களைப் பாரமானவற்றிலிருந்தும், மெல்லிய எண்ணெய்களைத் தடிப்பானவற்றிலிருந்தும் வகைப்படுத்திக் கூறமுடியும். சோதிக்கப்படுகின்ற எண்ணெய்களின் தொடர்புபரத்தியைக் குறிக்கும் பொருட்டு இச்சொற்கள் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை; ஆனால் எந்திரங்களுக்கு எண்ணெய் இடுதலுக்கோ வேறு பிரயோகங்களிடத்து அவற்றின் பயன்படுந் தன்மையை ஓரளவிலேனும் காட்டுவதற்காகவோ அவை வழக்கில் உள. சிலவேளைகளில் எண்ணெயொன்று கண்ணாடித்தட்டொன்றுமீது வார்த்தப்பட்டபோது அது பாயும் முறையை நோக்கி அல்லது கலக்கியொன்றை அவ்வெண்ணெயிற் பயன்படுத்தாமிடத்து அது அனுபவிக்கும் தடையை உணர்ந்து, அதன் தகைமை பற்றி அனுபவமுள்ளவொருவர் மதிப்பிடமுடியும். இருந்தாலும் நியமமில்லா இம்முறைகளை விஞ்ஞான நோக்குடன் பார்க்கப் போனால் அவை திருப்தியளிக்கமாட்டா; ஏனெனில் பிரயோகிக்கப்படும் சோதனையில் எண்ணெயின் ஒன்றிற்கு மேலான பௌதிக இயல்புகள் தொழிற்படுகின்றன; எடுத்துக்காட்டாக பரப்பிழுவையையும் அடர்த்தியையும் கூறலாம்; இவை உண்மையில் சோதனையில் தொழிற்படுகின்றன. எனவே, தனிமுறையொன்றைத் திட்டமிடுமுன் திரவங்களில் அடுத்ததுள்ள அடுக்குகளுக்கிடையே தொடர்பியக்கம் நிகழுங்காலே அத்திரவங்களின் செயலாற்றலைப் பற்றிக் கருதுகோளொன்று இருத்தல் வேண்டும் என்பது தெளிவாயிற்று. இத்தகையவொரு கருதுகோளை முதலிற் சூத்திரித்தவர் நியூற்றன் ஆவார்.

**பிசுக்குப் பாய்ச்சல் பற்றி நியூற்றனின் கருதுகோள்.**—பிசுபிசுப்பளவை



படம் 11-01. நியூற்றனின் பிசுக்குப் பாய்ச்சல் விதி.

யியலின் முழுக் கொள்கையும் செய்முறையும் இக்கருதுகோளை அடிப்படையாகக் கொண்டுள்ளன. அது பின்வருமாறு: கொந்தளிப்பின்றித்

தளம் OX மீது பாயியொன்று அசைகிறது எனவும், தளத்துடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற பாயியானது ஓய்வு நிலையில் இருக்கிறது எனவும் கொள்க, படம் 11·01 (a). OX இலிருந்து முறையே தூரங்கள் ■ இலும்  $z + \delta z$  இலுமுள்ள தளங்கள் AB, CD என்பவற்றில் பாய்ச்சல் வேகங்கள் ■ வும்  $u + \delta u$  வும் ஆகுக. அப்பொழுது  $\frac{\partial u}{\partial z}$  என்பது தளம் AB யிலுள்ள புள்ளிகளுக்கான வேகப் படித்திறன் எனப்படும். [ $u$  ஆனது வேறு மாறிகளின் சார்பாகவும் இருந்தால் அப்பொழுது  $\frac{\partial u}{\partial z}$  என்பதால் வேகப் படித்திறன் குறிக்கப்படவேண்டும்.]

இனி நிலைத்த தளமொன்றிற்கு மேலே, உயரம்  $z$  என்பதிலே தள மேற்பரப்பொன்றைக் கருதுக, படம் 11·01 (b) யிற் காண்க. தளத்திற்கு மேலேயுள்ள பாயியானது தொடலி விசை F ஐ அத்தளமீது பிரயோகித்து அதை முன்னேக்கிச் செல்லுமாறு தூண்டுகிறது; தளத்திற்குக் கீழேயுள்ள பாயியானது, எதிர்த்திசையில் விசை F ஐ உஞ்றுகிறது. நியூற்றனின் கருதுகோளின்படி தளத்திற்குக் குறுக்கே யுள்ள தொடலித் தகைப்பானது அத்தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசையிலுள்ள வேகப் படித்திறனுக்கு விகிதசமமாகும்; அதாவது

$$\frac{F}{A} \propto \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{F}{A} = \eta \frac{\partial u}{\partial z};$$

இங்கு  $\eta$  ஒரு மாறிலி, அது பாயியின் பிசுபிசுப்புக் குணகம் எனப்படுகிறது.  $\eta$  வின் பரிமாணங்கள்  $[ML^{-1}T^{-1}]$  ஆகும்; எனவே ச.கி.செ. அலகுத்திட்டத்தில் அதற்குரிய அலகானது கி.சமீ.<sup>-1</sup> செக்.<sup>-1</sup> ஆகும்; புவாசேய் (Poiseuille) என்பவரை மரியாதை செய்யுமுகமாக அது சில வேளைகளில் போயிசு என அழைக்கப்படுகிறது. சதமப்போயிசு எனப்படும் பெற்ற அலகும் பெரிதும் வழக்கில் உளது.

$\frac{\eta}{\rho}$  என்பதைக் கணிதரும் எந்திரிகளும் பாயியொன்றின் இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்புக் குணகம் ( $\nu$ ) என அழைக்கின்றனர்; இங்கு  $\rho$  ஆனது பாயியின் அடர்த்தி ஆகும்.  $\nu$  இன் பரிமாணங்கள்  $[L^2T^{-1}]$  ஆகும்; இவற்றை எளிதில் ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளலாம்; ஏனெனில் பாயியொன்றின் இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்புக் குணகத்தை ஏக்கர்—ஆண்டு<sup>-1</sup> என எடுத்துரைக்கலாம்! இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்புக் குணகத்திற்கான அலகு ஸ்ரோக்ஸ் எனப்படும்.

ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் பாய்ச்சல் வேகம்  $u$  வின் சிறு பெறுமானங்களிடத்தில் மட்டுமே நியூற்றனின் கருதுகோளானது சரியென வற்புறுத்தல் வேண்டும்; மேலும் இக்கருதுகோளின் உண்மையை மெய்ப்பித்துக் காட்டுவதற்கு நேரடியான பரிசோதனை வழியில்லை; ஆனால் பல பாயிகளிடத்தில் அதிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற சமன்பாடுகள் பரிசோதனையால் உறுதிப்படுத்த

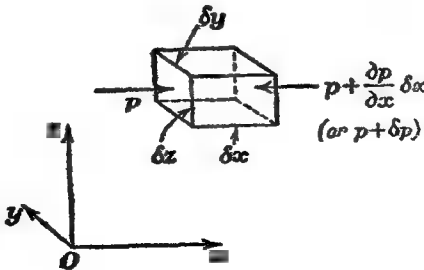
தப்பட்டிருக்கின்றன; எனவே அப்பொருள்களிடத்தில் நியூற்றனின் கருது கோள் பற்றி ஐயுறலாகாது. குழாயொன்றுடே பாயும் திரவமொன்றினது பாய்ச்சல் வேகத்திற்கான மேலெல்லையானது பின்னர் ஆராயப்படும்.

பாயியொன்றிலே அதனது அருவிக்கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமாக அமைந்திருக்கின்ற முகமொன்றுடைய செவ்வகக் கனவளவு மூலகமொன்று மீது பிசுபிசுப்பாலாகும் விசைகள்.—படம் 11-02 இல்,  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta z$  என்பது ஒரு செவ்வக மூலமாகு; திரவப் பாய்ச்சலானது  $x$  திசைக்குச் சமாந்தரமாக இருக்க. தளங்கள்  $x$ ,  $x + \delta x$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட மூலகத்தின் முனைகளிலுள்ள அழுக்கங்கள் முறையே  $p$  யும்  $p + \delta p$  யும் ஆகுக. மூலகத்தின் மேலான முகத்திலுள்ள புள்ளிகளிற் பாய்ச்சல் வேகம்  $u$  எனின், அப்பொழுது அம்முகமீது பிசுபிசுப்பாலாகும் தொடலி விசையானது  $\eta$  குறைகின்ற திசையில் தாக்கும்; அது  $\eta \frac{\partial u}{\partial z} \delta x \delta y$  என்பதால் தரப்படுகிறது. மேலான முகம்  $\delta x \delta y$  என்பதில் பிசுக்கு விசை  $\eta \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y$  ஆகும்; இது  $x$  இன் நேர்த்திசைவழியே தாக்குகிறது. மூலகத்தின் ' $\delta y \delta z$ ' முனைகளில் அழுக்கத்தால் ஆகின்ற விசைகள்  $p \delta y \delta z$  உம்  $(p + \delta p) \delta y \delta z$  உம் ஆகும்; இவ்விசைகளின் திசை முறையே  $x$  இன் நேர்த்திசையும் மறைத்திசையும் ஆகும். பாயிமூலகமானது  $x$  இன் திசையில் ஆர்ப்புகல் இன்றி அசைகிறபடியால் அத்திசையில் விசை பூச்சியமாய் இருத்தல் வேண்டும்; எனவே

$$\eta \frac{\partial}{\partial z} \left( u + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y - \eta \frac{\partial u}{\partial z} \delta x \delta y + p \delta y \delta z - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z = 0 ;$$

அதாவது

$$\eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$



படம் 11-02.  $\eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0$  என்னுஞ் சமன்பாடு.



பிசுக்குப் பாய்ச்சல் தொடர்பான விடயங்களின் ஆராய்ச்சியில் அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுகின்ற ஆய்வு முறையை எடுத்துக்காட்டவும், பாயிகளிடத்து முழு இயக்கமும் அழுக்கப் படித்திறன் இருக்கிறபடியாலேயே நிகழ்கின்ற படியால் ■ ஆனது  $x$  இன் ஏகபரிமாணச் சார்பாக ஒருபோதும் அமைய மாட்டாது என்பதை நிறுவவும் இச்சமன்பாடானது பெறப்பட்டுள்ளது. எனினில் அப்பொழுது  $\frac{\partial p}{\partial x}$  பூச்சியம் ஆகும்; எனவே குறிக்கப்பட்ட சூழலில் இயக்கம் எதுவும் நிகழமாட்டாது.

கிடைபான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றோடு நெருக்கருந் திரவமொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்சல்.—ஆரை  $\alpha$  யும் நீளம்  $l$  உம் உடைய கிடைபான செவ்வுருளைக் குழாயொன்றைக் கருதுக; குழாயின் முனைகளுக்கிடையே  $P$  என்னும் உறுதியான அழுக்க விததியாசத்தின் பிரயோகத்தால் நெருக்கருந் திரவமொன்று கொந்தளிப்பின்றிச் செலுத்தப்படுக.

- பாய்ச்சலானது எங்கும் குழாய்ச்சுக்குச் சமாந்தரம் எனவும்,
- ஒய்வு நிலையில் இருந்தபோது அளிக்கப்பட்ட ஆர்முடுகலினாலான தொடக்கக் குழப்பம் தணிக்கப்பட்டுப் பாய்ச்சலானது உறுதிநிலையை அடைந்திருக்கின்றது எனவும்,
- குழாயின் சுவருடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற திரவமானது ஓய்வாயிருக்கின்றது எனவும்,
- மிகச் சிறிய ஒரு கொய்விசைக்கு ஆளாகும்போதும் திரவம் பாய்கின்றது எனவும் கொள்ளப்படும்.

இவ்வெடுகோள்களின் பொருட்டுக் குழாய் வழியே அழுக்கப் படித்திறனைது மாறாது இருத்தல் வேண்டும். குழாயின் அச்சானது  $x$  அச்சாக எடுக்கப்படுக; அப்பொழுது குழாயின் முனைகள்  $x=0$  என்பதாலும்  $x=l$  என்பதாலும் வரையறுக்கப்படுகின்றன; அவ்விடங்களில் அழுக்கம் முறையே  $p_1$  உம்  $p_2$  உம் ஆகும்; இங்கு  $p_1 > p_2$ . அப்பொழுது  $p_1 - p_2 = P$ . அழுக்கப் படித்திறன் மாறாமல் இருக்கிறபடியால்

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \alpha \text{ என்க.}$$

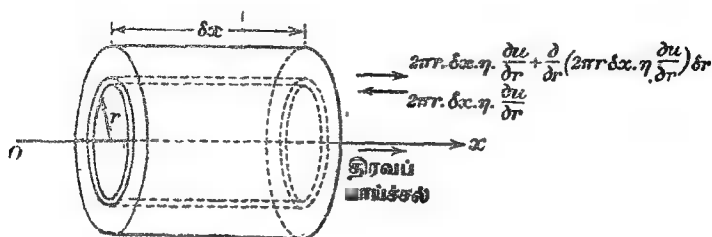
$$\therefore p = \alpha x + \beta;$$

இங்கு,  $\beta$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி. இனி  $x=0$  ஆனபோது  $p=p_1$ ; எனவே  $\beta=p_1$ ; மேலும்  $x=l$  ஆனபோது  $p=p_2$ ; எனவே  $p_2 = \alpha l + p_1$ . ஆகவே

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{p_1 - p_2}{l} = -\frac{P}{l}.$$

அடுத்து ஆரைகள்  $r$  உம்  $r+\delta r$  உம் உடைய குழாய்ச்சை அச்சாகக் கொண்ட குழாய்ச்சுக்குச் செங்குத்தானவையும் இடைத்தூரம்  $\delta x$

உடையவையுமான தளங்களால் முடிவுகட்டப்பட்ட, ஈர் உருளைகளுக்கிடையே உட்பட்டிருக்கின்ற சிறிதளவான திரவமீது தாக்குகின்ற விசைகளைக் கணிப்போம். மேலும் குழாயானது கிடையாயிருத்தல் வேண்டும்; அப்பொழுது புவியீர்ப்பானது திரவத்தின் பாய்ச்சலைப் பாதிக்க மாட்டாது.



படம் 11-03. கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயுடே நெருக்கருந் திரவ மொன்றின் பாய்ச்சல்.

உருளையான மூலகத்தைக் காட்டிலும் அச்சுக்கு அணித்தாயுள்ள திரவமானது அம்மூலகத்தின் உட்கங்கணப் பரப்பிமீது,  $x$  அச்சின் மறைத்திசையில்,  $2\pi r \delta x \eta \frac{\partial u}{\partial r}$  என்னும் விசையொன்றை உஞற்றுகிறது. கங்கண மூலகத்திற்குப் புறத்தேயுள்ள திரவமானது அம்மூலகத்தின் வெளிமேற்பரப்பிமீது, மேற்படிதிசைக்கு எதிரான திசையில்,

$$2\pi r \delta x \eta \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( 2\pi r \delta x \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) \delta r$$

என்னும் விசையொன்றை உஞற்றுகிறது. அன்றியும் மூலகமீது திரவத்துள் ஆற்றுகின்ற அழுக்கத்தால் உண்பாகின்ற விசைகள்,  $\blacksquare$  வளர் திசையில்  $[p, 2\pi r \delta r]$  உம்  $x$  தேய்திசையில்

$$\left[ 2\pi r \delta r \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right) \right]$$

உம் ஆகும். திரவமானது ஆர்முடுகலின்றி அசைகின்றபடியால் அதன் மீது தாக்குகின்ற முழு விசையும் பூச்சியமாகும்; அதாவது

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( 2\pi r \delta x \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) \delta r - 2\pi r \delta r \delta x \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

அதாவது

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

அல்லது

$$-\frac{P}{l} \frac{r}{\eta} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right).$$

இரு தொகையீடுகளுக்குப் பின்பு இது

$$u = -\frac{Pr^2}{4\eta l} + A \text{ இ. மட } r + B$$

ஆகின்றது ; இங்கு A யும் B யும் தொகையீட்டு மாறிலிகள் ஆகும்.  $r=0$  என்னுமிடத்து வேகமானது முடிவிலியாகாமையால்  $A=0$ .  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $u=0$  என்னும் நிபந்தனையானது

$$u = \frac{P}{4\eta l} (a^2 - r^2)$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டைத் தருகிறது.

இனி நேரவலகொன்றில் குழாயூடே பாயும் திரவத்தின் கனவளவு Q ஆனது

$$Q = \int_0^a u \cdot 2\pi r \, dr = \frac{2\pi P}{4\eta l} \int_0^a (a^2 - r^2) r \, dr = \frac{\pi a^4 P}{8\eta l} = \frac{\pi a^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}$$

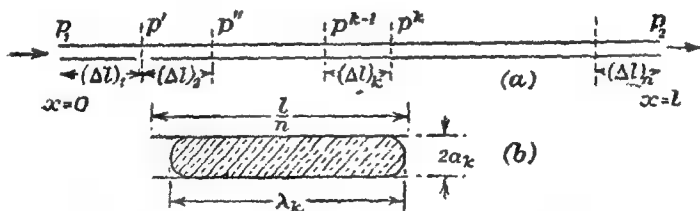
என்பதால் தரப்படுகிறது.

நேரம்  $t$  யில் குழாயூடே பாயும் கனவளவு  $V$  எனில்,

$$V = \frac{\pi a^4 (p_1 - p_2) t}{8\eta l}$$

எனப் பெறுவோம். இது புலாசேயின் சமன்பாடு எனப்படும்.

பிசிபிசுப்புமானியொன்றில் பயன்படுத்தும் நோக்குடன் குழாயொன்றின் அளவைதிருத்தல்பற்றிய குறிப்பு.—நீளம்  $l$  உம் தட்டையாக்கப்பட்ட முனைகளும் உடைய மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று  $n$  பாகங்களாகப் பிரிக் கப்பட்டிருக்கின்றது எனக் கருதுவோம் ;  $k$  ஆம் பாகத்தின் நீளம்



படம் 11-04 பிசிபிசுப்புமானியொன்றிற் பயன்படுத்துவதற்கென குழாயொன்றின் அளவை திருத்தல்.

$(\Delta l)_k$  ஆகுக, படம் 11-04 (a) யைப் பார்க்க. குழாயின் இப்பாகமானது படம் 11-04 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது ; அதன் சராசரிக் குறுக்கு வெட்டாரை  $a_k$  ஆகுக. மயிர்த்துளைக் குழாயின் உள்ளீட்டு வெளியீட்டு முனைகளிலுள்ள அழுக்கங்கள்  $p_1$  உம்  $p_2$  உம் ஆகுக ; அதே நேரம்

முதலாவது, இரண்டாவது முதலிய பாகங்களின் வெளியீட்டு முனைகளின் லுள்ள அமுகங்கன்  $p'$ ,  $p''$ ,... முதலியவை ஆகுக. எனவே நேரம்  $t$  யில், குழாயூடே பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவு  $V$  எனின்

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi a^4 (p_1 - p_2) t}{8 \eta l} \\ &= \frac{\pi a_1^4 (p_1 - p') t}{8 \eta (\Delta l)_1} = \frac{\pi a_2^4 (p' - p'') t}{8 \eta (\Delta l)_2} = \dots \\ &= \frac{\pi a_k^4 (p^{k-1} - p^k) t}{8 \eta (\Delta l)_k} = \dots \quad n \text{ உறுப்புக்கள் வரை,} \end{aligned}$$

இங்கு  $a$  என்பது குழாயின் பலித ஆரை ஆகும்.

$$\begin{aligned} \therefore V &= \frac{\pi t}{8 \eta} \frac{p_1 - p'}{a_1^4} = \frac{\pi t}{8 \eta} \frac{p' - p''}{a_2^4} = \dots \\ &= \frac{\pi t}{8 \eta} \frac{(p^{k-1} - p^k)}{a_k^4} = \dots \quad n \text{ உறுப்புக்கள் வரை,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore V &= \frac{\pi t}{8 \eta} \frac{p_1 - p' + p' - p'' + \dots + p^{k-1} - p^k + \dots}{\sum_{k=1}^n \frac{(\Delta l)_k}{a_k^4}} \quad n \text{ உறுப்புக்கள் வரை} \\ &= \frac{\pi t}{8 \eta} \cdot \frac{(p_1 - p_2)}{\sum_{k=1}^n \frac{(\Delta l)_k}{a_k^4}}. \end{aligned}$$

குழாயின் குறுக்குவெட்டானது சீராகவில்லாதபோது எதற்காக  $\sum \frac{(\Delta l)_k}{a_k^4}$  என்னும் கோவையைக் கருதுதல் வேண்டும் என்பதை இது விளக்கிக் காட்டுகிறது.

அளவை திருத்தலையிட்டு மயிர்த்துளைக் குழாயூடே குரோமிக்கமில்த்தை யும், அடுத்து வடிகட்டிப் பம்பியொன்றால் நீரையும் இழுத்து அது சுத்தஞ் செய்யப்படுகிறது. பம்பியின் செயலாற்றல் ஒழியாது இருப்பதற்கு மயிர்த்துளைக் குழாயின் முனையொன்றைத் துப்புரவாக்குகின்ற கரைசலில் அமிழ்த்தி அதை அடுத்த கணத்தில் வெளியே எடுத்துக் கொள்வது புத்தியாம். இச்செயன்முறை மீண்டும் மீண்டும் விரைவாகச் செய்யப் படுகிறது ; எனவே குழாயூடே செல்லுகின்ற திரவச் சிறுநிரல் ஒவ்வொன்றையும் வளிக் குமிழியொன்று பின்தொடரும். அடுத்து மயிர்த்துளைக் குழாயுடன் நொய்யால் அடர்த்தியாக நிரப்பப்பட்ட குழாயொன்றைத் தொடுத்து, இளஞ்சூடான உலர் வளி இழுக்கப்படுகின்றது. பின்பு மீற்றரளவிடையொன்றுமீது குழாயானது கிடையாகக் கட்டப்படுகிறது.

நீளம்  $l$  ஆனது  $n$  சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்க. அதன் நீளமானது  $\frac{l}{n}$  இற்குச் சற்றுக் குறைவாயிருக்கிற இரசச் சிறு நிரலொன்றை மயிர்த்துளைக் குழாயின் புகுத்தி, ஒன்றன்பின் ஒன்றாக  $n$  பாகங்களையும் கொண்டிருக்குமாறு அது செலுத்தப்படுகிறது. ஒவ்வொரு நிலையிலும் சிறுநிரலின் வளைந்த முனைகளுக்கிடையேயுள்ள தூரமானது அளக்கப் படுகிறது. குழாயின்  $k$  ஆம் பாகத்தில் சிறுநிரல் இருக்கும்பொழுது இத்தூரம்  $\lambda_k$  ஆகுக. அப்பொழுது குழாயானது நியாயமானவளவில் சீராக இருக்குமாயின்,  $n$  பாகங்களுள் எதைக் கருதினாலும் அது வழியே ஆரை மாறாமல் இருக்கின்றது எனக் கொள்ளலாம் ;  $k$  ஆம் பாகத்தில் அது  $a_k$  ஆகுக. அளவை திருத்தம் செய்யும்போதுள்ள வெப்பநிலையில் இரசத்தின் அடர்த்தி  $\rho$  எனின்

$$\pi \rho a_k^2 \lambda_k = C$$

ஆகும் ; இங்கு  $C$  ஆனது முழுக் குழாய்க்கும் அதே மாறிலி ஆகும் ; அது கிட்டத்தட்ட இரசச் சிறுநிரலின் திணிவு ஆகும். இவ்வாறு

$$\Sigma (a_k)^2 = \frac{C}{\pi \rho} \Sigma \left( \frac{1}{\lambda_k} \right).$$

குழாயின் நீளம்  $l$  ஐ நிரப்புவதற்குத் தேவையான இரசத்தின் திணிவு  $M$  எனின்,

$$M = \pi \rho l \bar{a}^2 ;$$

இங்கு  $\bar{a}^2$  ஆனது வெவ்வேறான பாகங்களுக்கு ஒத்த ஆரைகளுடைய வர்க்கங்களின் சராசரிப் பெறுமானம் ஆகும். [வழக்கில் நீளம்  $l_0$  ( $l_0 \neq l$ ) என்பதை நிரப்பும் இரசத்தின் திணிவு  $M_0$  ஐக் கண்டு தனி விசுத சமத்தால்  $M$  ஐக் காண்பது வசதிமிக்கதாகும்.]

ஆனால்

$$\bar{a}^2 = \frac{1}{l} \left[ \Sigma (a_k)^2 \frac{l}{n} \right].$$

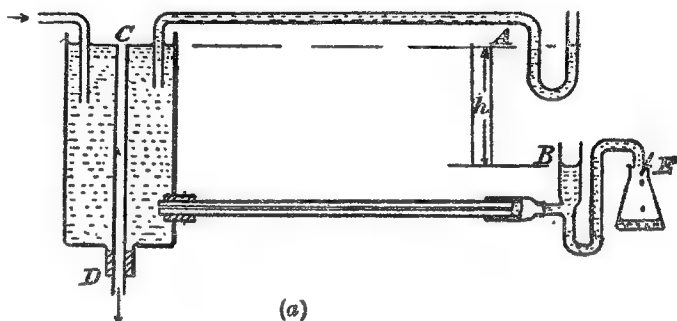
$$\therefore M = \pi \rho \Sigma (a_k)^2 \frac{l}{n} = C \cdot \frac{l}{n} \Sigma \left( \frac{1}{\lambda_k} \right).$$

$$\therefore \frac{1}{C} = \frac{l}{nM} \Sigma \left( \frac{1}{\lambda_k} \right).$$

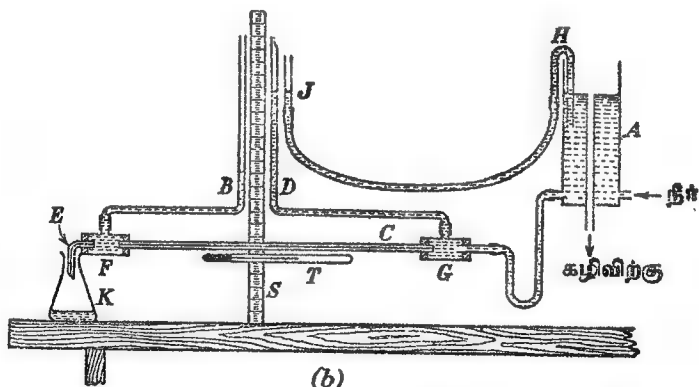
மயிர்த்துளைக் குழாயினது ஆரையின் பலிதப் பெறுமானம்  $a_0$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$\begin{aligned} \frac{l}{a_0^4} &= \Sigma \left( \frac{1}{a_k^4} \right) \frac{l}{n} = \frac{\pi^2 \rho^2}{C^2} \Sigma (\lambda_k)^2 \left( \frac{l}{n} \right) \\ &= \pi^2 \rho^2 \frac{l^3}{n^2 M^2} \left[ \Sigma \left( \frac{1}{\lambda_k} \right) \right]^2 \Sigma (\lambda_k)^2. \end{aligned}$$

ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.—ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் குழாய் நீரின் பிசு பிசுப்பைத் துணியும் பொருட்டுப் படம் 11-05 (a) யிற் காட்டியுள்ள ஆய்கருவியைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். அது மிகைப்பாய்ச்சற் குழாய் CD யுடன் கூடிய உயரமான உலோகவுருளையொன்றுலானது.



(a)



(b)

படம் 11-05. பரிசோதனைமுறைப்படி குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதல்.

வழக்கமான முறைகளால் நெய்ச்சாயை நீக்கப்பட்ட நீளம்  $l$  உம் சராசரிக் குறுக்குவெட்டாரை  $a$  யும் உடைய, மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று கிடை யான நிலையில் வைக்கப்பட்டு உருளையுடன் தொடுக்கப்படுகிறது. காட்டியுள்ள உள்வீட்டுக் குழாய்மார்க்கமாக நீரானது உருளையிற் புகுகிறது; மிகையாக இருந்தால் அது CD வழியே அப்புறப்படுத்தப்படுகிறது. மயிர்த்துளைக் குழாயின் வெளியீட்டு முளையுடன், காட்டியுள்ளவாறு வளைக்கப்பட்ட

கண்ணாடிக் குழாயொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. மயிர்த்துளைக் குழாயின் முனைகளுக்கிடையேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசமானது B யிலும் C யிலுமுள்ள நீர்மட்டங்களுக்கிடையேயுள்ள நிலைக்குத்துத் தூரத்திற்கு விகிதசமமாகும். மிமீ. இற் கோடிட்ட அளவிடையொன்றையும் நீரால் நிரப்பப்பட்டதும் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கப்பட்டதுமான U குழாயொன்றையும் பயன்படுத்தி இத்தூரம் துணியப்படுகிறது; இங்கு A யிலும் C யிலும் உள்ள மட்டங்கள் அதுவேயாம். மயிர்த்துளைக் குழாய் வழியே நீர் செல்லுங்கால், E யினின்று துளியொவ்வொன்றும் பிரியும்பொழுது E யிலுள்ள நீர்மட்டம் மாறுகின்றது; இது நீர்த்துளிகள் வடிவ மாற்றமுறுங்கால் E யில் உண்டாகின்ற அழுக்க மாற்றங்களாலாகின்ற விளைவாம். வெளியீட்டுக் குழாயின் முனை E யைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாறு துப்புரவான கண்ணாடிக் கோலொன்றை வைத்தால் இக்குழப்பத்தைத் தவிர்க்கலாம். அப்பொழுது நீர் குழாயினின்று சொட்டுச் சொட்டாகப் பிரியும்; அத்துடன் B யிலுள்ள மட்டம் மாறுது இருக்கும்.

படம் 11-05 (b) யில் ஆய்கருவியின் மாற்றுவடிவமொன்று காட்டப் பட்டிருக்கிறது. C ஆனது விட்டம் கிட்டத்தட்ட 0.1 சமீ. உம், நீளம் ஒரு மீற்றரும் உடைய மயிர்த்துளைக் குழாயாகும். வழக்கம்போல் அதைத் துப்புரவாக்கி அதன் முனையொவ்வொன்றிலும் றப்பா அடைப்பாடு என்று பொருத்தப்படுகிறது. F உம் G யும் இரு அகன்ற பித்தளைக் குழாய்கள் ஆகும்; அவற்றுள் ஒன்று நீர்த் தாங்கியுடன் மயிர்த்துளைக் குழாயைத் தொடுப்பதற்குப் பயன்படுகிறது; மற்றதுடன், காட்டியுள்ளவாறு, மிகவும் ஒடுங்கிய மயிர்த்துளைக் குழாய் E பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அதனின்றும் திரவம் வரையறுத்த துளிகளாகப் பிரியும் வண்ணம் E யின் முனையானது சாய்வாய் வெட்டப்பட்டிருக்கிறது. F உம் G யும் இரு இறுக்கிகளாற் காவப்படுகின்றன; C கிடையாய் இருக்குமாறு இவை செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றன. ஆய்கருவித் தொகுதியிலிருந்து நீர் உறுதியாகப் பாயும்பொழுது, குழாய் C வழியேயுள்ள அழுக்க இறக்கத்தை அளக்கும்பொருட்டுப் படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு கண்ணாடிக் குழாய்கள் B யும் D யும் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. குழாய் E யைப் பயன்படுத்தாத விடத்து நீர் ஒருபோதும் B யிலே சேரமாட்டாது. தொகுதியில் மாறு நீர் அழுக்கத்தை நிலைநிறுத்தும் பொருட்டு நீர் வழங்கியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற நீர்த் தாங்கி A யுடன் மிகைப்பாய்ச்சற் குழாயொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; தாங்கியை உயர்த்தி அல்லது தாழ்த்தி நீர் அழுக்கத்தின் பெறுமானம் செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது.

தொடுக்குங் குழாய்களில் வளிக் குமிழிகள் இருக்கின்றனவோ என்பதைச் சோதிக்கும் பொருட்டு, குழாய் E யை மூடி, B யில் நீர் ஏறும்படி விடப்படுகிறது; குமிழிகள் அகற்றப்படாமல் இருந்தால் பாய்ச்சலின் உறுதி நிலை பாதிக்கப்படும். தாங்கி A யிலுள்ள நீர்மட்டத்தைக் குழாய் J இல் மீட்கவும், அதை B யிலும் D யிலுமுள்ள மட்டங்களுடன் ஒப்பிடவும்,

நீரால் நிரப்பியுள்ள நீரிறக்கிக்குழாய் HJ இன் முனையொன்று தாங்கியில் இருக்கிறது. மட்ட வித்தியாசம் ஏதேனும் உளதாயின் அது வளிக் குமிழிகள் உள எனக் காட்டும்; பரிசோதனையைத் தொடர்ந்து நடத்து முன் குழாய்களைச் சாய்த்து அவற்றை அப்புறப்படுத்தல் வேண்டும்.

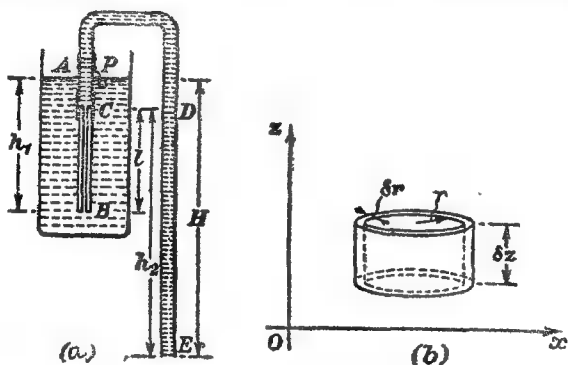
பிசுபிசுப்புமானியில் உறுதிநிலையுடைய என்பதை நிச்சயப்படுத்தும் பொருட்டு முதன்முதலாக மயிர்த்துளைக் குழாயின் முனைகளுக்கிடையே யுள்ள அழுக்க வித்தியாசம் குறைந்தபட்சத்தில் 20 சமீ. நீராக இருக்குமாறு செப்பஞ்செய்து, பத்து நிமிடத்தில் வெளியேறும் நீரைச் சேர்த்து அதை நிறுத்து நேரவலகொன்றில் வெளியேறும் நீரின் திணிவு துணியப்படு கிறது; இது மீண்டுஞ் செய்யப்படுகிறது; பேறுகள் இசையுமாயின் பிசு பிசுப்புமானியில் வளிக் குமிழிகளில்லை என நாம் எதிர்பார்க்கலாம். இதை நன்கு உறுதிப்படுத்தும் பொருட்டு, அழுக்கவுயரத்தைக் கிட்டத்தட்ட 5 சமீ. நீர் அளவிற்குக் குறைத்து, நேரவலகொன்றில் வெளியேறும் திரவத்தின் திணிவு காணப்படுகிறது. அடுத்து அழுக்கவுயரத்தைக் குறித்து பாய்ச்சல் வீதத்தின் இரு பெறுமானங்களும் குறிக்கப்படுகின்றன; நீருக்கு அளிக்கப்பட்ட சக்தியானது புறக்கணிக்கத்தக்க அளவில் இருக்குமாறு மயிர்த்துளைக் குழாயில் நீர் மெதுவாகப் பாயுமிடத்து, அப்பெறுமானங்கள் உற்பத்தி ஊடே செல்லும் நேர்கோடொன்றிற் கிடக்குமாயின், ஆய் கருவித் தொகுதியில் வளிக் குமிழிகள் கண்டிப்பாய் இருக்கமாட்டா என முடிவு செய்யலாம். அடுத்து வெவ்வேறான அழுக்கவுயரங்களுக்கான பாய்ச்சல் வீதங்களைத் துணிக்; வரைபில் அவ்வாசிப்புகளைக் குறிக்க; அதிலிருந்து அலகு அழுக்கவுயரமொன்றிற்கான பாய்ச்சல் வீதத்தின் சராசரிப் பெறுமானத்தைப் பெறுக; கடைசியாகப் பிசுபிசுப்புமானியின் வெப்பநிலையில் குழாய் நீரின் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக.

மேற்படி இரு முறைகளுள் ஏதேனுமொன்றில், பக்கம் 624 இற் கூறியுள்ளவாறு மயிர்த்துளைக் குழாய்க்கு அளவுகோடு திருத்தஞ் செய்யப் படாமல் இருந்தால், குழாயின் சராசரி ஆரையைக் கூடிய திருத்தத்துடன் துணிதல் வேண்டும்; ஏனெனில் கணிப்பில் ஆரையின் நான்காம் வலு வருகின்றமையால் எனத் தெனிக. குழாய் உலர்த்தப்பட்டுத் துப்புரவாக்கப் படுதல் வேண்டும்; அதைக் கிட்டத்தட்ட முற்றிலும் நிரப்பும் வண்ணம் தூய இரசம் போதிய அளவில் புகுத்தப்படுதல் வேண்டும். இரச நிரலின் நீளத்தை அளந்தபின் அவ்விரசம் தெரிந்த திணிவுடைய நிறுவைப் போத்தல் ஒன்றில் புகுத்தப்படுகிறது; இதைப் பன்முறை மீண்டும் மீண்டுஞ் செய்து, எல்லா இரசநிரல்களினதும் மொத்த நீளம், மொத்தத் திணிவு என்பவற்றிலிருந்து குழாயின் சராசரி ஆரை பெறப்படுகிறது.

ஒரு திரவத்தின் வெப்பநிலையுடன் அல்லது ஒரு கரைசலின் செறிவுடன் பிசுபிசுப்பு மாறும் விதம்பற்றி ஆராய்தற்கான ஒஸ்பேன் றெனல்கின் முறை.—ஆரம்ப ஆய்கருவியானது 1886 இல் திட்டமிடப்பட்டது;



“மிதமான எல்லா வெப்பநிலைகளிலும் நீருக்கு  $\eta$  இன் பெறுமானம் தெரிந்திருக்கிறபடியால், எண்ணெய்க்குப் பெறுமானம் காணுமிடத்து, அதே தவாளிப்பு வழியே, அதே கனவளவு எண்ணெயும் நீரும் செல்லுதலுக்கான தொடர்பு நேரங்களை மட்டுமே துணிதல் வேண்டும்; இங்கு சுரியல் ஓட்டங்கள் உண்டாகாதவாறும், அழுக்கவுயர நடத்துடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் இயக்கத்தின் சக்தி சிறிதாய் இருக்குமாறும், தவாளிப்பின் அமைப்புமீது கவனஞ் செலுத்துதல் வேண்டும்” என றெனல்ஸ் இவ்வாய் கருவி பற்றிக் குறித்துள்ளார். இதன்பொருட்டு அல்லது திரவமொன்றினது பிசுபிசுப்பின் தனி நிர்ணயத்தின் பொருட்டு, ஆய்கருவியானது வழக்கமாகச் சிறு மயிர்த்துளைக் குழாய்த்துண்டு BC யுடன் றப்பர்க் குழாயால் தொடுக்கப்பட்டுள்ள கண்ணாடியாலானதொரு நீரிறக்கியாகும், படம் 11.06 (a). தக்க பாத்திரமொன்றில் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற



படம் 11.06. பிசுபிசுப்பு அளத்தலுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் ஒஸ்பேன் றெனல்சின் ஆய்கருவி பற்றிய கொள்கை.

சோதனைக்கான திரவத்தில் மயிர்த்துளைக் குழாயானது முற்றிலும் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கிறது; குழாய் BC ஆனது நிலைக்குத்தாகவும் கண்ணாடி—றப்பர் மூட்டுக்கள் நீர் கசியாதவண்ணமும் இருத்தல் வேண்டும். (ஒப்பீட்டு அளவீடுகள் மட்டுமே தேவைப்படின, கண்ணாடிக் குழாய்களை உருக்கிப் பொருத்தி அமைக்கலாம்; அவ்வாறு செய்தால் பிசுபிசுப்பின் தனி நிர்ணயத்தில் மயிர்த்துளைக் குழாயின் தேவைப்படுகின்ற பயன்படு நீளத்தைத் துணிதல் கடினமிக்கது; ஆனால் சுரியல் ஓட்டங்கள் குறைவாகவே உண்டாகக்கூடும்.) P ஆனது காட்டியுள்ளவாறு வளைக்கப்பட்ட கண்ணாடியாலான ஓர் ஊசியாகும்; அது ஊசி முனையுடன் பொருந்தியிருக்குமாறு முகவையிலுள்ள நீரின் மட்டம் A ஆனது செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது. நீர் மட்டத்தில் தெறிப்பால் உண்டாகும் அதன் விம்பத்துடன் ஊசிமுனை பொருந்துமாறு எளிதிற் செப்பஞ்செய்ய முடிகிறது; ஊசியை இவ்வாறு பயன்படுத்துவது இம்முறையின் நயமாகும். சோதனைக்

கான திரவத்தால் நீரிற்செய்ய நிரப்பிக் குறிப்பிட்ட நேரமொன்றில் வெளியேறும் திரவத்தின் திணிவு துணியப்படுகிறது. பரிசோதனையின் போதுள்ள வெப்பநிலையில், திரவத்தின் பிசுபிசுப்புக் குணகம்  $\eta$  ஐ, நாம் நிலைநிறுத்தப் போகின்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இப்பேறுகளிலிருந்தும் ஆய்கருவியின் பரிமாணங்களிலிருந்தும் கணிக்கலாம்.

வளிமண்டல அழுக்கம்  $P_0$  ஆகுக. அப்பொழுது B யிலுள்ள அழுக்கம்  $P_0 + g\rho h_1$  ஆகும்; இங்கு  $h_1 = AB$  யும்,  $g$  புவிவீர்ப்புச் செறிவும்,  $\rho$  பரிசோதனையின்போதுள்ள வெப்பநிலையில் திரவத்தின் அடர்த்தியும் ஆகும். E யில் அழுக்கம்  $P_0$  ஆகும்; D யிலுள்ளது = C யிலுள்ளது =  $P_0 - g\rho h_2$ ; இங்கு  $h_2 = DE$ .

$$\therefore P_B - P_C = g\rho(h_1 + h_2).$$

B யிலிருந்து மயிர்த்துளைக் குழாயின் புள்ளியொன்றின் தூரம்  $z$  ஆகுக; இங்கு  $z$  இன் நேர்த்திசை மேல்முகமானது. பிசுக்குப் பாய்ச்சலுக்கான வழக்கமான நிபந்தனைகள் நிறைவேற்றப்பட்டிருக்குமா னால் குழாய் வழியே அழுக்கப் படித்திறன் மாறாது இருக்கும். எனவே

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \alpha \text{ அல்லது } p = \alpha z + \beta;$$

இங்கு  $\alpha$  வும்  $\beta$  வும் முனைநிபந்தனைகளிலிருந்து துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகள் ஆகும். மயிர்த்துளைக் குழாயின் நீளம்  $l$  ஆகுக. அப்பொழுது  $z = 0$  இல்  $p = P_0 + g\rho h_1$ ; எனவே

$$\beta = P_0 + g\rho h_1;$$

மேலும்,  $z = l$  இல்,  $p = P_0 - g\rho h_2$ ;

$$\text{எனவே} \quad \alpha = -\frac{g\rho(h_1 + h_2)}{l}.$$

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho \frac{(h_1 + h_2)}{l}.$$

இச்சமன்பாடானது அழுக்கப் படித்திறனின் குறியையும் பருமனையும் நிர்ணயிக்கிறது. குழாயூடே திரவத்தின் பாய்ச்சல் வீதத்தைக் கணிக்கும் பொருட்டு, உள்ளாரை  $r$  உம் வெளியாரை  $(r + \delta r)$  உம், நீளம்  $\delta z$  உம் உடைய சிறு உருளை மூலகமொன்றைக் கருதுக, படம் 11.06(b) யைப் பார்க்க. அம்மூலகத்தின் கீழான முனையில் அழுக்கம்  $p$  ஆகுக. அப்பொழுது மூலகத்தின் கீழான தட்டை முகத்தில் திரவவழுக்கத்தால் ஆகும் விசை

$$2\pi r \delta r \cdot p$$

யாகும்; அது மேல்முகமாகத் தாக்குகிறது. மேலான தட்டை முகமீது விசை

$$2\pi r \delta r \left[ p + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \right]$$

ஆகும்; அது கீழ்முகமாகத் தாக்குகிறது. எனவே  $z$  வளர்திசையில் அமுக்கத்தால் ஆகின்ற விளையுள் விசையானது

$$-2\pi r \frac{\partial p}{\partial z} \delta r \delta z$$

ஆகும்.

உருளையான மூலகத்தின் நிறை  $2\pi r \rho g \delta r \delta z$  ஆகும்; அது நிலைக்குத் துக் கீழ்முகமாகத் தாக்குகிறது.

மூலகத்தின் அச்சிலிருந்து  $r$ ,  $(r + \delta r)$  என்னும் தூரங்களிலுள்ள புள்ளிகளில் பாய்ச்சல் வேகங்கள் முறையே  $u$  வும்  $(u + \delta u)$  வும் எனின் அப்பொழுது வளைவுற்ற உள்ளான பரப்புமீது பிசுபிசுப்பு காரணமாகத் தாக்குகின்ற விசை

$$2\pi r \delta z \eta \frac{\partial u}{\partial r} = 2\pi \eta \delta z r \frac{\partial u}{\partial r}$$

எனப் பிசுபிசுப்புப் பற்றிய நியூற்றனினை வரைவிலக்கணத்தினின்றும் பெறுகிறோம்; இவ்விசை கீழ்முகமாகத் தாக்குகிறது. [இங்கு வற்புறுத்திக் கூறவேண்டிய செய்தி யாதெனில்,  $\frac{\partial u}{\partial r}$  என்பது மறையாதலின், வளைவுற்ற

உட் பரப்புமீதுள்ள விசையானது உண்மையில் மேல்முகமாகவே தாக்குகிறபோதிலும், நடைமுறை வழக்கு, நுண்கணித முறைகள் என்பவற்றைக் கைவிடலாகாது; எனவே விசைக்கான மேற்படிக்கோவையில் சயக் குறியைப் புகுத்தலாகாது.] மூலகத்தின் வளைவுற்ற வெளிப் பரப்புமீது பிசுபிசுப்பால் ஆகும் விசையானது

$$2\pi \eta \delta z \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \delta r \right] \text{ ஆகும்;}$$

இது மேல்முகமாகத் தாக்குகிறது. திரவமானது ஆர்முடுகலின்றி அசைகிற படியால்

$$2\pi r \cdot \delta r \cdot \delta z \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + 2\pi r \cdot \delta r \cdot \delta z \cdot \rho g - 2\pi \eta \cdot \delta z \cdot \delta r \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = 0;$$

$$\text{அதாவது,} \quad \eta \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = r \rho g + r \frac{\partial p}{\partial z} = r \left( \rho g + \frac{\partial p}{\partial z} \right).$$

$\frac{\partial p}{\partial z}$  என்பது  $r$  ஐச் சாராமல் இருக்கிறபடியால், தொகையிட்டு

$$\eta \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} \right] = \frac{r^2}{2} \left[ \rho g + \frac{\partial p}{\partial z} \right] + A$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $A$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.

$$\therefore \eta \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{r}{2} \left[ \rho g + \frac{\partial p}{\partial z} \right] + \frac{A}{r}.$$

மீண்டும் தொகையிட்டு

$$\eta u = \frac{1}{2} r^2 \left( g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} \right) + A \text{ இ.ம } r + B$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு B இன்னுமொரு தொகையீட்டு மாறிலி. இனி  $r=0$  ஆகுமிடத்து  $u$  ஆனது முடிவுள்ளதாதலாலும்,  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $u=0$  ஆதலாலும்,  $A=0$  ஆகும்.

$$\therefore B = -\frac{a^2}{4} \left( g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} \right);$$

$$\therefore u = -\frac{1}{4\eta} \left( g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} \right) (a^2 - r^2).$$

செக்கனென்றிற் பாயும் திரவத்தின் கனவளவு  $Q$  ஆகுக. அப்பொழுது

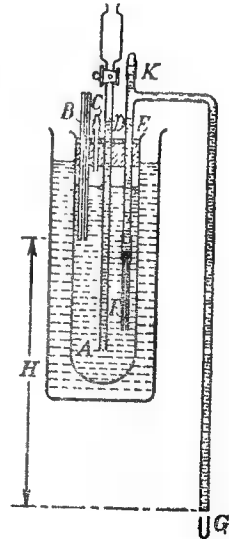
$$Q = -\int_0^a 2\pi r \cdot \frac{1}{4\eta} \left( g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} \right) (a^2 - r^2) dr = \frac{\pi}{2\eta} \left( g\rho + \frac{\partial p}{\partial z} \right) \left( -\frac{a^4}{4} \right) \\ = \frac{\pi a^4}{8\eta l} g\rho H;$$

இங்கு  $H$  ஆனது  $A$  யைக் குறித்து  $E$  யின் ஆழம் ஆகும்.

$$\therefore Q = \frac{\pi a^4 P}{8\eta l}; \text{ இங்கு } P = g\rho H.$$

திரவப்பரப்பை ஊசிறுனி எப்பொழுதும் தொடும் பொருட்டு, நீரிற் றக்கி வழியாகத் திரவம் பாயுங் காலே மயிர்த்துளைக் குழாயானது தாழ்த்தப் படுதல் வேண்டும். எப்படியாயினும் இம்முறையானது  $P$  யை அண்ணளவாகவே மாறாமல் நிலைநிறுத்தும்.

எவ்வாறு வெப்பநிலையுடன் திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பு மாறுகின்றது என்பதை ஆராயும் பொருட்டு இவ்வாய்க்ருவி பயன்படுத்தப்பட்டால், அப்பொழுது நீரிற் றக்கியிலுள்ள திரவத்தின் வெப்பநிலையானது மயிர்த்துளைக் குழாயூடே சென்று கொண்டிருக்கின்ற திரவத்தின் வெப்பநிலைக்குச் சமன் அன்று; எனவே திருத்த வரிசை எதுவாகிலும் திருத்தஞ் செய்தல் கடினமாம். எவ்வாறு ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் கரையத்தின் செறிவுடன் கரைசலொன்றின் பிசுபிசுப்பு மாறுகின்றது என்பதை ஆராய்மிடத்து இத்தொல்லை எழுது.



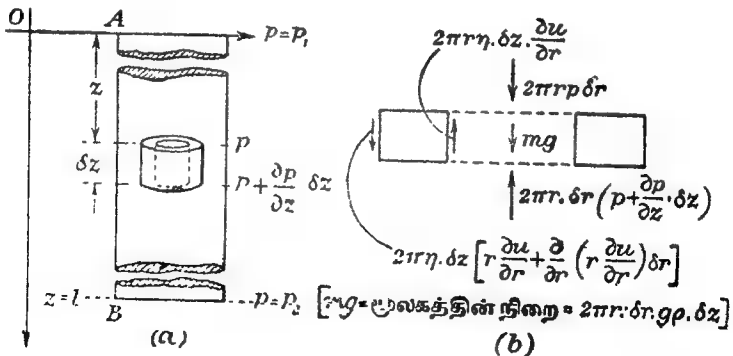
படம் 11-07. ஒஸ்பேன் றெனல்கினது பிசுபிசுப்பு மாணியின் புத்தமைப்பு.

இந்தூலாசிரியரால் மாற்றியமைக்கப்பட்ட ஒஸ்பேண் றெனல்ஸ் பிசுபிசுப்பு மானி வகையொன்று படம் 11-07 இற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. ஏற்கெனவே கூறியுள்ள முதலாவது பிரச்சினையானது இங்கு தீர்க்கப்படவில்லை என்பது உண்மையே ; ஆனாலும் ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் பரிசோதனைகளை நடாத்தும்பொழுது அமுக்கவயரத்தை நிலைநிறுத்த முடிகின்றது. அகன்ற குழாய் A யுடன் றப்பர் அடைப்பானொன்று பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது ; அவ்வடைப்பானுடே நான்கு குழாய்கள் செல்லுகின்றன. குழாய் B ஆனது 1 மிமீ. விட்டமுடைய ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாயாகும் ; அதனது கீழ்முனை குழாய் A யின் நடுவை அடைந்திருக்கிறது. C ஒரு கட்டையான குழாய் ; C யுடன் றப்பர்க் குழாயால் தொடுக்கப்பட்டுள்ள திண்மக் கண்ணாடிக் கோலைப் பயன்படுத்தி வளிமண்டலத்தைக் குறித்து C யை மூடி அல்லது திறந்து வைக்கலாம். பிசுபிசுப்புமானியில் திரவத்தைப் புகுத்தும் பொருட்டு C யைக் காட்டிலும் அகன்ற குழாய் D யானது சிறு சேமிப்புக்கலமொன்றுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. பரிசோதனையைத் தொடங்குமுன் இக்குழாயுடே வளியைச் செலுத்தி A யிலுள்ள திரவத்தை நன்கு கலக்கமுடிகின்றது. இவ்வாறு செய்தல் அவசியம் ; ஏனெனில், பெரும்பான்மையான திரவங்களிடத்து வெப்ப நிலையுடன் பிசுபிசுப்பு உயர் வீதத்தில் மாறுகின்றபடியால் A எங்கணும் வெப்பநிலை மாறாமலும் சீராகவும் நிலைநிறுத்தப்படல் வேண்டும் எனத் தெளிக. E ஒரு நீரிறக்கி. அதன் மூனையுடன், ஒன்றில் றப்பர்க் குழாய் மூலம் அல்லது கண்ணாடிக் குழாய்களை உருக்கி ஒட்டி, திரவம் பாய்கின்ற மயிர்த்துளைக் குழாய் F ஆனது தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. மயிர்த்துளைக் குழாயானது நீளம் கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. உம் உள்விட்டம் கிட்டத்தட்ட 0.02 சமீ. உம் உடையது. நீரிறக்கியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற குழாய் K யைப் பயன்படுத்தி பரிசோதனையைத் தொடங்கு முன் பிந்தியதை நிரப்பமுடிகின்றது ; அதற்குப் பின் அது மூடப்படுகிறது ; பரிசோதனை நடக்கும்பொழுது பிசுபிசுப்புமானியில் தோற்றக்கூடிய குமிழிகளைச் சேவிக்க பயன்படுகின்றது. இக்குமிழிகளை நீரிறக்கியில் ஒன்றுசேரவிடில் திரவத்தின் உறுதிப்பாய்ச்சலின் உறுதி பெரிதும் பாதிக்கப்படக்கூடும்.

A யில் வெப்பநிலை (வெப்பமானியானது படத்திற் காட்டப்படவில்லை) உறுதிநிலையை அடைந்ததும், செருகியை C யிற் புகுத்தி, D யிலுள்ள குழாயடைப்பு மூடப்படுகிறது. நீரிறக்கியின் கீழ்முனையிலுள்ள செருகி G நீக்கப்பட்டதும் திரவம் ஆய்கருவியினின்று கசியும் ; B யுடே புகுகின்ற வளி அதன் இடத்தைக் கொள்ளும் ; A யிலுள்ள திரவத்தின் மட்டமானது H யின் கீழ்முனையின் மட்டத்திற்குக் கீழே ஒருபோதும் இறங்காமல் இருக்குமானால் திரவவுச்சி மாறாமல் இருக்கும். ஏற்கெனவே நிலைநிறுத்தியுள்ள சூத்திரத்தினின்று பிசுபிசுப்புக் குணகம் பெறப்படுகின்றது.

குழாய் A யின் கீழான முனையில் தக்கையொன்றைப் பொருத்தி, நீரிறக்கி அக்குழாயில் கிடத்தப்பட்ட முற்றிலும் இருக்குமாறு செய்தல் முடியும்; ஆனால் நீண்ட திரவநிரலொன்றை மாற வெப்பநிலையில் நிலைநிறுத்துவதற்கான முயற்சிகள் பற்றிய பிரச்சினைகள் நன்கு தெரிந்திருக்கிறபடியால் இவ்வேறுபடுத்துகையால் நயம் பெற முடியும் என்னும் நம்பிக்கை சாத்தியமன்று.

நிலைக்குத்தான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே நெருக்கருந் திரவ மொன்றின் பாய்ச்சல் பற்றிய உரை.—திரவமானது AB என்னும் குழாயுடே உறுதியாய்ப் பாய்க, படம் 11·08 (a). சிறு உருளைவடிவ மூலகமொன்று மீதுள்ள விசைகளைக் கருதுக; மூலகத்தின் முனைகள் A யிலிருந்து  $z$ ,  $(z + \delta z)$  என்னும் தூரங்களில் இருக்கின்றன; அதன் வளைந்த பரப்புகளின் ஆரைகள்  $r$  உம்  $(r + \delta r)$  உம் ஆகும். திரவத்திலே மேற்படி மூலகத்தின் உள்ளான வளைந்த பரப்புமீதுள்ள புள்ளியொன்றிலே வேகம்  $u$  ஆகுக. வெளியான வளைந்த பரப்பு மீதுள்ள புள்ளியொன்றில் வேகம்  $\left(u + \frac{\partial u}{\partial r} \delta r\right)$  ஆகும். மூலகமீது தாக்குகின்ற விசைகள் படம் 11·08 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அங்கு திரவத்தின் பிசிபிசுப்பாலாகும் விசைகள் உண்மையில் வளைபரப்புகள் மீது பரவியிருக்கின்றன என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும். அதேபோல் திரவத்தில் அமக்கத்தால் உற்பத்தியாகின்ற விசைகள் மூலகத்தின் தடையான முனைகள் மீது பரவியிருக்கின்றன. திரவம் ஆர்முடுகலின்றி அசைக்கிறபடியால் உறுதிநிலையில் கீழ்முகமாகத் தாக்குகின்ற விளையுள் விசை பூச்சியமாகும்.



படம் 11·08 நிலைக்குத்தான மயிர்த்துளைக் குழாயுடே திரவமொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்சல் பற்றிய கொள்கை.

ஆகவே,

$$\begin{aligned} & -2\pi r \eta \cdot \delta z \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + 2\pi \eta \cdot \delta z \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \delta r \right] \\ & + 2\pi r \cdot \delta r \cdot g \rho \cdot \delta z + 2\pi r \cdot p \cdot \delta r - 2\pi r \cdot \delta r \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \right) = 0 ; \end{aligned}$$

இங்கு  $g$  யும்  $\rho$  யும் அவற்றின் வழக்கமான கருத்துக்கள் உடையன.

$$\therefore g \rho r + \eta \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - r \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

இனி

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \left( \frac{p_1 - p_2}{l} \right);$$

எனவே,

$$\left( g \rho + \frac{p_1 - p_2}{l} \right) r = - \eta \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right).$$

$$\therefore \left( g \rho + \frac{p_1 - p_2}{l} \right) \frac{r}{2} + \frac{A}{r} = - \eta \frac{\partial u}{\partial r}. \quad [A = \text{தொகையீட்டு மாறிலி}].$$

$$\therefore \left( g \rho + \frac{p_1 - p_2}{l} \right) \frac{r^2}{4} + A \text{ இ.ம } r + B = - \eta u, \quad [B = \text{தொகையீட்டு மாறிலி}].$$

ஆனால்  $r \rightarrow 0$  ஆகுமிடத்து  $u \neq \infty$  ஆதலால்  $A = 0$ ; மேலும்  $r = a$  ஆகுமிடத்து  $u = 0$ .

$$\therefore B = - \left[ g \rho + \left( \frac{p_1 - p_2}{l} \right) \right] \frac{a^2}{4}.$$

$$\therefore u = \left[ g \rho + \left( \frac{p_1 - p_2}{l} \right) \right] \left( \frac{a^2 - r^2}{4\eta} \right).$$

செக்கனொன்றிலே, குழாயூடே பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவு  $Q$  எனின்,

$$Q = \int_0^a u \cdot 2\pi r \cdot dr$$

எனப் பெறுகிறோம்; தொகையிட்டபின் அது

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta} \left[ \frac{p_1 - p_2}{l} + g \rho \right]$$

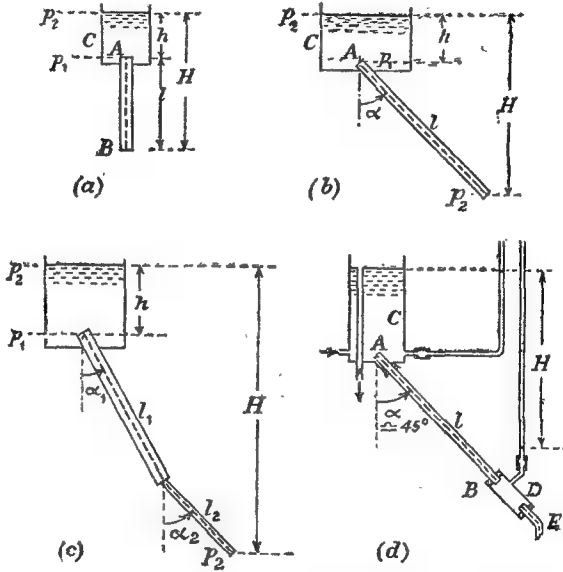
ஆகிறது.

இச்சமன்பாட்டின் உட்கருத்தை முற்றிலும் உணரும் பொருட்டுப் பட்டம் 11-09 (a) யிற் காட்டியுள்ள நிலைக்குத்தான இலட்சியப் பிசு விசுப்புமானியைக் கருதுவோம். வெளிவாயில்  $B$  யிற்கு மேலே தாங்கி

C யிலுள்ள திரவப்பரப்பின் உயரம்  $H$  உம், மயிர்த்துளைக் குழாயின் புகுவாயில் A யிற்கு மேலே குறித்து அதன் உயரம்  $h$  உம் ஆயின்,

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot \frac{g\rho h + g\rho l}{l} = \frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot g\rho H$$

எனப் பெறுவோம்.



படம் 11-09. நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் சாய்ந்திருக்கின்ற குழாய்களுடே. நெருக்கருந் திரவமொன்றின் பாய்ச்சல்.

படம் 11-09 (b) யில் இருப்பது போல, மயிர்த்துளைக் குழாயானது நிலைக்குத்துக் கோட்டுடன் சாய்வுக்கோணம்  $\alpha$  ஆக்குமுகமாக இருக்கும் பொழுது குழாயின் அச்ச வழியே புவியீர்ப்புச் செறிவின் கூறுனது  $g$  கோசை  $\alpha$  ஆகும்; ஆதலின் பக்கம் 636 இலுள்ள சூத்திரம்

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi a^4}{8\eta} \left[ \frac{p_1 - p_2}{l} + g \text{ கோசை } \alpha \cdot \rho \right] \\ &= \frac{\pi a^4}{8\eta} \left[ \frac{g\rho h + g\rho l \text{ கோசை } \alpha}{l} \right] \\ &= \frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot Hg\rho \end{aligned}$$



ஆகின்றது ; எனவே திரவவுயரம்  $H$  என்பதே தரப்பட்ட மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே தரப்பட்ட திரவமொன்றின் பாய்ச்சல் வீதத்தைப் பயன்படும் வகையில் நிர்ணயிக்கிறது.

திரவம்பாய் குழாயானது படம் 11-09 (c) யில் காட்டியுள்ள விவரங்களுடைய தொடரான இரு மயிர்த்துளைக் குழாய்களால் அமைக்கப்பட்டிருப்பின், அப்பொழுது மயிர்த்துளைக் குழாய்களின் மூட்டில் அழுக்கம்  $p$  எனின், செக்கனென்றில் குழாய் ஒவ்வொன்றினுடேயும் பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவு  $Q$  ஆதலால்

$$Q \cdot \frac{8\eta l_1}{\pi a_1^4} = p_1 - p + g\rho l_1 \text{ கோசை } \alpha_1 \text{ உம்}$$

$$Q \cdot \frac{8\eta l_2}{\pi a_2^4} = p - p_2 + g\rho l_2 \text{ கோசை } \alpha_2 \text{ உம்}$$

ஆகும்.

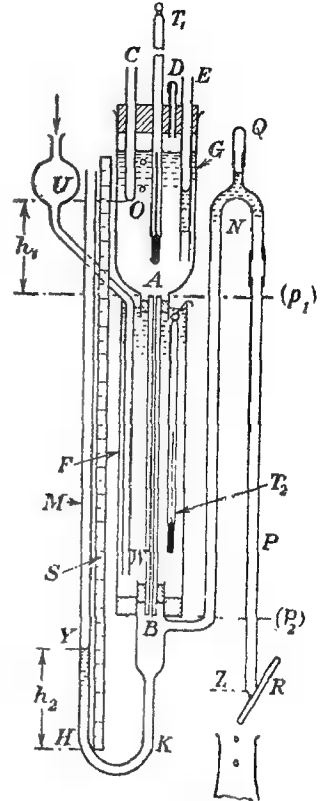
$$\therefore Q \cdot \frac{8\eta}{\pi} \left[ \frac{l_1}{a_1^4} + \frac{l_2}{a_2^4} \right] = g\rho [h + l_1 \text{ கோசை } \alpha_1 + l_2 \text{ கோசை } \alpha_2] \\ = g\rho H.$$

**குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பு :** சாய்ந்த மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே பாய்ச்சல்.—ஆய்வுடத்து வெப்பநிலையில் குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதற்கென இந்நூலாசிரியர் திட்டமிட்ட ஆய்கருவியொன்று படம் 11-09 (d) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. வழக்கமான, மாறாத் திரவவுயரம் தருகின்ற உபகரணமாகப் பயன்படுகின்ற, உலோகக் கொள்பாத்திரம் C யின் அடியில் மயிர்த்துளைக் குழாய் AB ஆனது பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. AB யின் கீழ் முனையில் அழுக்கம்  $p_2$  ஆனது மாறாமல் இருக்கும் பொருட்டு B யுடன் நுண்மயிர்த்துளைக் குழாய் E உடைய பித்தளையாலான சிறு குழாய் D தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.  $p_1$ ,  $p_2$  என்பவற்றின் பெறுமானங்கள் பற்றி எதையும் கொள்ளாது H இன் பெறுமானத்தை நேரடியாகத் துணியும் பொருட்டு, அழுக்கமானிக் குழாய்கள் அங்குக் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; உதாரணமாக,  $p_2$  ஆனது வளிமண்டல அழுக்கத்திற்குச் சமன் அன்று ; D யைப் பயன்படுத்தாத விடத்துத் துளிகள் பிரியுங்காலே  $p_2$  ஆனது உணரத்தக்க அளவில் மாறுகின்றது. E யிற்கு நுண்குழாயொன்றைப் பயன்படுத்தினால் அழுக்கமானியில் வ. கை. ப. குழாயிலுள்ள நீர்மட்டத்தைப் பாதிக்கு முகமாக D யின் வெளிவாயிலிலே தோன்றும் அழுக்கமாற்றங்கள் 'தெறிக்கப்படமாட்டா' ; முந்திய பந்தியில் ஏற்படுத்தியுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பிசுபிசுப்பு கணிக்கப்படுகிறது.

**திரவங்களுக்கான நிலைக்குத்துப் பிசுபிசுப்புமானி.**—நிலைக்குத்தாக அமைந்திருக்கின்ற மயிர்த்துளைக் குழாய் உடைய பிசுபிசுப்புமானியொன்று படம் 11-10 இற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. முதலிடத்தில் மாணுக்கரின்

தேவையையிட்டே அது திட்டமிடப்பட்டிருக்கிறது; அதனைத் திட்டமான ஓர் ஆய்கருவியாக அமைப்பதற்குத் தேவையான சிறு மாற்றங்கள் தெளிவாம். அகன்ற கண்ணாடிக்குழாய் G ஆனது சோதனைக்கான திரவத்தைக் கொண்டிருக்கிறது; G யின் கீழ்ப்பகுதியுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு றப்பர் அடைப்பானால் மயிர்த்துளைக்குழாய் AB ஆனது நிலைக்குத்தாகக் காவப்படுகிறது. குழாய் G யின் மேல் முனையில் பொருத்தப் பட்டிருக்கின்ற இரண்டாவது றப்பர் அடைப்பான் வெப்பமானி  $T_1$  ஐயும் கண்ணாடிக் குழாய்கள் C, D, E என்பவற்றையும் காவுகின்றது. தேவைப்படும் பொழுது E வழியாகத் திரவம் புகுத்தப்படுகிறது; அப்பொழுது ஆய்கருவியினின்று பெயர்க்கப்பட்ட வளியானது தப்பும் பொருட்டு D மீதுள்ள றப்பர்க் கவிப்பு அப்புறப்படுத்தப்படுகிறது. நோக்கல்களை எடுக்குமுன் திரவமானது நன்கு கலக்கப்பட்டிருக்கும் பொருட்டு அதன் ஊடே வளி ஊதப்படுகிறது; அதற்குக் குழாய் E பயன்படுகிறது. D மூடப்பட்டிருக்க, மயிர்த்துளைக்குழாய் AB யூடே திரவம் பாயும் பொழுது C யால் ஆய்கருவியுள் வளி புகுகின்றது; எனவே C யின் கீழ் முனையிலுள்ள அழுக்கமானது கிட்டத்தட்ட மாறாது இருக்கும்; கீழே கையாளப்படுகின்ற முறையால் இச்சிறு மாறலின் விளைவு நீக்கப்படுகிறது.

இனி, B யினின்று திரவத்துளிகளை வளியுள்ளே நேரடியாக விழவிட்டால், திரவத்தில் B யிலுள்ள அழுக்கம் மாறாது இருக்கமாட்டாது. இத்தொல்லையைத் தீர்க்கும் பொருட்டு, காட்டிய



படம் 11-10. திரவங்களுக்கான நிலைக்குத்துப் பிசுபிசுப்புமானி.

ருக்கின்ற வடிவமுடைய கண்ணாடிக்குழாயொன்றுள்ளே மயிர்த்துளைக்குழாய் AB யின் கீழ் முனை பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அது அழுக்கமானியாகப் பயன்படுகின்ற குழாய் III உடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; அத்துடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற தலைகீழான U குழாய் BNZ ஆனது திரவம் தப்பிச் செல்லப் பயன்படுகிறது. பிசுபிசுப்புமானியை நிரப்புகாலே, U குழாயின் உச்சியிற் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்ற குழாய் Q ஆனது

வனிக்குமிழிகள் தப்பும் வண்ணம் இடங்கொடுக்கின்றது; பிசுபிசப்புமானி செயலாற்றும் பொழுது  $Q$  ஆனது றப்பர்க் கவிப்பொன்றால் மூடப்பட்டிருக்கிறது.

குழாய்  $Z$  இன் முனையில் உறுதிநிலையை நிச்சயிக்கும்பொருட்டு,  $Z$  மீது சிறு கண்ணாடிக் கோல்  $R$  என்பது விறைப்பாகப் பிடிக்கப்படுகிறது;  $R$  இலிருந்து பிரிகின்ற துளிகள் நிறுக்கப்பட்ட குடுவையொன்றிலே சேர்க்கப்படுகின்றன.

வளிமண்டல அழுக்கம்  $P$  ஆகுக. அப்பொழுது குழாய்  $C$  யின் கீழ் முனை  $O$  விலுள்ள திரவத்தில், அழுக்கமானது  $(P - \alpha)$  ஆகும்; இங்கு  $\alpha$  ஆனது பரப்பிழுவையாலாகும் அழுக்கச் சுருக்கத்தையும் குமிழியின் பரப்பு நிலையான தானத்தில் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறதில்லை என்பதற்கான ஒரு திருத்தத்தையும் உணர்த்துகிறது. உண்மையில்  $\alpha$  மாறுந்தனமையுடையது; ஆனால் வசதியாக அளக்கக்கூடிய அளவு திரவம் தப்பத் தேவையான நேரத்தில் அது மாறச் சராசரிப் பெறுமானமொன்றை அடையலாம். எனவே மயிர்த்துளைக் குழாயின் மேல் முனை  $A$  யில் அழுக்கம்  $p_1$  ஆனது,

$$p_1 = P - \alpha + gph_1$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $h_1$  என்பது  $O$  விற்குக் கீழே  $A$  யின் ஆழம் ஆகும்;  $g$  யும்  $p$  வும் அவற்றின் வழக்கமான அர்த்தங்கள் உடையன. இனி  $B$  யில் அழுக்கம்  $p_2$  ஆனது

$$p_2 = P + gph_2 + \beta$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $\beta$  என்பது,  $h_2$  ஐ அளப்பதற்குப் பயன்படுகின்ற பூச்சியத் தானமானது  $B$  யில் அமையாதபடியால் ஆகின்ற ஒரு திருத்தவுறுப்பாகும்; மேலும் திரவத்தில்  $Y$  யிலுள்ள அழுக்கமானது சரியாக வளிமண்டல அழுக்கத்துக்குச் சமன் இல்லாதபடியாலும் அது தேவைப்படுகின்றது; முந்தியதையிட்டுக் குழாய்  $HK$  யின் கீழான பாகமீது ஓய்வாய் இருக்கின்றதும் சமீ. முதலியவற்றில் அளவுகோட்டப்பட்டிருக்கின்றதுமான அளவுத்திட்டம் என்பதைப் பயன்படுத்துதல் வசதியாம்.

எனவே பக்கம் 636 இல் நிறுவியுள்ள சூத்திரத்தை

$$\begin{aligned} Q &= [(\pi a^4)/(8\eta l)] [P - \alpha + gph_1 - P - gph_2 - \beta + gpl] \\ &= [(\pi a^4)/(8\eta l)] [C - gph_2] \end{aligned}$$

என்றவாறு எழுதலாம்; இங்கு  $C$ , தரப்பட்ட ஆய்கருவியொன்றிற்கான மாறிலியாகும்; குழாய்  $NZ$  என்பதற்கு வெவ்வேறு நீளங்களைப் பயன்படுத்தி நோக்கற்றொடரொன்றைப் பெறுவோமாயின்,  $x = h_2$  எனவும்  $y = Q$  எனவும் எழுதி நேர்கோட்டு வரைபொன்றைப் பெறலாம். இந்நேர்கோட்டின் சரிவு  $-[(\pi a^4)/(8\eta l)]g p$  ஆகும்; எனவே  $\eta$  ஐக்

காணமுடிகின்றது. குழாய் AB சரியாகச் சீராக இராவிட்டால், பக்கம் 626 இல் கூறியுள்ளவாறு அதனை அளவுகோடிடுதல் வேண்டும் ; அப்பொழுது வரைபின் சரிவு

$$-\left[(\pi g \rho) / \left\{8 \eta \Sigma\left(\frac{4 l}{a^4}\right)\right\}\right]$$

என்பதாகும்.

ஆய்கருவியை வசதியாக வெப்பநிலைநிறுத்தியொன்றில் அமைக்க முடியாதபடியால், வெப்பநிலை கிட்டத்தட்ட மாறாது இருக்கின்ற அறையொன்றில் ஆராய்ச்சியை நடாத்துதல் இன்றியமையாததாகின்றது. மேலும், மயிர்த்துளைக் குழாயை நீர் கொண்டிருக்கின்ற அகன்ற கண்ணாடிக் குழாய் F ஆற் சுற்றிவைத்தல் வேண்டற்பாலது. கண்ணாடிக் குழாய் UW வழியாக வளியைச் செலுத்தி நீர் கலக்கப்படுகிறது ; இங்கு வளிக்கு அழுக்கம் அளித்தற்கான ஆய்கருவியில் நீர் புகாவண்ணம் U விலுள்ள குமிழ் பயன்படுகின்றது. இரச வெப்பமானி T<sub>2</sub> ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாயின் வெப்பநிலையைத் தருகின்றது.

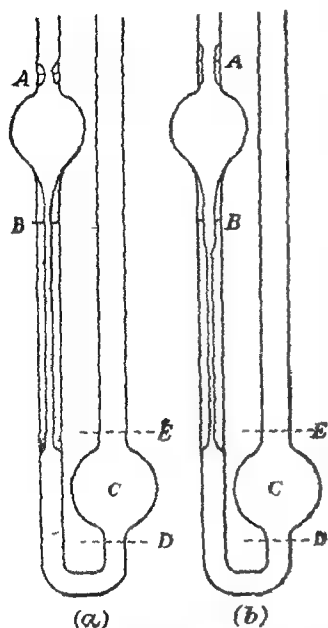
துளிகளைச் சேர்க்குமிடத்து, R இன் முனையினின்று துளியொன்று விழுந்ததும் குடுவையை அதனது இடத்தில் வைத்துச் சிறிது நேரத்தின் பின் இன்னொன்று விழுந்ததும் அக்குடுவையைப் பெயர்த்தல் அறிவுடையதாம். மேற்படி துளிகளின் வீழ்ச்சிகளுக்கிடையேயுள்ள நேரத்தைத் திருத்தமான நிறுத்தற்கடிக்காரமொன்றால் அளத்தல் வேண்டும்.

23.0° ச. இல், (வளியில்லாத) காய்ச்சி வடித்தநீருடன் கீழ்வருகின்ற பேறு கிடைத்துள்ளது. h<sub>2</sub> என்பது 18.55 சமீ. இலிருந்து 52.70 சமீ. வரை, அதாவது Y யின் நிலையானது H இற்கு அணித்தாயுள்ளதொன்றிலிருந்து A யிற்கு அணித்தாயுள்ளதொன்று வரை மாற்றிவைக்கப்பட்டுள்ளது என்பது தெரியவருகிறது. பரிசோதனையின்போது வெப்பநிலையானது 22.9° ச. இலிருந்து 23.1° ச. வரை மாற்றிற்று.

நீரின் திணிவு (கி.)	பாய்ச்சல் நேரம் (செக்.)	பாய்ச்சல் வீதம் (கி.செக். -1)	h <sub>2</sub> (சமீ.)
13.723	604.1	0.0227	18.55
13.651	604.6	0.0226	18.55
3.600	610.5	0.0059	52.70
3.475	603.6	0.0058	52.70
12.240	605.0	0.0202	23.80
10.682	607.0	0.0176	29.20
8.568	602.1	0.0142	34.95
6.730	603.0	0.0112	41.00

இவை 23.0° ச. இல்  $\eta = (9.43 \pm 0.07) \times 10^{-3}$  கி.சமீ. -1 செக். -1 எனத் தருகின்றன.

**தொடர்புமுறை அளவீடுகளுக்கான பிசுபிசுப்புமானிகள்.**—ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்குப் பயன்படுத்தப் படுகின்ற ஆய்கருவியில், குறிப்பிட்ட ஏதேனுமொரு பாய்ச்சல் வீதத்தினிடத்



படம் 11.11. ஒவ்வாஸின் பிசுபிசுப்பு மானிகள்.

துத் திரவவுயரம் மாறுது இருக்கின்றது; எனவே மயிர்த்துளைக் குழாயின் முனை யொன்றிலுள்ள அழுக்கத்துக்கு மேலாக அதன் மறுமுனையிலுள்ள அழுக்க மிகையானது மாற்றமில்லாமல் இருக்கின்றது. வேற்றுத் திரவங்களின் சோதனைமின்போது திரவ வழங்கல் கட்டுப்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றது; எனவே பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற ஒஸ்போண் றெனல்ஸ் பிசுபிசுப்புமானியில் இருப்பது போலவே திரவவுயரமானது மாறுது இராது. தொடர்புப் பிசுபிசுப்புக்களைத் துணியுமிடத்து இம்மாறும் அழுக்கவுயரமானது கிட்டத்தட்ட முற்றிலும் நீக்கப்படுகிறது. பிசுபிசுப்புக்களின் ஒப்பீட்டுக்கான மிகப் பழைமைவாய்ந்த பிசுபிசுப்புமானிகளுள் ஒவ்வாஸ் என்பவரால் ஆனது ஒன்றாகும்; அப்பிசுபிசுப்புமானியானது இன்றும் பொதுவாகப் பயன்படுகிறது; பின்வந்தோர் இக்கருவியின் அமைப்பிலே பல சிறு மாற்றங்களைப் புகுத்தியுள்ளனர். பிசுபிசுப்பின் தனித்துணிதலில் தோன்றும் வழக்களைக் காட்டிலும் அக்குணகத்தின் தொடர்புத் துணிதலில் தோன்றுவன

மிகச் சிறிதே எனப் பௌதிகவியலின் இத்துறையில் ஈடுபடுகின்ற ஆராய்ச்சியாளர் வற்புறுத்துகின்றனர். இதையிட்டு ஐயமேயில்லை; தொடர்பு அளவீடுகளின் போதுள்ள அதிநுட்பமானது நீட்டலளவைகளை எடுக்கும்போது நிகழ்கின்ற வழக்களின் துணிதலைத் தவிர்ப்பதாலும், ஆய்கருவி அத்துணைச் சிக்கல் இல்லாதபடியால் வெப்பநிலையானுகை எளிமைமிக்கதாதலாலும் ஆகின்றதாம்.

இப் பிசுபிசுப்புமானியின் எளிய வகைகள் படங்கள் 11.11 (a) யிலும் (b) யிலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. ஆய்கருவியின் வலப்பக்கத்துப் பகுதியில் குழாயியொன்றால் மாறாக் கனவளவுடைய திரவத்தைப் புகுத்தி, அது பிசுபிசுப்புமானியில் A யிற்குச் சற்று மேலிருந்து குறி D யிற்குச் சற்று மேல் வரையுள்ள பாகத்தை நிரப்புமாறு செய்யப்படுகிறது. அடுத்துத் திரவத்தை இறங்கவிட்டு A யினின்று B வரை அதன் இறக்கத்துக்கான



ஆனால், நேரம்  $dt$  யில்  $A$  யில் இறக்கம்  $dx$  உம்  $B$  யில் அதற்கு ஒத்த ஏற்றம்  $dy$  யும் எனின்,  $A dx = dV = B dy$  ஆகும். நேரம்  $t=0$  இல் திரவமட்டங்களுக்கிடையேயுள்ள நிலைக்குத்துத் தூரம்  $z_0$  எனின்,

$$A dx = \left[ \frac{(\pi a^4 g \rho)}{(8\eta l)} \right] [z_0 - x - y] dt \\ = k \left( \frac{\rho}{\eta} \right) f(x) dt$$

ஆகும்; இங்கு  $(z_0 - x - y)$  யிற்குப் பதிலாக  $f(x)$  ஐ எழுதலாம்;

$$dV = \phi(x) dx = \psi(y) dy$$

ஆதலின், அது  $x$  ஐ மட்டுமே சார்ந்த ஒரு சார்பாகும்.

$$\therefore V = \int_{x=0}^x dV = \int_0^x \phi(x) dx = \int_0^y \psi(y) dy.$$

எனவே,  $y$  ஆனது  $x$  ஐ மட்டும் சார்ந்த சார்பொன்றாகும்.

ஆகவே

$$\frac{A dx}{f(x)} = k \left( \frac{\rho}{\eta} \right) dt.$$

$\therefore A$  யிலுள்ள திரவத்தின் மட்டமானது அதன் தொடக்க நிலையினின்று  $x=x_0$  என்னும் நிலைவரை இறங்குவதற்கான நேரம்  $\tau$  எனின்

$$\int_0^{x_0} \frac{A dx}{f(x)} = k \left( \frac{\rho}{\eta} \right) \tau;$$

[பிந்திய நிலையானது ஆய்கருவியின் தண்டில்  $X$  என்னும் குறியால் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.]

இனி மாறா வெப்பநிலையில், தரப்பட்ட பிசுபிசுப்புமானியொன்றிற்கு  $\int_0^{x_0} \frac{A dx}{f(x)}$  என்பது மாறிலியாகும்; எனவே அத்தகைய சூழலில்  $\rho \tau \eta^{-1}$  என்பது மாறாததன்மையுடையது; ஆகவே, பிசுபிசுப்புமானியில் ஒன்றன் பின்னொன்றாக இரு திரவங்கள் சோதிக்கப்பட்டால்

$$(\eta_1/\eta_2) = (\rho_1 \tau_1)/(\rho_2 \tau_2)$$

ஆகும். இவ்வகையைச் சேர்ந்த வேறொரு பிசுபிசுப்புமானி ஒஸ்வால், அயர்பாக்கு<sup>†</sup> என்பவர்களால் கூழ்நிலை கரைசல்கள் பற்றிய அவர்களின் ஆராய்ச்சியிற் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதற்கான சூத்திரத்தைப் பின்வருமாறு பெற்றுக்கொள்ளலாம். படம் 11-12 (b) ஆனது ஒஸ்வால், அயர்பாக்கு பிசுபிசுப்புமானியின் குறுக்குவெட்டொன்றைக் காட்டுகிறது. அகன்ற குழாய்  $A$  ஆனது சீரான குறுக்குவெட்டு உடையது எனக்

<sup>†</sup>ஒஸ்வாலும் அயர்பாக்கும், *Koll. Zeitsch.*, 41, 56, 1927.

கொள்ளப்படும் ; அதனிலுள்ள திரவத்தின் பிறையுருவானது நேரம்  $t$  யில் இறங்கும் தூரம்  $x$  ஆகுக. அப்பொழுது பரப்பிழுவை விளைவுகளுக்கான திருத்தங்கள் எல்லாவற்றையும் புறக்கணிக்குமிடத்து

$$dV = \frac{\pi a^4 g \rho z dt}{8\eta l}$$

ஆகும். மேலும்  $dV = A_0 dx$  ;  $A_0$  ஆனது குழாய் A யின் மாறுக்க குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு ஆகின்,

$$A_0 dx = \frac{\pi a^4 g \rho (z_0 - x)}{8\eta l} dt$$

ஆகும் ; இங்கு  $z_0$  ஆனது நிலைக்குத்துத் தூரம் OC யைக் குறிக்கிறது. எனவே, A யிலுள்ள திரவமட்டமானது தூரம்  $x_0$  இறங்கத் தேவைப் படுகின்ற நேரம்  $\tau$  எனின்,

$$A_0 \int_{x_0}^{z_0} \frac{dx}{z_0 - x} = \frac{\pi a^4}{8\eta l} g \rho \int_0^{\tau} dt.$$

$$\therefore A_0 \text{ இ.ம. } \left[ (z_0 - x) \right]_{x_0}^0 = \frac{\pi a^4}{8\eta l} g \rho \tau ;$$

$$\text{அதாவது } A_0 \text{ இ.ம. } \left( \frac{z_0}{z_0 - x_0} \right) = \frac{\pi a^4}{8\eta l} g \rho \tau ;$$

எனவே  $\eta$  இற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம்.

**உதாரணம்.** (i) நிலைக்குத்தாக இருக்கின்ற அதனது அரைச் சீறியச்சைக் குறித்து நீள்வளையமொன்றைச் சுழற்றி நீள்வளைய வடிவமுடைய பாத்திரமொன்று ஆக்கப்படுகிறது. பாத்திரத்தின் உச்சியில் சிறு துவாரமொன்று இருக்கிறது ; நீளம்  $l$  உம் ஆரை  $r$  உம் உடைய கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று பாத்திரத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியில் பொருத்தப் பட்டிருக்கிறது. பாத்திரமானது அடர்த்தி  $\rho$  வும் பிசுபிசுப்பு  $\eta$  வும் உடைய திரவமொன்றால் தொடக்கத்தில் நிரப்பப்பட்டிருந்தால் அது வெறிதாகும் நேரத்தைக் கணிக்க. [ $a$  யும்  $b$  யும் முறையே நீள்வளையத்தின் அரைப் பேரியச்சு எனவும் அரைச் சீறியச்சு எனவும் கொள்க.]

O ஆனது நீள்வளையத்தின் மையம் ஆகுக ; அப்பொழுது மையவகற்சிக் கோணம்  $\phi$  எனின், ( $a$  கோசை  $\phi$ ,  $l$  சைன  $\phi$ ) என்பது அதன் பரிதியிலுள்ள புள்ளி P யைக் குறிக்கும்.  $\phi + \delta\phi$  என்பது P யிற்கு அணித்தாயுள்ள புள்ளி Q வைக் குறிக்குமாயின் P யிற்கும் Q லிற்கும் ஊடே செல்கின்ற இரு கிடையான தளங்களுக்கிடையே கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற திரவத்தின் கனவளவானது

$$\delta V = \pi a^2 \delta z$$

என்பதால் தரப்படும் ; இங்கு  $z = a$  கோசை  $\phi$  ;  $z$  உம்  $z + \delta z$  உம் முறையே நீள்வளையத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியூடே செல்கின்ற கிடையான தளத்தைக்குறித்து P, Q என்பவற்றின் உயரங்கள் ஆகும். எனவே

$$z = b + b \text{ சைன் } \phi ; \delta z = b \text{ கோசை } \phi. \delta\phi.$$

$$\therefore \delta V = (\pi a^2 \text{ கோசை } \phi) l \text{ கோசை } \phi. \delta\phi.$$



ஆனால்  $-\delta V$  யே நேரம்  $\delta t$  யில் மயிர்த்துளைக் குழாய்யூடே பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவாகும்.

$$\therefore -\delta V = \frac{\pi r^4 (g \rho z) \delta t}{8 \eta l} \quad [\because p = g \rho z]$$

$$\therefore -\pi a^2 b \text{ கோசை } \phi \cdot \delta \phi = b (1 + \text{சைன் } \phi) \delta t;$$

இங்கு

$$b = \pi a^4 g \rho \div 8 \eta l.$$

$$\text{கோசை } \phi = (1 - \text{சைன் } \phi) \text{ கோசை } \phi \text{ ஆதலின்}$$

$$b \cdot \delta t = - \frac{\pi a^4 (1 - \text{சைன் } \phi) d(\text{சைன் } \phi)}{1 + \text{சைன் } \phi}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

எனவே பாத்திரத்தை வெறிதாக்க எடுக்கும் நேரம்  $\parallel$  ஆனது

$$k t = -\pi a^4 \int_{\phi = \frac{1}{2}\pi}^{\phi = -\frac{1}{2}\pi} (1 - \text{சைன் } \phi) d(\text{சைன் } \phi) = 2\pi a^4$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

$$\therefore \parallel = \frac{16 a^4 \eta l}{r^4 g \rho};$$

இது அரைச் சீறியச்சின் நீளத்தைச் சாராது.

**உதாரணம்.** (ii) விட்டம்  $2b$  உடைய நீண்ட கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் அதன் நீளம் வழியே, விட்டம்  $2a$  ( $a < b$ ) உடைய கம்பியொன்று அக்குழாயுடன் ஓரச்சுடையதாய் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டிருக்கிறது; முதற்றத்தவங்களிலிருந்து அக்குழாய்யூடே அருவிக்கோட்டியகத்ததுடன் பாய்கின்ற நெருக்கரும் பாயியொன்றின பாய்ச்சல் வீதத்திற்குக் கோவை யொன்றைப் பெறுக

கிடைக்கப் பெறுகின்ற சூத்திரத்தில்  $a$  என்பது பூச்சியமாக ஆக்கப்படின, அவ்வழி வரும் சூத்திரமானது குழாயொன்றுடே பாய்கின்ற நெருக்கரும் பாயியொன்றிற்குப் புவாசேயின் சமன்பாட்டைத் தருமா?

$$u = -\frac{p_1 - p_2}{4 \eta l} r^2 + A \text{ இ.ம. } r + B$$

எனப் பெறுகிறோம்; பக்கம் 624 பார்க்க; அது  $-\frac{P}{4 \eta l} r^2 + A \text{ இ.ம. } r + B$  இற்குச் சமன் என்க.

இனி  $r = a$  என்னுமிடத்தும்  $r = b$  என்னுமிடத்தும்  $u = 0$ ; எனவே

$$A = \frac{P(b^2 - a^2)}{4 \eta l} \left[ \frac{1}{\text{இ.ம.} \left( \frac{b}{a} \right)} \right]; \quad B = \frac{P a^2}{4 \eta l} - \frac{P(b^2 - a^2)}{4 \eta l} \left[ \frac{\text{இ.ம. } a}{\text{இ.ம.} \left( \frac{b}{a} \right)} \right].$$

$$\therefore u = \frac{P}{4 \eta l} \left[ (a^2 - r^2) + \frac{b^2 - a^2}{\text{இ.ம.} \left( \frac{b}{a} \right)} \text{இ.ம.} \left( \frac{r}{a} \right) \right].$$

∴ செக்கனென்றிலே பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவு

$$= \int_0^a u \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi}{8\eta} \frac{(p_1 - p_2)}{l} \left[ b^4 - a^4 - \frac{(b^2 - a^2)^2}{\text{இ.ம.} \left( \frac{b}{a} \right)} \right].$$

இவ்வினுவின் கடைசிப் பகுதிகளான விடையை

Andrade, *Trans. Far. Soc.*, 27, 201, 1931.

என்பதில் காண்க.

**புவாசேயின் சூத்திரத்திற்குரிய திருத்தங்கள்.**—இரு முதன்மையான காரணிகள் புறக்கணிக்கப்பட்டிருப்பதால், நீண்ட மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றிலே திரவமொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்சல் வீதத்திற்கான புவாசேயின் சமன்பாடு

$$Q = \frac{\pi a^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}$$

என்பது அண்ணளவானது என்றே கருதல் வேண்டும். முதலாவதாக  $p$  என்று எழுதப்படுகின்ற அழுக்க வித்தியாசம்  $p_1 - p_2$  என்பதில் ஒரு பகுதியானது திரவத்திற்கு இயக்கச் சக்தியூட்டுவதிற் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இரண்டாவதாகத் திரவமானது மயிர்த்துளைக் குழாயின் நுழைவழிக்கு அணித்தாயுள்ள ஒரு சிறு தூரம் செல்லும் வரை, அதனது ஆர்முடுகல்கள் மறையாமல் இருக்கிறபடியால் அக்குழாயின் அச்சவழியே ஆர்முடுகல்கள் இல்லை எனக் கொள்ளல் சரியன்று. இதற்கான திருத்தத்தையிட்டுக் குழாயின் நீளத்துடன் ஒரு நீளம்  $\alpha$  வழக்கமாகச் சேர்க்கப்படுகிறது; இங்கு  $\alpha = 1.64a$ .

இயக்கச் சக்தித் திருத்தம் எனப்படுவதை மதிப்பிடும் பொருட்டு வில்வர் ஃபார்ஸ் (Wilberforce) என்பார்† கீழ்வருமாறு செல்லலானார். சேமிப்புக் கலனிலிருந்தும் மயிர்த்துளைக் குழாயின் நுழைவழிக்கு அணித்தாயும் அக்குழாயுள் கனவளவு  $Q$  ஓர் உடைய திரவத்தைச் செலுத்தும்போது செலவாகின்ற வேலை  $pQ$  ஓர் ஆகும்; இங்கு  $p$  ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாயின் நுழைவழியிலுள்ள அழுக்கமிகை ஆகும்; இனி மிகப்பெரிய சேமிப்புக் கலனொன்றினின்றும் மயிர்த்துளைக் குழாயுள் திரவம் புகுங்காலே அதற்குச் செக்கனென்றிலே வழங்கப்படுகின்றதும், குழாயினின்று வெளியேறும் வரை அத்திரவத்தாற் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்றதுமான இயக்கச் சக்தியானது செக்கனென்றிலே குழாயின் எந்தக் குறுக்கு வெட்டையும் கடந்து செல்கின்ற திரவ மூலகங்களுக்குக் கணித்து வருகின்ற இயக்கச் சக்திகளின் கூட்டுத்தொகையாகும். தரப்பட்ட குறுக்கு வெட்டொன்றில், ஆரை  $r$  உம் அகலம்  $r$  உம் உடைய சிறு கங்கணமொன்றுடே செக்கனென்றில் பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவு  $u \cdot 2\pi r \cdot dr$  ஆதலால் அத்திரவத்தின் இயக்கச் சக்தியானது

$$\frac{1}{2} \rho u \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot u^2$$

† *Phil. Mag.*, 31, 407, 1891.

என்பதாகும் ; இங்கு

$$u = \frac{\bar{p}}{4\eta l} (a^2 - r^2),$$

பக்கம் 624 பார்க்க ; இங்கு திரவத்தின் பிசுக்குத் தடையை வெல்லுதற் கான விசைகளைத் தோற்றுவிக்கின்ற பலித அழுக்கமிகை  $\bar{p}$  ஆகும்.

எனவே, செக்கனொன்றில் முழுக் குறுக்குவெட்டுடே பாய்கின்ற திரவத் தின் இயக்கச் சக்தியானது,

$$\begin{aligned} \int_0^a \pi \rho u^3 r dr &= \pi \rho \left( \frac{\bar{p}}{4\eta l} \right)^3 \int_0^a (a^2 - r^2)^3 r dr \\ &= \pi \rho \left( \frac{\bar{p}}{4\eta l} \right)^3 \cdot \frac{a^8}{8} \end{aligned}$$

ஆகும். ஆனால்  $Q = \frac{\pi a^3 \bar{p}}{8\eta l}$ . எனவே செக்கனொன்றில் குழாயினின்று

வெளியேறுகின்ற திரவத்தின் இயக்கச் சக்தி  $\rho \frac{Q^3}{\pi^2 a^4}$  ஆகும்.

இனி, செக்கனொன்றிலே செய்யப்படுகின்ற முழுவேலையும் பிசுக்குவிசை களுக்கு எதிராகச் செய்யப்படுகின்ற வேலை, அதாவது பலித அழுக்கம்  $\times$  செக்கனொன்றில் வெளியேறுகின்ற கனவளவு, + மயிர்த்துளைக் குழாயி னின்று பிரியும்போது திரவம் கொண்டிருக்கின்ற இயக்கச் சக்தி ஆகும். இவ்வண்ணம்,

$$pQ = \bar{p}Q + \frac{\rho Q^3}{\pi^2 a^4},$$

$$\text{அல்லது} \quad \bar{p} = p - \frac{\rho Q^2}{\pi^2 a^4}.$$

எனவே புலாசேயின் சமன்பாடானது

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta(l + \alpha)} \cdot \left( p - \frac{\rho Q^2}{\pi^2 a^4} \right)$$

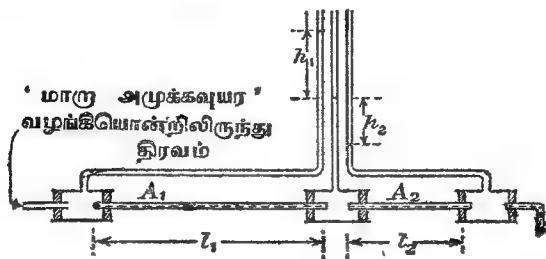
ஆகின்றது.

திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்குக் கூடியற்றின் முறை ; சில திருத்தங்களை நீக்கல்.—மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே திரவமொன்று உறுதியாய்ப் பாயுங்காலே அக்குழாய் வழியேயுள்ள பலித அழுக்க வித்தியாசத்துக்கான சூத்திரத்தை, அதாவது

$$\bar{p} = p - \frac{\rho Q^2}{\pi^2 a^4}$$

என்பதைச் சோதித்தால் திருத்தமானது குழாயின் நீளத்தைச் சாராது எனத் தெரியவரும். எனவே  $\bar{p} = p - \beta$  ; இங்கு  $\beta$  ஆனது ஆரார

■ யுடைய குழாய்களுக்கு ஒரு மாறிலியாகும். முந்திய பந்தியில் எடுத்த துரைத்த இரு திருத்தங்களை நீக்கும் பொருட்டுக் கூடியேற்று (Couette) என்பார் பின்வரும் பரிசோதனையைத் திட்டமிட்டார்.  $A_1$  உம்  $A_2$  உம்



படம் 11-13. திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துனிதலுக்குக் கூடியேற்றின் முறை.

அதே விட்டமும் ஆனால் முறையே வெவ்வேறான நீளங்கள்  $l_1$  உம்  $l_2$  உடைய இரு மயிர்த்துளைக் குழாய்கள் ஆகும்; அவை படம் 11-13 இற காட்டியுள்ளவாறு ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டிருக்கின்றன. உயரங்கள்  $h_1$ ,  $h_2$  என்பவற்றை நோக்கிக் குழாய்களின் முனைகளுக்கிடையேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசங்கள் பெறப்படுகின்றன. இவ்வழுக்க வித்தியாசங்கள்  $P_1$  உம்  $P_2$  உம் எனின், அப்பொழுது செக்கனொன்றில் திரவத்தின் அதே கன வளவு குழாய் ஒவ்வொன்றிலும் பாய்கிறபடியால்

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\eta(l_1 + \alpha)} (P_1 - \beta) = \frac{\pi a^4}{8\eta(l_2 + \alpha)} (P_2 - \beta)$$

எனப் பெறுவோம்; ஆனால்

$$Q(l_1 + \alpha) = \frac{\pi a^4}{8\eta} (P_1 - \beta) \quad \text{உம்}$$

$$Q(l_2 + \alpha) = \frac{\pi a^4}{8\eta} (P_2 - \beta) \quad \text{உம்}$$

ஆகும்.

$$\therefore Q(l_1 - l_2) = \frac{\pi a^4}{8\eta} (P_1 - P_2) = \frac{\pi a^4}{8\eta} g\rho(h_1 - h_2).$$

இப்பரிசோதனையிலுள்ள முதன்மையான பிரச்சினை சமமான மாறாக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவுகள் உடைய குழாய்கள் பெறுதலேயாம்.

ஒஸ்வாலின் பிசுபிசுப்புமானி வகையொன்றால் பிசுபிசுப்புக்களை ஒப்பிடு தல்.—திரவத்தின் இயக்கச் சக்தியையும் குழாயின் பலித நீளத்தையும் இட்டு திருத்தமொன்றும் அங்கு செய்யப்படாமல் இருக்கிறபடியால் பக்கம் 643 இல் ஒஸ்வாலின் பிசுபிசுப்புமானிக்குத் தந்துள்ள ஆரம்பக்

கொள்கையானது சற்றுப் பிழைபடுகின்றது. இப்பொழுது பக்கம் 648 இல் தந்துள்ள திருத்திய புவாசேயின் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி,

$$\eta = \frac{\pi a^4 p t}{8V(l + \alpha)} - \frac{\rho V}{8\pi(l + \alpha)t}$$

என எளிதிலே காட்ட முடியும்; இங்கு  $V$  ஆனது நேரம்  $t$  யில் வெளியேறுகின்ற திரவத்தின் கனவளவு ஆகும்.

$\rho$  ஆனது  $g\rho h$  என்னும் அமைப்பு உடையதாதலின் மேற்படி சமன்பாட்டை

$$\eta = \rho \left( At - \frac{B}{t} \right)$$

என எழுதலாம்; இங்கு  $A$  யும்  $B$  யும் மாறிலிகள் ஆகும்.

இம்மாறிலிகளுக்குப் பெறுமானங்கள் பெறும்பொருட்டுத் தெரிந்த இயக்கவியற் பிசுபிசுப்புக்கள்  $v_1$  உம்  $v_2$  உம் உடைய இரு திரவங்களால் ஒன்றன்பின்னொன்றாகப் பிசுபிசுப்புமானி நிரப்பப்படுகிறது. திரவமொன்றினிடத்தும் அதே கனவளவு  $V$  யை வெளியேற்றுவதற்கான நேரங்கள் முறையே  $t_1$  உம்  $t_2$  உம் எனின்,

$$A = \frac{v_2 t_2 - v_1 t_1}{t_2^2 - t_1^2}; \quad B = \frac{t_1 t_2}{t_2^2 - t_1^2} (v_2 t_1 - v_1 t_2)$$

எனப் பெறுகிறோம்.

இனி, வேறொரு திரவத்தின் அடர்த்தி தெரிந்திருந்தால் இப் பிசுபிசுப்புமானியைப் பயன்படுத்தி அத்திரவத்தின் பிசுபிசுப்பைத் துணியலாம்.

## மயிர்த்துளைக் குழாய்கள் ஊடே வாயுக்கள், ஆவிகள் என்பவற்றின் ஆவியுயிர்ப்பு

(வழக்கமான அழுக்கங்களில்) மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே நெருக்கத்தகு பாயியொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்சல்—மேயரின் சூத்திரம்.—மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே திரவமொன்றின் பாய்ச்சல் பற்றிய மேற்படி பரிசோதனைகளில் திரவமானது நெருக்கமுடியாதது எனவும் அதனது அடர்த்தியானது மாறாது இருக்கின்றது எனவும் கொள்ளப்படுகிறது. ஆவியுயிர்க்கும் பொருளானது வாயுவாயிருக்குமானால் இதை உண்மையில் ஏற்றுக்கொள்ளலாகாது. திரவங்களிடத்துக் குழாய்ச்சிலிருந்து சமதூரங்களில் இருக்கின்ற புள்ளிகளில் வேகம்  $u$  மாறாது இருக்கின்றது எனக் காணப்படுகிறது; வாயுக்களைக் கருதுமிடத்துத் தரப்பட்ட நேரவிடையொன்றில், குறுக்குவெட்டு ஒவ்வொன்றினதும் குறுக்கே, வாயுவின் சமதிணிவுகள் கடந்து செல்கின்றன என்னும் உண்மையிலிருந்தே நாம் தொடங்குகிறோம். இத்தன்பொருட்டுக் குழாயின் அச்சிலிருந்து ஒரு நிலை

யான தூரத்திலிருக்கின்ற எல்லாப் புள்ளிகளிலும்  $pu$  என்னும் கணியம் மாறாது இருத்தல் வேண்டும்; இங்கு  $p$  ஆனது கருதப்படும் புள்ளியில் வாயுவின் அடர்த்தியைக் குறிக்கின்றது. எனவே அமுக்கம் குறைகிறபோது  $p$  வும் குறைகிறபடியால், குழாயின் வெளிவாயிலை அணுகும்போது பாய்ச்சல் வேகமானது கூடிக் கொண்டே போகும்.  $p \propto p$  ஆதலின்,  $pu$  ஆனது  $x$  ஐச் சாராது; இங்கு  $p$  அமுக்கமும்,  $x$  குழாயின் நுழைவழியிலிருந்து புள்ளியின் தூரமும் ஆகும். மேலும்,  $p$  ஆனது  $r$  ஐச் சாராது எனக் கொள்வோம்.

(a) அடிப்படைத் தத்துவங்களினின்றும் நிறுவுதல்.—திரவமொன்றிற்கு உள்ளதுபோல் இங்கும் இயக்கத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\eta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

ஆகும், பக்கம் 623 இற் காண்க.

$$\therefore p \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\eta p}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\eta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \cdot \frac{\partial (pu)}{\partial r} \right].$$

$x$  ஐக் குறித்துத் தொகையிட,

$$\frac{p_2^2 - p_1^2}{2} = \frac{\eta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \cdot \frac{\partial (pu)}{\partial r} \right] (x_2 - x_1),$$

$$\text{அல்லது} \quad \frac{p_1^2 - p_2^2}{2l} = - \frac{\eta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \cdot \frac{\partial (pu)}{\partial r} \right];$$

$$\text{இங்கு} \quad l = (x_2 - x_1).$$

மேற்படி சமன்பாட்டின் இடப்பக்கத்தை A எனக் கூறி,  $r$  ஐக் குறித்துத் தொகையிட்டு

$$A \int \frac{r}{\eta} \cdot dr = - \int d \left[ r \cdot \frac{\partial (pu)}{\partial r} \right]$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore \frac{A}{\eta} \cdot \frac{r^2}{2} = -r \cdot \frac{\partial (pu)}{\partial r} + \kappa_1;$$

இங்கு  $\kappa_1$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.

$$\therefore \frac{A}{2\eta} \cdot r \, dr = -d(pu) + \frac{\kappa_1}{r} \cdot dr.$$

$$\therefore \frac{A}{4\eta} \cdot r^2 = -pu + \kappa_1 \text{ இ.ம. } r + \kappa_2;$$

இங்கு  $\kappa_2$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.

இனி 'முனை' நிபந்தனைகளிலிருந்து  $\kappa_1 = 0$  உம்  $\kappa_2 = \frac{A}{4\eta} a^2$  உம் ஆகும்.

$$\therefore pu = \frac{A}{4\eta} (a^2 - r^2) = \frac{p_1^2 - p_2^2}{8\eta l} \cdot (a^2 - r^2).$$

அமுக்கம்  $p_2$  இலே, செக்கனொன்றில் வெளியேறுகின்ற கனவளவு  $\Omega_2$  எனின், அப்பொழுது

$$p_2 \Omega_2 = p \Omega;$$

இங்கு  $\Omega$  ஆனது அமுக்கம்  $p$  ஆய் இருக்கின்ற அதே குறுக்குவெட்டிற்குக் குறுக்கே செக்கனொன்றில் செல்கின்றதும், அமுக்கம்  $p$  யில் அளக்கப் பட்டதுமான கனவளவாகும். ஆனால்

$$\Omega = 2\pi \int_0^a ru \, dr.$$

$$\therefore p_2 \Omega_2 = \frac{\pi a^4}{16\eta l} (p_1^2 - p_2^2) = p_1 \Omega_1 = \mu \mathcal{R} T;$$

இங்கு  $\mu$  என்பது செக்கனொன்றில் பாயும் திணிவும்,  $\mathcal{R} = \frac{R}{M}$  உம்,  $T$  ஆனது தனிவெப்பநிலையும்,  $[R]$  என்பது அகில வாயு மாறிலியும்,  $M$  ஆனது மூலக்கூற்று நிறையும்] ஆகும்.

(b) திரவமொன்றிற்கான சூத்திரத்தினின்றும் வாயுவொன்றிற்கு மேயரின் சூத்திரத்தை நிறுவுதல்.—திரவமொன்றிற்குப் புவாசேயின் சமன் பாட்டை அறிமுறைப்படி நிலைநாட்டும்போது கையாண்டுள்ள எடுகோள்கள் வாயுக்களிடத்துப் பயன்படமாட்டா என ஏற்கெனவே கூறப்பட்டுள்ளது. வாயுக்களை எளிதில் நெருக்கமுடிகின்றபடியால், குழாயுடே அதாவது குழாயின் உயர்வமுக்கப்பாகத்தினின்று தாழ்வமுக்கப்பாகத்துக்கு வாயு வானது பாயும்போது அதன் வேகம் கூடிக்கொண்டே போகும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. உண்மையிலே வேகங்களுக்கு ஆரைக்கூறுகள் இருக்கிறபடியால் குழாயின் எந்தக் குறுக்குவெட்டிலுமுள்ள வேகங்களின் பரம்பலுக்கான பரவளைவுச் சூத்திரத்தை ஓரளவு மாற்றியமைத்தல் வேண்டும்; இருந்தாலும் குழாயில் முறையே  $x$ ,  $x + \delta x$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட குறுக்கு வெட்டிலுள்ள அமுக்கங்கள்  $p$  யும்  $p + \delta p$  யும் ஆயின், அப்பொழுது குழாயின் கருதப்படுகின்ற மூலகத்தினுடே செக்கனொன்றில் பாய்கின்றதும் அமுக்கம்  $p$  யில் அளக்கப்பட்டதுமான வாயுவின் கனவளவு  $\Omega$  ஆனது

$$\Omega = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{dp}{dx}$$

என்பதால் முதலண்ணளவாகத் தரப்படுகிறது என மேயருடன் நாமும் கொள்ளலாம்; இங்கு  $\frac{p}{l}$  இற்குப் பதிலாக  $-\frac{dp}{dx}$  எழுதப்படுகிறது.

செக்கனென்றிற் பாய்கின்ற வாயுவின் திணிவு  $\mu$  எனின், அப்பொழுது  $\mu = \rho \Omega$ ; இங்கு  $\rho$  ஆனது அழுக்கம்  $p$  யிலும் தனி வெப்பநிலை  $T$  யிலுமிருக்கின்ற வாயுவின் அடர்த்தியாகும்.

$$\therefore \mu = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot \rho \cdot \frac{dp}{dx} = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot \frac{p}{RT} \cdot \frac{dp}{dx}.$$

$$\therefore \mu \int_0^l dx = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot \frac{1}{RT} \int_{p_1}^{p_2} p \cdot dp.$$

$$\therefore \mu RT = \frac{\pi a^4}{8\eta l} \left( \frac{p_1^2 - p_2^2}{2} \right) = p_1 \Omega_1 = p_2 \Omega_2 \text{ (முன்போலவே).}$$

பொதுவாகக் கூறுமிடத்து கால இடை  $t$  யில் மயிர்த்துளைக் குழாய்யுடே பாய்கின்ற வாயுவின் கனவளவு  $V$  ஆயின்

$$p_1 V_1 = \frac{\pi a^4}{8\eta l} \left( \frac{p_1^2 - p_2^2}{2} \right) = p_2 V_2$$

எனப் பெறுவோம்.

**நழுவலுக்கான திருத்தம்.**—மேயரின் சூத்திரத்திற்கான மேற்படி நிறுவல்களில் பாயியானது குழாய்யுடே பாயுங்காலே, குழாய்ச் சுவர்களுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற பாயி ஓய்வாயிருக்கின்றது எனக் கருதப்பட்டுள்ளது. திரவங்களிடத்தே நடாத்தியுள்ள பரிசோதனைகள் இவ்வெடுகோளை ஆதரிக்கின்றன; ஆனாலும் வாயுக்களிடத்தே நழுவல் நிகழ்கிறது. அதாவது குழாயின் ஆரை  $\lambda$  அளவு உயர்த்தப்பட்டிருக்கிறதபோல் வாயு பாய்கின்றது என்பதற்குச் சான்றுள்ளது; இங்கு  $\lambda$  என்பது இடைச் சுயாதீனப் பாதையாகும். கருத்து என்னவென்றால், நழுவல் இருக்கும் போது ஆரை  $\lambda$  யுடைய குழாய்யுடே வாயுவொன்றின் பாய்ச்சலும் நழுவல் இல்லாதபோது ஆரை  $a + \lambda$  உடைய குழாய்யுடே அதன் பாய்ச்சலும் அதுவேயாம். எனவே மயிர்த்துளைக் குழாய்யுடே வாயுவொன்றின் ஆவியுயிர்ப் பிற்கான மேயரின் சூத்திரமானது

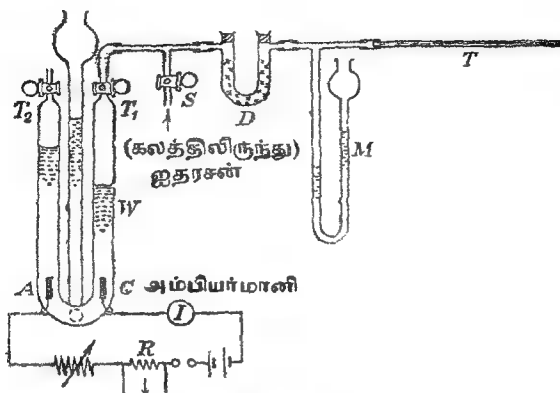
$$\mu RT = \frac{\pi a^4}{16\eta l} (p_1^2 - p_2^2) \left( 1 + \frac{4\lambda}{a} \right), \left[ \therefore (a + \lambda)^4 = a^4 \left( 1 + 4 \frac{\lambda}{a} \right) \right]$$

என்பதாகின்றது.

**ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் ஐதரசன் (ஒட்சிசன்) இன் பிசுபிசுப்பைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.**—லேஃபெல்ட் (Lehfeldt) என்பாரால் திட்டமிடப்பட்டதும் படம் 11.14 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றதுமான ஆய்கருவியானது நீர் வோல்ற்றுமானி  $W$  வைக் கொண்டிருக்கின்றது; அதில் உறுதியான மின்னோட்டமொன்று செலுத்தப்படுகிறது. கதோட்டு  $C$  யிலே பிறப்பிக்கப்படுகின்ற ஐதரசனானது குழாயடைப்பு  $T_1$  வழியே வோல்ற்றுமானியினின்று வெளியேறுகின்றது. அடுத்து அது கல்சியங் குளோரைட்டு கொண்ட உலர்த்து குழாய்  $D$  வழியாகச் செல்லுகிறது; ஈற்றில் அது



அளவு கோடிட்ட மயிர்த்துளைக் குழாய் T யினூடாகச் சென்று வெளியேறுகிறது. வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் குறித்து T யின் வாயிலையடையும் ஐதரசனின் அழுக்கமிகையானது சைலல் கொண்ட அழுக்கமானி M ஆல் அளக்கப்படுகிறது. ஐதரசன் வளிமண்டல அழுக்கத்திலேயே T யினின்று வெளியேறுகிறது.



### நியமமாகிய அழுத்தமானிக்கு

படம் 11.14. ஐதரசனின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கு லேஃபர்டின் ஆய்கருவி.

முதன்முதலாகக் கலமொன்றிலிருக்கின்ற ஐதரசனை ஆய்கருவியூடே செலுத்தி அதனில் இருக்கின்ற வளியானது அப்புறப்படுத்தப்படுகிறது ; கலத்துடன் தொடுப்பானது பக்கக்குழாய் S ஆல் ஆகின்றது. பரிசோதனையின் இப்பகுதியின் போது C யிற்கு மேலேயுள்ள அமிலந்துபித்த நீரானது T<sub>1</sub> ஐ அடைந்திருத்தல் வேண்டும் ; T<sub>1</sub> அடைக்கப்பட்டிருத்தல் வேண்டும் ; மேலும் அழுக்கமானியின் இடக்கைப்பக்க உறுப்பானது சைலலால் முற்றிலும் நிரப்பப்பட்டிருத்தல் வேண்டும் ; ஐதரசனின் பாய்ச்சலானது வேகத்துடன் நிகழும் பொருட்டு T அப்புறப்படுத்தப்பட்டிருத்தல் வேண்டும். அடுத்து, பொசிவையிட்டு ஆய்கருவியைச் சோதித்தல் வேண்டும். இதன்பொருட்டு றப்பர் குழாய், கண்ணாடிக் கோல் என்பவற்றால் மயிர்த்துளைக் குழாயின் திறந்த முனையை அடைத்து அழுக்கமானது வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும் 10 சமீ. சைலல் அழுக்கம் கூடுதலாக ஐதரசன் கிடைக்கப்பெறும் வரை அவ்வாயுவைப் பிறப்பித்தல் வேண்டும். அடுத்து, அழுக்கமானியில் திரவமடங்களை நோக்குதல் வேண்டும் ; கிட்டத்தட்ட பத்துநிமிட இடைவேளைகள் விட்டு, இவ்வாசிப்புக்களை மீண்டும் மீண்டும் எடுத்தல் வேண்டும். உணரத்தக்க அளவில் மட்டமாற்றங்கள் தோன்றாவிட்டால், தேவைப்படுகின்ற அழுக்கங்களைப் பொறுத்தமட்டில் ஆய்கருவி பொசிவில்லாததாம்.

[ $l = 50$  சமீ. உம் சராசரி ஆரை =  $0.014$  சமீ. உம் உபைய மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றினிடத்து]  $0.2-0.25$  அம். என்னும் வீச்சில் கிடக்குமாறு வோல்ற்றுமானியிலுள்ள உறுதியோட்டமானது செப்பஞ்செய்யப்படுகிறது. நியாயமான குறுகிய காலத்தில் அமுக்கமானி வாசிப்புகள் மாறுது இருத்தல் வேண்டும். அது வோல்ற்றுமானியில் ஐதரசன் பிறப்பிக்கப் படும் வீதமும் மயிர்த்துளைக் குழாயூடே அதன் பாய்ச்சல் வீதமும் சமன் என்பதை உணர்த்துகிறது. ஒட்டத்தை அண்ணளவாக அளத்தலுக்கு அம்பியர்மானி  $G$  யைப் பயன்படுத்தலாம்; ஆனால் ஈற்றில் ஒட்டத்தை ஓர் அழுத்தமானியாலேயே அளத்தல் வேண்டும்.

பரிசோதனையின் போதுள்ள சராசரி ஆய்கூடத்து வெப்பநிலை, சராசரிப் பாரமானியுயரம் என்பவற்றைக் குறித்தல் வேண்டும்.

பயன்படுத்திய உறுதியோட்டம்  $I$  அம். எனின், செக்கனொன்றிலே பிறப்பிக்கப்பட்ட ஐதரசனின் திணிவானது  $I_2$  ஆகும்; இங்கு  $\eta$  ஐதரசனின் மின்னிரசாயனச் சமவலுவாகும். இது செக்கனொன்றில் குழாயூடே பாய்கின்ற ஐதரசனின் திணிவு  $\mu$  விற்குச் சமன்;  $\mu$  ஆனது

$$\mu RT = \frac{\pi a^4 (p_1^2 - p_2^2)}{16 \eta l}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டாலும் தரப்படுகிறது; இங்கு

$\eta$  என்பது ஒரு கிராம் ஐதரசனுக்கான வாயுமாறிலி.

$T$  என்பது வாயுவின் (அதாவது கூடத்தின்) தனிவெப்பநிலை,

$a$  என்பது மயிர்த்துளைக் குழாயின் பலித ஆரை,  $l$  அதன் நீளம்,

$\eta$  என்பது வெப்பநிலை  $T$  யில் ஐதரசனின் பிசுபிசுப்பு.

$p_1$ ,  $p_2$  என்பவை முறையே மயிர்த்துளைக் குழாயுட் புகும்போதும், அதனின்றும் வெளியேறும் போதும் வாயுவின் அமுக்கங்கள். எனவே

$$I_2 = \frac{(p_1 - p_2)(p_1 + p_2)}{16 \eta RT} \cdot \frac{\pi a^4}{l}.$$

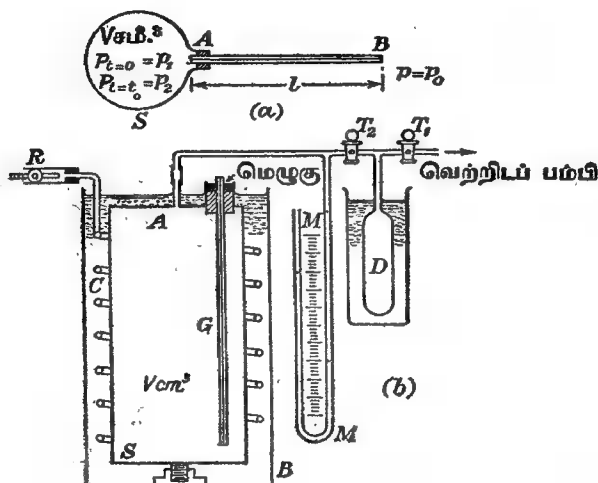
இவ்வண்ணம், கூடத்து வெப்பநிலையில் ஐதரசனின் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறலாம்.

$D$  யையும்  $T$  யையும்  $T_2$  உடன் தொடுத்து, கூடத்து வெப்பநிலையில் ஓட்சினின் பிசுபிசுப்பைத் துணியலாம். பரிசோதனையொவ்வொன்றின் போதும்  $T_1$ ,  $T_2$  ஆகிய இரு குழாயடைப்புக்களும் திறந்திருத்தல் வேண்டும்.

ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் வளியின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கு அன்டசனின் முறை.—வளியின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கான கீழ்வரு கின்ற எளியமுறை அன்டர்சன்† (Anderson) என்பவரால் ஆனது; அதற்கான கொள்கை பின்வருமாறு. படம் 11.15 (a) யில்,  $S$  கண்ணாடியால் அல்லது உலோகத்தால் ஆனதும் கனவளவு  $V$  உடையதுமான ஒரு கலமாகும்;

† *Phil. Mag.*, 92, 1022, 1921.

அதனுடன் நீளம்  $l$  உம் சராசரி ஆரை  $a$  யும் உடைய மயிர்த்துளைக் குழாய்  $AB$  தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஆய்கருவிக்கு வெளியேயுள்ள மாறு அழுக்கம்  $p_0$  ஆகுக.  $t_0$  செக்கனில்  $S$  இலுள்ள வளியின் அழுக்கம்  $p_1$  இலிருந்து  $p_2$  இற்கு இறங்கிற்று எனக் கொள்க. நேரம்  $t$  யில்  $S$  இலுள்ள அழுக்கம்  $p$  ஆகுக. அப்பொழுது  $pV = mRT$ ; இங்கு  $R$



படம் 11.15: வளியினது பிசுமிசுப்பைப் பரிசோதனைமுறையாய்த் துணிதலுக்கு நூலாசிரியர் மாற்றியமைத்துள்ள அண்டர்சன் முறை.

ஒரு கிராம் வளிக்கான வாயு மாறிலியும்,  $T$  ஆனது தனிவெப்பநிலையும்,  $m$  ஆனது  $S$  இலுள்ள வளியின் திணிவும் ஆகும். நேரம்  $t + \delta t$  யில்,  $S$  இலுள்ள அழுக்கம்  $p + \delta p$  யும் வாயுவின் திணிவு  $m + \delta m$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது  $V \delta p = RT \delta m$ .

∴ செக்கனொன்றில் தப்புகின்ற வாயுவின் திணிவு

$$\begin{aligned} &= \mu = -\frac{dm}{dt} = -\frac{V}{RT} \cdot \frac{dp}{dt} \\ &= \frac{(p^2 - p_0^2)}{16\eta l} \cdot \frac{\pi a^4}{RT} \\ -V \cdot \frac{dp}{dt} &= \frac{\pi a^4}{16\eta l} (p^2 - p_0^2). \\ \therefore \frac{1}{p_0} \text{ இ. ம. } \frac{p + p_0}{p - p_0} &= \frac{\pi a^4 t}{16\eta l V} + C; \end{aligned}$$

இங்கு  $C$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி; அது,  $t=0$  ஆகுமிடத்து  $p=p_1$  என்னும் உண்மையைப் பயன்படுத்தித் துணியப்படுகிறது. மேலும்  $t=t_0$  ஆகுமிடத்து  $p=p_2$  ஆதலின்,

$$\text{இ.ம. } \frac{(p_2+p_0)}{(p_2-p_0)} \cdot \frac{(p_1-p_0)}{(p_1+p_0)} = \frac{t_0}{\eta} \cdot \kappa$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $\kappa = \frac{\pi a^4 p_0}{8IV}$ .

அழுக்க மாற்றங்களை அளத்தற்பொருட்டு  $S$  உடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற குழாயிலே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள அழுக்கமானித் திரவத்தின் பெயர்ச்சியால் பலிதக் கனவளவில் உண்டாகின்ற மாற்றங்கள் காரணமாக இப்பரிசோதனையை நடாத்தும்போது  $V$  யை மாறாது வைத்திருப்பது கடினமாகும்; ஆனால்  $V$  ஆனது பெரிதாயும் அழுக்கமானியின் உறுப்புக்கள் அத்துனை அகலமற்றனவாயும் இருக்குமாயின் இவ்வழிவரும் வழபுறக்கணிக்கத்தக்கது. நூலாகிரியரால் திட்டமிடப்பட்டதும் வசதியானதுமான ஆய்கருவியொழுங்கு முறை படம் 11.15 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.  $S$ , 5 இலிருந்து 10 லீற்றர் வரை கனவளவு உடைய ஒரு பொட்டித்தனை யுருளை ஆகுக. அதன் வாய்மீது பித்தனை மூடி  $A$  யானது மென்பற்றாசாற் பற்றப்பட்டிருக்கிறது; அழுக்கமானி  $M$  இற்கும், சைக்கிள்-தயர் வால்வு  $R$ , தேவையான தொடுக்குங் குழாய்கள் என்பவற்றிற்கும்  $A$  யினின்று குழாய்கள் செல்லுகின்றன. துவாரங்கள் இல்லாத ஆனால் அதேபோன்ற மூடியொன்று பிசுபிசுப்புமானியின் அடியாகின்றது. வெப்பநிலை நியாயமானவளவு மாறாமல் இருக்கும்பொருட்டு உருளை  $S$  ஆனது அதனிலும் அகன்ற பித்தனைக் கலம்  $B$  யாற் சூழப்பட்டிருக்கிறது; பிந்தியது நீரால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது.  $S$  மீது பாயியுதைப்பாலாகும் விளைவுகளை வெல்லும் பொருட்டு அது காட்டியுள்ளவாறு  $B$  யின் அடியுடன் திருகால் இறுக்கப் பட்டிருக்கிறது.

ஆய்கருவியிற் புகுத்தவேண்டிய வளியானது உலர்த்து குழாயொன்றுடே செலுத்தப்படுகிறது; வால்வு  $R$  ஐக் கடந்ததும் அவ்வளியானது  $B$  யிலுள்ள நீரின் அதே வெப்பநிலையில்  $S$  இல் உட்புகும்பொருட்டு நீண்ட, செம்பாலான சுருளிவடிவக் குழாயொன்றுடே அது செல்கின்றது.

நன்கு நெய்யிட்ட றப்பர்த் தொடுப்புக்கள் ஆய்கருவியை அமைத்தலே எளிதாக்குகின்றன.

$V$  யின் கனவளவைத் துணியும்பொருட்டுத் தெரிந்த கனவளவுடைய கண்ணாடிக் குமிழ்  $D$  யும் குழாயடைப்புக்கள்  $T_1$  உம்  $T_2$  உம் ஆய்கருவியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.  $T_1$  திறந்தும்  $T_2$  அடைத்தும் இருக்கும்பொழுது குமிழ்  $D$  ஆனது வெறிதாக்கப்படுகிறது; வளி யினிடத்து போயிலின் விதி சரியெனக் கொள்ளமுடியுமானால்,  $T_1$  ஐ அடைத்து  $T_2$  ஐத் திறந்தபோதுள்ள அழுக்கமானிப் பாயியின் மட்ட மாற்றங்கள்  $S$  இன் கனவளவைத் துணிவதற்குப் பயன்படுகின்றன.

அளவுகோடு திருத்திய மயிர்த்துளைக் குழாய் G ஆனது A யின் மூடியிலுள்ள ஒரு துவாரத்தாடே செல்கின்றது; அது அங்கு மெழுகால் அல்லது சட்டற்றன் சேர்வையால் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. S இன் கனவளவைக் காணும்பொழுது G யின் வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்திருக்கின்ற முனையானது றப்பர்க் குழாய், கண்ணாடிக் கோல் என்பவற்றால் அடைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

கண்ணாடிக் கோலானது அப்புறப்படுத்தப்பட்டதும் பிசுபிசுப்புமானியினின்று வளி பாய்கிறது; தெரிந்த காலவியையொன்றில் நிகழ்கின்ற அமுகக்கமாற்றத்தை அளந்தால் ஏற்கெனவே நிறுவப்பட்டுள்ள சூத்திரத்திலிருந்து பரிசோதனையின்போதுள்ள வெப்பநிலையில் வளியின் பிசுபிசுப்பைக் காணமுடிகின்றது.

இனி வாயுவொன்றின் பிசுபிசுப்பானது வெப்பநிலை ( $T^\circ$  கெ.) யுடன்

$$\eta = \frac{\kappa T^\dagger}{1 + \frac{T}{T^\dagger}}$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தின்படி மாறுகின்றது என இயக்கப்பாட்டுக் கொள்கை கற்பிக்கிறது; இங்கு  $\kappa$  யும் S உம் மாறிலிகள் ஆகும்; பிந்தியது சதலண்டின் மாறிலியென அழைக்கப்படுகிறது; பக்கம் 703 இற் காண்க.

ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள பிசுபிசுப்புமானியால்  $0^\circ$  ச. இலும்  $50^\circ$  ச. இலும் வளி (அல்லது நிலக்கரிவாயு) இன் பிசுபிசுப்பைத் துணிந்து, பரிசோதிக்கப்படுகின்ற வாயுவுக்கான சதலண்டின் மாறிலியைக் காண முடிகிறது; ஏனெனில்

$$\frac{\eta_{50}}{\eta_0} = \left( \frac{323}{273} \right)^{\frac{1}{S}} \left( \frac{S + 273}{S + 323} \right)$$

ஆகும்; எனவே  $\eta_0$  உம்  $\eta_{50}$  உம் தெரிந்திருக்கிறபோது S ஐக் கணிக்கலாம்.

(சிறிதளவிற்கு கிடைத்திருக்கின்ற) வாயுவொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கு ராங்கினின் முறை.—ஆய்கூட வெப்பநிலையில் நேயன், ஆகன், கிரித்தன், சேனன் ஆகிய அருவாயுக்கள் ஒவ்வொன்றின் பிசுபிசுப்பையும் துணிதலையுமிட்டு இவ்வாய்கருவியானது ராங்கின்† (Rankine) என்பவரால் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது.

படம் 11-16. சிறிதளவிற்கு கிடைக்கும் வாயுக்களுக்கு ராங்கினின் பிசுபிசுப்புமானி.

† Proc. Roy. Soc., A, 83, 265, 1910.

ஒன்றோடொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற இரு பகுதிகளாலான மூடிய கண்ணாடிப் பாத்திரமொன்றைக் கருதுக; அப்பகுதிகளுள் ஒன்று ஒரு நுண்மயிர்த்துளைக் குழாயாகும்; குறுக்குவெட்டுப் பரப்பில் இரண்டாவது மிகப் பெரிதாயிருக்கிறபோதிலும் அதனுள் சிறு இரச நிரலொன்று கெடாதவண்ணம் இருக்கும்பொருட்டு அது போதியவளவு குறுகியிருக்கிறது. படம் 11.16 (α) யிற் காண்க. (மயிர்த்துளையின் கனவளவானது புறக்கணிக்கத்தக்கதெனக் கருதுமிடத்து) இரசத்தாற் கொள்ளப்படாத கனவளவு  $V$  ஆகுக. ஆய்கருவியானது கிடையாய்ப் பிடிக்கப்பட்டிருக்கும் போது அதில் வாயுவின் உறுதியழுக்கம்  $P$  ஆகுக; ஆய்கருவி நிலைக்குத்தாயிருக்கும்போது இரசநிரலால் ஆன அழுக்க வித்தியாசமானது  $p$  ஆகுக. அப்பொழுது எக்கணத்திலும் இரசத்துக்குக் கீழே அழுக்கம்  $p_1$  உம் கனவளவு  $v_1$  உம், இரசத்துக்கு மேலே அவற்றிற்கு ஒத்த கணியங்கள்  $p_2$  உம்  $v_2$  உம் எனின்

$$V = v_1 + v_2 \text{ உம், } p_2 = p_1 - p \text{ உம் ஆகும்.}$$

மேலும் வெப்பநிலையானது மாறுது இருக்கின்றது என நாம் கொள்வோமானால்

$$PV = p_1 v_1 + p_2 v_2$$

என்னுஞ் சமன்பாடானது எப்பொழுதும் உண்மையாகும்.

கணம் எதேனுமொன்றில், ஆய்கருவியில், இரச நிரலுக்கு மேலே யுள்ள வாயுவின் திணிவு  $m$  ஆகுக. அப்பொழுது  $mRT = p_2 v_2$  | இங்கு  $R$  என்பது வாயுவின் திணிவலகு ஒன்றிற்கான வாயு மாறிலியாகும். காலவிடை  $\delta t$  யில் உயிர்ப்பாகின்ற வாயுவின் திணிவு  $\delta m$  ஆனது

$$\begin{aligned} RT \delta m &= \frac{\pi a^4}{16\eta l} (p_1 - p_2) (p_1 + p_2) \delta t \\ &= \frac{\pi a^4}{8\eta l} (p_1 - p_2) \left( \frac{p_1 + p_2}{2} \right) \delta t \\ &= \kappa (p_1 - p_2) \left( \frac{p_1 + p_2}{2} \right) \delta t \end{aligned}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது; இங்கு  $\kappa = \frac{\pi a^4}{8\eta l}$ .

ஆனால்  $RT \delta m = \delta(p_2 v_2)$ .

$$\therefore p_2 dv_2 + v_2 dp_2 = \kappa p \left( \frac{2p_2 + p}{2} \right) dt.$$

இனி சமவெப்ப நிபந்தனையிலிருந்து

$$\begin{aligned} PV &= p_1 v_1 + p_2 v_2 = (p_2 + p) (V - v_2) + p_2 v_2 \\ &= p_2 V + pV - p v_2 \end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore p_2 = P - p + \frac{p}{V} \cdot v_2.$$

எனவே  $p_2$  ஆனது  $v_2$  இன் ஓர் எகபரிமாணச் சார்பாகும் ; மேலும்,  $p_1$  உம்  $v_1$  இன் ஓர் எகபரிமாணச் சார்பாகும்.

$$\therefore \left( P - p + \frac{pv_2}{V} \right) dv_2 + v_2 \frac{p}{V} \cdot dv_2 = \kappa p \left[ \frac{2P - 2p + 2\frac{p}{V} \cdot v_2 + p}{2} \right] dt,$$

$$\therefore \left( P + 2v_2 \cdot \frac{p}{V} - p \right) dv_2 = \kappa p \left[ \frac{2P - p + \frac{2p}{V} \cdot v_2}{2} \right] dt.$$

$$2P - p + \frac{2pv_2}{V} = \xi \text{ ஆகுக. அப்பொழுது } d\xi = \frac{2p}{V} \cdot dv_2.$$

$$\therefore \frac{V}{2p} (\xi - P) d\xi = \frac{1}{2} \kappa p \xi dt,$$

$$\text{அல்லது} \quad \frac{V}{p} \left( 1 - \frac{P}{\xi} \right) d\xi = \kappa p dt.$$

0 இலிருந்து  $t$  வரையுள்ள கால இடையில்  $\xi$  ஆனது  $\xi_0$  இலிருந்து  $\xi_t$  இற்கும்,  $v_2$  ஆனது  $(v_2)_0$  இலிருந்து  $(v_2)_t$  இற்கும் மாறுக ; அப்பொழுது

$$\therefore \frac{V}{p} \int_{\xi_0}^{\xi_t} \left( 1 - \frac{P}{\xi} \right) d\xi = \kappa \int_0^t p dt.$$

$$\therefore \frac{V}{p} \left[ \xi - P \text{ இ.ம. } \xi \right]_{\xi_0}^{\xi_t} = \kappa p t.$$

$$\therefore \frac{V}{p} \left[ \xi_t - \xi_0 - P \text{ இ.ம. } \frac{\xi_t}{\xi_0} \right] = \kappa p t.$$

$$\therefore \frac{V}{p} \left[ \frac{2p}{V} \{ (v_2)_t - (v_2)_0 \} - P \text{ இ.ம. } \left\{ \frac{2P - p + \frac{2p}{V} \cdot (v_2)_t}{2P - p + \frac{2p}{V} \cdot (v_2)_0} \right\} \right] = \kappa p t.$$

இனி இரசநிரலானது சமச்சீரான இப்பெயர்ச்சியொன்றைப் பெறுகிறது எனக் கொள்க. அத்தகைய பெயர்ச்சியொன்றை வீழ்ச்சிக் குழாயிலுள்ள இரு குறிகள் சுட்டிக்காட்டுகின்றன ; அவற்றிற்கிடையேயுள்ள கனவளவு  $v$  ஆகுக. அப்பொழுது

$$V = (v_2)_0 + (v_2)_t ; \quad (v_2)_t - (v_2)_0 = v.$$

$$\therefore (2v_2)_t = V + v ; \quad (2v_2)_0 = V - v.$$

அப்பொழுது மேற்படி சமன்பாட்டின் இடக்கைப் பக்கமானது

$$2v - \frac{PV}{p} \text{ இ.ம. } \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{pv}{2PV} \\ 1 - \frac{pv}{2PV} \end{array} \right\}$$

என ஆகின்றது.

$\frac{pv}{2PV}$  ஆனது ஒன்றைக் காட்டிலும் சிறிதாதலின் மடக்கையுறுப்பை நாம் விரிக்கலாம். நடைமுறையிற பயன்படுத்தக்கூடிய எல்லா இரச நிரல்களினிடத்தும்  $\frac{\alpha^2 v^2}{12} \rightarrow 0$  ஆதலின்,  $\frac{p}{PV}$  ஐ  $\alpha$  என அழைத்து

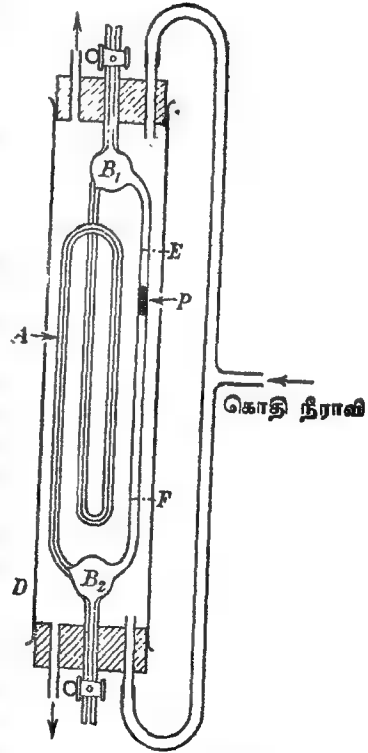
உறுப்புக்களை மூன்றாவது வலு வரை தான் கணக்கிற் சேர்த்தால்,

$$2v - \frac{2}{\alpha} \left[ \frac{\alpha v}{2} + \frac{\alpha^3 v^3}{24} \right] = v \left[ 1 - \frac{\alpha^2 v^2}{12} \right] = v$$

என மேற்படி கோவையானது சுருங்குகிறது.

$$\therefore \frac{\alpha \alpha^4 p^2}{8 \eta l} = v.$$

ஆய்கூட வெப்பநிலையிலும் கொதி நீரானி வெப்பநிலையிலும் பயன்படக்கூடிய வகையில் மாற்றியமைக்கப்பட்ட ராங்கின் பிசுபிசுப்புமானி.— எவ்வாறு வெப்பநிலையுடன் சடத்துவ வாயுக்களின் பிசுபிசுப்பு மாறுகின்றது என்பதை ஆராயும்பொருட்டு இப்பிசுபிசுப்புமானியானது 1910 இல் ராங்கினால் திட்டமிடப்பட்டது. இப்பிசுபிசுப்புமானி படம் 11-17 இல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது; அது இரு கண்ணாடிக் குழாய்களாலான மூடிய சுற்றொன்றைக் கொண்டுள்ளது; அவற்றுள் ஒன்று மயிர்த்துளையுடையது; மற்றையது அகன்றது; பிசுபிசுப்புமானியானது நிலைக்குத்தாக இருக்கும் பொழுது பிந்தியதிலுள்ள இரசநிரல் ஆய்கருவியிலிருக்கின்ற வாயுவை மயிர்த்துளைக் குழாய்யூடே செலுத்துகிறது. மயிர்த்துளைக் குழாய்



படம் 11-17. வெப்பநிலையுடன் வாயு வொன்றின் பிசுபிசுப்பு எவ்வாறு மாறுகின்றது என்பதை ஆராய ராங்கின் பிசுபிசுப்புமானி.



A ஆனது கிட்டத்தட்ட ஒரு மீற்றர் நீளம் உடையது; ஆய்கருவியின் மொத்த நீளத்தைக் குறைக்குமுகமாக, ஆனால் இரசநிரல் P யின் இறக்கத்துக் கான நேரம் கவனிக்கத்தக்கவளவில் மாறாமல் இருக்கும் வண்ணம், அது படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு இருமுறை வளைக்கப்பட்டிருக்கிறது ! ஆய்கருவியை வெறிதாக்கும்போதும் அல்லது அதை வாயுவால் நிரப்பும்போதும், இரச நிரலைக் கொண்டிருக்கும்பொருட்டு, ஒவ்வொன்றும் கிட்டத்தட்ட 1 சமீ.<sup>3</sup> கனவளவுடைய இரு சிறு குமிழ்கள் B<sub>1</sub> உம் B<sub>2</sub> உம் பயன்படுகின்றன.

ஆய்கருவியானது ஒரு கொதிநீராவிச் கஞ்சகக் குழாய் D யாற் சூழப் பட்டிருக்கிறது ; ஆய்கூட வெப்பநிலையை மட்டுமே அளத்தற்கு ஒரு வெப்பமானி உள்ளே செலுத்தப்படும் ; கொதிநீராவி பாயுங்காலே அவ் வெப்பமானிக்கு ஒருபோதும் அங்கு இடம் கொடுக்கப்படமாட்டாது ; பார மானியுயரத்திலிருந்தே கொதிநீராவியின் வெப்பநிலை கணிக்கப்படுகிறது.

ஒருசில சிறு திருத்தங்கள் ஒருபுறமிருக்க, இரு வெவ்வேறான வெப்ப நிலைகளில் வாயுவொன்றின் பிசுபிசுப்புக்களின் விசிதமானது அவ்வவ் வெப்பநிலைகளில் வீழ்ச்சிக் குழாயிலுள்ள அடையாளக் குறிகள் E, F என்பவற்றிற்கிடையே இரசநிரலின் இறக்க நேரங்களின் விசிதத்துக்குக் கிட்டத்தட்ட சமம் ஆம்.

நோக்கன் முறையில் முதன்மையான வேறுபடுத்துகையொன்று இன்றி யமையாததாகும் என ராங்கினும் இந்நூலாசிரியரும் 1921 இல் ஆராய்ந்து காட்டியுள்ளனர். பிசுபிசுப்புமானியில் வாயுவை மாற்றியபோது மட்டு மன்றி அதே வாயுவின் வெப்பநிலை மாற்றமடையும் போதுங்கூட இரச நிரல்களின் முனைகளின் வளைவுகளில் மிகவும் கவனிக்கத்தக்க மாற்றங்கள் ஏற்படுகின்றன எனக் காணப்பட்டது. நிரலின் நிறையால் ஆகின்ற முழு நீர்நிலையியல் அமுக்கமானது மயிர்த்துளைமையால் மாறாவளவிற்குறைக்கப் படுகின்றதெனத் தொடக்கத்திற் கொள்ளப்பட்டிருந்தது. செலுத்தும் அமுக்கத்தில் தோன்றும் மாற்றங்கள் இரசத்தின் பரப்பிழுவை மாற்றத் தாலல்லாது இரசத்திற்கும் கண்ணாடிக்கும் இடையேயுள்ள தொடுகைக் கோணத்தின் மாற்றங்களாலேயும் நிகழக்கூடியன. ஒவ்வொரு சந்தர்ப் பத்திலும் நிரலை முதல் முழுதாகவும் பின்பு அதைக் கிட்டத்தட்ட சமநீளமுடைய இரு துண்டுகளாகவும் பயன்படுத்தி நோக்கல்களை எடுத்தால் மேற்படி விளைவு நீக்கப்படுகிறது.

(பரிசோதனையானது உண்மையில் உறுதியாகக் காட்டுகிறதுபோலவே) நிரலானது இரு துண்டுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கும்போது மயிர்த்துளை மையால் ஆகின்ற விளைவு இருமடங்காகின்றது எனவும், துண்டுகளின் எண்ணிக்கை மூன்று எனின் அவ்விளைவு மும்மடங்காகின்றது எனவும் கொண்டால், அவ்விளைவை இரசநிரலின் நிறையால் ஆகின்ற நீர்நிலையியல் அமுக்கத்தின் ஒரு வரையறுத்த பின்னம் ■ என நாம் குறித்துக்கொள்ள லாம். நிரலானது ஒரு, இரு, மூன்று துண்டுகளாக இருக்கும்போது அதன் இறக்க நேரங்கள் முறையே t<sub>1</sub>, t<sub>2</sub>, t<sub>3</sub> ஆயின் அது மயிர்த்துளைக்

குழாயூடே வாயுவின் சம கனவளவுகளைச் செலுத்துகின்றபடியால்

$$(1-\alpha)t_1 = (1-2\alpha)t_2 = (1-3\alpha)t_3 ;$$

எனவே

$$\alpha = \frac{t_2 - t_1}{2t_2 - t_1} = \frac{t_3 - t_1}{3t_3 - t_1} ;$$

இவ்விரு பின்னங்களின் சமமே மயிர்த்துளைமையாலாகின்ற விளைவானது நடைமுறையில் கூட்டற்குரியது என உணர்த்துகிறது. எல்லா மயிர்த்துளை விளைவுகளும்ல்லாவிடத்து, அதாவது இரசத்தின் முழு நீர்நிலையிலமுக்க மும் செயலாற்றும்போது, எதிர்பார்க்கக்கூடிய இறக்கநேரம் ! எனின்,

$$t = t_1(1-\alpha)$$

ஆகும்.

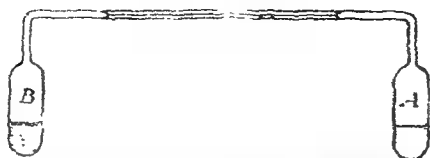
அப்பொழுது (நழுவலையிட்டுப் புறம்பாகப் பிரயோகிக்கக்கூடிய சிறு திருத்தமொன்றைத் தவிர்த்தால்) இந்நேரம்  $t$  ஆனது ஆய்கருவியிலுள்ள வாயுவின் பிசுபிசுப்புக்குச் சரியாக விசிதசமமாகும்.

நிரலை வேண்டிய அளவு துண்டுகளாக்குவதற்குக் குமிழ்கள்  $B_1, B_2$  என்பவற்றுள் எதேனுமொன்றைப் பயன்படுத்தலாம்.

ஆவியொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதற்கும் வெப்பநிலையுடன் அதன் மாறலை ஆராய்தற்கும் ராங்கினின் முறை.—(புரோமீன்போல்) எளிதிலாவி யாகின்ற திரவமொன்றினது ஆவியின் பிசுபிசுப்பையளத்தற்கு இம்முறை யானது ராங்கின்† எனபவரால் திட்டமிடப்பட்டது ; இம்முறையில் மிகை வெப்பம்பெற்ற ஆவியானது மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே வெளிப்படு கிறது. மயிர்த்துளைக் குழாயின் இரு பக்கங்களிலுமுள்ள அமுக்கங்களை அளத் தற்கும் குறிப்பிட்ட நேரமொன்றில் வெளிப்படுகின்ற ஆவியினது திணியை மதிப்பிடுதற்கும் கையாளப்பட்ட உபகரணங்களே இம்முறையின் சிறப் பான அம்சங்களாகும். அதனது மிக எளிய அமைப்பில் ராங்கினின் பிசுபிசுப்புமானியானது இரு குமிழ்கள் A, B என்பவற்றைத் தொடுக் கின்ற மயிர்த்துளைக் குழாயொனாலாகலாம் ; அக்குமிழ்கள் திரவத்தை யும் அதன் ஆவியையும் மட்டுமே கொண்டிருக்கின்றன, படம் 11·18. குமிழ்கள் இரண்டும் வெவ்வேறான வெப்பநிலைகளிற் பேணப்படுகின்ற தொட்டிகளில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றன ; மயிர்த்துளைக் குழாயின் வெப்ப நிலை குமிழ்களின் வெப்பநிலைகளைக் காட்டிலும் உயர்ந்தது. இவ்வாறு மயிர்த்துளைக் குழாயின் இரு முனைகளுக்கிடையே ஒரு பொருத்தமான அமுக்க வித்தியாசம் ஏற்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது ; எனவே உயர்வெப்பநிலைப் பக்கத்தில் ஆவியாகலாலும் தாழ்வெப்பநிலைப் பக்கத்தில் ஒடுங்குதலாலும் ஆவியானது ஒருபுறமிருந்து மறுபுறமாக மயிர்த்துளைக் குழாயூடே செல் கின்றது. A யின் வெப்பநிலையில் திரவத்தின் அடர்த்தி தெரிந்திருந்தால், உறுதிநிலை ஏற்பட்டதும் மிக்க வெப்பமான பக்கம் A யினின்று மறை கின்ற திரவத்தின் கனவளவை நோக்கிக் குறிப்பிட்ட நேரமொன்றில் வெளிப்படுத்தப்பட்ட ஆவியின் திணியைத் துணியமுடியும்.

† Proc. Roy. Soc., A, 88, 575, 1913

A யினின்று வெளியேறியுள்ள திரவத்தின் திணிவைத் திருத்தமாகத் துணிய விரும்புவோமானால் A யானது ஒடுங்கிய துளையுடைய ஒரு சீரான குழாய்வடிவமாய் இருத்தல் வேண்டும் என்பது தெளிவாம். இத்தகைய திட்டமொன்றில் ஆவியாகலால் ஆகின்ற வெப்பநட்டம் காரணமாகவும்,

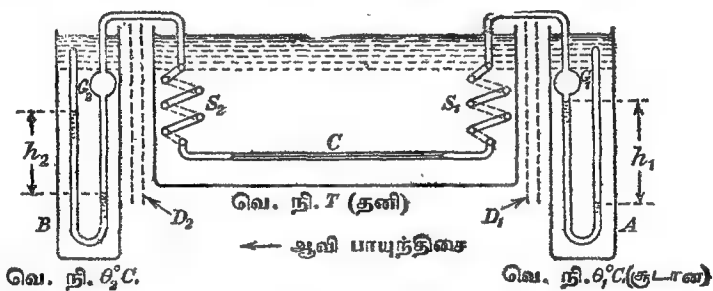


படம் 11-18. மிகைவெப்பம் பெற்ற ஆளிகளுக்கான ராங்கினின் பிசுபின்புமானியின் தத்துவம்.

அத்துணை ஒடுங்கிய குழாயொன்றில் கடத்தல், உடன்காவுகை என்பவற்றால் வெப்பநிலைச் சமத்தை நிலைநிறுத்தல் இயலாமை காரணமாகவும், திரவப் பரப்பின் வெப்பநிலையானது சூழ்ந்திருக்கின்ற தொட்டியின் வெப்ப நிலையைக் காட்டிலும் குறைவாயிருக்கிறது. இருந்தாலும், நிரம்பலமுக்கமானது தெரிந்திருக்கிறபடியால், மேற்படி குறைவை அளந்து மயிர்த் துளைக் குழாய்யூடே ஆவியைச் செலுத்தலுக்கு உணமையாகப் பயன்படுகின்ற அமுக்கத்தைக் காணமுடிகின்றது.

இருந்தாலும் நடைமுறையில் இப்பரிசோதனையானது அத்துணை எளிய தொன்று அன்று ; ஏனெனில் ஆவியொன்றினிடத்து அதன் கனவளவு பெரிதாய் இருக்கிறபோதிலும் அதற்கு ஒத்த திரவத்தின் கனவளவானது சிறிதாய் இருக்கிறபடியால் A யும் B யும் ஒடுங்கிய துளையுடைய குழாய் வடிவமாக இருத்தல் வேண்டற்பாலது ; ஆனாலும் அத்துளையும் மயிர்த் துளையும் அதே வரிசையில் வரமாட்டா. அப்பொழுது மயிர்த்துளையின் இரு முனைகளிலுமுள்ள அமுக்கங்கள் முறையே A யும் B யும் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்ற தொட்டிகளின் வெப்பநிலைகளில் திரவத்தின் நிரம்பல் ஆவியமுக்கங்களுக்கு ஒருபோதும் சமனாக இருக்கமாட்டா. இதற்குக் காரணம் யாதெனில், மயிர்த்துளையூடே உயர்வீதத்துடன் காய்ச்சி வடித்தல் நிகழும்போது திரவத்திற்கும் அதன் ஆவிக்குமிடையே சம நிலையைப் பெறுவதற்கு வெப்பம் போதிய வீதத்துடன் A யுட் புகவோ B யிலிருந்து வெளியேறவோ முடியாது என்பதே. இதன் விளைவு A யிலும் B யிலுமுள்ள அமுக்கங்கள் முறையே அவ்வவற்றிற்கொத்த நிரம்பலமுக்கத்தைக் காட்டிலும் குறைவாகவும் கூடுதலாகவும் இருக்கின்றன ; எனவே உண்மையமுக்கங்களைக் காணும்பொருட்டு மேற்படி வித்தியாசங்களை மதிப்பிடுவதற்கான முறைகளைக் கையாளல் வேண்டும். பயன்படுத்தியுள்ள ஆய்கருவியின் விளக்கப்படத்தைப் படித்தால் எவ்வாறு இம்மதிப்பீடு நிறைவேற்றப்பட்டுள்ளது எனத் தெரியவரும், படம் 11-19 ஐப் பார்க்க. பாத்திரங்கள் A யும் B யும் மயிர்த்துளைக்குச் சேய்மையான முனைகளில் அடைக்கப்பட்ட U குழாய்கள் எனக் குறித்துக்

கொள்கிறோம். அவை நீர்த்தொட்டிகளில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றன ; அத்தொட்டிகளின் வெப்பநிலை வித்தியாசம் பல பாகைகள் ஆகும். அவற்றுள் A யைக் கொண்டிருக்கின்ற தொட்டியே மிக்க வெப்பநிலையி லுள்ளது எனக் கொள்வோம். A யைக் கொண்டிருக்கின்ற தொட்டியின் வெப்பநிலையானது ஆய்கருவியின் B ஒழிந்த எந்தப் பாகத்தின் வெப்ப நிலையைக் காட்டிலும் குறைவாக இருத்தல் வேண்டும் ; இக்கட்டுப்பாட்டுடன், மயிர்த்துளைக் குழாயைக் கொண்டிருக்கின்ற தொட்டி C யின் வெப்ப நிலையை ஆவியின் பிசுபிசுப்பு துணிதலுக்கான வெப்பநிலையிற் பேண லாம். A யிலிருந்து உற்பத்தியாகின்ற ஆவியை விரும்பிய வெப்ப நிலைக்கு உயர்த்திவைக்கும் பொருட்டு அது மயிர்த்துளையுள் புழுமுன் கண்ணாடிச் சுருளி  $S_1$  ஊடே பாய்கின்றது. மற்றை முனையினின்று அது வெளியேறி ஈற்றில் திரவமாக B யில் ஒடுங்குகிறது.



படம் 11-19. எளிதிலாவியாகின்ற திரவங்களின் ஆவிகளினிடத்துப் பயன்படும் ராங்கின் பிசுபிசுப்புமானி (பெரிய குமிழ்கள்  $G_1$  உம்  $G_2$  உம் பிசுபிசுப்புமானியின் குளிர்ச்சிமிக்க பக்கத்தில் ஒடுக்கத்தை எளிதாக்குகின்றன ; கலக்கிகளும் வெப்ப மானிகளும் காட்டப் படவில்லை).

இனி, பாத்திரங்கள் A, B யின் மூடிய கிளைகளில் யாது நிகழ்கின்றது என்பதைக் கருதுவோம். இக்கிளைகளில் திரவம் அனுபவிக்கின்ற மட்ட மாறல்களின் விளைவாக அங்கு உணரத்தக்க அளவில் ஆவியாகலோ ஒடுங்குதலோ நிகழமாட்டாது. எனவே நிரம்பலமுக்கங்கள் நிலைநிறுத்தப் படுகின்றன. இருந்தாலும், மயிர்த்துளைக்கு அணித்தாயுள்ள கிளைகளில் விரைவான ஆவியாகலாலும் ஒடுங்குதலாலும் அமுக்கங்கள் நிரம்பற் பெறுமானங்களினின்று வேறுபடுகின்றன ; ஆனால் U குழாய்களின் ஈர் உறுப்புக்களிலுமுள்ள மட்ட வித்தியாசங்களை நோக்கி அவ்வித்தியாசங்களை எளிதில் மதிப்பிடலாம். உதாரணமாக,  $\theta_1$  உம்  $\theta_2$  உம் ( $\theta_1 > \theta_2$ ) முறையே A யையும் B யையும் கொண்டிருக்கின்ற தொட்டிகளின் வெப்ப நிலைகளும்,  $p_1$  உம்  $p_2$  உம் அவ்வவ் வெப்பநிலைகளில் திரவத்தின் அடர்த்திகளும்,  $p_1$  உம்  $p_2$  உம் மயிர்த்துளையின் இரு முனைகளிலுமுள்ள அமுக்கங்களும்,  $h_1$  உம்  $h_2$  உம் முறைப்பட்டியான U குழாய்களிலுமுள்ள

திரவத்தின் மட்ட மாற்றங்களும் ஆகுக; அப்பொழுது  $\theta_1, \theta_2$  ஆகிய வெப்ப நிலைகளில் திரவத்தின் நிரம்பலாவியமுகக்கங்கள் முறையே  $P_1, P_2$  எனின்,

$$p_1 = P_1 - g\rho_1 h_1;$$

$$p_2 = P_2 + g\rho_2 h_2.$$

எனவே, சிறு வெப்பநிலை வீச்சொன்றில் நிரம்பலாவியமுகக்கங்களும் திரவத்தின் அடர்த்திகளும் தெரிந்திருந்தால், பொது அமுக்கமானி போன்ற எதனையும் பயன்படுத்தாது ஆவியுயிர்ப்பை ஆளுகின்ற அமுக்கங்களைக் காணமுடிகின்றது. மேலும் ஆவி, திரவம் ஆகியவற்றின் தற் கனவளவுகள் தெரிந்திருந்தால், ஆவியாகியுள்ள திரவத்தின் கனவள வையும் ஒடுங்கியுள்ள திரவத்தின் கனவளவையும் நோக்கி, மயிர்த்துளையிற் பாய்ச்சல் வீதத்தைத் துணியும் வழிவகைகள் பெறப்படுகின்றன.

ஆவியொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிவதற்கான இம்முறையில் மேயரின் ஆவியுயிர்ப்புச் சூத்திரம் அடிப்படை; அது

$$\eta = \frac{\pi a^4}{16l} \cdot \frac{(p_1^3 - p_2^3)t}{p_1 V_1}$$

என்பதாகும்; இங்கு  $t$  ஆனது (அமுக்கம்  $p_1$  இல்) கனவளவு  $V_1$  உடைய ஆவியை வெளிப்படுத்தற்கான நேரம் ஆகும். பயன்படுத்தப் படுகின்ற பதார்த்தம் ஓர் இலட்சிய வாயுவாகும் எனக் கொண்டே இச் சூத்திரம் பெறப்பட்டுள்ளது. இப்பரிசோதனைகளில் ஆவியானது மிகை வெப்பம் பெற்றும் தாழ்வமுகக்கத்தில் இருக்கிறபடியாலும் விலகல்கள் கண்டிப்பாய்க் கிட்டத்தட்பச் சிறிதாய்த்தான் இருக்கும்.  $100^\circ\text{C} - 260^\circ\text{C}$ . என்னும் வீச்சில், நீராவியின் பிசுக்குப் பண்புகளை ஆராயும்பொருட்டு இந்நூலாசிரியர் 1924† இல் ஒருசில சிறு மாற்றங்களுடன் இம்முறையைப் பயன்படுத்திச் சில பரிசோதனைகளை நடாத்தினார்; அப்பரிசோதனை களில் மயிர்த்துளையின் முனைகளிடையேயுள்ள அமுக்க வித்தியாசமானது அரைவாசியாக்கப்பட்டுள்ளது; இம்முறைக்குச் சிறப்பாக உரிய வழுவெல்லை களுக்கு மேலாக  $\eta$  வின் பெறுமானம் பாதிக்கப்படவில்லை.

கணித்தலின் பொருட்டு மேற்படி சூத்திரம் தகுதிமிக்கதொன்று அன்று; நேரம்  $t$  யில் வெளிப்படுகின்ற பொருளின் திணிவு  $m$  தொடர்பாக அதை மாற்றியமைத்தல் வேண்டும்.  $p_1 V_1 = m R T_1 = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T_1$  ஆதலின்,

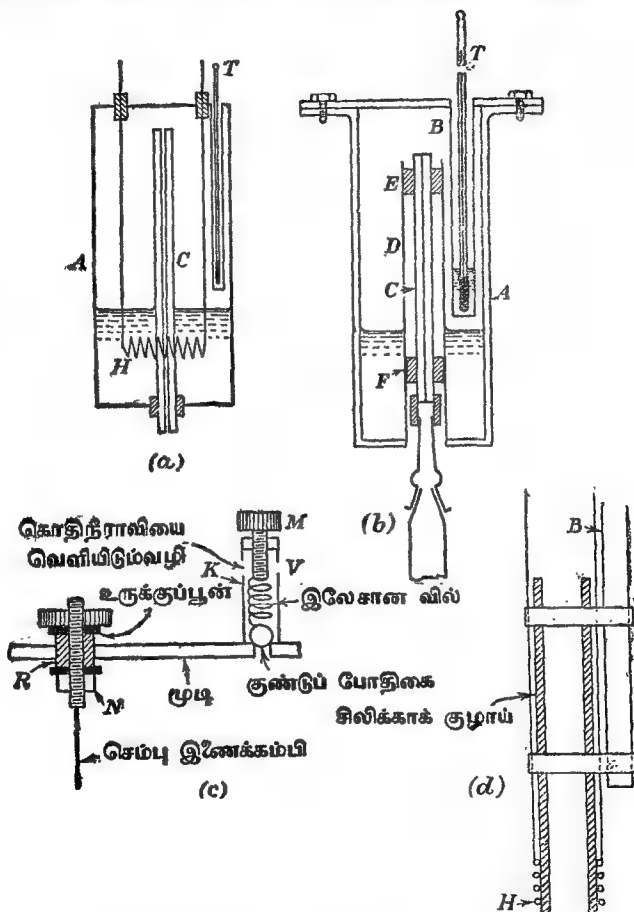
$$\eta = \frac{\pi a^4}{16l} \cdot \frac{(p_1^3 - p_2^3)t}{m} \cdot \frac{1}{R T_1} = \frac{\pi a^4}{16l} \cdot \frac{(p_1^3 - p_2^3)t}{m} \cdot \frac{M}{R T_1}$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $R$  ஆனது அகில வாயு மாறிலியும்,  $R$  ஆனது ஒரு கிராம் திரவத்திற்கான வாயு மாறிலியும்,  $M$  ஆனது திரவத்தின் மூலக்கூற்று நிறையும்,  $T_1$  ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாய்யுடே ஆவி செல்லுங்காலே தனியளவிடையில் அதன் வெப்பநிலையுமாகும்.

† Proc. Roy. Soc., A, 106, 83, 1924.

பல சிறு திருத்தங்களைப் பிரயோகிக்க வேண்டும் ; அவற்றைப் பற்றிய ஆராய்ச்சி வெளியீடுகளைப் பார்க்க.

வளிமண்டல அழுக்கத்தில் கொதிநீராவியின் பிசுபிசுப்பை பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.—கொதிநீராவியின் பிசுபிசுப்பைக் கிட்டத்தட்ட  $100^{\circ}$  ச.



புலம் 11-20. கொதிநீராவிக்கான பிசுபிசுப்புமானி (நூலாசிரியரின் திட்டம்).

இல் அளத்தலுக்கான இம்முறையின் தத்துவமானது கிறெகரி என்புவுரால் தரப்பட்டுள்ளது ; ஆனால், கீழே விவரித்துக் கூறப்பட்டுள்ள ஆய்கருவி

யானது இந்நூலாசிரியராலேயே திட்டமிடப்பட்டது; அது கவிழ்க்கப் பட்ட டிவார் குப்பியொன்றைப் பயன்படுத்தியுள்ள முதல் ஆய்கருவியைக் காட்டிலும் பல கவனிக்கத்தக்க நயங்கள் உடையது. இம்முறையின் தத்துவத்தைப் புடம் 11-20 (a) எடுத்துக்காட்டுகிறது. வளி முற்றிலும் அப்புறப்படுத்தப்பட்டுள்ள உலோகப் பாத்திரம் A யில் நீர் கொதிக்க வைக்கப்படுகிறது. அளவுகோடு திருத்தப்பட்டுள்ள மயிர்த்துளைக் குழாய் C யினின்று கொதிநீராவியானது வெளியேறுகிறது; தண்ணீரில் ஒரு பகுதி அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு U குழாயில் அந்நீராவியை ஒடுக்க லாம். உணர்ச்சியுள்ள இரசங்கொண்ட கண்ணாடி வெப்பமானி T யானது ஆவியின் வெப்பநிலையைத் தருகிறது; ஆனால் ஆவியின் அழுக்கத்தால் வெப்பமானியின் குமிழானது வடிவமாற்றமடையாமல் இருக்கும்பொருட்டு அதன் கீழான மூளை மூடப்பட்ட குழாயொன்றில் வெப்பமானி வைக்கப் பட்டது; குமிழுக்கும் வெப்பமாக்கப்பட்ட குழாய்க்கும் இடையே தக்க வெப்பத் தொகை அளிக்கும்பொருட்டுக் குழாயானது [கொ.நி. > 100°ச. உடைய] ஓர் எண்ணெயைக் கொண்டிருக்கிறது. வெப்பநிலை தெரிந்திருந் தால் அட்டவீணைகளிலிருந்து அந்த ஆவியின் அழுக்கத்தை அறியலாம்; பின்பு, பக்கம் 652 இல் தரப்பட்டுள்ள மேயரின் சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்தி ஆவியின் பிசுபிசுப்பு கணிக்கப்படுகிறது.

பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள பிசுபிசுப்புமானியின் விவரங்கள் படம் 11-20 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. A ஒரு பித்தளைப் பாத்திரம்; இடையான றப்பர் இணைப்பிற்குரியொன்று உள்ளீடாகப் பித்தளை மூடியொன்றைத் திருகுகளால் நிலையாக்கி வைத்தற்பொருட்டு அம்மூடியானது தட்டையான பட்டியாகத் திருப்பப்பட்டிருக்கிறது. இம்மூடி வெப்பமானி T வைக்கப்படு கின்ற குழாய் B யைக் காவுகிறது. மேலும், அதே மூடி வெப்பமாக்குஞ் சுருள் H இற்குச் செல்கின்ற கண்டித்த இணைக்கம்பிகளையும் பின்பு விவரித்துக் கூறவிருக்கின்ற காவல் வால்வு V யையுந் காவுகின்றது. குழாய் A யின் அடியில் அதனுடே செல்லுகின்ற பித்தளைக் குழாய் D ஆனது பற்றாசு பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது. D யுடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்ற றப்பர் அடைப்பான் E யானது மயிர்த்துளைக் குழாய் C யைத் தாங்கி நிற்கிறது. F ஆனது தளர்ச்சியாய்ப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு தக்கையாகும்; அது C ஊசலாடுவதைத் தடுக்கிறது. ஒரு சிறு றப்பர்க் குழாய்த் துண்டால் C யின் வெளியீட்டு செல்வழியுடன் U குழாயைத் தொடுக்கலாம்; ஒரு பாகம் தண்ணீரில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கும் போது அளந்த கால விடையொன்றில் வெளியேறுகின்ற கொதிநீராவியை அது ஒடுக்கிச் சேமிக் கின்றது.

படம் 11-20 (c) ஆனது காவல் வால்வைப் பற்றியும் வெப்பமாக்குஞ் சுருள் H இற்குச் செல்கின்ற கண்டித்த இணைக்கம்பிகளுள் ஒன்றைப் பற்றியும் விவரங்கள் தருகின்றது. பிசுபிசுப்புமானியின் மூடியிலுள்ள துளையொன் றிற் சரியாகப் பொருந்தியிருக்கின்றதும் தடித்த சுவருடையதுமான ஒரு றப்பர்க் குழாய்த் துண்டு R இனுடே திருகுப் புரியுடைய ஒரு பித்தளைக்

கோல் செல்கிறது. பித்தனைத் தகட்டுப் பூண்கள் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன; சுரை N ஐத் திருவி நிலையாக்கினால் றப்பர் விரிவடைந்து மூட்டானது வாயு நுழையவியலாததாகிறது. வால்வு V சிறு பித்தனைக் குழாய்த்துண்டு K யால் ஆனது; அதன் அடியில் சிறு துளையொன்றுமீது ஓர் உருக்குக் குண்டு ஓய்வாயிருக்கின்றது. இலேசான வில்லொன்று குண்டை அழுத்துகிறது; குண்டுமீதுள்ள அழுத்தமானது திருகு M ஆல் ஆளப்படுகிறது.

மின்வெப்பமாக்கி பற்றிய விபரங்கள் படம் 11-20 (d) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. சுருளானது ஒருசில சுற்றுகளாகச் சுற்றப்பட்டிருக்கின்ற கொன்சு தாந்தன் கம்பியாலானது. அது செப்பிணைக்கம்பிகளுடன் வன்பற்றாசு பிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது. பித்தனைக்குழாய் D மீது எளிதில் நழுவுதற்கான அளவு உடைய சிலிக்காக் குழாயொன்றுமீது சுருள் சுற்றப்பட்டிருக்கின்றது. குழாய் B யுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற செப்புக் கட்டுக்களாற் சிலிக்காக் குழாயானது நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வண்ணம் ஆய் கருவியானது உடனே இணைக்கப்படுகிறது; மேலும் மயிர்த்துளை முதலியவற்றைத் துப்புரவாக்கும் பொருட்டு அதைக் கூறுகூறுகப் பிரித்தெடுக்கலாம்.

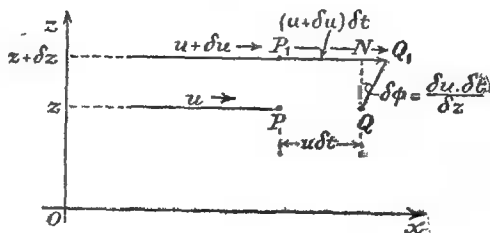
பரிசோதனையைத் தொடக்கிவைக்குமுகமாக நீரானது விரைவாகக் கொதிக்க வைக்கப்படுகிறது; அப்பொழுது ஆய்கருவியினின்று வளியை அப்புறப்படுத்தும்பொருட்டு வால்வு V ஆனது திறந்தவண்ணம் இருக்கின்றது. அடுத்து வில் மீதுள்ள அழுத்தம் சிறிதளவு உயர்த்தப்படுகிறது; இதனால் பிசுபிசுப்புமானியில் நிரம்பிய நீராவியின் அழுக்கம் கூடுகின்றது. இவ்வழுக்கமானது வெப்பமானியின் உறுதியான வாசிப்பினின்று கிடைக்கப்பெறுகின்றது. அப்பொழுது வால்வு வழியாகவும் மயிர்த்துளைக் குழாய் மார்க்கமாகவும் கொதிநீராவி வெளியேறுகின்றது. இனி முன்பு காட்டியுள்ளவாறு கொதிநீராவியின் பிசுபிசுப்பு கணிக்கப்படுகிறது. பின்பு கிட்டத்தட்ட  $102.5^{\circ}\text{C}$ . ஐ விஞ்சாத வெப்பநிலைகளில் பரிசோதனை திரும்பச் செய்யப்படுகிறது.

## சுழற்சிப் பிசுபிசுப்புமானிகளும் அலைவுப் பிசுபிசுப்புமானிகளும்

**முகவுரை.**—ஆய்கூடத்து வெப்பநிலைகளில் லைல் (Lyle) என்பாரின் “வெல்லப்பாரு” அல்லது கிளிசரோல் போன்ற பொருளொன்றின் பிசுபிசுப்பானது அத்துணை உயர்ந்ததாதலின் மயிர்த்துளைக் குழாய்ப் பிசுபிசுப்புமானியானது நடைமுறையில் பெரிதும் வசதி குறைந்ததொன்றாகும். அப்பொழுது சுழற்சிப் பிசுபிசுப்புமானியொன்றைப் பயன்படுத்தலாம். அது பின்வருமாறு அமைந்துள்ளது; தெரிந்த ஆரையுடைய உருளையொன்றில், தெரிந்த பரிமாணங்கள் உடைய உருளையொன்று நிலைக்குத்தாக் இருக்கின்றது; ஈர் உருளைகளின் அச்சுக்களும் ஒன்றே; பிந்திய உருளையா



னது சீராகச் சுழற்றப்படுகிறது; ஈர் உருளைகளிடையேயுள்ள கங்களை இடமானது சோதனைக்கான திரவத்தைக் கெட்டிப்படுத்திற்று. உள்ளுருளை அமிழ்ந்துள்ள ஆழம் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்; உள்ளுருளைமீது உறுதியானவோர் இணை பிரயோகிக்கப்படும்போது அவ்வுருளையின் மாறாக் கோண வேகத்தைத் துணிதலே இப்பரிசோதனையின் நோக்கு. இத்தகைய பிசுபிசுப்புமானியின் தொழிற்பாட்டிற்கான ஆரம்பக் கொள்கையில் அமிழ்ப்பாழம் முடிவில்லாததாக இருக்கும்பொழுது திரவத்தின் இயக்கமும் இவ்வுதாரணத்திலுள்ள இயக்கமும் ஒன்றே எனக் கொள்ளப்படுகிறது; எனவே முனைத் திருத்தம் எனப்படும் திருத்தமொன்று வழக்காகிறது; அம்முனைத் திருத்தத்தை நீக்குமுகமாகவே பரிசோதனை வழக்கமாக நடத்தப்படுகின்றது. இவ்வுதாரணம் தொடர்புச் சுழற்சியின் பாற்படும்; எனவே உள்ளுருளையை நிலையாக்கி வெளியுருளையைச் சுழற்றுவதும் அல்லது அதன் மறுதலையும் ஒன்றே. உயர் பிசுபிசுப்புவை திரவங்களிடத்து நிறைகளாலும் கப்பிகளாலுமான தொகுதியொன்றால் உள்ளுருளைமீது ஒரு தெரிந்த இணையைப் பிரயோகித்து, உறுதி நிலைய ன்டந்தபின் சுழற்சி வேகத்தை அளத்தலே எளிமைமிக்க முறை. தக்க வேகமொன்றை அளித்தலுக்கான முறுக்கம் சிறிதாகிக் கம்பி



படம் 11-21. நியூற்றனின் கருதுகோள்-வேறொரு கருத்து.

களிடத்துள்ள உராய்வானது குழப்பக்கூடிய அளவில் தோற்றும்போது, உள்ளுருளை ஒரு முறுக்கற் கம்பியால் தொங்கவிடப்பட்டிருக்க வெளியுருளையை மாற வேகத்துடன் சுழற்றக்கூடியவகையில் ஆய்கருவியை அமைக்கலாம். உள்ளுருளையின் திரும்பலானது அவ்வுருளை மீதுள்ள திருப்பத்தை உணர்த்துகிறது.

எவ்வாறு மேற்படி உருளைகளுக்கிடையேயுள்ள பாயியின் பிசுபிசுப்புடன் இத்திருப்பத்தைத் தொடர்புபடுத்தலாம் என்பதைக் காட்டுமுன் பிசுக்குப் பாய்ச்சலைப் பற்றிய நியூற்றனின் கருதுகோளை நாம் மீண்டும் கருதல் வேண்டும். இக்கருதுகோளானது  $\frac{F}{A} = \eta \frac{du}{dz}$  (பக்கம் 620) என்னுஞ் சூத்திரத்தாற் சுருக்கிக் கூறப்படுகின்றது. இச்சூத்திரத்திற்கு வேறொரு வடிவம் கொடுத்தால் அது பெரிதும் அறிவூட்டும். அதாவது திரவத்தில்  $dz$

என்னும் இடைத்தூரம் உடைய இரு தளங்கள் கருதப்படுக; அத் தளங்களிலுள்ள வேகங்கள் முறையே  $u$  வும்  $u + \delta u$  வும் ஆகுக; அப்பொழுது நேரம்  $\delta t$  யில் வேகங்கூடிய தளத்திலுள்ள துணிக்கையொன்று மற்றைத் தளத்திலுள்ள துணிக்கையொன்றைக் காட்டிலும் தூரம்  $\delta u \delta t$  கூடுதலாகச் சென்றுவிடும், படம் 11.21 இற் காண்க. நேரம்  $\delta t$  யில் துணிக்கைகளின் நிலைகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு  $PP_1$  ஆனது கோணம்  $\delta\phi$  இனாடு சுழன்று  $QQ_1$  என்னும் நிலையை அடையுமானால், அப்பொழுது

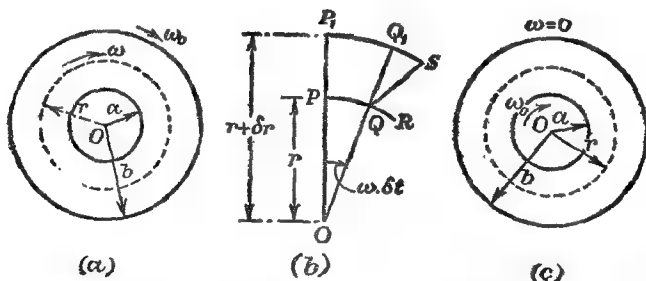
$$\delta\phi = \frac{\delta u \delta t}{\delta z} \text{ அல்லது } \frac{d\phi}{dt} = \frac{du}{dz}.$$

எனவே

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{d\phi}{dt};$$

அதாவது பிசுபிசுப்பு  $\eta$  மாறாமல் இருந்தால் தகைப்பானது கொய்வு வீதத்துக்கு நேரடி விகிதசமமாகும்.

சுழலும் பாயியொன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ள ஓர் உருளைமீது தாக்குகின்ற முறுக்கம்.—ஓரச்சுருளைகள் இரண்டிற்கிடையேயுள்ள இடமானது பிசுக்குப் பாயியொன்றால் நிரப்பப்பட்டிருக்க. வெளியுருளையை மாறாக் கோண வேகத்துடன் சுழலச் செய்தால் அதனால் உள்ளுருளைமீது உருற்றப் படுகின்ற இணையைக் கணிக்கலாம்; எனவே இவ்விணையை அளந்தால் பாயியின் பிசுபிசுப்பைக் காணும் வழிவகை கிடைக்கப்பெறுகின்றது. உள்



படம் 11.22. உறுதியாகச் சுழலும் பாயியொன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ள உருளைமீதான முறுக்கம்.

ருருளை, வெளியுருளை ஆகியவற்றின் ஆரைகள் முறையே  $a$  யும்  $b$  யும் ஆகுக, படம் 11.22 (a); உருளைகளில் நீளம்  $l$  ஐக் கருதுக; இப்போதைக்கு முனைவிளைவுகள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன. உள்ளுருளைமீது உருற்றப்படுகின்ற இணையை அதன் தொங்கலிலுள்ள முறுக்கலாலாகின்ற இணை சமமாக்குகிறபடியால் அவ்வுருளை ஓய்விலிருக்கின்றது. வெளியுருளை

யின் கோண வேகம்  $\omega_0$  ஆகுக; அவ்வேகமானது வலஞ்சுழியாக எடுக்கப்படுகின்றது; மிகவும் உள்ளான திரவவடுக்கு ஓய்வில் இருக்கும்.

பாயியிலுள்ள உருளைவடிவப் பரப்பொன்றின் ஆரை  $r$  ஆகுக. இப் பரப்பிலுள்ள புள்ளியொன்றின் கோண வேகம்  $\omega$  ஆனால் அச்சிலிருந்து தூரம்  $r + \delta r$  இலுள்ள புள்ளிகளின் கோண வேகம்  $\omega + \delta\omega$  ஆகுக,  $PQR$  உம்  $P_1Q_1S$  உம் முறையே ஆரைகள்  $r$  உம்  $r + \delta r$  உம் உடைய

வட்டங்களின் விற்கள் ஆகுக, படம் 11-21 (b).  $\widehat{POQ} = \omega \cdot \delta t$  ஆகுக. எனவே நேரம்  $t$  யில்  $P, P_1$  என்னுமிடங்களில் இருந்த துணிக்கைகள் நேரம்  $t + \delta t$  யில் முறையே  $Q, S$  என்னுமிடங்களை அடைந்துவிடும்.

இனி

$$PQ = r \cdot \omega \cdot \delta t;$$

$$P_1S = (r + \delta r) (\omega + \delta\omega) \delta t.$$

எனவே

$$\delta\omega \delta r \text{ என்பது புறக்கணிக்கப்பட்டால்,}$$

$$Q_1S = r \cdot \delta\omega \cdot \delta t.$$

$$\therefore Q_1QS = r \frac{\partial\omega}{\partial r} \delta t.$$

$$\therefore \text{கொய்வு வீதம்} = r \frac{\partial\omega}{\partial r}.$$

$\therefore$  ஆரை  $r$  உடைய உருளைப் பரப்புமீதுள்ள தொடலித் தகைப்பானது  $\eta r \frac{\partial\omega}{\partial r}$  ஆகும், (பக்கம் 671 இற் காண்க); இங்கு  $\eta$  பாயியின் பிசுபிசுப் பாகும்.

எனவே ஆரை  $r$  உம் நீளம்  $l$  உம் உடைய உருளைக்கு வெளியேயுள்ள பாயியானது அவ்வுருளைக்குரியதும் அகலம்  $\delta s$  உடையதுமான கீல் மொன்றுமீது  $\eta l r \frac{\partial\omega}{\partial r} \delta s$  என்னும் விசையொன்றைப் பிரயோகிக்கின்றது; இங்கு  $\delta s = 2\pi r$  ஆகும். உருளையின் அச்சைப் பற்றி மேற்படி விசையின் திருப்பம்

$$\eta l r^2 \frac{\partial\omega}{\partial r} \cdot \delta s$$

ஆகும்.

எனவே கருதப்படுகின்ற உருளை மீதுள்ள முழு முறுக்கமும்  $\eta l r^2 \frac{\partial\omega}{\partial r} \delta s$

இற்கு, அதாவது  $2\pi \eta l r^2 \frac{\partial\omega}{\partial r}$  இற்குச் சமன் ஆகும்.

உள்ளுருளையின் சுழற்சியைத் தடுக்குமுகமாக வெளியேயிருந்து இடஞ் சுழியாகப் பிரயோகிக்க வேண்டிய இணை  $\Gamma$  ஆகுக. உறுதிநிலையின்போது திரவமிடத்து கோண ஆர்முடுகல் இல்லை; அதாவது  $r = r$  என்பதாலும்  $r = a$  என்பதாலும் வரையறுக்கப்பட்டுள்ள உருளைப் பரப்புகளிடையேயுள்ள

திரவமீதுள்ள முழு இணையும் பூச்சியமாகும்.

$$\therefore 2\pi\eta r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} - \Gamma = 0 \text{ அல்லது } 2\pi\eta l \, d\omega = \Gamma \frac{dr}{r^3}.$$

$$\therefore 2\pi\eta l \omega = -\frac{\Gamma}{2} \cdot \frac{1}{r^2} + A;$$

இங்கு  $A$  ஒரு தொகையிட்டு மாறிலி;  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $\omega=0$  என்னும் எல்லை நிபந்தனைப்படி அதனது பெறுமானம்  $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma}{a^2}$  என்பதால் தரப்படுகிறது.

$r=b$  ஆகுமிடத்து  $\omega=\omega_0$  ஆதலின்,

$$2\pi\eta l \omega_0 = \frac{1}{2} \Gamma \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right].$$

$$\therefore \eta = \frac{\Gamma}{4\pi l \omega_0} \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right].$$

உள்ளுருளையானது சுழலுங்காலே ஆரை  $r$  உடைய உருளைப்பரப்பிற்கு வெளியேயுள்ள திரவம் அப்பரப்புமீது மீண்டும்  $2\pi\eta r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r}$  என்னும் முறுக்கத்தைப் பிரயோகிக்கிறது, படம் 11.22 (c) யிற் காண்க; அது வலஞ்சுழியாகத் தாக்குகின்றது. உள்ளுருளையின் சுழற்சிக்கு எதுவாயிருக்கின்ற வலஞ்சுழி இணை  $\Gamma$  ஆனால், முறையே  $r=a$  என்பதாலும்  $r=r$  என்பதாலும் வரையறுக்கப்பட்டுள்ள பரப்புக்களிடையேயுள்ள பாயியானது பூச்சியக் கோண ஆர்முடுகல் உடையதாதலால்,

$$\Gamma + 2\pi\eta r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0.$$

எனப் பெறுகிறோம்.

இச்சமன்பாட்டைத் தொகையிடும்  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $\omega=\omega_0$ ,  $r=b$  ஆகுமிடத்து  $\omega=0$  ஆகிய எல்லை நிபந்தனைகளைப் பயன்படுத்தியும்

$$\eta = \frac{\Gamma}{4\pi l \omega_0} \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right]$$

எனக் காண்கிறோம்.

மாற்று நிறுவல்.—ஆரை  $r$  உம் நீளம்  $l$  உம் உடைய உருளையொன்றிற்கு வெளியே சுழலும் பாயியானது அவ்வுருளை மீது  $2\pi\eta r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r}$  என்னும் முறுக்கத்தைப் பிரயோகிக்கின்றது என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. அடுத்து  $r$ ,  $r+\delta r$  என்பவற்றுல் வரையறுக்கப்பட்டுள்ள ஈர் உருளைப் பரப்புக்களுக்கிடையேயுள்ள பாயியைக் கருதுக. பாயியானது சமநிலையில் இருக்கிறபடியால், உள்ளேயுள்ள பரப்பைத் தாக்கு

கின்ற முறுக்கம் வெளியேயுள்ள பரப்பைத் தாக்குகின்ற முறுக்கத்துக்குச் சமனாகவும் எதிராகவும் இருத்தல்வேண்டும் ; அதாவது

$$\begin{aligned} \left[ 2\pi\eta l r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} \right]_{r=r} &= \left[ 2\pi\eta l r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} \right]_{r=r+\delta r} \\ &= \left[ \dots \right]_{r=r} + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ 2\pi\eta l r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} \right\} \delta r. \\ \therefore 3 \frac{\partial \omega}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} &= 0. \end{aligned}$$

இச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்துவைக்கும்பொருட்டு அதை

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = -3 \frac{\partial \omega}{\partial r}$$

என்றவாறு எழுதுவோம்.

தொகையிட,

$$\text{இ.ம. } \frac{\partial \omega}{\partial r} = \text{மாறிலி} - 3 \text{ இ.ம. } r,$$

$$\text{அதாவது } \frac{\partial \omega}{\partial r} = A r^{-3}$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு A ஒரு மாறிலி. எனவே  $\omega = -\frac{1}{2} A r^{-2} + B$ ; இங்கு B ஒரு மாறிலி. இவ்வுதாரணத்துக்குரிய எல்லை நிபந்தனைகள்  $r=a$  ஆகுமிடத்து  $\omega=0$  உம்  $r=b$  ஆகுமிடத்து  $\omega=\omega_0$  உம் ஆகும்;

$$\text{எனவே } A = 2\omega_0 \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right]^{-1}.$$

இனி ஆய்கருவியின் உள்நுருளையானது இடஞ்சுழியான இணை  $\Gamma$  என்பதாலும் திரவத்தால் உருற்றப்படுகின்ற வலஞ்சுழியான முறுக்கம்  $2\pi\eta l \left[ r^3 \frac{\partial \omega}{\partial r} \right]_{r=a}$  என்பதாலும் தாக்கப்பட்டுச் சமநிலையில் இருக்கின்றது.

$$\therefore \Gamma = 2\pi\eta l \cdot A,$$

$$\text{அல்லது முன்னர்போல } \eta = \frac{\Gamma}{4\pi l \omega_0} \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right].$$

**நடைமுறையிலுள்ள உருளைப் பிசுபிசுப்புமானி.**—ஓர் உருளைமீது அசையும் பிசுக்குப் பாயியொன்றாற் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற முறுக்கம் பற்றிய அறிமுறை ஆராய்ச்சியில் அவ்வுருளையின் முனைகள் மீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற முறுக்கங்கள் புறக்கணிக்கப்பட்டுள்ளன; நீளங்கள்  $l_1$  உம்  $l_2$  உம் உடைய ஈருருளைகளை ஒன்றன்பின் ஒன்றாகப் பயன்படுத்தி வேறொரு மாற்றமும்

செய்யப்படாமல் இருந்தால், தெரியாமல் இருக்கின்ற மேற்படி முறுக்கத்தை நீக்கிவிடலாம் ; ஏனெனில்

$$\Gamma_1 = 4\pi\eta\omega_0 \cdot \frac{a^2b^2}{(b^2 - a^2)} l_1 + \Gamma(B) \text{ உம்}$$

$$\Gamma_2 = 4\pi\eta\omega_0 \cdot \frac{a^2b^2}{(b^2 - a^2)} l_2 + \Gamma(B) \text{ உம்}$$

ஆகும் ; இங்கு  $\Gamma(B)$  என்பது முனைகள் மீதுள்ள முறுக்கமாகும் எனவே

$$\eta = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{4\pi(l_1 - l_2)\omega_0} \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right].$$

முதன்முதலாக வெற்றிகரமாகச் செயலாற்றியுள்ள உருளைப் பிசுபிசுப்பு மானியானது 1890 இல் கூயெற்று† (Couette) என்பவரால் திட்டமிடப் பட்டுள்ளதே ; எனவே இவ்வகையான கருவிகள் அவரது பெயரைப் பெற்றிருக்கின்றன. இங்கு அவரது மூலக்கருவியின் மாற்று வடிவங்களுள் ஒன்று அல்லது இரண்டு மட்டுமே கவனிக்கப்படும்.

ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் வாயுவொன்றினது பிசுபிசுப்பின் தனி நிர்ணயத்திற்கு மிலிக்களின் முறை.—இப்பரிசோதனைகள் கில்கிறித்து‡ (Gilchrist) என்பவரால் நடாத்தப்பட்டன ; பின்பு ஆய்கருவியானது ஹரிங்ரன்§ (Harrington) என்பவரால் செம்மையாக்கப்பட்டது ; மூலக மின் னேற்றம் துணியப்படும் திருத்தமானது வளியின் பிசுபிசுப்புக் குணக மென ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட பெறுமானத்தில் அடங்கியுள்ள நிகழ்த்தக்க வழுக்களாற் பெருமளவில் வரையறை செய்யப்பட்டுள்ளது என ஏற் கெனவே காட்டியுள்ள மிலிக்கன என்பவரின் மேற்பார்வையின் கீழே அவ்விருவரும் ஆராய்ச்சியை நடாத்தினர். மாறாத் திரும்பல் முறையே பெரிதும் எளிதாகவும் நேரடியாகவும் இருக்கிறபடியாலும்,  $\eta$  வின் தனித் துணிதலுக்கு மயிர்த்துளைக் குழாய் அல்லது அலையும் பொருள் முறை களைக் காட்டிலும் அது மிக உகந்ததாக விளங்குகிறபடியாலும், அம்மு றையே தெரிந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது. [செம்பிளென்\* (Zempen) என்பார் இம்முறையையே பயன்படுத்தி வளிக்கு  $\eta$  ஐ நேரடியாகத் துணிந்தார் ; ஆனால் அவர் ஒருமையமுள்ள உருண்டைகளையே பயன்படுத்தினார் ; அவரது பேறுகள் உயர்வாக இருந்தன.]

† *Ann. Chim. Phys.*, 21, 433, 1890.

‡ *Phys. Rev.*, 1, 124, 1913.

§ *Phys. Rev.*, 8, 738, 1916.

\* *Ann. der Phys.*, 29, 869, 1909 ; 38, 71, 1912.

இரு காரணங்களையிட்டுக் கில்கிறித்து ஓரச்சுருளைகளைப் பயன்படுத்த முடிவு செய்தார் :—

(a) அது எளிமைமிக்க முறையாக விளங்கிறது ; அம்முறையில் வழக்களை எளிதில் உணர்ந்து அவற்றின் விளைவுகளைக் கூடிய வரை குறைக்கலாம்.

(b) அம்முறையின கொள்கை எளிதானது ; அக்கொள்கை தருகின்ற சூத்திரம் திட்டமானது. முனைவிளைவை நீக்கமுடியுமானால், உள்ளுருளைமீது தாக்குகின்ற இணை  $\Gamma$  ஆனது

$$\Gamma = \frac{4\pi\omega_0\eta a^2 b^2}{(b^2 - a^2)}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டுள்ளது ; அது  $b_0\phi$  இற்குச் சமன் ; இங்கு  $\phi$  உள்ளுருளையின் உறுதிக் கோண விலகலும்  $b_0$  தொங்கலில் திருகல் அலகொன்றிற்கான இணையும் ஆகும். வெளியுருளையிலாதபோது, உள்ளுருளையின தொங்கல்சைப்பற்றி அதன் சடத்துவத திருப்பம்  $I$  யும் அலைவுக்காலம்  $T$  யும் ஆனால் அப்பொழுது

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{b_0}}$$

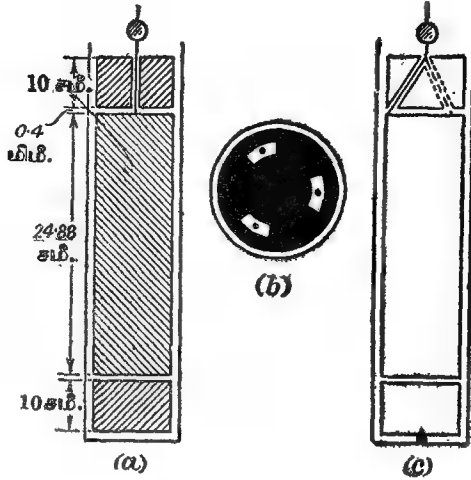
$$\therefore \eta = \frac{\pi\phi I(b^2 - a^2)}{a^2 b^2 T^2 \omega_0 l}$$

உள்ளுருளை பித்தளையாலானது ; அதன் திணியைக் குறைக்கும் பொருட்டு அதனது சுவர்கள் கூடியமட்டில் மெல்லிதாயிருந்தன. சுவரானது அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அமைக்கப்பட்டுள்ள அலுமினியத் தகடுகளால் தாங்கப்பட்டிருந்தது. உருளையின் சுவரானது தொங்கற் கோட்டுக்குச் சமாதரமாகவிருக்கும் வண்ணம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

முனைவிளைவுகளை நீக்கும்பொருட்டுப் பயன்படுத்திய காவல்வளையங்களின் தத்துவமானது விளக்கப்படம் 11.23 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கிறது ; அப்படமானது முதன்மையான பரிமாணங்களையும் காட்டுகின்றது.

$I$  யைக் காணும் பொருட்டு உள்ளுருளையை ஒரு பியாடோ உருக்குக் கம்பியால் தொங்கவிட்டு அலைவுக்காலம் காணப்படுகின்றது. குறுக்குச் சட்டமொன்றுடையதும் அலுமினியத்தாலானதுமான கங்கண வளைய மொன்று உருளைமீது சமச்சீராக வைக்கப்பட்டு, அலைவுக் காலம் மீண்டும் துணியப்படுகிறது. அப்பொழுது

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{b_0}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 + I_2}{b_0}} \text{ ஆகும்.}$$



படம் 11.23. வாயுக்களுக்கு மிலிக்கனின் பிசுபிசுப்புமானி.

எடுத்துக்காட்டான நோக்கல்கள் பின்வருமாறு :—

$$T_1 = 19.7183 \text{ செக்.}; T_2 = 28.239 \text{ செக்.}$$

$$I_1' = M' \cdot \left[ \frac{c^2 + d^2}{3} \right] = 22.157 \cdot \left[ \frac{0.376^2 + 9.2265^2}{3} \right] \text{ கி.சமீ.}^2;$$

அங்கு  $c$  ஆனது சட்டத்தின் அரையகலமும்  $d$  ஆனது அதன் அரை நீளமும் ஆகும்.

$$I_2'' = M'' \cdot \left[ \frac{e^2 + f^2}{2} \right] = 97.3771 \cdot \left[ \frac{9.2075^2 + 8.1608^2}{2} \right] \text{ கி. சமீ.}^2;$$

இங்கு  $e$  யும்  $f$  உம் முறையே வளையத்தின் வெளியாரையும் உள்ளாரையும் ஆகும்.

$$\therefore I_2 = I_1' + I_2'' = 8002.4 \text{ கி. சமீ.}^2; \text{ எனவே } I_1 = 7615.8 \text{ கி. சமீ.}^2.$$

வெளியுருளையின் செலுத்தன் முறை, உள்ளுருளையின் உண்மையான தொங்கன் முறை என்பவை படம் 11.23 (b) யிலும் (c) யிலும் காட்டப் பட்டிருக்கின்றன.

வளிக்கு

$$\eta_{20^\circ\text{C.}} = 1.8226 \times 10^{-4} \text{ கி. சமீ.}^{-1} \text{ செக்.}^{-1}$$

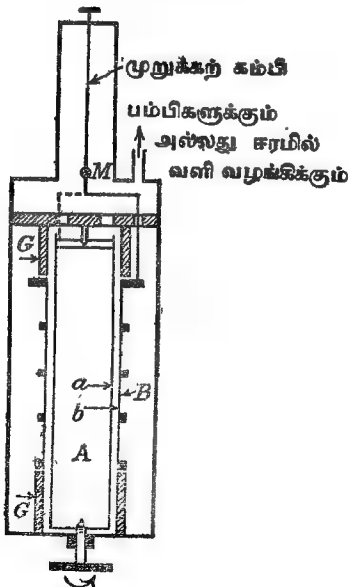
என ஹரிங்ரன் என்பார் துணிந்தார்.

20°C. இல் வளியின் பிசுபிசுப்பைத் திட்டமாகத் துணிதல்.—இலத்திரன் ஏற்றத்திற்கு மிலிக்கனின் எண்ணெய்த் துளி முறையாலும் X-கதிர்க



ளாலும் பெற்ற பெறுமானங்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தின் பெரும்பகுதியானது வளியின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலிலுள்ள ஒரு வழ வினாலானதெனலாம், தொகுதி VI இற காண்க. உருளையொன்றின் சுழற்சி அல்லது மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றில் சோதிக்கப்படுகின்ற வாயுவின் பாய்ச்சல் என்பவற்றைப் பொறுத்துள்ள முறைகள் மட்டுமே வாயுவொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் திட்டமாகத் துணிதலுக்குப் பயன்படுகின்றன. பிந்தியதே நடைமுறையில் எளிமைமிக்கது; ஆனால் செய்ய வேண்டிய திருத்தங்கள் மிகுதியாக இருக்கின்றபடியால் அம்முறையானது திட்டமான துணிவிற்குத் தக்கதொன்றன்று. ஆய்கருவியின் பொறி முறையமைப்பிலுள்ள திட்டம், அறிமுறையெதிர்ப்பின்மை என்பவற்றைப் பொறுத்தமட்டில் சுழலுமுருளை முறையானது தனிப்பட்ட நயங்கள் உடையது.

20°00'ச. இல் வளியின் பிசுபிசுப்பை பியர்டன் (Bearden) என்பார் 1939 இல் திட்டமாகத் துணிந்துள்ளார்; அவர் பயன்படுத்திய சுழலுமுருளை முறை



படம் 11.24. வாயுக்களுக்கேற்ற திட்டமான பிசுபிசுப்புமானி.

யானது மிலிக்கன் கையாண்ட முறையினின்று ஒரேயொரு விடயத்தில் மட்டுந்தான் பெருமளவில் வேறுபட்டது. நீண்டவுருளையொன்றின் உள் விட்டத்தைக் காட்டிலும் அதன் வெளி விட்டத்தைக் கூடிய திட்டத் துடன் ஆக்கவும் அளக்கவும் முடியுமாதலால் சுழலுமுருளை A யே உள்ளுருளையாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது, படம் 11.24. அதனது உட்பரப்பின் திட்டமான ஆக்கலின் பொருட்டுத் திரும்பலுருளை B ஆனது குறுகியதாய் இருந்தது; காவல்வளையங்கள் G என்பவை அதற்குக் காப்பு அளித்தன; தட்டையான பீடமொன்றில் அது ஓய்வாயிருக்கும்போது அதை நிரப்புவதற்கான நீரின் திணிவைத் துணிந்து அதன் உள்ளாரை காணப்பட்டுள்ளது. ஒரு மின்காந்தச் செலுத்தியால் A சுழற்றப்பட்டுள்ளது; இதனால் அதை வெற்றிடத்திற்கு சுழற்றவும் அத்துடன் செலுத்தியின் பொறியமைப்பைக் குலையாமல் ஆய்கருவியை உலர் வளியால் நிரப்பவும்

முடிந்தது. எல்லா அளவீடுகளும் 20°00' ச. இலே செய்யப்பட்டுள்ளன; ஆய்கருவியிலுள்ள பெக்மான் வெப்பமானியொன்று அங்குள்ள வெப்ப

நிலையானது நானொன்றில்  $0.01^\circ\text{C}$ . இற்குக் கூடுதலாக மாறவில்லை எனக் காட்டிற்று. ஆய்கருவியின் உருக்காலான பீடமானது கிடையாக இருக்கும் படி செய்யப்பட்டுள்ளது; தொங்கியவுருளையானது காவல்வளையங்களுடனும் சமூலமுருளையுடனும் ஓரச்சுடையதாய் இருக்குமாறு ஒழுங்கு செய்யப்பட்டுள்ளது.

வெளியுருளையின் திரும்பலை அளத்தற்பொருட்டுப் பயன்படுத்தியுள்ள ஒளித்தொகுதியானது ஒரு தொலைகாட்டியும் ஒப்பீட்டுமானியும் ஆகும். ஆடியின் பூச்சிய நிலையில் அத்தொகுதியானது ஆடிக்குச் சமாந்தரமாக விருக்கும்படி செய்யப்பட்டுள்ளது; வழக்களையிட்டுக் குறுக்கு மயிர்கள், ஒப்பீட்டுமானி என்பவற்றின் திருகுகள் அளவுகோடு திருத்தப்பட்டுள்ளன. ஒரு நியமச் சட்டத்தைப் பயன்படுத்தி ஒளிமுதலுக்கு எதிரேயுள்ள நிலைக்குத்தான கம்பியிலிருந்து ஆடி M வரையுள்ள தூரம் அளக்கப்பட்டுள்ளது. ஆடிக்கு எதிரேயுள்ள யன்னலின் கண்ணாடியின் முறிவுச் சட்டியையிட்டு இத்தூரமானது திருத்தஞ் செய்யப்பட்டுள்ளது.

அதனது ஓய்வுநிலையிலோ திரும்பிய நிலையிலோ உருளை B யை முற்றிலும் ஓய்வாயமையுமாறு எளிதிற் செய்ய முடியாதாதலின் விம்பத்தைக் கிட்டத்தட்ட  $0.005$  சமீ. பெயர்த்து வைக்கக்கூடிய அளவிற்கு உருளையை அலையுமாறு செய்து நோக்கல்கள் எடுக்கப்பட்டுள்ளன. வேணியர் குறுக்கு மயிர்களாற் பல அலைவுகளின் திரும்பற் புள்ளிகளை அளந்து அவற்றின் சராசரியானது கிட்டத்தட்ட விம்பத்தின் உறுதி நிலையில் நிறுத்தியுள்ள ஒப்பீட்டுமானியின் அளவீட்டுடன் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. உருளை A யின் செலுத்தியானது மிக்கவுறுதியாயிருந்தது; தைரேற்றன் சுற்றொன்றைப் பயன்படுத்தி அதன் ( $\frac{1}{2}$  ப.வ.) மோட்டரானது எலின்வாராலான, திட்டமான, மின் விசைக்கவரொன்றுடன் ஒருகாலங் காட்டுமாறு செப்பஞ் செய்யப்பட்டுள்ளது. சடத்துவத் திருப்பம் கணிக்கக் கூடிய தொங்கிய பொருள்களின் அலைவுக் காலத்தை அளந்து தொங்கற் கம்பியின் முறுக்கற் குணகம் காணப்பட்டுள்ளது. பிந்திய அளவீடுகள் வேறொரு மணிச்சாடியிலே செய்யப்பட்டுள்ளன; புறக்கணிக்கக்கூடிய அளவுக்குத் தணித்தலைக் குறைத்தற் பொருட்டு அம்மணிச்சாடியிலுள்ள அமுக்கமானது கிட்டத்தட்ட  $10$  மிமீ. இரசம்வரை குறைக்கப்பட்டுள்ளது. முறுக்கற் கம்பியானது இப்பரிசோதனைக்கென உயர்வெப்பநிலையில், உலர் ஐதரசனில் தோய்த்தெடுத்த தங்குதனால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது; அதில் ஒரு சிறு இழுவை எப்பொழுதும் இருக்கும் வண்ணம் ஒழுங்கு செய்யப்பட்டுள்ளது. இம்முறையாற் பூச்சியப் பெயர்ச்சியானது தடுக்கப் படுகின்றது எனக் காணப்பட்டுள்ளது. முறுக்கற் குணகத்தின் நிலையியற் பெறுமானத்துக்கும் அதனது இயக்கவியற் பெறுமானத்துக்குமிடையே யாதொரு வித்தியாசமும் இல்லை எனப் பரிசோதனையாற் காட்டப்பட்டுள்ளது. இருந்தாலும் தொங்கலின் முறுக்கற் குணகத்தைத் துணியு மிடத்து வழுவொன்று தோற்றக்கூடும்; ஏனெனில் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலிற் கம்பியானது நிலையியல் முறைப்படி பயன்படுத்தப்படுகிறபோதி

லும் அலைவுக் காலத்தைத் துணியும்போது அது இயக்கவியல் முறைப் படியே பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதேயாம். இவ்விரு மாறிலிகளும் சமமாக இராவிட்டால் முறுக்கற் குணகமானது அலைவுக் காலத்தின் ஒரு சார்பாக விளங்கும் என நாம் எதிர்பார்க்கக்கூடும். சுழற்சியச்சைப் பற்றி வெவ்வேறான சடத்துவத் திருப்பங்களுடைய ஆறு பொருள்களைப் பயன்படுத்தியுள்ளபோதிலும் சோதிக்கப்பட்ட கம்பியானது யாதொரு மாறிலையும் காட்டவில்லை.

திரும்பலுறும் உருளையின் பலித நீளமானது அதன் உண்மையான நீளம், காவல்வளையங்களுக்கிடையேயுள்ள தூரம் என்பவற்றின் சராசரியைப் பரிசோதனையால் உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டான துணிதலொன்றில், ஆய்கருவியிலுள்ள அமுக்கத்தை 10 மிமீ. இரசம் வரை தாழ்த்திப் பொசிவுள்ளதோவெனப், பார்க்கப்பட்டது. 74.5 மிமீ. இரச அமுக்கம் உண்டாகும் வரை உலர் வளி உள்ளிடப்பட்டுள்ளது. உறுதிநிலை அடையும்பொருட்டு ஆய்கருவியானது பலமணித் தியாலகாலம் ஓய்வாயிருந்தது. பின்பு பூச்சியநிலை நோக்கப்பட்டு உருளையானது முதல் ஒரு திசையிலும் அடுத்து மற்றைத் திசையிலும் சுழலும் போது திரும்பல்கள் நோக்கப்பட்டுள்ளன.

வளியின் பிசுபிசுப்புக்குப் பக்கம் 676 இல் நிறுவியுள்ள சூத்திரத்தாற் கணிக்கப்பட்ட இடைப் பெறுமானமானது  $20.00^\circ\text{C}$ . இல்

$$(1819.20 \pm 0.06) \times 10^{-7} \text{ கி.சமீ.}^{-1} \text{ செக்.}^{-1}$$

எனக் காணப்பட்டுள்ளது.

வளியின் பிசுபிசுப்புக்கான மேற்படி பெறுமானத்துடன் மிலிக்கனின் எண்ணெய்த்துளித் தரவுகளைப் பயன்படுத்துமிடத்து

$$e = -4.815 \times 10^{-10} \text{ நி. மி. அ.}$$

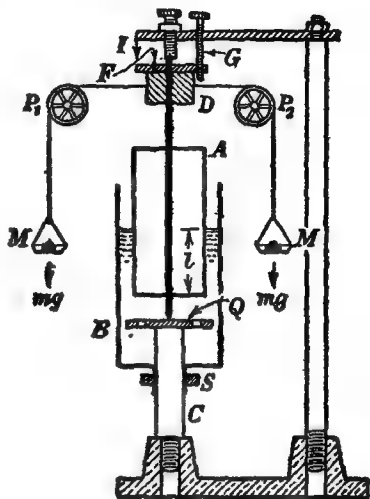
எனக் காண்கிறோம்; ஆனால் டணிங்ரஹ் கணிக்கப்பட்டுள்ள  $X$ —கதிர்ப் பெறுமானம்

$$e = -4.8025 \times 10^{-10} \text{ நி. மி. அ.}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

திரவங்களுக்குச் சேனின் பிசுபிசுப்புமானி. — இப்பிசுபிசுப்புமானியின் குறுக்கு வெட்டானது படம் 11.25 இல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. உள்ளுருளை A யானது நிலையான போதிகைகள் மீது தொழிற்படுகின்ற ஓர் அச்சாணியாற் காவப்படுகிறது; தாழ்ந்த போதிகையானது வெளியுருளை B யைத் தாங்குகின்ற தூண் C யின் முடியில் அமைந்திருக்கிறது. திருகு S ஆல் உருளை B யை உயர்த்தி அல்லது தாழ்த்தி விரும்பிய நிலையில் இறுக்கலாம். உள்ளுருளையைத் தாங்குகின்ற அச்சாணியானது உருளை D யைக் காவுகின்றது; அவ்வுருளைமீது சுற்றப்பட்டு,  $P_1$ ,  $P_2$  என்னும் இரு கம்பிகள் மீது செல்கின்ற கயிற்றுடன், தெரிந்த திணிவுடைய தட்டுக்கள் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றன; அத்தட்டுக்களால் தாங்கப்படுகின்ற

M என்னும் இரு சம திணிவுகளால் A யைச் சுழலச் செய்பலாம். வெளியுருளை இறுக்கப்பட்டிருக்கின்ற தூணின் முடியானது அவ்வெளியுருளையுடன் தளர்ச்சியாகப், பொருந்தியிருக்கின்ற துளையிட்ட தடக்குத்தட்டு Q வைக் காவுகின்றது. தடக்குத்தட்டிற்குக் கீழேயுள்ள இடமும் ஈருருளைகளிடையேயுள்ள இடத்தின் ஒரு பகுதியும் சோதிக்கப்படுகின்ற திரவத்தால் நிரப்பப்பட்டிருக்கின்றன. வெளியுருளையை மேல்முகமாக அசைத்துத் திரவத்தால் உள்ளுருளையிற் சூழப்பட்ட நீளத்தை மாற்றலாம். உள்ளுருளையின் அமிழ்ப்பு ஆழத்தை எளிதில் மாற்றி வைக்கும்பொருட்டு வெளியுருளையானது அதனது அடியினின்று நீட்டிக்கொண்டிருக்கின்ற ஒரு குழாய் மீது தொழிற்படுகின்ற திருகு-இறுக்கி S ஆல் தூண் C யில் இறுக்கப்பட்டிருக்கிறது. நீட்டிக்கொண்டிருக்கின்ற குழாயானது பகுதியாக அக்குழாயின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகத் துவாரமிடப்பட்டிருக்கின்றது; எனவே திருகு S ஆல் தூண்டன் திரவம் புகா மூட்டொன்று ஆக்கப்படுகிறது. தடக்குத் தட்டு Q ஆனது உள்ளுருளையின் சுழற்சியால் அத் தட்டுக்குக் கீழேயுள்ள திரவத்தில் உணரத்தக்க அளவில் அசைவு



படம் 11-25. பிசுபிசுப்பியுமிக்க திரவங்களுக்குச் சேனின் சுழலும் பிசுபிசுப்புமானி.

ஏற்படாத வண்ணம் ஆற்றுகின்றது; எனவே உள்ளுருளையின் கோண வேகம்  $\omega_0$  இன் தரப்பட்ட பெறுமானமொன்றினிடத்து வரையறுத்த முனைவிலைவு  $\alpha$  என்பது உளது; அதாவது A யின் தாழ்ந்த முனைக்கு அணித்தாயுள்ள வேகப் பரம்பலானது நடைமுறையில் அதனது தாங்கி மீது B கொண்டிருக்கின்ற நிலையிலே தங்கியிராது.

உள்ளுருளையின் மீது மிமீ. அடையாளங்கொண்ட ஓர் அளவிடை பொறிக்கப்பட்டிருக்கிறது; அதை வெளியுருளையின் சுவரிலுள்ள நிலைக்குத் தான நீண்ட துவாரம் வழியாக நோக்கலாம். இத்துவாரமானது B யுடன் ஒட்டப்பட்டு ஒரு பித்தளைச் சட்டத்தால் உறுதியாக்கப்பட்டுள்ள மெல்லிய கண்ணாடித் தட்டொன்றால் மூடப்பட்டுள்ளது. இவ்வண்ணம் திரவத்தில் உள்ளுருளையின் அமிழ்ப்பு ஆழத்தைத் துணியலாம். உருளைக்கு மேலே அச்சாணியானது பித்தளைத் தட்டொன்றைக் காவுகின்றது; தட்டின் ஓரத்தில் F என்னும் மாட்டேற்றுக் குறியுள்ளது. பூட்டு ஊசி G என்பது அதன் நிலையில் இருக்கும்போது உள்ளுருளை நிலைப்படுத்தப்

பட்டிருக்கும் ; அப்பொழுது  $F$  ஆனது ஆய்கருவியிலுள்ள நிலைத்த குறி  $I$  யுடன் பொருந்தியிருக்கிறது. உள்ளுருளையின் சுழற்சிக் காலத்தைத் துணிவதற்கு இவ்விரு குறிகளும் பயன்படுகின்றன.

உள்ளுருளை  $B$  யின் உள்விட்டம்  $2b$  யையும்  $A$  யின் வெளிவிட்டம்  $2a$  யையும் இருக்கிமானியாற் பலவிடங்களில் அளந்து அவற்றின் இடைப் பெறுமானங்களைத் துணிதல் வேண்டும்.

அடுத்துப் பிசுபிசுப்புமானியில் திரவம் புகுத்தப்படுகின்றது ; வளிக் குமிழிகள் முற்றிலும் மறைந்த பின்னர் உள்ளுருளையின் நீளத்தில் ஒரு சிறு பாகம் மட்டுமே அமிழ்ந்திருக்கும் வண்ணம் வெளியுருளையானது செப்பஞ் செய்யப்படுகிறது ; திரவத்தினின்று உள்ளுருளையை உயர்த்த நேரிடின் அதிலிருந்து திரவம் வடிந்துபோவதற்குப் போதிய நேரம் விடுதல் வேண்டும். இனி உள்ளுருளையின் அமிழ்ப்பு ஆழம் மாறாமல் இருக்கும்போது வெவ்வேறான சுமைகளைப் பிரயோகித்துச் சுழற்சிக் காலம்  $T$  யைத் துணிதல் வேண்டும். போதிகைகளிலும் கப்பிகளிலு முள்ள உராய்வானது சிறிதாயும் மாறாமலும் இருந்தால்  $mT$  என்னும் பெருக்கமானது பயன்படும் அமிழ்ப்பு ஆழம்  $(l + \alpha)$  இற்கு விகிதசமமாக இருத்தல் வேண்டும் ; இங்கு  $m$  ஆனது ஒரு தட்டு, அதன் சுமை என்பவற்றின் மொத்தத் திணிவு ஆகும்.  $mT = x$ ,  $l = y$  எனக் குறித்து வருகின்ற வரைபின் வெட்டுததுண்பானது “முனைத்திருத்தம்” $\alpha$  வைத் தரும்.

உருளை, கயிறு ஆகியவற்றின் விட்டத்தை அளத்தல் மட்டுமே எஞ்சியிருக்கின்றது ; பிரயோகிக்கப்படுகின்ற இணையைப் பொறுத்தமட்டில் பயன்படும் விட்டம் அவ்விரு விட்டங்களின் கூட்டுத்தொகையாகும் ; அது  $\delta$  ஆகுக ; அதாவது  $\Gamma = g m \delta$  ; இங்கு  $g$  புவிவீர்ப்புச் செறிவு ஆகும்.

$$\eta = \frac{g \delta (b + a)(b - a)}{8 \pi^2 a^2 b^2} \times \frac{mT}{(l + \alpha)}$$

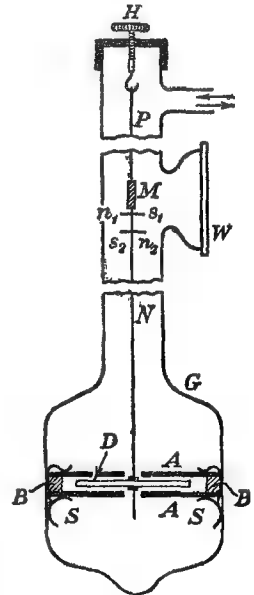
ஆதலின்,  $x = l$  எனவும்  $y = mT$  எனவும் குறித்து வருகின்ற ஏகபரிமாண வரைபின் சரிவினின்றும் பிசுபிசுப்பு  $\eta$  வைப் பெறலாம். வெப்பநிலையிற் பெரும் மாறல்கள் நிகழ்தலாகாது ; எனவே நோக்கல் களைக் கூடியமட்டில் விரைந்தெடுத்தல் வேண்டும்.

$T$  யைத் திருத்தமாகத் துணியும் பொருட்டு ஊசி  $G$  யை அப்புறப் படுத்தித் திணிவுகள்  $M$  என்பவற்றை விழவிட்டால் உள்ளுருளை சுழலும் போக்கிற்கு எதிரான போக்கில் அவ்வுள்ளுருளையைக் கையாற் கிட்டத்தட்ட காற்சுற்றொன்று சுற்றுதல் வேண்டும். மாட்டேற்றுக் குறி  $F$  ஆனது குறிகாட்டி  $I$  னைக் கடக்கும் போது நிறுத்தற் கடிக்காரமொன்றைத் தொடக்கிவைத்து அதற்குப் பின்னர் நிகழ்கின்ற கப்பொவ்வொன்றின் நேரத்தையும் நோக்கல் வேண்டும். உதாரணமாக, நான்காவது அளவீட்டை முதலாவதிலிருந்து, ஐந்தாவதை இரண்டாவதிலிருந்து என்றவாறு கழித்து வழக்கம்போல் சுழற்சிக் காலத்தின் இடைப் பெறுமானம் காணப்படுகிறது.

**தாழ்வெப்பநிலைகளில் வாயுக்களின் பிசுபிசுப்பு.**—இனி விவரித்துக் கூறவிருக்கின்ற பிசுபிசுப்புமானியானது அலைவுப் பிசுபிசுப்புமானிவகை என்பதற்கோர் எடுத்துக்காட்டாகும்; அத்தகைய பிசுபிசுப்புமானியொவ்வொன்றிலும் தொங்கிய பொருளொன்று அதனது நிலைக்குத்தான ஒரு சமச்சீர்ச்சைப் பற்றி அலைகின்றது.

சிலவேளைகளில், ஓர் அலைவுப் பிசுபிசுப்புமானியின் எளிய திட்டத்தின் நயமானது அத்திட்டத்தில் அடங்கியுள்ள அறிமுறைக் குறைகளைக் காட்டிலும் முதன்மையானது. தாழ் (அல்லது உயர்) வெப்பநிலைகளில் பிசுபிசுப்பைத் துணிய வேண்டிய போது இப்பண்பானது சிறப்பாக விளங்கும். இத்தகைய காரணங்களையிட்டே வோகல் (Vogel) என்பார் வாயுப் போக்கு முறைகளைத் தவிர்த்துள்ளார். பொதுவாக ஒப்பீட்டளவீடுகளை மட்டுந்தான் எடுக்க முடியும்; வோகலால் நடாத்தப்பட்ட பரிசோதனைகளிலே  $0^{\circ}$  ச. இல் வளியின் பிசுபிசுப்பானது  $1.724 \times 10^{-4}$  கி. சமீ.  $^{-1}$  செக்.  $^{-1}$  எனக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது. இது இடைப் பெறுமானமாகும்; அதுவும் ராங்கின் என்பவர் துணிந்துள்ள பெறுமானமும் ஒன்றே.

வோகல் பயன்படுத்தியுள்ள ஆய்கருவியின் தலைமையான கூறுகள் படம் 11.26 இற காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. A, A என்னும் இரு கண்ணாடித் தட்டுக்கள S, S என்னும் இரு விற்களாற் கண்ணாடியாய்கருவி G யின் குமிழான பகுதியில் நிலையாக்கப்பட்டிருக்கின்றன. B, B என்னும் உலோகத் துண்டுகளால் இத் தட்டுக்களுக்கிடையே நிலைத்த சீரான இடைத் தூரம் இருக்கும்வண்ணம் செய்யப்பட்டுள்ளது. D ஆனது கண்ணாடி அல்லது வெள்ளியாலான ஒரு தட்டாகும்; அது A, A என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள ஒரு கிடைத் தளத்தில் அலையும் வண்ணம் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது. H ஒரு முறுக்கற் குடுமி; அது (0.05 மிமீ. விட்டமும் 20 சமீ. நீளமும் உடைய) பிளாற்றி னத்தாலான நுண்கம்பியொன்றைக் காவுகின்றது; கம்பியின் கீழான நுனியில் (1 மிமீ. தடிப்பும் 22 சமீ. நீளமும் உடைய) நிக்கலாலான கம்பி N இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றது; N உடன் தளவாடியொன்று விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஆய்கருவியிலுள்ள நிலையில் சோடிக்காந்தங்களுக்கு அணித்தாய்க் காந்தமொன்றைத் தற்காலிகமாகக் கொணர்ந்து தொகுதியானது இயங்குமாறு செய்யப்பட்டுள்ளது.



படம் 11.26. (தாழ்வெப்பநிலைகளில்) வாயுக்களுக்கு வோகலின் பிசுபிசுப்புமானி.

கண்ணாடிப் பாத்திரம்  $G$  ஆனது மேற்படி தொகுதி முழுவதையும் காவுகிறது; அதை வெறிதாக்கலாம் அல்லது சோதிக்கப்படுகின்ற வாயு வால் நிரப்பலாம். ஆய்கருவியின் கீழான பகுதி மட்டுமே உறைநிலை நிறுத்தியில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது; எனவே யன்னல்  $W$  வழியாக அலைவுகளை நோக்க முடியும். ஆய்கருவியின் மிகக்குளிரான பாகத்திலிருந்து போதிய தொலையில் கம்பி  $P$  இருக்கிறபடியால் அதன் விறைப்பானது வெப்பநிலை மாறல்களால் உணரத்தக்க அளவில் பாதிக்கப்படவில்லை.

மக்ஸ்வெலின்<sup>†</sup> கணிப்பின்படி வாயுவின் பிசுபிசுப்பு  $\eta$  ஆனது

$$\eta = \frac{\lambda - \alpha}{\tau C(1+x)}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் அரைச் சக்கரமொன்றிற்குரிய மடக்கைக் குறைப்பு  $\lambda$  உடன் தொடர்புபடுத்தப்பட்டிருக்கிறது; இங்கு  $C$  ஒரு மாறிலியும்,  $\tau$  ஆஃப் காலமும்,  $x$  இவ்வாராய்ச்சியில் கிட்டத்தட்ட பூச்சியப் பெறுமானமுடையதாய் இருக்கின்ற ஒரு திருத்தவுறுப்பும் ■ ஆனது உராய்வாலான பக்கவிளைவுகள் தொடர்பான ஒரு சிறு திருத்தமும் ஆகும். தொடர்பளவீடுகள் மட்டுமே எடுக்கப்படுகிறபடியால்  $C$  யின் பெறுமானம் தேவைப்படமாட்டாது. ■ என்பதே முதன்மையிக்க திருத்தமாகும்; அது பூச்சியம் ஆகும் என இவ்வாராய்ச்சித்துறையில் முன் சென்றோர் பெரும்பாலும் கருதியுள்ளனர். வோகலின் பரிசோதனைகளில் ஆய்கருவியின் பரிமாணங்கள் வழக்கத்துக்கு மாறாகச் சிறுமை மிக்கதாயிருக்கிறபடியாலும், சிறப்பாகத் தாழ்வெப்பநிலைகளில்  $\eta$  வும் சிறிதாயிருக்கிறபடியாலும்  $\alpha$  ஐத் துணிய வேண்டியது அவசியமாயிற்று. இதன் பொருட்டு வோகல் இரு பிசுபிசுப்புமானிகளைப் பயன்படுத்தியுள்ளார்; அவை சர்வசமனாக இருந்தபோதிலும் தொங்குந் தட்டானது ஒன்றில் கண்ணாடியாலும் மற்றதில் வெள்ளியாலும் ஆக்கப்பட்டிருந்தது; எனினும் சுழற்சியச்சைப் பற்றி இரு தட்டுக்களின் சடத்துவத் திருப்பங்களும் சமம்; அதாவது தட்டுக்களின் பரப்பளவுகள் மட்டுமே வேறுபட்டுள்ளன. குறிப்பிட்ட வாயுவொன்றில், இரு வெவ்வேறான வெப்பநிலைகளில், ஆய்கருவியொவ்வொன்றுடனும் பரிசோதனைகள் நடாத்தப்பட்டுள்ளன; அதன்பின்  $\alpha$  கணிக்கப்பட்டது. பொதுவாக

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2;$$

இங்கு  $\alpha_1$  என்பது வாயுவில் ஆடி முதலியவற்றின் இயக்கத்தால் ஆகின்ற புறவுராய்வு விளைவுக்குரியது;  $\alpha_2$  என்பது தொங்கற் கம்பியிலுள்ள மீள்தன்மைப் பின்னிடவுக்குரியது.  $\alpha_1$  ஆனது  $\eta^2$  இற்குக் கிட்டத்தட்ட விகிதசமன் எனக் காணப்பட்டது.

ஒரு பிளாற்றினத் தடை வெப்பமானியால் வெப்பநிலைகள் அளக்கப்பட்டுள்ளன.

<sup>†</sup> *Phil. Trans.*, 156, 249, 1866.

$\lambda$  வைக் காணும் முறை பின்வருமாறு. வலதுபக்கத்தில் முதலாவது ஊசலாடல்  $a_1$  உம் இது பக்கத்தில் முதலாவது ஊசலாடல்  $b_1$  உம் ஆகுக. அப்பொழுது  $\lambda = \text{இ.ம. } \frac{a_1}{b_1} = \text{இ.ம. } k$  என்க. எனவே, தானாகவே விளங்குகின்ற ஒரு குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்த,

$$\frac{a_n}{a_{n+15}} = k^{30} \text{ உம் } \frac{b_n}{b_{n+15}} = k^{30} \text{ உம்}$$

ஆகும்.

$$\therefore \frac{a_n + b_n}{a_{n+15} + b_{n+15}} = k^{30}.$$

எனவே, மடக்கைகளை எடுத்து  $\lambda$  வைக் காணலாம். இங்கு பூச்சிய நிலையை அறிந்திருக்கவேண்டியதேயில்லை; எனவே இம்முறைப்படி வாசிப்புகளை எடுத்தல் மிக வசதியாகும்.

கடைசியாக  $0^\circ\text{C}$ . ஒழிந்த எந்த வெப்பநிலையிலும், ஒரு வாயுவின் அல்லது வளியின் பிசுபிசுப்பானது

$$\frac{\eta}{\eta_{\text{வளி}}} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda_{\text{வளி}} - \alpha_{\text{வளி}}}$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தினின்று கணிக்கப்பட்டுள்ளது; இங்கு, வளியின் பிசுபிசுப்பைப் பொருத்தமான வெப்பநிலையில் எடுத்தல் வேண்டும்.

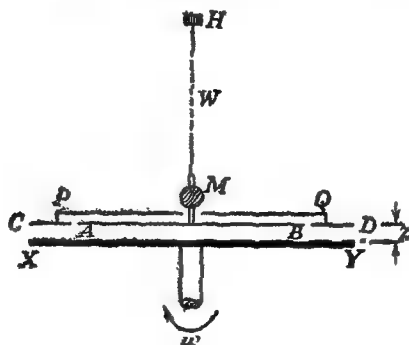
### பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கான வேறு முறைகள்

சுற்றுத்தட்டு முறையாற் பாயியொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதல்.— திரவங்களிடத்தும் வாயுக்களிடத்தும் பயன்படுத்தக்கூடிய இம்முறையில், பெரிய விட்டமுடைய, மெல்லிய, வட்டத்தட்டொன்று அதனது மைய மூடாகவும் அதனது தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் செல்கின்ற ஒரு நிலைக்குத்தான அச்சைப் பற்றி மாறாக் கோண வேகத்திலே சுழற்றக்கூடிய வகையில் ஏற்றப்பட்டிருக்கிறது. படம் 11.27 இற் காண்க. அதற்கு மேலே சிறுவுபரத்தில், ஒரு முறுக்கற் கம்பியால் வேறொரு தட்டு தொங்கவிடப்பட்டிருக்கிறது; இரு தட்டுக்களின் தளங்களும் கிடையாயிருக்கின்றன. முறுக்கற் கம்பியானது கீழ்த்தட்டின் சுழற்சியச்சுடன் பொருந்தியிருக்கின்றது. கீழ்த் தட்டு இயங்குவகாலே, மேல்தட்டுமீது ஓர் இணை தாக்குகிறபடியால் பிசுக்கிழுப்பால் ஆகின்ற இணையானது முறுக்கற் கம்பியிலுள்ள திருகால் ஆகின்ற மீள்தரு இணைக்குச் சமனாக வரும்வரை அம்மேற்றட்டு எதோவொரு கோணம்  $\theta$  வினாடாக அசையும்.

இவ்விணைக்கான கோவையொன்றைப் பெறுமிடத்து, திரவ அடுக்கு எதுவாகிலும், அதனது கோணவேகமானது மேல் தட்டினின்று அவ் வடுக்கினது தூரத்தின் எகபரிமாணச் சார்பொன்றாகும் எனக் கொள்ளப்



படம். இதனை நிறைவேற்றற் பொருட்டுத் தட்டின் விட்டம் முடிவிலி யாகவும் சுழற்சிவேகம் நுண்ணளவாகவும் இருத்தல் வேண்டும். தட்டுக் களுக்கிடையேயுள்ள தூரம்  $z$  உம், சுழலுந் தட்டின் கோண வேகம்  $\omega$  வும் ஆனால் சுழற்சிச்சினின்று தூரம்  $r$  இல், மேற்படி சூழலில்



படம் 11.27. பாயியொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்கான சுழலுந் தட்டுடைய ஆய்கருவி.

நிலைக்குத்து வேகப் படித்திறனானது மாறாமலும்  $\frac{r\omega}{z}$  இற்குச் சமனாகவும் இருக்கும். எனவே மேலான தட்டில் ஆரைகள்  $r$  உம்  $r + \delta r$  உம் உடைய அடுத்தடுத்துள்ள வளையங்களால் வரையறுத்த பாகமீதுள்ள மூலக முறுக்கமானது

$$\delta \Gamma = \left[ \oint (\delta r \cdot ds) \frac{r\omega}{z} \right] \cdot r = 2\pi r \delta r \cdot \eta \cdot \frac{r\omega}{z} \cdot r = 2\pi \eta^3 \cdot \frac{\eta\omega}{z} \cdot \delta r$$

என்பதால் தரப்படுகிறது, பக்கம் 672 ஐப் பார்க்க.

$$\therefore \text{தட்டுமீதுள்ள முழு முறுக்கம்} = \Gamma = 2\pi \eta \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi \eta \cdot \frac{\omega}{z} \cdot R^4;$$

இங்கு  $\eta$  ஆனது தட்டின் ஆரையாகும் [மக்ஸ்வெல்].

சுழலுந் தட்டுப் பிசுபிசுப்புமானியொன்றின் நிலையான தட்டுமீது தாக்கு கின்ற இணைக்கான கோவையைப் பெறுமிடத்து நிலையான தட்டின் மேலான பரப்புமீது பிசுக்கிழுப்பு இல்லையெனவும் வேகப் படித்திறனானது, (தட்டின் ஓரம்வரை கூட) எப்பொழுதும்  $r\omega z^{-1}$  என்பதால் தரப்படுகிறது எனவும் இல்லாமலே கொள்ளப்பட்டுள்ளன. இந்த நிபந்தனைகளுக்கு இணங்குமுகமாக ஆய்கருவியானது படம் 11.27 இற் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. XY சுழலும் தட்டு ஆகும்; அதன் விட்டம் கிட்டத்தட்ட 40 சமீ. ஆகும்; வாயுக்களுடன் பயன்படுத்துமிடத்துச் செக்க

† ஆராய்ச்சிக் கட்டுரைகளின் தொகுதி அலைது *Phil. Trans.*, 156, 249, 1866.

னென்றில் அது ஒன்று அல்லது இரண்டு முழுச்சுற்றுக்களைச் செய்யும். இத்தட்டுக்கு கிட்டத்தட்ட 3 மிமீ. மேலே, பிசுபிசுப்பு காரணமாக உண்டாகின்ற முறுக்கத்தால் தாக்கப்படுகின்ற மேற்றட்டு AB என்பது இருக்கிறது. இம்மேற்றட்டானது அதனினும் பெரிய தட்டு CD என்பது லுள்ள வட்டமான துவாரமொன்றைக் கிட்டத்தட்ட முற்றிலும் அடைத்துக் கொண்டிருக்கிறபடியால் பாயியின் பாய்ச்சலும், AB யும் CD யும் ஒரே தட்டாக இருக்கின்றபோதுள்ள பாய்ச்சலும் கிட்டத்தட்ட ஒன்றே யாகும். இவ்வண்ணம் ஓரவிளைவுகள் நீக்கப்பட்டு முன்னர் நிறுவியுள்ள கொள்கையானது பயன்படுத்தப்படுகிறது. CD மீது தட்டையான கவிப்பு PQ அமர்ந்திருந்து AB யின் மேற்பரப்பானது பிசுக்கிழுப்பாற் பாதிக்கப் படா வண்ணம் காப்பளிக்கிறது. மேற்றட்டானது வழக்கம்போல் முறுக்கற் குடுமி H இனின்று நுண்கம்பி W ஆல் தொங்கவிடப்பட்டிருக்கின்றது ; மேற்றட்டுடன் விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஆடி M ஆனது அத்தட்டின் கோணவிலகலைத் திருத்தமாக மதிப்பிட உதவுகின்றது.

தொங்கலில் அலகுத்திருகல் ஒன்றிற்கான இணை  $b$  ஆனால், தட்டு சமநிலையில் இருக்கும்போது

$$\Gamma = b\theta,$$

அல்லது

$$\eta = \frac{2\pi b\theta}{\pi \omega a^2}$$

ஆகும்.

மேற்றட்டின் ஆரை

$$a + \gamma \left[ 1 - \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\gamma}{z} \right]$$

எனக் கருதல் வேண்டும் என்று பிரியுவான் (Brillouin) என்பார் காட்டியிருக்கின்றார் ; இங்கு வளையத்திற்கும் தொங்குந் தட்டுக்கும் இடையே யுள்ள அகற்சி  $\gamma$  ஆனது  $z$  உடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் சிறிதாகும்.

**ஸ்ரோக்கின் விதி.**—மாறா விசையொன்று ஒரு பொருளின்மீது தாக்கு மிடத்து அப்பொருளின் இயக்கத்துக்கு அதன் வேகத்தின் எந்த வலு வுக்கும் விகிதசமமான தடையொன்று ஆற்றுமானால் ஈற்றில் அப்பொரு ளானது மாறா அல்லது முடிவுவேகமொன்றை அடையும் என நியூற்றன்† நிறுவியுள்ளார் ; அப்பொழுது இயக்கத்தை எதிர்க்கும் விசையானது பொருள் மீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற மாறா விசைக்குச் சமனும் எதிருமா கும். முடிவில் பரிமாணங்களுடைய பிசுக்குப் பாயியொன்றிலே, சீரான வேகத்துடன் ஒரு கோளம் மெதுவாக அசையுங்காலே அதனது இயக் கத்தை எதிர்க்கின்ற தடையானது  $\frac{1}{2}\pi\eta\omega$  ஆகும் என முதன்முதலாக ஸ்ரோக்ஸ் என்பார் காட்டியுள்ளார் ; இங்கு  $\eta$  ஆனது கோளத்தின் ஆரையும்,  $\omega$  ஆனது அதனது முடிவு வேகமும் ஆகும். லாம் என்

† *Principia*, Lib. II, Prop. viii, Cor 2.

பாரின் நீரியக்கவியல் நூலில் இச்சமன்பாடானது கணிதமுறைப்படி நிறுவப்பட்டிருக்கிறது ; விழுங் கோளமீது தாக்குகின்ற விசையைப் பிரதி செய்கின்ற கோவை வகையைக் காணும் பொருட்டுப் பரிமாணப் பகுப்பு முறையை மட்டுமே இங்கு பயன்படுத்த முடிகின்றது. எனவே

$$F = Ar^{\alpha}\eta^{\beta}u^{\gamma}$$

என எழுதுவோம் ; இங்கு  $A, \alpha, \beta, \gamma$  என்பவை மாறிலிகள் ஆகும் ; இப்பொழுது பயன்படுத்தப்படுகின்ற முறையால்  $\alpha, \beta, \gamma$  என்பவற்றை மட்டுமே துணியலாம்.

$$[F] = [M][L][T^{-2}] \text{ உம், } [r] = [L] \text{ உம்,}$$

$$[\eta] = [M][L^{-1}][T^{-1}] \text{ உம், } [u] = [L][T^{-1}] \text{ உம்,}$$

ஆதலின்

$$MLT^{-2} = L^{\alpha} M^{\beta} L^{-\beta} T^{-\beta} L^{\gamma} T^{-\gamma}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

காட்டிகளை ஒப்பிட்டு

$$1 = \beta,$$

$$1 = \alpha - \beta + \gamma,$$

$$-2 = -\beta - \gamma$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore \alpha = 1 \text{ உம் } \gamma = 1 \text{ உம் ஆகும்.}$$

எனவே

$$F = Ar\eta u;$$

மேலும் பாயியானது எல்லையற்றதாயிருக்கும்போது

$$A = 6\pi$$

என ஸ்ரோக்ஸ் காட்டியுள்ளார்.

$$\therefore F = 6\pi r\eta u.$$

**விழுங் கோளம்.**—முடிவில் பரிமாணங்களுடைய பிசுக்குவூடகமொன்றில் விழுகின்ற கோளமொன்று அதன் முடிவு வேகம்  $u$  வை அடைந் திருக்கின்ற நிலையில், அதன் இயக்கத்தை எதிர்க்கின்ற தடையானது  $6\pi r\eta u$  ஆகும் என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டுள்ளது ; அவ்விசையானது கோளத்தின் பலித நிறைக்குச் சமனெதிராக இருத்தல் வேண்டும் ; அதாவது

$$4\pi r^3(\rho - \sigma)g = 6\pi r\eta u,$$

அல்லது

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho - \sigma)}{u} g \cdot r^2$$

ஆதல் வேண்டும் ; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $\rho$  கோளத்துத் திரவியத்தின் அடர்த்தியும்,  $\sigma$  பாயியின் அடர்த்தியும் ஆகும்.

மிலிக்கன் என்பார் இலத்திரன் ஏற்றத்தைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணியுங்காலே எண்ணெய்த் துளிகளின் அளவைக் காணும் பொருட்டு இச்சூத்திரத்தைப் பிரயோகித்துள்ளார்; இது இச்சூத்திரத்தின் முதன்மைமிக்கப் பிரயோகமாகக் கூடும்; இதன்பொருட்டு ஆய்கூட வெப்ப நிலையில் வளியின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதல் வேண்டியதாயிற்று, [பக்கம் 675 ஐப் பார்க்க]; எனினும் எமது இப்போதைய நோக்கானது எவ்வாறு இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி உயர் பிசுக்குப் பாயியொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணியலாம் என்பதேயாகும்.

**ஆய்கூட வெப்பநிலையில் உயர்பிசுபிசுப்புடைய எண்ணெய்களின் பிசுபிசுப்பைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.**— பிசுக்குவூடகமொன்றில் விழுகின்ற ஒரு கோளம் அடைகின்ற முடிவுவேகத்தை அளக்க முடியுமானால்,  $\eta$  ஒழிந்து மற்றெல்லாக் கணியங்களையும் எளிதில் துணியமுடியுமாதலால், அவ்வூடகத்தின் பிசுபிசுப்புக் குணகத்தைக் காணும் வழி உண்டு என

$$\eta = \frac{1}{9} \cdot \frac{(\rho - \sigma)g}{u} \cdot r^2$$

என்னும் கோவை உணர்த்துகிறது.

ஆமணக்கெண்ணெயே பிசுபிசுப்பைக் காணவேண்டிய திரவம் எனக் கருதுவோம். அது 70 சமீ. நீளமும் 10 சமீ. அகலமும் உடைய கண்ணாடியுருளை A யில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது (படம் 11-28). தெரிந்த விட்டமுடைய கோளங்கள் திரவத்தில் விழுமாறு போடப்படுகின்றன. இரு மாட்டேற்றுக் குறிகளுக்கிடையேயுள்ள தூரத்தைக் கடக்கும் பொருட்டுக் கோளம் எடுக்கும் நேரத்தை நோக்கி அதிலிருந்து முடிவுவேகம் துணியப்படுகின்றது. ஆனால் திரவமானது பாத்திரத்தின் சுவர்களால் உப்படுத்தப்பட்டிருக்கிறது; மேலும் அது முடிவுள்ள ஆழமுடையது, எனவே, மேற்படி கொள்கைக்கென ஏற்படுத்தியுள்ள நிபந்தனைகள் நிறைவேற்றப்படாமல் இருக்கின்றன. இருந்தாலும் (முறையே திரவத்தின் பரப்பிலிருந்து 10 சமீ. ஆழத்திலும் அதன் அடியிலிருந்து 10 சமீ. உயரத்திலுமுள்ள) இரு மாட்டேற்றுக் குறிகள்  $B_1$ ,  $B_2$  என்பவற்றிற்கிடையே கோளமானது விழுமாயின், அப்பொழுது அதன் இயக்கம் சீராக அமைந்திருக்கும் எனக் காட்டலாம். அல்லாமலும், 10 சமீ. அகலமுடைய பாத்திரமொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்து கோளங்களின் விட்டமானது 0.2 சமீ. ஐ மீறாமல் இருக்குமாயின் பாத்திரத்தின் சுவர் விளைவையிட்டு யாதொரு திருத்தமும் தேவைப்படமாட்டாது. மாட்டேற்றுப் புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள தூரம்  $\lambda$  வும் கடப்பு நேரம்  $t$  யும் ஆனால்

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 g \left( \frac{\rho - \sigma}{\lambda} \right) t;$$

எனவே, வெப்பநிலையில் குறிப்பிட்ட திரவமொன்றிற்கு  $r^2$  என்பது

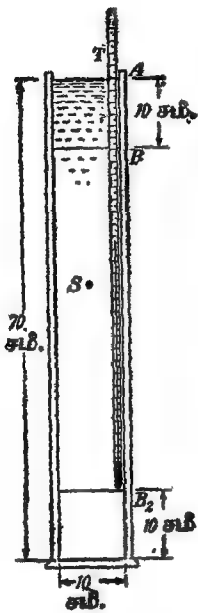
மாறாமல் இருக்கும். எனவே எமது கொள்கைக்கான நிபந்தனைகள் நன்கு நிறைவேற்றப்பட்டிருக்குமானால்,  $\frac{1}{f}$  என்பது தொடர்பாக  $r^2$  ஐக் குறிக்குமிடத்து நேர்கோடொன்றைப் பெறவேண்டும். நேர்கோட்டின் சரிவிலிருந்து  $\eta$  வைப் பெறலாம்.

பரிசோதனையில் அங்குலமொன்றின் 32 இல் 2, 3, 4, 5 என்னும் விட்டங்களுடைய உருக்குக் கோளங்களைப் பயன்படுத்திக். திருகாணிநுண் மானியொன்றைப் பயன்படுத்திச் சதமமீற்றரில் கோளமொவ்வொன்றின் விட்டத்தையும் அளக்க. ஒவ்வொரு அளவிலும் மூன்று அல்லது நான்கு கோளங்களைச் சிறிதளவு எண்ணெய்கொண்ட கடிக்காரக் கண்ணாடியொன்றில் வைத்து, அவற்றின் பரப்புக்கள் எண்ணெயால் நன்கு நனையும் வரை அவற்றையுருட்டுக; அடுத்து அவற்றுள் ஒன்றைக் கிட்டத்தட்ட 0.5 சமீ. விட்டம் உடையதும் பாத்திரம் B யின் அச்சுடன் அதன் அச்சு பொருந்தி யிருக்குமாறு எண்ணெய்க்குச் சற்று மேலே வைக்கப்பட்டிருக்கின்றதுமான குறுகிய கண்ணாடிக் குழாயொன்றின் மேல்முனையில் ஒரு பேனாக்கத்தி யின் கூரால் எடுத்துவைக்க. இவ்வண்ணம், அகன்ற பாத்திரத்திலுள்ள எண்ணெயிலே கோளமானது மேற்படி அச்சுவழியே விழுமாறு செய்யப் படுகின்றது. (பாத்திரத்தை ஒருமுறை சுற்றியிருக்கின்ற கறுத்த நூற்றுண் டாலான) முதலாவது மாட்டேற்றுக் குறியைக் கோளமானது அடைந்ததும் நேரமானியைத் தொடக்கிவைத்து  $B_1$ ,  $B_2$  என்னும் தூரத்திற்கான கப்பு நேரத்தை நோக்குக. கிடைத்த எல்லாக் கோளங்களுக்கும் இவ்வாறு செய்து  $t^{-1}$  தொடர்பாக  $r^2$  ஐக் குறித்தால் ஒரு நேர்கோட்டு வரைபு பெறப்படவேண்டும்; அந்நேர்கோட்டின் சரிவிலிருந்து ஆமணக்கெண் ணெய்க்கான  $\eta$  வைக் கணிக்கலாம்.

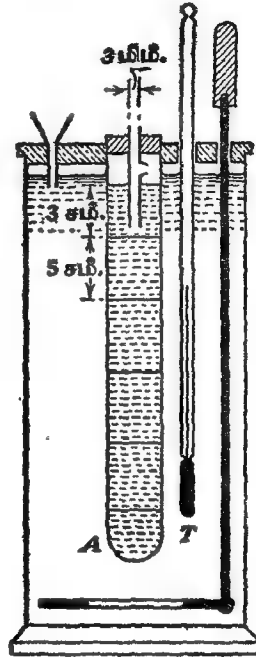
எண்ணெயொன்றினிடத்து அதன் பிசுபிசுப்பானது வெப்பநிலையுடன் மிக விரைவாக மாறுகின்றபடியால், அவ்வெப்பநிலையை  $0.1^\circ$  ச. இற்கு மேலான திருத்தத்துடன் வாசித்தல் வேண்டும்; தவிரவும், அதே காரணத்தையிட்டே எல்லாக் கோளங்களின் விட்டங்களையும் முதல் அளந்து, ஒன்றன்பின்னொன்றாக வீழ்ச்சிப் பரிசோதனைகள் சுடிய மட்டில் விரைந்து நடாத்தப்படுகின்றன. [வெள்ளியம் 1 பங்கு, ஈயம் 1 பங்கு, பிசுமது 1 பங்கு கொண்டதும் உ. நி.  $94.5^\circ$  ச. உடையதுமான] ரோசின் உலோகத் தாலான மிகச்சிறிய கோளங்களைப் பயன்படுத்தி ஒருசில பரிசோதனைகளையும் நடாத்துதல் வேண்டும்; பார்வைத்துண்டுத் திட்டமுடைய நுணுக்குக்காட்டி யொன்றைப் பயன்படுத்தி அக்கோளங்களின் விட்டங்களை அளத்தல் வேண்டும்; பார்வைத்துண்டுத் திட்டமானது அளவுகோடு திருத்தப்பட்டிருத் தல் வேண்டும். இத்தகைய கோளங்களைப் பயன்படுத்தி, அடுத்தடுத்துள்ள (5 சமீ. போன்ற) சிறு தூரங்களுக்கான வீழ்ச்சி நேரங்களை அளந்து முடிவு வேகத்தின் மாறுத்தன்மையை உறுதிப்படுத்தலாம்.

† இவை குண்டுபோதிகைகளிற் பயன்படுத்தப்படுகின்றவற்றைப் போன்றவை.

நடைமுறையில், விழுங் கோளங்களுக்கென ஏற்கெனவே தரப்பட்டுள்ள கொள்கையையிட்டு, இரு முதன்மையான திருத்தங்களைக் கருதுதல் வேண்டும். புவியீர்ப்பால் உந்தப்பட்டு, முடிவில் சமுத்திரமாக அமைந்திருக்கின்ற திரவமொன்றில் விழுக்கின்ற கோளமொன்றையிட்டே *Garru* என்னும் பிசுக்கிழுப்பு ஸ்ரோக்சால் கணிக்கப்பட்டது. திரவத்தைக் கொண்டிருக்கின்ற



படம் 11.28. எண்ணெண்ணெயின் பிசுபிசுப்பைத் துணிவதற்கு விழுங் கோளப் பிசுபிசுப்புமானி-ஸ்ரோக்சின் முறை.



படம் 11.29. (கிப்சன், யேக்கப்ஸ் என்பவர்களின்) திருந்திய விழுங் கோளப் பிசுபிசுப்புமானி வகை.

உருளையின் சுவர்களுக்கும் அடிக்குழியாய் எல்லை நிபந்தனைகளையிட்டுத் திருத்தங்கள் எழுதின்றன. உண்மையான முடிவுவேகம்  $u_{\infty}$  என்பது, அதாவது திரவத்தாலான முடிவில் சமுத்திரமொன்றில் நிகழ்கின்ற வீழ்ச்சிக்குரிய முடிவுவேகமானது,

$$u_{\infty} = u \left[ 1 + 2.4 \frac{r}{R} \right]$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என லாடன்பேக் (Ladenburg) என்பவர் காட்டி

† *Ann. der Phys.*, 22, 287, 1907 | 447, 1907.

யுள்ளார்; இங்கு ■ நோக்கியுள்ள வேகமும், R திரவத்தைக் கொண்டிருக்கின்ற உருளைப் பாத்திரத்தினது குறுக்கு வெட்டின் ஆரையும் ஆகும். உருளையின் உயரமானது முடிவுள்ளது என்பதற்கான திருத்தத்தையிட்டு நிறைவு அளிக்கக்கூடிய வகையில் முடிவு செய்யப்படவில்லை; ஆனால் அத் திருத்தமானது மிகச் சிறிதே.

கிப்சன், யேக்கப்ஸ் என்பவர்களால் தரப்பட்டுள்ள திருந்திய விழுங் கோளப் பிசுபிசப்புமானி வகையொன்று படம் 11.29 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. விவரம் வேண்டியதில்லை என்பது தெளிவு.

லாடன்பேக்கின் திருத்தத்தைப் பரிசோதனை முறைப்படி ஆராய்தல்.— இம்முறை ஃபிளட் என்பவரால் ஆனது; அது பின்வருமாறு. எல்லாத் திருத்தங்களையும் புறக்கணித்தால் பாயியொன்றிலே புவியீர்ப்பால் உந்தப் பட்ட கோளமொன்றின் உறுதியியக்கத்திற்கான சமன்பாடானது

$$u = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho - \sigma) r^3}{\eta}$$

என்பதாகும்.

எனவே  $\rho$  வும்  $\sigma$  வும்  $\eta$  வும் மாறாமல் இருந்தால், திரவத்தில் வெவ்வேறான ஆரைகளுடைய கோளங்கள் விழுமிடத்து  $r^3 u^{-1}$  மாறாது இருக்கும் எனத் தெளிவாம். இதனைச் சோதிக்கும்பொருட்டு நீளம் 75 சமீ. உம் விட்டம் 4.5 சமீ. உம் உடையதும், அதனது கீழ் முனையில் அடைப்பான் அளிக்கப்பட்டதும், நிலைக்குத்தான நிலையில் நிறுவப்பட்டதுமான குழாயொன்று கிளிசரின் (இன்று மாறாப் பிசுபிசப்பு உடைய அல்லது மசுகிகின்ற சிலிக்கோன் எண்ணெய்) என்பதால் கிட்டத்தட்ட நிரப்பப்பட்டு, வளிக் குமிழிகள் எல்லாம் வெளியேறும்வரை விடப்பட்டிருக்கின்றது. குழாயின் முனையொவ்வொன்றிலிருந்து கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. தூரத்தில் இரு கிடைக் குறிகள் இடப்பட்டிருக்கின்றன;  $\frac{1}{8}$  அங். முதல்  $\frac{1}{4}$  அங். வரை விட்டமுடைய உருக்குக் கோளங்கள் குழாயின் அச்ச நெடுக விழுமாறு விடப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் வீழ்ச்சிவேகம் துணியப்பட்டது. ■ தொடர்பாக  $r^2$  ஐக் குறித்து வருகின்ற வரைபானது சிறிய ஆனால் ஒழுங்கான வளைவொன்றைக்காட்டியது. ஒரு சிறிய திருத்தவுறுப்பு தேவைப்படுகின்றது என இவ்வுண்மை உணர்த்தியது; எனவே

$$\frac{r^2}{u} = \frac{9\eta}{2(\rho - \sigma)g} \cdot f\left(\frac{r}{R}\right)$$

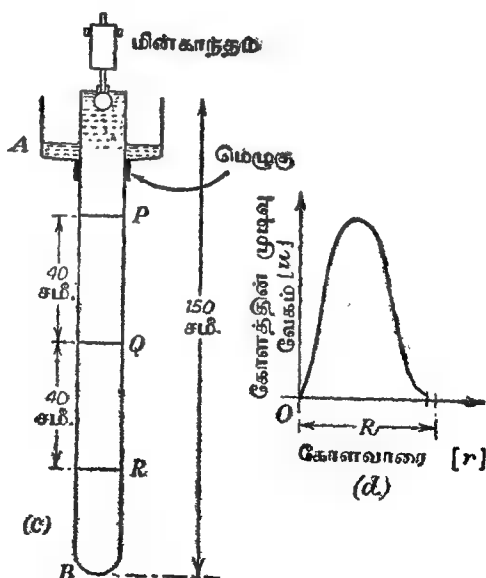
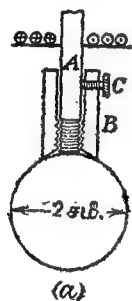
எனப் ஃபிளட் பிரேரித்துள்ளார்; இங்கு  $f\left(\frac{r}{R}\right)$  என்பது ஒரு துணியப் படாத பரிமாணமில்லாச் சார்பாகும்.

$$f\left(\frac{r}{R}\right) = a_0 + a_1\left(\frac{r}{R}\right) + a_2\left(\frac{r}{R}\right)^2 + \dots$$

ஆயின்,  $\frac{r}{R} \rightarrow 0$  ஆகும்படித்து  $f\left(\frac{r}{R}\right)$  ஆனது 1 ஆக இருத்தல் வேண்டுமாதலால், அப்பொழுது  $a_0 = 1$  ஆகும்.  $a_2 = a_3 = \dots = 0$  எனக் கொள்வோம்.  $\frac{9\eta}{2(\rho - \sigma)g} = \pi$  என அமைத்தால்,

$$\frac{r^2}{u} = \kappa + \kappa a \left( \frac{r}{R} \right)$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $\alpha_1$  இற்குப் பதிலாக  $\frac{1}{\alpha}$  எழுதப்பட்டிருக்கின்றது. எமது எடுகோள்கள் சரியானால்  $\left(\frac{r}{R}\right)$  என்பது தொடர்பாக  $\frac{r}{R}$  ஐக் குறித்து வருகின்ற வரைபானது நேர்கோடாக இருத்தல் வேண்டும். இது நிறுவப்பட்டு  $\alpha$  ஆனது  $2.33$  ஆகும் எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது லாடன்பேக்கின் பெறுமானம்  $2.4$  உடன் நன்கு ஒத்திருக்கின்றது.



படம் 11-30. எண்ணெயொன்றால் நிரம்பப்பட்ட நிலைக்குத்தான குழாயொன்றின் அச்சவழியே இயங்குகின்ற கோளமொன்றைப் பற்றிய பரிசோதனைமுறை ஆய்வு.



நிலைக்குத்தான குழாயொன்றில் இருக்கின்ற உயர் பிசுபிசுப்புடைய ஊடகமொன்றில் விழுகின்ற உருக்குக் கோளங்களின் இயக்கத்தைப் பரிசோதனைமுறைப்படி ஆராய்தல்.—கோளமொன்றின் விட்டமானது மிகச் சிறிய பெறுமானமொன்றிலிருந்து கிட்டத்தட்ட வீழ்ச்சிக்குழாயின் குறுக்குவெட்டு வரை மாறுமிடத்து எவ்வாறு விழும்போதானதின் முடிவு வேகமானது அக்கோளத்தின் விட்டத்தைப் பொறுத்திருக்கின்றது என்பதும் விடயத்தை ஆராய்வதே இப்பரிசோதனையின் நோக்கு; அதே நேரம் திரவத்தின் பிசுபிசுப்புப் பெறுமானமொன்றைத் துணிதலும் வேண்டும். கோளங்களின் வீழ்ச்சியின்போது அவற்றின் மையங்களைக் குழாய்களின் அச்ச வழியே அசையுமாறு செய்தற்கு மின்காந்தமொன்றால் அக்கோளங்களை அதே நிலையிலிருந்து விடுவித்தல் வேண்டற்பாலது. இவ்வண்ணம் முயலுங்காலே, மின்காந்தத்தில் அருட்கின்ற ஓட்டத்தைப் பூச்சியமாக்கியபோதும் பெரிய கோளங்களைத் தவிர்த்து மற்றவை அம் மின்காந்தத்தைப் பற்றிநிற்கின்றன என்னும் உண்மை தெரியவந்துள்ளது. இத்தொல்லையைத் தீர்க்கும்பொருட்டுக் கோளத்திற்கும் மின்காந்தத்தின் அகணிக்குமிடையே காந்தப் பண்பில்லா இடைவெளியொன்றை அளித்தல் தேவையாயிற்று; அவ்விடைவெளியானது மாற்றிவைக்கக்கூடியதாக இருத்தல் வேண்டும் என்பதும் விரைவில் தெரியவந்துள்ளது. படம் 11-30 (a) ஆனது மின்காந்தத்தின் கீழ் முனையையும் அம்மின்காந்தத்தின் பற்றுக்களையும் காட்டுகின்றது. அகணியின் முனை A மீது திருகுப் புரி வெட்டப்பட்டிருக்கிறது. அதன்மீது பித்தளைப் பட்டிகை B ஆனது அசையலாம்; C ஓர் இறுக்கித் திருகாகும். பித்தளையாலான அப்பட்டிகையின் கீழ் முனைக்குக் கூம்பு வடிவம் அளிக்கப்பட்டிருக்கின்றது; பெரிய கோளங்கள், அதாவது 0.3 மிமீ. இற்கு மேலான விட்டங்கள் உடைய கோளங்களிடத்து இது பெரிதும் பொருத்தமாயிருந்தது. பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, பயன்படுத்தப்படும் கோளம் ஒவ்வொன்றின் அளவுக்கேற்ப இடைவெளியைச் செப்பஞ்செய்ய வேண்டியதாயிற்று.

சிறிய கோளங்களிடத்துப் பித்தளையாலான வேறொரு பட்டிகை ஆக்கப் பட்டிருக்கின்றது; அதற்கு ஒரு தட்டையான முனை அளிக்கப்பட்டிருக்கின்றது; அம்முனையுடன் மிகமெல்லிய துப்பாக்கியுலோகத் துண்டொன்று பற்றாசுபிடிக்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 11-30 (b) யிற் காண்க. நிலைக்குத்தான திரவநிரலில் கோளங்களை அச்ச வழியே விழச்செய்யும் பொருட்டுத் துப்பாக்கியுலோகத் துண்டானது அதனது மையத்தில் சற்றுத் தாழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றது. இருந்தாலும் சிறிய கோளங்களைக் காட்டிலும் பெரிய கோளங்களுக்கே இப்பிரமாணம் அத்துனை தேவைப்படுகின்றது.

இப் பரிசோதனையிற் பயன்படுத்தியுள்ள கண்ணாடிக்குழாயானது 1.5 மீ. நீளமும் 2.5 சமீ. உள்விட்டமும் உடையதாகும். அது படம் 11-30 (c) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது; அதற்குப் பித்தளையாலான பட்டிகை A என்பது அளிக்கப்பட்டிருக்கின்றது. வீழ்ச்சிக்குழாய் B யை (மாறாப் பிசுபிசுப்பு அல்லது சிலிக்கோன் எண்ணெய் என்னும்) திரவத்தால் முற்றிலும்

நிரப்பவேண்டியிருக்கின்றபடியால் அது தேவைப்படுகின்றது. ஏனெனில் மினகாந்தத்தினின்று விடுவிக்கப்படுமுன் கோளங்கள், முற்றிலும் அல்லது ஏறத்தாழ முற்றிலும், திரவத்தில் மூழ்கியிருத்தல் வேண்டும். இந்நடவடிக்கை எடுக்கப்பட்டாவிட்டால் விழுங்கோளத்துடன் பெரிய வளிக் குமிழி யொன்று பெரும்பாலும் பற்றியிருக்கும்; அப்பொழுது இயக்கத்தை விளக்குவது பெரிதும் கடினமாக அல்லது முடியாததாக இருக்கும்.

$PQ = QR$  ஆகுமாறு  $P, Q, R$  என்பவை, குழாய் மீதுள்ள மூன்று குறிகள் ஆகும். இவை திரவநிரலின் மிக மையமான பகுதியில் இருக்கின்றன; இத்தூரங்களைக் கப்பதற்குக் கோளங்கள் எடுக்கும் நேரத்தை அளந்து, பயன்படுத்தியுள்ள கோளம் ஒவ்வொன்றும் முடிவுவேகத்தை அடைந்துவிட்டதா என உறுதியாக முடிவுசெய்ய முடிகின்றது.

கோளத்தின் ஆரை  $r$  தொடர்பாக முடிவுவேகம்  $u$  வைக் குறித்து வந்துள்ள எடுத்துக்காட்டான வளையியொன்றைப் படம் 11.30 (d) காட்டுகின்றது. பக்கம் 692 இல் காட்டியுள்ளவாறு  $r$  தொடர்பாக  $\frac{r^2}{u}$  ஐக் குறித்தால் லாடன்பேக்கின் திருத்தத்துக்கு ஒரு பெறுமானம் கிடைக்கப் பெறுகின்றது.

$f\left(\frac{r}{R}\right)$  என்பது அடு.  $\left[\gamma\left(\frac{r}{R}\right)\right]$  என்பதன் வடிவத்துடன் ஒத்திருக்கின்றதா இல்லையா என்னும் எடுகோளின் உண்மையை உறுதிப்படுத்தும் பொருட்டுச் சோதனையொன்றை நடாத்துதல் வேண்டும்; இங்கு  $\gamma$  ஒரு மாறிலி.

அடு.  $(\gamma x) = 1 + \gamma x + \frac{1}{2}\gamma^2 x^2 + \dots$  உயருறுப்புக்கள் ஆதலின், இத்தகைய தொடரொன்று பொருத்தமானது;  $\left(\frac{r}{R}\right)$  தொடர்பாக மட  $\left(\frac{r^2}{u}\right)$  ஐக் குறித்து  $\gamma$  வைக் காணலாம்.

ஒரு புறம்பான முறையால்  $\kappa$  இற்குப் பெறுமானமொன்று துணியப் பட்டிருந்தால்,

$$\frac{r^2}{u} = \kappa \left[ 1 + \alpha_1 \left( \frac{r}{R} \right) + \alpha_2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டிலுள்ள மாறிலிகள்  $\alpha_1, \alpha_2$  என்பவற்றைத் துணியும் பொருட்டு வேறொரு சோதனையை நடாத்தலாம்.

இச்சமன்பாட்டை

$$\left( \frac{r^2}{u\kappa} - 1 \right) = \alpha_1 \left( \frac{r}{R} \right) + \alpha_2 \left( \frac{r}{R} \right)^2,$$

அல்லது

$$\left( \frac{r^2}{u\kappa} - 1 \right) \frac{R}{r} = \alpha_1 + \alpha_2 \left( \frac{r}{R} \right)$$

எழுதலாம்.

அடுத்து,  $\left(\frac{r}{R}\right)$  தொடர்பாக  $\left(\frac{r^2}{R^2} - 1\right) \frac{R}{r}$  என்பது குறிக்கப்படுகிறது;

இச்சூத்திரம் வழங்கும் வீச்சில் வரைபு எகபரிமாணமானது. லாடென் பேக்கின் சூத்திரத்திற்கு இணங்குகின்ற விட்டவீச்சைக் காட்டிலும் பெரிதான வீச்சொன்றில் கோளங்களின் இயக்கத்தை இச்சமன்பாடு உண்மையில் குறிக்கின்றது என்னும் உண்மை கிடைக்கப்பெறுகின்றது.

கோளம் விழுகின்ற திரவத்தைக் கொண்டிருக்கின்ற சாடியின் முடிவுள்ள விட்டத்தைப் பொருட்படுத்துகின்ற வேறொரு சூத்திரம்†

$$u_{\infty} = u_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{-2.4}$$

$\frac{r}{R}$  என்பது சிறிதாய் இருக்கும்போது இது

$$u_{\infty} = u \left(1 + 2.4 \frac{r}{R}\right)$$

ஆகின்றது;  $\frac{r}{R}$  இன் பெரிய பெறுமானங்களிடத்தும் இது பரிசோதனைப்

பெறுகளுடன் ஒத்திருக்கிறது.  $\frac{r}{R} \rightarrow 1$  ஆகுமிடத்து  $\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{-2.4}$  என்னும் காரணி முடிவிலியாகின்றது என்பது இச்சமன்பாட்டின் கவனத்தைக் கவரக்கின்றதோர் இயல்பாகும்; அது எதிர்பார்த்ததே. இச்சூத்திரத்தைச் சோதிக்கும்பொருட்டு அதை

$$u_{\infty} = u \left(1 - \frac{r}{R}\right)^p$$

என எழுதலாம்; இங்கு  $p$  ஒரு மாறிலி. மட  $\left(1 - \frac{r}{R}\right)$  என்பது தொடர்பாக மட  $\blacksquare$  குறிக்கப்பட்டால் சரிவு  $p$  உடைய ஒரு நேர்கோடு கிடைக்கவேண்டும்.

**உதாரணம்.**—ஒரு நீண்ட சாடியில் ஓய்விலிருக்கின்ற இலேசான பிசுக்குத் திரவமொன்றின் பரப்பிற்குச் சற்றுக் கீழே வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற கூர்நுனிக் குழாயொன்றிலிருந்து ஒழுங்கான காலவிடைகளில் சிறு சீரான திரவத்துளிகள் ஓய்விலிருந்து விழுகின்றன; பிந்திய திரவத்தின் அடர்த்தி முந்தியதன் அடர்த்தியைக் காட்டிலும் கூடியது. குறிப்பிட்ட கணமொன்றில் எவ்வாறு துளிகள் பரப்பப்பட்டிருக்கின்றன  $\blacksquare$

விழுந்தனியொன்றின் பலிதத் திணிவு  $m$  எனின், வழக்கமான குறிப்பீட்டில்

$$m\ddot{x} = mg - \mu \dot{x} \quad \text{அல்லது} \quad \ddot{x} + \alpha \dot{x} = g$$

எனப் பெறுவோம்; இங்கு  $\alpha = \frac{\mu}{m}$ .

நிரப்பு சார்பையிட்டோ

$$\lambda(\lambda + \alpha) = 0$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore x = A + B e^{(-\alpha t)}$$

இங்கு  $A$  யும்  $B$  யும் மாறிலிகள் ஆகும்.

† இது Dr. A. R. ஸ்ரோக்ஸ் என்பவரால் கடிதமூலம் தெரிவிக்கப்பட்டுள்ளது.

குறிப்பிட்ட தொகையீட்டையிட்டு

$$x = \frac{g}{D^2 + \alpha D} = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{\alpha} + \frac{D}{\alpha^2} - \dots \right) g = \frac{g}{\alpha} - \frac{g}{\alpha^2}.$$

$$\therefore x = A + B \left[ \text{அடு. } (-\alpha) \right] + \frac{g}{\alpha} - \frac{g}{\alpha^2}.$$

இனி  $t=0$  ஆகுமிடத்து  $x=0$ ;  $\dot{x}=0$ . எனவே  $A=0$  உம்  $B=\frac{g}{\alpha^2}$  உம் ஆகும்.

$$\therefore x = \frac{g}{\alpha^2} \left[ \{ \text{அடு. } (-\alpha) \} - 1 + \alpha \right].$$

முதலாவது துளியானது  $\parallel$  செக்கனுக்கு விழுந்திருக்க  $\parallel$  அப்பொழுது, கூர்நுனிக் குழாயி லிருந்து அடுத்ததெடுத்துப் பிரிசின்ற துளிகளுக்கிடையேயுள்ள காலவிடை  $\tau$  வும்  $\parallel$  ஆம் துளி கடந்த தூரம்  $x_n$  உம் ஆனால்

$$x_n = \frac{g}{\alpha^2} \left[ \text{அடு. } \{ -\alpha(t - n - 1\tau) \} - 1 + \alpha(t - n - 1\tau) \right].$$

எனவே கணிசமான அளவு நேரம் விழுந்த துளிகளுக்கு

$$x_1 - x_2 = \frac{g}{\alpha^2} \alpha \tau = \frac{g\tau}{\alpha},$$

$$x_2 - x_3 = \frac{g\tau}{\alpha}$$

முதலியவை ஆகும்.

எனவே இத்தகைய துளிகளின் இடைத்தூரங்கள் சமமாகும்.

தடுக்கும் ஊடகமொன்றில் நேர்கோட்டியக்கம்.—தடுக்கும் ஊடகமொன் றிலே, திணிவு  $n$  ஆனது சுழற்சியின்றி நேர்கோடொன்றில் அசைகின்றது எனக் கொள்ளப்படின், அது அனுபவிக்கின்ற தடை அதனது வேகத்தின் ஒரு சார்பாகும். தடை  $\phi(v)$  யும் இயக்கக்கோடு வழியே தாக்குகின்ற புறவிசை  $F$  உம் ஆயின், இயக்கச் சமன்பாடு

$$m\dot{v} = F - \phi(v)$$

ஆகும்.

இனி, நியூற்றன் கருதியுள்ளது போல்  $\phi(v) = kv^2$  எனக் கொள்வது வழக்காயிற்று; இங்கு  $\parallel$  ஊடகத்தின் அடர்த்தியையும் பொருளில் இயக்கத்திசைக்குச் செங்குத்தாகவிருக்கின்ற மிகப் பெரிய வெட்டின் பரப்பளவையும் பொறுத்திருக்கின்ற ஒரு மாறிலியாகும். எனவே,  $F$  ஆனது மாறாமல் இருக்கின்றது எனவும் அது  $kV^2$  இற்குச் சமன் எனவும் கொள்வோமாயின்,

$$m\dot{v} = F - kv^2 = k(V^2 - v^2).$$

தொடக்க வேகமானது  $V$  யைக் காட்டிலும் சிறிதாயின் பொருளின் வேகம், பெறுமானம்  $V$  அடையும்வரை கூடிக்கொண்டே போகும். இக்காரணக் தாலேயே  $V$  பொருளின் முடிவு வேகம் அழைக்கப்படுகின்றது.

மேற்படி சமன்பாட்டைத் தொகையிட்டு

$$t = \frac{mV}{2F} \text{ இ. ம. } \left( \frac{V+v}{V-v} \right)$$

எனப் பெறுகிறோம் ; பொருள் ஓய்வாயிருந்த கணத்திலிருந்து  $t$  அளக்கப் பட்டால் தொகையீட்டு மாறிலி சேர்க்கப்படுவதில்லை.

அதனது ஓய்வு நிலையிலிருந்து நிலைக்குத்தாய்க் கீழ்முகமாக எறியப்பட்ட பொருளொன்றின் இயக்கமானது, இத்தகைய இயக்கத்திற்குக் கருத்தைக் கவர்கின்றதும் முதன்மையானதுமான ஓர் உதாரணமாகும். இங்கு  $F = mg$ ; எனவே

$$t = \frac{V}{2g} \text{ இ. ம. } \left( \frac{V+v}{V-v} \right)$$

எனப் பெறுகின்றோம் ; இது  $v = V$  அதான்  $\frac{gt}{V}$  எனத் தருகின்றது.

$$v = \frac{dx}{dt} \text{ ஆதலின், } x = \frac{V^2}{g} \text{ இ. ம. அகோசை } \frac{gt}{V} \text{ எனக் காண்கின்றோம்.}$$

நிலைக்குத்தாய் மேல்முகமாக எறியப்பட்ட பொருளொன்றினிடத்து இயக்கச் சமன்பாடானது

$$\frac{dv}{dt} = -g \left( 1 + \frac{v^2}{V^2} \right)$$

என்பதாகும்.

தொடக்க வேகம்  $V_0$  எனின்,

$$t = \frac{V}{g} \left( \text{தான்}^{-1} \frac{V_0}{V} - \text{தான்}^{-1} \frac{v}{V} \right)$$

எனக் காண்போம்.

மேலும், அதியுயர்வான புள்ளியில்  $v = 0$  ஆதலின், அப்புள்ளியை ஏறி அடையும் நேரம்

$$\frac{V}{g} \text{ தான்}^{-1} \frac{V_0}{V}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

பொருள் அசைந்துள்ள தூரம்  $z$  எனின்

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dv} \frac{dv}{dt} = \frac{dz}{dv} \left[ -g \left( \frac{v^2 + V^2}{V^2} \right) \right]$$

எனப் பெறுவோம் ; இங்கு  $z$  ஆனது எறியப் புள்ளியிலிருந்து மேல் முகமாக அளக்கப்படுகிறது.

$$\therefore z = \frac{V^2}{2g} \text{ இ. ம. } \left( \frac{V_0^2 + V^2}{v^2 + V^2} \right).$$

எற்றவுயரம்  $Z$  எனின், அப்பொழுது  $w$  பூச்சியமாயிருப்பதால்,

$$Z = \frac{V^2}{2g} \text{ இ. ம } \left( \frac{V_0^2 + V^2}{V^2} \right)$$

எனப் பெறுகிறோம்.

**உதாரணம்.**—அசைவற்றிருக்கின்ற நீரில் கப்பலொன்றின் இயக்கத்துக்கான தடை  $kv^2$  எனக் கொள்ளலாம். இங்கு  $v$  கப்பலின் வேகமும்  $k$  ஒரு மாறிலியும் ஆகும். உந்தியின் உதைப்பிலுள்ள சிறு மாற்றங்களைப்பற்றி நேரம்  $t$  யில் இருக்கின்ற வேகமானது  $v = a + b$  கோசை யீ எனப்பதால் தரப்படுகின்றது; இங்கு  $a, b, \omega$  என்பவை மாறிலிகளாகும். கப்பலின் திணிவு  $m$  ஆயின், எந்தக் கணத்திலும் உந்தியின் உதைப்பையும் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற வலுவையும் காண்க. கப்பலின் வேகம் மாறாமல் இருக்கின்ற நிலையில், அதாவது  $b \rightarrow 0$  இடத்தில், தேவையான வலுவுடன் சராசரி வலுவை ஒப்பிடுக.

எந்தக் கணத்திலும் உதைப்பானது

$$F = m\ddot{x} + kv^2$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

எனவே

$$F = -m\omega b \text{ சைன் } \omega t + k(a + b \text{ கோசை } \omega t)^2;$$

ஆகவே பிறப்பிக்கப்பட்ட வலுவானது

$$P = Fv = -m\omega b \text{ சைன் } \omega t (a + b \text{ கோசை } \omega t) + k(a + b \text{ கோசை } \omega t)^4$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

இதை விரித்தால் சைன்  $\omega t$ , சைன்  $\omega t$  கோசை  $\omega t$ , கோசை  $\omega t$ , கோசை<sup>2</sup> $\omega t$ , கோசை<sup>3</sup> $\omega t$ , கோசை<sup>4</sup> $\omega t$  எனப்பவற்றைக் கொண்டுள்ள உறுப்புக்களைப் பெறுவோம். எத்தொகை முழுச் சக்கரங்களிலும் சைன்  $\omega t$ , சைன்  $\omega t$  கோசை  $\omega t$ , கோசை  $\omega t$ , கோசை<sup>2</sup> $\omega t$  என்பவற்றின் இடைப் பெறுமானங்கள் யாவும் பூச்சியமாகும்; ஆனால்

$$\text{கோசை}^2 \omega t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ கோசை } 2\omega t = \frac{1}{2} \text{ உம்}$$

$$\text{கோசை}^4 \omega t = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ கோசை } 2\omega t \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \text{ கோசை } 2\omega t + \frac{1}{4} \text{ கோசை}^2 2\omega t = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \text{ உம்}$$

ஆகும்.

எனவே

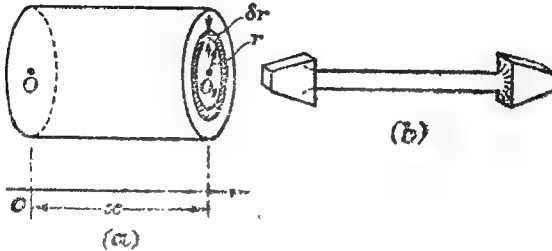
$$\bar{P} = k a^4 + \frac{1}{2} (6 k a^2 b^2) + k b^4 \left( \frac{3}{4} \right)$$

$$= k (a^4 + 3 a^2 b^2 + \frac{3}{4} b^4) > k a^4.$$

**கிசிலின் பிசுபிசுப்பு.**—கிசில் (கரிப்பின்), பரபின்மெழுகு, கண்ணாடி ஆகியவற்றின் பிசுபிசுப்பானது திரௌற்றன், அன்ட்ரூஸ் (TROUTON AND ANDREWS)† ஆகியோர்களால் பரிசோதனை முறைப்படி துணியப்பட்டிருக்கின்றது. பரிசோதனை ஒவ்வொன்றிலும் பிசுபிசுப்பு துணியப்படுகின்ற பதார்த்தத்தாலான ஒரு சீரான உருளையின் முனையொன்றில் மாறா முறுக்கத்தைப் பிரயோகித்து உருளையின் இரு முனைகளின் தொடர்பியக்கம் அளக்கப்படுகிறது; உண்மையில் ஒரு முனை நிலையாக்கப்பட்டிருக்கிறது. இந்நோக்கல்கள் கோலின் விட்டம், அதன் நீளம், பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ள முறுக்கத்தின் அளவு என்பவற்றை, இனி நிலைநிறுத்தப் போகின்ற சமன்பாட்டிலே பயன்படுத்தி பிசுபிசுப்பு  $\eta$  ஐக் காணமுடிகின்றது.

† திரௌற்றனும் அன்ட்ரூஸும், *Proc. Phys. Soc.* 19, 47, 1903.

உருளையின் நிலைத்த முனையிலிருந்து தூரம்  $r$  இல், அவ்வுருளையின் செங்குத்தான குறுக்குவெட்டைக் கருதுக, படம் 11.31 (a) யைப் பார்க்க. குறுக்குவெட்டில், ஆரைகள்  $r$  உம்  $r + \delta r$  உம் உடைய வட்டங்களால்



படம் 11.31. மொதுச் சட்பொருள் பிசுபிசுப்பு.

வரையறுக்கப்பட்ட பாகமீது தாக்குகின்ற தொடலி விசை  $\delta F$  ஆகும். அப்பொழுது நியூற்றனின் கருதுகோளின்படி

$\delta F = \eta$  (பரப்பளவு) (வேகப் படித்திறன்)  $= \eta (\delta r \cdot \delta s) \frac{\partial u}{\partial x}$  பக்கம் 672 ஐப் பார்க்க.

$r, r + \delta r$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்பட்ட கங்கணத்திற்குரிய மூலகம்  $\delta s$  மீது இதனால்  $\eta r (\delta r \cdot \delta s) \frac{\partial u}{\partial x}$  இற்குச் சமமான முறுக்கம் பிறப்பிக்கப்படுகின்றபடியால் கங்கணமீதுள்ள முறுக்கம்

$$\delta \Gamma = \eta r \delta r \left[ \oint ds \right] \frac{\partial u}{\partial x}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

இனி  $u = r\omega$ ; இங்கு  $\omega$  ஆனது கருதப்படுகின்ற வெட்டின் எதேச்சைப் புள்ளியிலுள்ள கோண வேகமாகும்.  $x + \delta x$  என்பதால் துணியப்படுகின்ற தளத்தில்  $r, r + \delta r$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்படுகின்ற மூலகத்திற்கு

$$u + \delta u = r \left( \omega + \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \delta x \right).$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial x} = r \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x}.$$

$$\therefore \delta \Gamma = 2\pi \eta \cdot r^2 \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \delta r \quad \left[ \because \oint ds = 2\pi r \right].$$

எனவே உருளையின் செங்குத்தான எந்தக் குறுக்கு வெட்டிலும் தாக்குகின்ற முறுக்கமானது

$$\Gamma = \int_0^R 2\pi r^3 \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot dr = \frac{1}{2} \pi \eta \omega^4 \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது ; இங்கு  $\pi$  யானது உருளையின் வெவியாரை யாகும். இவ்விணையானது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற இணைக்குச் சமன்.

$\bar{\omega} = \frac{\partial \omega}{\partial x}$  = உருளையின் அலகுநீளமொன்றிற்கான தொடர்புக் கோணவேகம் எனின்

$$\eta = \frac{2\Gamma}{\pi \bar{\omega} \cdot \omega^4}$$

கிசில் போன்றவற்றினிடத்துத் திரவியமானது படம் 11.31 (b) யிற் காட்டியுள்ள வடிவத்தில் வரக்கப்படுகின்றது ; எனவே அதன் முனைகளை இதற்கெனச் சிறப்பாகத் திட்டமிடப்பட்ட இறுக்கிகளால் இறுக்கி நிலையாகக் முடிகின்றது. கண்ணாடிக் குழாயொன்றினிடத்து

$$\eta = \frac{2\Gamma}{\pi \bar{\omega} (r_1^4 - r_2^4)} \quad [(r_1 > r_2)]$$

சமச்சீர்பற்றிய கருத்துக்களையிட்டு, உருளையில் அதனது அச்சுக்குச் செங்குத்தான இரு தளங்கள் எவையாகிலும் அவை பொதுவச்சைக் குறித்து ஒன்றிற்குமேலே மற்றையது அசைகின்றன எனவும், அவற்றின் தளவடிவமானது மாறாது இருக்கின்றது எனவும், இம்முறைக்கான கொள்கையில் திரெளற்றனும் அன்றாசம் கருதியுள்ளனா என்பது குறித்தற்பாலது.

மாதிரிமீது இணையானது பின்வருமாறு பிரயோகிக்கப்பட்டது. முரணுராய்வுச் சிலலுகள் மீது தடையின்றிச் சுழல்கின்ற கிடையான தண்டொன்றில் கப்பியொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றது ; கப்பியிலுள்ள தவாளிப்பொன்றிலே சுற்றப்பட்டிருக்கின்ற நானொன்று ஒரு சமையைக் காவுகின்றது. பதார்த்தத்தாலான உருளையின் சதுரமாக்கப்பட்ட முனையைப் பிடித்திருக்கும் பொருட்டுத் தண்டில் சதுரத் தாங்குமுழியொன்று உளது ; முனையானது குழியிலே சரியாகப் பொருந்தியிருக்குமாறு செய்யப்பட்டுள்ளது. அதுபோன்ற ஆனால் நிலைத்த, தாங்குமுழியொன்று உருளையினது மறு முனையின் சுழலிலைத் தடுக்கிறது. தண்டில் ஏற்றப்பட்டிருக்கின்ற ஓர் அளவுச்சட்டமீது அசைகின்ற சுட்டியொன்றை நோக்கிச் சுழற்சி வீதம் துணியப்படுகின்றது.

உருளைவடிவமுடைய மாதிரியை வசதியாகக் கஞ்சுக்குழாயொன்றில் வைத்து, அதை விரும்பிய எந்த வெப்பநிலையிலும் நிலைநிறுத்த முடியுமாதலால், பதார்த்தமொன்றின் பிசுபிசுப்புக் குணகத்தை வெவ்வேறான வெப்பநிலைகளில் துணிதற்கு இம்முறை சிறப்புடையது.



முனைவினைவுகளைத் தவிர்க்கும் பொருட்டு இரு சுழலும் சுட்டிகளைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும் எனவும், தெரிந்த இடைத்தூரம் விட்டு அவற்றை மாதிரியுடன் இணைத்தல் வேண்டும் எனவும், அப்பிளாய்ட் (Appleyard) என்பார் திரௌற்றன், அன்ட்ரூஸ் ஆகியோரின் இம்முயற்சியை ஆராயுங்காலே, தன் கருத்தைத் தெரிவித்துள்ளார்.

கீழே தரப்பட்ட பேறுகள் பெறப்பட்டன :—

பதார்த்தம்	வெப்பநிலை	பிசுபிசுப்பு (கி. சமீ. -1 செக். -1)
கிசில்	$\left\{ \begin{array}{l} 0^\circ \text{ ச.} \\ 8^\circ \text{ ச.} \\ 15^\circ \text{ ச.} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 5.1 \times 10^{11} \\ 9.9 \times 10^{10} \\ 1.3 \times 10^{10} \end{array}$
	$\left\{ \begin{array}{l} 575^\circ \text{ ச.} \\ 660^\circ \text{ ச.} \\ 710^\circ \text{ ச.} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 1.1 \times 10^{10} \\ 2.3 \times 10^{11} \\ 4.5 \times 10^{10} \end{array}$
	சோடாக் கண்ணாடி	

பிசுபிசுப்பும் வெப்பநிலையுடன் அது மாறுதலும்.—(அ) திரவங்கள் : திரவங்களினிடத்து வெப்பநிலையுடன் பிசுபிசுப்பானது கவனிக்கத்தக்க வளவில் மாறுகின்றபடியால், குறிப்பிட்ட திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பைத் துணியும்போதுள்ள வெப்பநிலையைக் கூறாமல் அப்பிசுபிசுப்பின் பெறுமானத்தை மட்டுமே கூறுதல் பொருளுற்றதாகும். உதாரணமாக, நீரின் பிசுபிசுப்பானது  $20^\circ \text{ ச.}$  இல்  $0.0101$  கி. சமீ<sup>-1</sup> செக்<sup>-1</sup> ஆயிருந்து,  $60^\circ \text{ ச.}$  இல்  $0.0047$  கி. சமீ. -1 செக். -1 ஆகின்றது ; ஆமணக்கெண்ணெயினிடத்து  $10^\circ \text{ ச.}$  இலிருந்து  $20^\circ \text{ ச.}$  வரையுள்ள வெப்பநிலையுயர்வால் அதன் பிசுபிசுப்பானது  $24.18$  போய்சிலிருந்து  $9.86$  போய்சிவரை குறைகின்றது. வெப்பநிலையுடன் பிசுபிசுப்பின் இத்தகைய மாறலை விவரிக்கும் பொருட்டுப் பல அனுபவ சூத்திரங்கள் பிரேரிக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; அதாவது

$$\eta_\theta = \eta_0 (1 + \alpha\theta + \beta\theta^2)^{-1}, \text{ அல்லது } \eta_\theta = \eta_0 (1 + b\theta)^{-n},$$

அல்லது

$$\text{மட } \eta = A + \frac{B}{T};$$

இங்கு  $\eta_\theta$  என்பது  $\theta^\circ \text{ ச.}$  இலுள்ள பிசுபிசுப்பும்,  $T$  தனிவெப்பநிலையும்  $\eta_0, \alpha, \beta, b, A, B$  என்பவை மாறிலிகளும் ஆகும்.

சூத்திரமொவ்வொன்றும் அண்ணளவாகவே இருக்கின்றது ; எண்ணெய்களைப் பொறுத்தமட்டில் இரண்டாவது சமன்பாடு பிழையானது. 1934 இல், அன்ட்ரேட்\* (Andrade) என்பார், அறிமுகை அடிப்படையொன்

\* அன்ட்ரேட், *Phil. Mag.*, 17, 497 உம் 638, 1934 உம்.

றைப் பயன்படுத்தி

$$\eta \rho^{-\frac{1}{2}} = A \text{ அக. } \left( \frac{c\rho}{T} \right)$$

ஆகும். எனப் பிரேரித்துள்ளார் ; இங்கு  $\rho$  அடர்த்தியும்,  $T$  தனிவெப்ப நிலையும்,  $A$  யும்  $c$  யும் மாறிலிகளும் ஆகும். நீரும் சில அல்ககோல் களும் ஒழிந்த திரவங்களிடத்து இது பரிசோதனையுடன் நன்கு ஒத்திருக்கின்றது. அண்ட்ரேட்டின் ஆய்கூடத்தில் ஆராய்ச்சி நடாத்திய ஸ்பெல்ஸ் (Spells) என்பார்,  $30^\circ\text{C}$ . இல் திரவமாய் இருக்கின்றதும்  $1600^\circ\text{C}$ . கொதி நிலையுடையதுமான கல்லியம் என்பதன் பிசிபிசுப்பை  $52^\circ\text{C}$ . இலிருந்து  $1100^\circ\text{C}$ . வரையுள்ள வீச்சில் துணிந்து

$$\eta \rho^{-\frac{1}{2}} = (2.468 \times 10^{-3}) \text{ அக. } \frac{79.05\rho}{T}$$

எனக் கண்டார் ; இது  $\eta$  வின் நோக்கிய பெறுமானங்களுடன் சத வீதத்தை மீறாமல் ஒத்திருக்கிறது.

(b) வாயுக்கள்.—திரவங்களைப் போலல்லாது வாயுக்கள் வெப்பநிலையுடன் பிசிபிசுப்பு உயர்வதைக் காட்டுகின்றன. தனிவெப்பநிலை  $T$  யுடன்  $\eta$  வின் மாறலானது

$$\eta = \kappa T^{\frac{1}{2}}$$

எனபதால் தரப்படுகின்றது என எளிய இயக்கப்பாட்டுக் கொள்கை கூறுகின்றது ; இங்கு  $\kappa$  ஒரு மாறிலி.† 1893 இல் சதலன்ட்‡ (Sutherland) எனபார் அடுத்தடுத்துள்ள மூலக்கூறுகளிடையே சிறு வரையறுத்த கவர்ச்சி யொன்று உளது எனவும், அதன் விளைவாக அதே வெப்பநிலையில் இலட்சிய வாயுவொன்றில் நிகழ்கின்ற மூலக்கூற்று மோதுகைகளைக்காட்டிலும் மெய்வாயுக்களில் நிகழ்கின்றவையே கூடுதலாக இருத்தல் வேண்டும் எனவும் கொண்டு

$$\eta = \eta_0 \cdot \frac{\alpha T^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{S}{T}}$$

எனக் காட்டியுள்ளார் ; இங்கு  $\eta_0$  ஆனது  $0^\circ\text{C}$ . இல் பிசிபிசுப்பும்,  $\alpha$  யும்  $S$  உம் மாறிலிகளும் ஆகும்.  $S$  என்பது சதலன்டின் மாறிலி எனப்படும். பல வாயுக்களிடத்து இச்சூத்திரத்தை மிதமான வெப்ப நிலை வீச்சுக்களிலே பயன்படுத்தலாம் ; ஆனால், ஆய்கூடத்தில் கிடைக்கக் கூடிய முழு வெப்பநிலை வீச்சிலே பரிசோதனையை நடாத்துமிடத்து, உயர் வெப்பநிலைகளிலும் தாழ்வெப்பநிலைகளிலும் சூத்திரம் பிழைபடுகின்றது.

† தொகுதி II ஐப் பார்க்க.

‡ சதலன்ட், *Phil. Mag.*, 36, 507, 1900.

## பயிற்சி XI

11·01. திரவமொன்றின் பிசுபிசுப்பை அளத்தற்கு ஒன்றில் மயிர்த்துளைக் குழாய் முறையை அல்லது ஓரச்குறையை முறையை விவரித்துக் கூறி அதற்கான கொள்கையைத் தருக.

அக்கொள்கையின் பிரயோகத்தையிட்டு நிறைவேற்றப்பட வேண்டிய நிபந்தனைகளைக் கூறுக.

11·02. புவாசேயின் ஆய்கருவியைப் பயன்படுத்தும் பரிசோதனையொன்றிற் பதிவு செய்துள்ள நோக்கல்கள் பின்வருமாறு :—10 நிமிடங்களில் வெளியேறியுள்ள நீரின் கனவளவு 80·7 க. சமீ., நீரின் அமுககவயரம் 39·1 சமீ., குழாயின் நீளம் 60·24 சமீ., குழாயின் சராசரி உள்ளாறை 0·0523 சமீ. பரிசோதனை நடாத்தப்பட்ட வெப்பநிலையில் நீரின் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானங் காண்க. [0·0139 கி. சமீ. -1 செக். -1.]

11·03. நீளம் 1 உம் ஆரை 0 யும் உடைய மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று நிமிர்ந்த பாத்திர மொன்றின் அடியுடே நிலைக்குத்தாக நிறுவப்பட்டிருக்கிறது. குழாயுடே நீர் பாயுங்காலே பாத்திரத்தில் அதன் ஆழம் 1 ஆக நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது. நீரானது குழாயிலிருந்து சிறு வேகத்துடன் பிரிகின்றது எனக் கொண்டு குழாயுடே உள்ள பாய்ச்சல் வீதத்தைக் க. சமீ. செக். -1 இல் காண்க; நீரில் இருக்கின்ற குழாய் நீளம் 1 எனக் கொள்க.

எவ்வாறு பிசுபிசுப்பு துணிதல்களில் இப்பேற்றைப் பிரயோகிக்க முடியும் என்பதை விளக்குக. (G)

11·04. மாறாக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு A உடைய உருளைப் பாத்திரமொன்றானது, அதனது பக்கத்திலுள்ள துவாரமொன்று ஆழம் 1 இல் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கும் வண்ணம், திரவமொன்றால் நிரப்பப்பட்டிருக்கின்றது. நீளம் 1 உம் சராசரி உள்ளாறை 0 யும் உடைய கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று துவாரத்தில் பற்றப்பட்டிருக்கிறது. நேரம்

$A \cdot \frac{8\eta}{\pi a^4 g \rho}$  இ. ம. ■ இலே பாத்திரத்தில், பக்கத்துத் துவாரத்திற்கு மேலேயுள்ள திரவத்தின் கனவளவானது அரைவாசியாக்கப்படும் எனக் காட்டுக; இங்கு  $\eta$  திரவத்தின் பிசுபிசுப்பும்  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $\rho$  திரவத்தின் அடர்த்தியும் ஆகும். [ந. கு. இந்நேரமானது 1 இலே தங்கியிருக்கிறது; அது தொடக்க அமுககவயரத்தின் அரையாக்கலையே பொறுத்திருக்கிறது.]

11·05. தொட்டியொன்றிலிருந்து 50 சமீ. நீளமும் 0·024 சமீ. விட்டமும் உடைய கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று வழியாக நீர் ( $\eta = 0·010$  கி. சமீ. -1 செக். -1) வெளியேறுகின்றது. தொட்டியில் நீர்மட்டமானது குழாயின் மட்டத்திற்கு 50 சமீ. மேலே இருக்கும் பொழுது தொட்டியின் பாய்ச்சல் வீதம் யாது? தொட்டியின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு எங்கும் 100 சமீ.<sup>2</sup> ஆனால், நீரின் மட்டம் இன்னும் 10 சமீ. குறைதற்கு எவ்வளவு நேரம் செல்லல் வேண்டும். [ $7·98 \times 10^{-4}$  சமீ.<sup>3</sup> செக். -1;  $7·40 \times 10^6$  செக்.]

11·06. 20·6°ச. இல் ஐதரசனின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதலுக்குப் பக். 653 இல் விவரித்துக் கூறியுள்ள பரிசோதனையொன்றில் மயிர்த்துளைக் குழாயின் நீளம் 48·5 சமீ. ஆகவும் அதன் சராசரி விட்டம் 0·0323 சமீ. ஆகவும் இருந்தன. அமுககமிகை 11·07 சமீ. எண்ணெய் (அடர்த்தி 0·870 கி. சமீ. -3) உம் ஓட்டம் 0·2244 அம்பியரும் ஆகும். ஐதரசனின் மின்னிர சாயனச் சமவலு  $1·045 \times 10^{-5}$  கி. கூலோம் -1 எனவும் நி. வெ. அ. இல் ஐதரசனின் ஒரு மூல் 22·24 வீற்றர் கனவளவு உடையது எனவும் கொண்டு, 20·6°ச. இல் ஐதரசனின் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக. [வளிமண்டல அமுகக்கம் 75·4 சமீ. இரசம்:] [ $9·26 \times 10^{-5}$  போய்சி.]

11·07. தேவையான சூத்திரத்தைப் பெற்று, எவ்வாறு 0° ச. இலிருந்து 100°ச. வரையுள்ள வீச்சில் வெப்பநிலையுடன் நீரின் பிசுபிசுப்பு மாறலை நீர் ஆராய்வீர் என்பதை விவரித்துக் கூறுக.

அம்மாறலின் பொது இயல்பையும், எவ்வாறு அதே வீச்சில் அம்மாறலானது வெப்பநிலையோடு வளியின் பிசுபிசுப்பு மாறலுடன் ஒத்திருக்கின்றது என்பதையும் விளக்குக.

11-08. "பிசுபிசுப்பு", "உறுதிப் பாய்ச்சல்" என்னும் பொருள்களுக்கு வரைவிலக்கணம் கூறுக. திருத்தமான பேரென்றைப் பெறும் பொருட்டு நீர் செய்யவேண்டிய முற்காப்புக் கூறுபுறுத்தி, எவ்வாறு நீர் குழாய்நீரின் பிசுபிசுப்பைத் துணிவீர் என்பதை விவரித்துக் கூறுக.

11-09. மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே திரவமொன்றின் பாய்ச்சலுக்கான சூத்திரத்தை எடுத்துக் கொண்டு, வாயுவினிடத்து அதற்கு ஒத்திருக்கின்ற சூத்திரத்தைப் பெறுக. எவ்வாறு இம்முறையால் ஐதரசனின்  $\eta$  வைக் காணப் பரிசோதனையொன்றை நீர் நடாத்துவீர் என்பதைக் காட்டுக.

11-10. இரு கிடையான தட்டுக்களுக்கிடையேயுள்ள இடமானது பிசுக்குப் பாயியொன்றால் திரபப்பட்டிருக்கின்றது. தட்டுக்களுள் ஒன்று ஓர் உறுதிச் சுழற்சி நிலையில் நிலைநிறுத்தப் பட்டிருக்கும் போது மற்றைய தில் மையமாகவிருக்கின்ற வட்டப் பரப்பளவொன்றுமீது ஆற்றுகின்ற இணையைக் காண்க.

11-11. ஆய்வுகூடத்து வெப்பநிலையில் வளிவின் பிசுபிசுப்பைத் துணியும் பொருட்டு, மிலிக்கன் என்பார் செய்ததுபோல், காவல்வளையங்களிட  $\pi$  ஓர்ச்சுருளைகள் ஏற்படுத்தப் பட்டுள்ளன. (காவல் வளையங்கள் இல்லாத) உள்ளுருளையின் நீளம் 20 சமீ. ஆகும்; அது வழக்கம்போல் ஓய்வில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. வெளியுருளையானது செக்கனொன்றில் 10 முறை சுழலுங்கால் உள்ளுருளையிது 3000 தைன். - சமீ. இற்குச் சமனான இணையொன்று ஆற்றுகின்றது. உள்ளுருளையின் குறுக்குவெட்டு ஆரை 5.00 சமீ. உம் அதற்கும் வெளியுருளைக்குமிடையேயுள்ள அகற்சி 0.062 சமீ. உம் ஆனால், வளிவின் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக.  $[1.85 \times 10^{-4}$  போயிசு.]

11-12. நீளம்  $l$  உம் உள்ளாரை  $\alpha$  யும் உடைய கிடையான குழாயொன்றில் திரவ மொன்று அருவிக்கோடுகளிற் பாய்கிறது. குழாயின் முனைகளுக்கிடையேயுள்ள பலித அழுக்க வித்தியாசம்  $h$  ஆனால், நேரவலகொன்றிற் பாய்கின்ற திரவத்தின் கனவளவுக்கான கோவையொன்றைப் பெறுக. குழாயில் அத்துடன் ஓர்ச்சானதும், ஆரை  $a/2$  உம், நீளம்  $l$  உம் உடையதுமான உருளைக் கோலொன்று புகுத்தப்பட்டிருந்தால், முனைகளுக்கிடையேயுள்ள அதே அழுக்க வித்தியாசத்துக்கான பாய்ச்சல் வீதமானது கிட்டத்தட்ட 88 சதவீதம் குறைக்கப்படுகின்றது எனக் காட்டுக. (S)

11-13. இமப் பனிக்கட்டியானது நீளமும் ஆரையும் 10 மீற்றர் உடைய கிடையான வட்டையுருளைக் குடைபாதையுடே செலுத்தப்படுகிறது. பனிக்கட்டியின் பிசுபிசுப்புக் குணகம்  $1.2 \times 10^{-4}$  ச. கி. செ. அலகுகள் உம், அதன் அடர்த்தி 0.9 கி. சமீ.  $^{-3}$  உம், அதன் உருகல் மறைவெப்பம் 80 கலோ. கி.  $^{-1}$  உம் ஆனால், அது பிசுபிசுப்பின் எளிய விதிப்படி பாய்கின்றது எனக் கொண்டு, குடைபாதையிலிருந்து வெளியேறுகின்ற பனிக்கட்டியை அதே வீதத்தில் உருக்கிவைக்கும்பொருட்டு அக்குடைபாதையின் வெளி வாயிலில் வேண்டிய வெப்ப உழைக்கல் வீதத்தைக் காண்க. குடைபாதையின் முனைகளுக்கிடையேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசம்  $10^4$  தைன். சமீ.  $^{-2}$  ஆகும், கணிப்பிற் பயன்படுத்தியுள்ள சூத்திரத்தைப் பெறுக.

(S)  $[2.4 \times 10^4$  கலோ. செக்  $^{-1}$ .]

11-14. ஓர் ஒடுங்கிய குழாயுடே பாய்கின்ற திரவமொன்றின் பாய்ச்சல் வீதத்தைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு அத்திரவத்தின் பிசுபிசுப்பைத் துணியமுடியும் என்பதை விளக்கி, இவ்வெடுத்துக்காட்டிற்குப் பொருத்தமான கணிவங்களைப் பயன்படுத்தி அப் பாய்ச்சல் வீதத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.

ஆரை  $\alpha$  யும் நீளம்  $l$  உம் உடைய ஒடுங்கிய குழாயொன்று சீரான கிடைக்குறுக்கு வெட்டு A தொட்டியுடன் கிடையாகத் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. தொட்டியில் நீரின் தொடக்கவாழம் H ஆகும்; நேரம்  $t$  விற்குப் பின்னர் ஆழமானது  $h$  இற்குக் குறைந்து விடுகிறது. நீரின் பிசுபிசுப்பு  $\eta$  ஆனால், பாய்ச்சலானது மெதுவாகவும் உறுதியாகவும் நிகழ்கிறது எனக் கொண்டு  $h$  இற்கும்  $l$  விற்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பைத் துணிக.

(G)

11-15. பிசபிசப்புக் குணகத்திற்கு வரைவிலக்கணம் கூறி அதன் பரிமாணங்களைக் காண்க.

பரிமாணப் பகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்திப் பிசபிசப்பு  $\eta$  வும் அடர்த்தி  $\rho$  வும் உடைய பாயியொன்றில், ஆரை  $r$  உடைய கோளமொன்று வேகம்  $u$  யுடன் அசையுங்காலே, அது அனுபவிக்கின்ற பிசுக்குத் தடை  $R$  ஐ ஆராய்க;  $R$  ஆனது  $u^n$  இற்கு விகிதசமம் எனக் கொள்க.

(a)  $n=1$ , (b)  $n=2$  ஆகும் போது மேற்படி விளைவின் கருத்தைப் பற்றியும் நடைமுறையில் அவ்விளைவின் முதன்மை பற்றியும் எடுத்துக் கூறுக. (G)

11-16. சீரான குறுகரு வெட்டுடைய நீளமான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றைத் தவிர்த்து மூடப்பட்டிருக்கின்ற பெரிய பாத்திரமொன்றிலுள்ள வளியானது, பாத்திரத்தில் அமுக்கம் வளிமண்டல அமுக்கம்  $p_0$  ஐ மீறியிருக்கும்போது, வெளியே தப்பிப்பாய்கின்றது. பாத்திரத்தில் அமுக்கமானது  $p_1$  இலிருந்து  $p_2$  வரை குறைவதற்கான நேரம்  $t$  ஆனது

$$t = \frac{8\eta l V}{\pi a^4 p_0} \text{ இ. ம. } \frac{(p_2 + p_0)(p_1 - p_0)}{(p_1 + p_0)(p_2 - p_0)}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக; இங்கு  $V$  பாத்திரத்தின் கனவளவும்,  $\eta$  ஆனது வளியின் பிசபிசப்புக் குணகமும்,  $a$  ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாயின் ஆரையும் ஆகும். இச்சூத்திரத்தைப் பிரயோகித்து வளியின் பிசபிசப்புத் துணிதலுக்குத் தெரிந்த முறை யொன்றை விவரித்துக் கூறுக (அல்லது ஒன்றைச் சுட்டிக்காட்டுக). (S)

11-17. பிசபிசப்புக் குணகம்  $\eta$  உடைய நீரானது ஒரு மாறு அமுக்கவுயரம்  $h$  யின் ஆற்றலால் ஆரை  $a$  யுடைய கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றுடே பாய்கின்றது. குழாயின் நீளம்  $l$  ஆனால் செக்கனெனில் குழாயிலிருந்து வெளியேற்றப்படுகின்ற கனவளவைக் காண்க. வெளியேறும் வேகத்திற்கான திருத்தத்தைப் புறக்கணிக்கலாம்.

எவ்வாறு நீரின் பிசபிசப்புக் குணகத்தைத் துணிய இச்சூத்திரம் பிரயோகிக்கப்படுகின்றது என்பதை விளக்கிக் காட்டுக.

அமுக்கமானது மாறிலியாய் இருப்பதற்குப் பதிலாக குறுக்குவெட்டு  $A$  உடைய ஒரு பாத்திரத்திலுள்ள நீரார் பேணப்படுமாயின அந்தப் பாத்திரத்தின் அடியிலிருந்து மயிர்த் துளை குழாயானது கிடையாக நீட்டியிருக்குமபோது நீரின் ஆழமானது  $h_1$  இலிருந்து  $h_2$  வரை இறங்குவதற்கான நேரம் எவ்வளவாகும்? (G)

11-18.  $20^\circ\text{C}$ . இல் நீரின் பிசபிசப்பானது 0.0101 போயிசு என்னும் கூற்றை விளக்குக.

பரிமாணப்பகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு பாயியொன்றில் அசைகின்ற கோள மொன்றின் இயக்கத்தை எதிர்க்கின்ற தடையானது அக்கோளத்தின் வேகத்துடன் மாறுகின்றது என்பதைக் காட்டுக. வேகம் பெரிதாகுமிடத்து யாது நிகழும்?

எவ்வாறு இப்பேற்றைப் பயன்படுத்தி, வாயுவொன்றில் புவிப்பீர்ப்பால் விழுகின்ற சிறு எண்ணெய்த் துளியொன்றின் விட்டத்தைத் துணிய முடியும் என்பதை விளக்குக.

11-19. பிசபிசப்பு என்பதன் அளவறிதற்குரிய பொருளைக் கூறி, எவ்வாறு மயிர்த் துளைக் குழாயொன்றுடே அசையுந் திரவமொன்றில் பாய்ச்சல் வீதத்தை அளந்து அத்திரவத் தின் பிசபிசப்பைத் துணியலாம் என்பதை விவரித்துக் கூறுக.

கணித்தலுக்குத் தேவைப்படுகின்ற சூத்திரம் எதையும் பெறுக. (G)

11-20. ஆவியொன்றின் பிசபிசப்பைத் துணியும் முறையொன்றைக் கூறி அதற்குரிய கொள்கையைத் தருக.

11-21. பெளதிகக் கணியமொன்றின் பரிமாணங்கள் என்பதன் பொருள் யாது?

பரிமாணப்பகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி, எவ்வாறு (a) நேரவலகொன்றில் வட்டக் குறுக்கு வெட்டுடைய குழாயொன்றுடே பாய்கின்ற திரவமொன்றின் கனவளவானது குழாயின் ஆரை, குழாய் வழியேயுள்ள அமுக்கப் படித்திறன், திரவத்தின் பிசபிசப்பு

என்பவற்றைப் பொறுத்திருக்கின்றது. (6) திரவத்துளியொன்றின் நிறையானது துளி விட்டு விலகுகின்ற துவாரத்தின் ஆரையையும் திரவத்தின் அடர்த்தியையும் பரப்பிமூலையையும் பொறுத்திருக்கின்றது எனக் காட்டுக. ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டிலும் குறிக்கப்பட்ட மாறிகளை மட்டுமே கணிப்பிற் சேர்த்துக் கொள்க.

எவ்வாறு (6) யிற கிடைக்கப்பெற்ற பேற்றை நீர் ஆய்வீர்? (G)

11-22. வெறிதாக்கப்பட்ட பாத்திரமொன்றின் ஒரு பக்கத்தில் ஒரு மயிர்த்துளைக் குழாய் வைத்து ஒட்டப்பட்டுள்ளது; அம்மயிர்த்துளைக் குழாய் வழியாகப் பாத்திரத்தை நிரப்பமுடியும். பாத்திரத்தை மிகத் தாழ்ந்த ஓர் அமுக்கத்திற்கு வெறிதாக்கிக் குழாயின் முனையொன்றை வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்து வைத்தால், பாத்திரமானது வளியால் வளிமண்டல அமுக்கத்தின் அரைவாசிவரை நிரப்பப்படுவதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுக்கும்? இவ்விடையைக் கணிக்கும் பொருட்டுத் தேவையான தரவுகளைப் பயன்படுத்தித் தேவையான சூத்திரத்தைப் பெறுக.

வளியின் பிசிபிசுப்பைத் துணியப் பொருத்தமான முறையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

(S)

11-23. பிசுக்குடகமொன்றில் ஒரு சிறு கோளத்தின் வீழ்ச்சியைவிட்டு ஸ்ரோக்கின் விதியைப் பெறும்பொழுது பயன்படுத்தியுள்ள எடுகோள்களைக் கூறி, அவ்விதியின் குறைகளை வெளிப்படுத்தியுள்ள பரிசோதனைகளை விவரித்துக் கூறுக.

11-24. விட்டம் 0.30 சமீ. உடைய உருக்காலான் கோளமொன்று கிளிசரின்னில் விழங்கால் 10 செக. இல் 25 சமீ. தூரம் அசைகின்றது. உருக்கு, கிளிசரின் ஆகியவற்றின் அடர்த்திகள் முறையே 7.8 கி. சமீ.-<sup>3</sup> உம் 1.26 கி. சமீ.-<sup>3</sup> உம் ஆகும். கிளிசரின்னின் பிசிபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறுக.

11-25. தூளாகப்பட்ட சோக்கில் பல்பேறு பருமன்களுடைய துணிக்கைகள் உள். சிறிதளவு சோக்கை நீரோடு கலக்கிவைத்தால் 50 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் தொங்கியிருக்கின்ற மிகப் பெரிய துணிக்கைகளின் விட்டத்திற்குப் பெறுமானமொன்றைக் காண்க; நீரின் ஆழம் 12 சமீ. எனவும், சோக்கின் அடர்த்தி 2.7 கி. சமீ.-<sup>3</sup> எனவும், அந்நேரத்திலுள்ள வெப்ப நிலையில் நீரின் பிசிபிசுப்பு 0.010 கி. சமீ.-<sup>1</sup> செக்.-<sup>1</sup> எனவும், கொள்க. [2.66 × 10<sup>-4</sup> சமீ.]

11-26. நியூற்றனின் பிசிபிசுப்பு விதியைக் கூறி அவ்விதியின் விளக்கத்தையிட்டுப் பிரேரிக்கப்பட்டுள்ள ஏதேனுமொரு முறையை அல்லது கொள்கையை எடுத்து உரையாடுக. முடிவில்லாப் பாயியொன்றில் வட்டவுருளையொன்றை அதன் அச்சப் பற்றிச் சுழலுமாறு செய்வதற்குத் தேவையான முறுக்கத்துக்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக. (S)

11-27. வெப்பநிலையுடன் திரவமொன்றின் பிசிபிசுப்பு மாறலைத் துணிதலுக்காக பரிசோதனையொன்றை விவரித்துக் கூறுக.

அடர்த்தி 1.21 கி. சமீ.-<sup>3</sup> உம், பிசிபிசுப்பு 14.0 கி. சமீ.-<sup>1</sup> செக்.-<sup>1</sup> உம் உடைய திரவமொன்றில் கண்ணாடியாலான கோளமொன்று விழுகின்றது. கோளத்தின் ஆரை 5.50 மிமீ. உம் கண்ணாடியின் அடர்த்தி 2.48 கி. சமீ.-<sup>3</sup> உம் ஆனால், கோளத்தின் முடிவு வேகம் எவ்வளவாகும்? [2.98 சமீ. செக்.-<sup>1</sup>]

11-28. ஒரு மோட்டர்க் காப் பரீட்சையில் ஒரு குறிப்பிட்ட கார் நிலைத்த உயர்வு வலு வொன்றைப் பிறப்பிக்கிறது. இயக்கத்துக்கெதிரான தடை 16V<sup>n</sup> என்பதாகும்; இங்கு V ஒரு மாறிலியும், V வளிணைக் குறித்துக் காரின் தொடர்பு வேகமும் ஆகும். பரீட்சையொன்றில் காற்றோடும் காற்றுக்கு எதிராகவும் கார் செல்லும் போது நோக்கியுள்ள வேகங்கள் முறையே v<sub>1</sub> உம் v<sub>2</sub> உம் ஆகும். அசைவற்ற வளியில் உயர்வு வேகத்தைக் காண்க.

ஒவ்வொரு திசையிலும், அளக்கப்பட்ட மைல் ஒன்றில், ஓட்டத்தை நேரம் கண்டு, அந்நேரங்களின் சராசரியிலிருந்தே உண்மையில் வேகம் கணிக்கப்படுகிறது. n = 1 ஆனால், இம்முறையால், அசைவற்ற வளியினிடத்து மெய்யான வேகமானது குறைத்து மதிப்பிடப்படுகிறது எனக் காட்டுக.

11-29. ஆனது  $r$  உடைய கோளமொன்று வேகம்  $\equiv$  வுடன் அடர்த்தி  $\rho$  உடைய ஒரு திரவத்தில் அசையுங்கால், அது அனுபவிக்கின்ற தடை  $F$  ஆனது

$$F = K r^{\alpha} \rho^{\beta} \eta^{\gamma}$$

என்னும் வடிவமுடைய ஒரு சூத்திரத்தால் தரப்படுகிறதெனக் கொண்டு,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  என்பவற்றைத் துணிக்; இங்கு  $K$  ஒரு மாறிலியும்  $\eta$  ஆனது திரவத்தின் பிசுபிசுப்பும் ஆகும்.

அடர்த்தி  $0.92$  கி. சமீ.<sup>-3</sup> உம் பிசுபிசுப்பு  $16.4$  போயிசும் உடைய எண்ணெயொன்றிலே  $0.32$  சமீ. விட்டமுடைய உருக்காலானவொரு கோளம் புவியீர்ப்பின்கீழ் விழும்பொழுது அடைகின்ற முடிவுவேகத்தைக் காண்க. உருக்கின் அடர்த்தி  $7.82$  கி.சமீ.<sup>-3</sup> எனவும்,  $\eta$  ஆனது  $6\pi$  எனவும் எடுக்கலாம்.

$$[\alpha=1, \beta=0, \gamma=1; 2.34 \times 10^{-2} \text{ சமீ. செக்.}^{-1}.]$$

11-30. அவற்றுடே ஒரு திரவ ஓட்டம் உறுதியாகப் பாயும் வண்ணம் A, B ஆகிய இரு கிடையான மயிர்த்துளைக் குழாய்கள் தொடரிலே தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. A ஆனது உள்விட்டம்  $1$  மிமீ. உம் நீளம்  $1$  மீற்றரும் உடையது; B ஆனது உள்விட்டம்  $0.6$  மிமீ. உம், நீளம்  $60$  சமீ. உம் உடையது. A யின் வாயிலில் திரவத்திலுள்ள அழுக்கமானது வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும்  $20$  சமீ. நீர் கூடுதலாக இருக்கிறது. தொடரின் வெளிவாயிலில் அது வளிமண்டல அழுக்கமாகும். குழாய்களின் மூட்டிலுள்ள அழுக்கம் எவ்வளவாகும்?

மேற்படி குழாய்களின் அதே நீளங்களும் ஆனால் பத்து மடங்கு குறைக்கப்பட்ட விட்டங்களும் உடைய குழாய்த் தொகுதியின் உள், வெளி வாயில்களில் முன்போல அழுக்கங்கள் இருந்தால் அக்குழாய்களுடே வளியானது உறுதியாகப் பாயுமிடத்து மேற்படி அழுக்கப்பங்கீடு காணப்படுமா? [வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும்  $16.4$  சமீ. நீர் கூட.]

11-31. அசைவற்ற நீரிலே கப்பலொன்றின் இயக்கத்தை எதிர்க்கின்ற தடையானது  $kv^3$  ஆகும்; இங்கு  $k$  வேகமும்  $v$  ஒரு மாறிலியும் ஆகும். ஓட்டுங் கருவியுதைப்பில் சிறு மாறல்கள் காரணமாக, நேரம்  $t$  யிலே வேகம்  $a + b$  கோசை  $ay$  ஆகும்; இங்கு,  $a$ ,  $b$ ,  $y$  என்பவை மாறிலிகள். கப்பலின் திணிவு  $m$  ஆயின், எந்நேரத்திலுமுள்ள ஓட்டுங்கருவியுதைப்பையும் உகூற்றப்படும் வலுவையும் காண்க. சராசரி வலுவானது வேகம் மாறாமலும்  $a$  யிற்குச் சமனாகவும் இருக்கும் போது தேவையான வலுவைக்காட்டிலும் பெரிதெனக் காட்டுக.

11-32. வேகத்தின் முப்படிக்கு விசைசமமான தடையை அளிக்கின்ற ஊடகமொன்றில் ஒரு துணிக்கை அசைகின்றது; துணிக்கையீது வேறெந்த விசைகளும் ஆற்றுகிறதில்லை. காலவிடை  $\tau$  யில் துணிக்கையின் வேகமானது  $v_1$  இலிருந்து  $v_2$  வரை குறைகின்றது. அதே காலவிடை  $\tau$  யிலே துணிக்கையானது தூரம்

$$\frac{2v_1v_2\tau}{v_1 + v_2}$$

என்பதைக் கட்டுது செல்கின்றதெனக் காட்டுக.

11-33. அலகுத் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று பிரயோக விசை  $f$  கோசை  $nt$  பதாலும், ஆள்விசை  $-n^2x$  என்பதாலும், அதன் வேகத்தின்  $\frac{1}{2}$  மடங்கிற்குச் சமமான உராய்வுவிசை என்பதாலும் தாக்கப்பட்டு  $2a$  அச்ச வழியே அசைகின்றது. இயக்கத்தில் தொடக்க நிபந்தனைகளைச் சார்ந்த பகுதியானது காலஞ் செல்லச் செல்ல அடுக்குக்குறி விதிப்படி மறைகின்றதென நிறுவி, நீண்ட காலவிடைக்குப் பின்னுள்ள இயக்கத்தைத் துணிக்.

நீண்ட காலவிடைக்குப் பின் (ஆள்விசைப் புலத்திலே) முழு அலைவுக்காலமொன்றிலுள்ள நிலைச் சக்தியின் சராசரியும், முழு அலைவுக்காலமொன்றிலுள்ள இயக்கச் சக்தியின் சராசரியும்  $\frac{1}{2}$  :  $\frac{1}{2}$  என்னும் விதத்தில் அமைந்திருக்கின்றனவென நிறுவுக.

11-34. அதன் வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு விசைமமான ஒரு தடையை அளிக்கின்ற ஊடகமொன்றில் எறிபொருளொன்று அசைகின்றது. அது வேகம்  $\frac{V}{g}$  யுடன் நிலைக்குத்தாக மேலேநோக்கி எறியப்படுகின்றது. அது நேரம்  $\frac{V}{g}$  தான்  $^{-1}$   $\frac{V}{V}$  மிலே  $\frac{V^2}{2g}$  இ.ம.  $\frac{V^2 + v^2}{V^2}$  என்னும் உயரம் ஏறுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு,  $V$  நிலைக்குத்தான் வீழ்ச்சிக்குரிய எல்லை வேகம் ஆகும்.

மேலும், வளிமண்டலத்தில் அது இருக்கின்ற முழு நேரம்.

$$\frac{V}{g} \left[ \text{தான்}^{-1} \frac{v}{V} + \text{அசைன்}^{-1} \frac{v}{V} \right]$$

என்பதாகும் எனக் காட்டி. அது என்ன வேகத்துடன் நிலத்தில் மோதும் என்பதைக் காண்க.

11-35. தொடக்கத்தில் ஓய்விலிருக்கின்ற, திணிவு  $m$  உடைய, துணிக்கையொன்று மாறா விசை  $f$  என்பதாலும் தடுக்கும் விசை  $mg$  என்பதாலும் தாக்கப்படுகின்றது; இங்கு,  $f$  ஆனது துணிக்கை உற்பத்தியிலிருந்து தூரம்  $x$  இல் இருக்கும்போது அதன் வேகம் ஆகும். (a) துணிக்கை அடைந்துள்ள முடிவு வேகம், (b) விசையானது நேரம்  $t$  பிரயோகிக்கப்பட்ட பின் துணிக்கையின் வேகம், (c) மேற்படி நேரத்தில் துணிக்கை அசைந்துள்ள தூரம் என்பவற்றிற்குக் கோவைகள் பெறுக.

மாறா விசைக்குப் பதிலாகச் சைன்வாழி விசை  $m \sin \theta$  கோசை  $\theta$  என்பதைப் புகுத்தி வருகின்ற எடுத்துக்காட்டை ஆய்க.

11-36. அடர்த்தி  $0.95$  கி.சமீ.  $^{-3}$ , ஆரை  $10^{-4}$  சமீ. உடையதும்  $g$  நி. மி. அ. அளவு ஏற்றம் கொண்டுள்ளதுமான எண்ணெய்த் துளியொன்று  $2000$  வோ. சமீ.  $^{-1}$  என்னும் மின்புலத் தால  $0.0013$  கி. சமீ.  $^{-3}$  அடர்த்தியுடைய வளியில் மாறா வேகம்  $0.036$  சமீ. செக்.  $^{-1}$  என்பதுடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிச் செலுத்தப்படுகின்றது. வளியின் பிசுபிசுப்பானது  $180 \times 10^{-6}$  கி.சமீ.  $^{-1}$  செக்.  $^{-1}$  எனத் தரப்பட்டிருந்தால்  $\eta$  வின் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.  $[24.2 \times 10^{-10}$  நி. மி. அ.]

11-37.  $20^\circ \text{C}$ . இலே நீரின் இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்புக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பரிசோதனைமுறைப்படி எவ்வாறு துணிவீர என்பதை விவரமாய் விளக்குக.

இவ்வியக்கத்தியற் பிசுபிசுப்பை எககர். ஆண்டு  $^{-1}$  என்பதில் கூறலாமெனக் காட்டுக.

$4^\circ \text{C}$ . இலே நீரின் பிசுபிசுப்பு  $0.01570$  கி. சமீ.  $^{-1}$  செக்.  $^{-1}$  ஆகும். அதன் இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்பை மைல், தொன், இருவார காலம் என்னும் அலகுத் தொகுதியில் குறிக்க.

$$[7.33 \times 10^{-7} \text{ மைல்}^2. \text{ இருவாரம்}^{-1}.]$$

11-38. இரசத்தின் பிசுபிசுப்பும் அதன் அடர்த்தியும் வெப்பநிலையுடன் கீழே தரப் பட்டுள்ள அட்டவணியற் காட்டியுள்ளவாறு மாறுகின்றன. அன்றோட்டின் சமன்பாடானது (பக்கம் 703 இற் காண்க) இப்பேறுகளுடன் ஒத்திருக்கிறதெனக் காட்டி, மாறிலிகள் A, c என்பனவற்றிற்கு எண்பெறுமானங்கள் காண்க.

வெப்பநிலை ( $^\circ \text{C}$ )	-20	0	20	50	100	200	300
$\eta \times 10^8$ (கி. சமீ. $^{-1}$ செக். $^{-1}$ )	1.69	1.56	1.86	1.41	1.22	1.01	0.93
$(\rho \pm 13.0) \times 10$ (கி. சமீ. $^{-3}$ )	6.45	5.96	5.46	4.73	3.52	1.13	-1.25

$$[2.46 \times 10^{-3}, 48]4$$



## அதிகாரம் XII

### தொடக்க நீரியலும், ஞெகிழிமையும், நியூற்றன முறையல்லாத் திரவங்களும்

சில வரைவிலக்கணங்கள்.—(a) பூச்சிய நெருக்கத்தகவு உடையதும் அதில் கொய் தகைப்பு எதையும் நிலைநிறுத்த முடியாததுமான திரவமே இலட்சியத் திரவம் எனப்படும்.

(b) மேற்பரப்பொன்றிலுள்ள புள்ளிகள் எல்லாவற்றிலும் அழுக்கம் ஒரே மாறும் பெறுமானம் உடையதாயிருந்தால் அப்பரப்பானது சமவழுக்கம் பரப்பு எனப்படும்.

ஈர் அயற் சமவழுக்கப் பரப்புக்களிடையேயுள்ள ஒரு சிறு கனவளவு மூலக மீது ஆற்றுகின்ற வினையுடைதப்பு.—திரவமானது ஓய்வாயிருக்கின்றது அல்லது இலட்சியத்திரவமொன்று இயக்க நிலையில் இருக்கின்றது எனக் கொள்க. சமவழுக்கம்  $p$  உடைய பரப்பில்  $\delta S$  என்பது ஒரு சிறு மூலகமாகு;  $p + \delta p$  என்பதால் வரையறுக்கப்பட்ட சமவழுக்கப்பரப்பில் முடிவுறுமாறு மேற்படி மூலகத்தின் சுற்றயற் புள்ளிகளொவ்வொன்றிலும் செவ்வன்கள் வரையப்படுக. கருதப்படுகின்ற பரப்புக் களிடையே செவ்வன்களினது பாகமொவ்வொன்றின் நீளமும்  $\delta n$  ஆகுக, படம் 12·01. இவ்வாறு ஆக்கப்பட்ட கனவளவு மூலகமானது சமவழுக்கப் பரப்புக்களுக்குச் செங்குத்தான தளம் ABCD யால் வெட்டப்படுக. அப்பொழுது ABCD யின் பரப்பளவு  $\delta A$  எனின், கருதப்படுகின்ற மூலகத்தின் வளைந்த

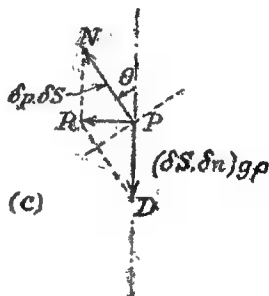
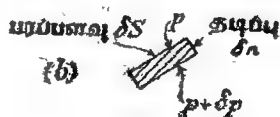
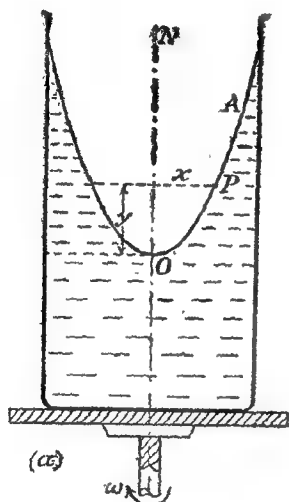


படம் 12·01. ஈர் அயற் சமவழுக்கப் பரப்புக்களிடையேயுள்ள ஒரு சிறு கனவளவு மூலகமீது ஆற்றுகின்ற வினையுடைதப்பு.

பாகங்கள் மீது தாக்குகின்ற விசைகள் பருமனில் ஒவ்வொன்றும்  $p \cdot \delta A$  யிற்குச் சமனாகவும் திசையில் ஒன்றையொன்று எதிர்த்தும் இருக்கின்றன; அதாவது, அம்மூலகமீது சமவழுக்கப் பரப்புக்களுக்குச் சமாந்தரமாகத் தாக்குகின்ற விசையானது பூச்சியம் ஆகும். எனவே மூலகத்தின் தட்டையான பரப்புக்கள் மீது தாக்குகின்ற அழுக்கத்தால் ஆகின்ற விசை  $\delta p \cdot \delta S$  இற்குத் தொடரிக் கூறு இல்லை; அதாவது வினையுள் உதைப்பானது சமவழுக்கப் பரப்புக்களுக்குச் செவ்வனாகும்.

சுழல் திரவமொன்றினது சுயாதீனப் பரப்பின் வடிவு.—ஓர் உருளைப் பாண்டம் அதனில் இருக்கின்ற இலட்சியத் திரவமும் நிலைக்குத்தான அச்சொன்று பற்றிக் கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் சீராகச் சுழலுக. நிலைக்குத்தான அச்சு ON ஐப் பற்றிப் படம் 12·02 (a) யிற் காட்டியுள்ள வளையி OPA சுழலுங்கால் அதனால் இயற்றப்படுகின்ற வடிவைத் திரவத்தின் பரப்பானது கொள்ளுக.

$\delta S$  ஆனது  $P$  யில் பரப்பின் ஒரு சிறு மூலகமாகுக; அப்பரப்பானது உண்மையில் ஒரு சமவழுக்கப் பரப்பாகும்; அதற்கு ஒத்த அழுக்கம்  $p$  ஆகுக.  $p + \delta p$  என்பதால் வரையறுக்கப்பட்டதும், படம் 12.02 (b) யிற் காட்டியுள்ளவாறு,  $\delta S$  இலிருந்து தூரம்  $\delta n$  இல் இருக்கின்றதுமான அயற் பரப்பொன்றைக் கருதுக. கனவளவு மூலகம்  $\delta S \cdot \delta n$  இலுள்ள திரவமானது அதனது நிறை  $(\delta S \cdot \delta n)g$  என்பதாலும், மூலகத்தின் சுயாதீனப் பரப்பிற்குச் செங்குத்தான விசை  $\delta p \cdot \delta S$  என்பதாலும் தாக்கப்படுகின்றது; இங்கு  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $p$  திரவத்தின் அடர்த்தியும் ஆகும். இவ்விசைகள் முறையே  $PD$  எனவும்  $PN$  எனவும் படம் 12.02 (c) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அவற்றின் விளையுள்  $PR$ ,



படம் 12.02. சுழல் (இலட்சியத்) திரவமொன்றினது சுயாதீனப் பரப்பின் வடிவு.

மூலகம் சுழற்சியைப் பற்றிக் கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் அசைவதற்குத் தேவையான மையநாட்டிவிசை ஆதல் வேண்டும். சுட்டப்பட்டிருக்கின்ற கோணம்  $\theta$  எனின், மூலகமீது தாக்குகின்ற விசைகளைக் கிடையாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் துணித்து

$$(\delta p \cdot \delta S) \text{ சைன் } \theta = (\delta S \cdot \delta n) \rho \cdot \omega^2 x$$

எனவும்

$$(\delta p \cdot \delta S) \text{ கோசை } \theta = (\delta S \cdot \delta n) \rho g$$

எனவும்

பெறுகிறோம்

$$\therefore \frac{\omega^2 x}{g} = \text{தான் } \theta$$

$$= P \text{ யிலே தொடலியின் சரிவு} = \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + C;$$

இங்கு  $C$  ஒரு தொகையீட்டு மாறிலி.  $O$  ஐ உற்பத்தியாக எடுத்தால்  $C=0$  எனப் பெறுவோம்; அதாவது,

$$y = \frac{\omega^2 x^2}{2g};$$

இது நிலைக்குத்தான அச்ச உடைய ஒரு பரவளைவிற்கான சமன்பாடாகும்; அதன் குவியத் தூரம்  $a$  ஆகும்; இங்கு  $4a = \frac{g}{\omega^2}$ ; அதாவது  $a = \frac{g}{2\omega^2}$ .

**சுழல்திரவமொன்றிலே யாதுமொரு புள்ளியிலுள்ள அழுக்கம்.**— $O$  ஆனது நிலைக்குத்தான அச்சொன்றைப் பற்றிக் கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் சுழல்கின்ற திரவமொன்றின் சுயாதீனப் பரப்பின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி ஆகுக, படம் 12.03.  $Ox$  உம்  $Oy$  யும் மாட்டேற்றச்சுக்களும்,  $P$  ஆனது திரவத்திலுள்ள புள்ளி ( $x, y$ ) யும் ஆகுக;  $P$  ஆனது ஒரு சிறு கிடைப் பரப்பு  $\delta S$  இன் மையம் எனக் கொள்க.  $\delta S$  இன் வரைப்பாட்டிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியூடேயும் நிலைக்குத்தாக வரைந்துள்ள நேர் கோடுகளால் இயற்றப்படுகின்ற உருளையானது திரவத்தின் சுயாதீனப் பரப்பைக்  $Q$  விலே வெட்டுக.  $PQ = h$  ஆகுக. மேலும், திரவத்தில்  $P$  யிலுள்ள அழுக்கமிகையானது  $p$  ஆகுக; அதாவது, வளிமண்டல அழுக்கம் பூச்சியமெனக் கொள்ளப்படுகின்றது.  $PQ$  வை அச்சாகக் கொண்ட உருளையிலிருக்கின்ற திரவமீது தாக்குகின்ற புறவிசைகளைக் கருதுவோமாயின்,

$$p.\delta S - (gp\delta S).h = 0$$

எனப் பெறுவோம்;

அதாவது

$$p = gp h \\ = gp(AQ - y);$$

இங்கு நீட்டிய  $QP$  ஆனது  $Ox$  ஐ வெட்டும் புள்ளி  $A$  யாகும்.  $Q$  திரவத்தின் சுயாதீனப் பரப்பில் இருக்கின்றபடியால்

$$AQ = \frac{\omega^2 x^2}{2g}.$$

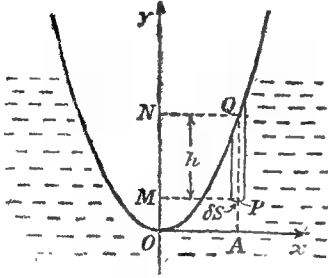
$$\therefore p = gp \left( \frac{\omega^2 x^2}{2g} - y \right),$$

அல்லது

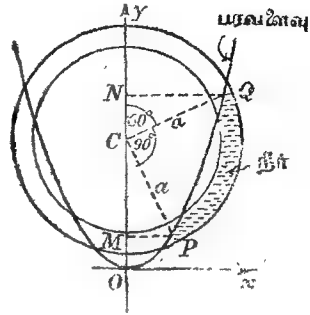
$$\frac{\omega^2 x^2}{2g} = y + \frac{p}{gp} = y + h.$$

எனவே  $p$  என்பது மாறிலியானால், புள்ளி  $P$  ஆனது சமவழுக்கப் பரப்பொன்றிலே கிடக்கும். அப்பரப்பானது திரவத்தின் சுயாதீனப் பரப்

பிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே, ஆழம்  $h$  இல் இருக்கின்ற புள்ளியை உற்பத்தியாகக் கொண்ட ஒரு பரவளைவுருவாகும். எனவே சமவழுக்கப் பரப்புக்கள் எல்லாம் சமபரவளைவுருக்களாகும்.



படம் 12-03. சுழல் (இலட்சியத்) திரவமொன்றிலே யாதுமொரு புள்ளியிலுள்ள அழுக்கம்.



படம் 12-04.

உதாரணம்.—வட்டக் குழாயொன்றின் காற்பகுதியானது நீரால் நிரப்பப்பட்டிருக்கிறது; வட்டத்தின் ஆரை  $a$  ஆகும்; குழாயினது குறுக்குவெட்டின் ஆரையுடன் ஒப்பிட்டுப் பாரக்கில் அது பெரிதாம். நிலைக்குத்தான விட்டமொன்றைப் பற்றிக் குழாயானது சீர்க் கோணவேகம்  $\omega$  வுடன் சுழலும்போது, திரவத்தில் மிகவும் உயர்ந்த புள்ளியானது குழாயில் மிக உயர்ந்த புள்ளியிலிருந்து கோணத்தூரம்  $60^\circ$ யில் இருக்கிறது. பரப்பிழவை விளைவு களைப் புறக்கணிக்குமிடத்து  $a\omega^2 = 2g(1 + \sqrt{3})$  என நிறுவுக; இங்கு  $g$  புவிவீர்ப்புச் செறிவாகும்.

நீரின் பரவளைவான சுயாதீனப் பரப்பானது குழாயை P, Q என்னும் புள்ளிகளிலும், வட்டத்தின் மையம் C யூடே செல்கின்ற நிலைக்குத்து நேர்கோட்டை O விலும் சந்திக்க, படம் 12-04 ஐப் பார்க்க. இந்நேர்கோட்டை முறையே M இலும் N இலும் வெட்டுமாறு PM ஐயும் QN ஐயும் OC மிற்குச் செங்குத்தாக வரைக. அப்பொழுது  $\widehat{PCM} = 30^\circ$  உம்  $\widehat{QCN} = 60^\circ$  உம் ஆகும்; அதாவது

$$PM = \frac{1}{2}a; \quad QN = \frac{1}{2}a\sqrt{3}.$$

$$\therefore \frac{3a^2}{4} = QN^2 = \frac{2g}{\omega^2} \cdot ON \quad \text{உம்}$$

$$\frac{a^2}{4} = PM^2 = \frac{2g}{\omega^2} \cdot OM \quad \text{உமாகும்.}$$

$$\therefore \frac{1}{4}a^2 = \frac{2g}{\omega^2} NM = \frac{2g}{\omega^2} \left[ \frac{1}{2}a\sqrt{3} + \frac{1}{2}a \right],$$

அதாவது

$$a\omega^2 = 2g(1 + \sqrt{3}).$$

**பேணுயியின் தேற்றம்.**—இயங்கும் பாயியொன்றிலே நிலைத்த புள்ளி யொன்றை ஒன்றன்பின், ஒன்றாகத் தொடர்ந்து அடைகின்ற பாயித் துணிக்கைகள் ஒரே அடர்த்தியும் ஒரே வேகமும் உடையனவாயும் அங்கு அமுக்கம் மாறிலியாயும் இருந்தால், பாயியின் இயக்கம் உறுதியானது எனப்படும். நடைமுறையில் அரிதாய்த்தான் முற்றிலும் நிறைவேற்ற முடிகின்ற இத்தகைய இலட்சிய நிபந்தனைகளில், இயக்கமானது அருவிக்கோடிட்டது எனப்படும்; இயங்கும் பாயியொன்றில் ஒரு துணிக்கையின் உண்மையான பாதையானது அருவிக்கோடு என அழைக்கப்படுகின்றது. மாறாக் குறுக்குவெட்டுடைய குழாய்களில் எல்லா அருவிக்கோடுகளும் குழாயின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகும். பொதுவில் அருவிக்கோடுகள் வளைந்திருக்கும்; மேலும், எந்தக்கணத்திலும் அருவிக்கோடொன்றின் எந்தப் புள்ளியிலும் தொடலியானது அப்புள்ளியிலுள்ள இயக்கத்தின் திசையைத் தருமாறு அவ்வருவிக்கோடு அமைந்திருக்கின்றது. திரவத்தில் குழாயொன்றின் வரைப்பாடானது அருகமைந்த அருவிக்கோடுகளால் ஆக்கப்பட்டின் அக்குழாய் பாய்ச்சற் குழாய் எனப்படும்.

இனி, எவ்வாறு அருவிக்கோடொன்று வழியே அமுக்கம் மாறுகின்றது என்பதைப் பேணுயியின் தேற்றம் உணர்த்துகின்றது; அத்தேற்றத்தைச் சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டினின்றும் பெறமுடியும். படம் 12·05 (a) யில்  $AA_1$  ஆனது ஒடுங்கிய பாய்ச்சற் குழாயொன்றின் அச்சாகுக; மேலும்  $A, A_1$  என்பவற்றில்  $a, a_1$  என்பவை முறையே அவ்வவற்றிற்குரிய செவ்வன் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்புக்கள் ஆகுக. எதேச்சைத் தரவு மட்டமொன்றிற்கு மேலே  $A$  யும்  $A_1$  உம் முறையே  $z, z_1$  என்னும் உயரங்களில் இருக்க. அப்பொழுது கருதப்படுகின்ற குறுக்குவெட்டுக்களிடையே யுள்ள பாயியின் திணிவானது மாறிலியாக இருக்கின்றபடியால், நேர வலகொன்றில் பாயியின் அதே திணிவு குழாயின் செவ்வன் குறுக்கு வெட்டொவ்வொன்றையும் கடக்கும். நேரம்  $t$  யில்  $a$  யின் குறுக்கே பாய்கின்ற பாயித் திணிவு  $\delta m$  ஆனது குழாயில் நீளம்  $\delta s$  ஐக் கொள்ளுக;  $A_1$  இல் அதே திணிவு நீளம்  $\delta s_1$  ஐக் கொள்ளும். சக்திக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி

$(\text{நி.ச} + \text{இ.ச})_A + A$  இல், நேரம்  $t$  யிலே உட்செல்கின்ற திணிவு மீது செய்யப்பட்ட வேலை

$= (\text{நி.ச} + \text{இ.ச})_{A_1} + A_1$  இல் நேரம்  $t$  யிலே வெளியேறுகின்ற திணிவாற் செய்யப்படும் வேலை; இங்கு, பிற்குறிகள் குழாயிற் கருதப்படுகின்ற இரு குறுக்குவெட்டுக்களைச் சுட்டுகின்றன.

எனவே பாயியில்  $p$  யும்  $p_1$  உம் முறையான அமுக்கங்கள் எனின்,

$$\delta m gz + \frac{1}{2} \delta m u^2 + p a \delta s = \delta m gz_1 + \frac{1}{2} \delta m u_1^2 + p_1 a_1 \delta s_1$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

ஆனால்

$$\delta m = (a \delta s) \rho = (a_1 \delta s_1) \rho ;$$

இங்கு  $\rho$  பாயியின் அடர்த்தி ஆகும் ; அது மாறிலி எனக் கொள்ளப் படுகின்றது.

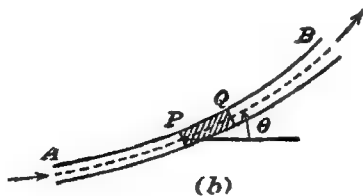
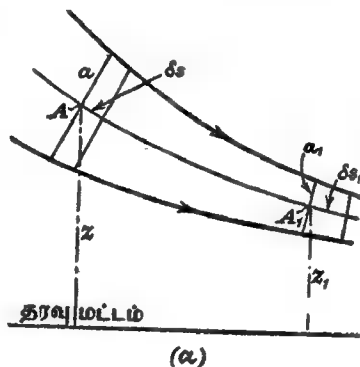
$$\therefore \delta m \left( gz + \frac{1}{2} u^2 + \frac{p}{\rho} \right) = \delta m \left( gz_1 + \frac{1}{2} u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} \right) ;$$

அதாவது ஓர் அருவிக்கோடு வழியே,

$$gz + \frac{1}{2} u^2 + \frac{p}{\rho} = \text{மாறிலி.}$$

இதுவே பேனூயியின் தேற்றம்.

**மாற்று நிறுவல்.**—AB ஆனது மிக்க ஒடுங்கியதொரு பாய்ச்சற் குழாயாகுதல், படம் 12.05 (b). P யில் அழுக்கம்  $p$  யும், B முகமான வேகம்  $u$  வும் ஆகுக ; ஏதேனுமொரு நிலைத்த மாட்டேற்று மட்டத்தைக் குறித்து



படம் 12.05. பேனூயியின் தேற்றம்.

P யின் உயரம்  $z$  ஆகுக. பாய்ச்சற் குழாயிலே, P யிற்கு அயலான புள்ளி Q விலே, மேற்படிக்கணியங்கள் முறையே  $p + \delta p$ ,  $u + \delta u$ ,  $z + \delta z$  என்பவை ஆகுக. PQ விலே குழாயின் அச்சானது கிடையுடன் கோணம்  $\theta$  வை ஆக்குக. P யிலே குழாயின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பு

$a$  யும், பாயியின் (பொதுப்பட ஒரு மாறியான) அடர்த்தி  $\rho$  வும் ஆயின், PQ விலுள்ள பாயியைக் குழாய்வழியே செலுத்துகின்ற விசையானது

$$pa - (p + \delta p)a - gpa \text{ (PQ) சைன் } \theta$$

ஆகும்; இங்கு  $\square$  புவியீர்ப்புச் செறிவு ஆகும். இது மூலகத்தின் திணிவு, அதன் ஆர்முடுகல் என்பவற்றின் பெருக்கத்துக்குச் சமன். துணிக்கையொன்று P யிலிருந்து Q வரை, ஒரு தூரம்  $\delta s$ , செல்வதற்கான நேரம்  $\delta t$  ஆயின்,  $u = \text{எல் } \frac{\delta s}{\delta t} = \frac{ds}{dt}$ ;  $\frac{du}{dt}$  என்பது ஆர்முடுகல் ஆகும்.

$$\therefore -a \delta p - gpa \delta s \cdot \frac{\delta z}{\delta s} = pa \delta s \cdot \frac{du}{dt}.$$

$$\therefore \rho a \frac{du}{ds} \frac{ds}{dt} + a \frac{dp}{ds} + gpa \frac{dz}{ds} = 0.$$

$$\therefore u \delta u + \frac{\delta p}{\rho} + g \delta z = 0.$$

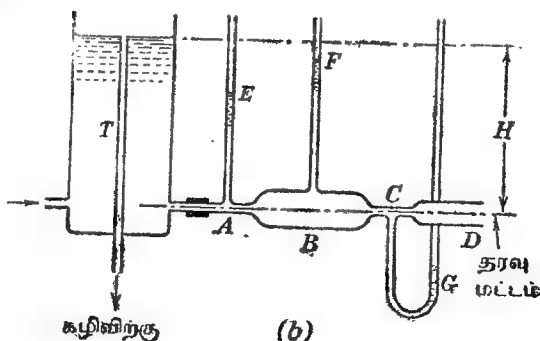
இதைத் தொகையிட்டு

$$\frac{1}{2}u^2 + \int \frac{dp}{\rho} + gz = \text{மாறிலி}$$

எனப் பெறுகிறோம்;  $\rho$  ஆனது மாறிலியாக இருந்தால் மட்டுமே

$$\frac{1}{2}u^2 + \frac{p}{\rho} + gz = \text{மாறிலி}$$

எனப் பெறலாம்.



படம் 12-06. பேனுவியின் தேற்றத்திற்கான பரிசோதனை எடுத்துக்காட்டு.

பேனுவியின் தேற்றத்தை எடுத்துக்காட்டும் பரிசோதனை.—படம் 12-06 இல் T ஒரு பெரிய தாங்கியாகும்; அதில் அங்கு காட்டியுள்ளவாறு மாறா நீர்

உயரமொன்று நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. தாங்கியிலிருந்து நீரானது குறுகிய, கிடையான, மாறுகின்ற குறுக்குவெட்டு உடைய குழாயொன்று வழியே பாய்கின்றது; அக்குழாயின் வெவ்வேறான இடங்கள் A, B, C என்பவற்றிலே குழாய்கள் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றன. முதன்மைப் பாய்ச்சற் குழாயானது மற்றெல்லா இடங்களைக் காட்டிலும் C யிலேயே மிக ஒடுங்கியிருக்கின்றது; அவ்விடத்திற் பொருத்தப்பட்டுள்ள குழாய்க்கு U வடிவம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. குழாய்முனை D ஆனது மூடப் பட்டிருக்கும்போது, T யில் இருக்கின்ற அதே நீர்மட்டத்திற்கு எல்லா மூன்று குழாய்களிலும் நீர் ஏறுகின்றது; ஆனால் குழாயில் நீர் பாயு மாறு D திறந்து வைக்கப்பட்டால், அங்கே காட்டியுள்ளவாறு A, B, C என்பவற்றிலுள்ள குழாய்களில் நீர்ப் பரப்புக்கள் முறையே E, F, G ஆகிய வெவ்வேறான மட்டங்களைக் கொண்டிருக்கும். குழாய்ச்சானது மட்டமாக எடுக்கப்பட்டால், அப்பொழுது

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{1}{2}u_a^2 = \frac{p_b}{\rho} + \frac{1}{2}u_b^2 = \frac{p_c}{\rho} + \frac{1}{2}u_c^2;$$

மேலும்,  $u_a > u_b$  என்பதற்கிணங்கக் குறுக்கு வெட்டுக்கள் இருக்குமாயின், அப்பொழுது  $p_a < p_b$ ; C யில்  $u_c > u_b$  ஆனபடியால்  $p_c$  ஆனது வளிமண்டல அழுக்கத்தைக் காட்டிலும் சிறிதாகும்.

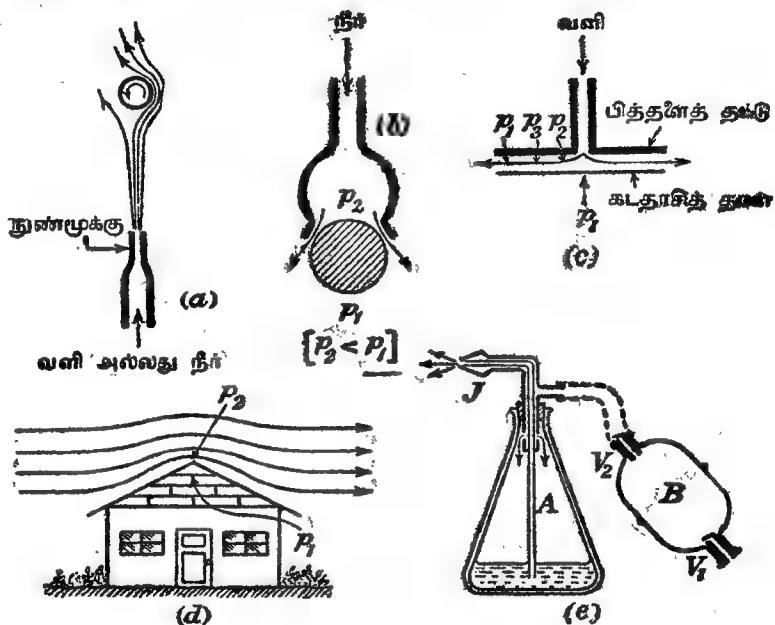
பாய்ச்சல் வேகம் உயர்வாயிருக்குமிடத்து அழுக்கம் சிறிதாயிருக்கும் என்பதைக் காட்டும்பொருட்டு, ஒஸ்பேன் றெனல்ஸ் என்பார் பரிசோதனை ஒன்றைத் திட்டமிட்டுள்ளார். அப்பரிசோதனையில் கூம்புகின்ற குழாயொன்று பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. குழாயின் நுழைவழி விட்டம் கிட்டத்தட்ட 2 சமீ. உம் அதன் வெளிவழிக்கு அணித்தாய் விட்டம் கிட்டத்தட்ட 0.1 சமீ. உம் ஆகும். உயரழுக்கச் செலுத்தலாற் குழாயில் நீர் பாய்ந்த போது பிந்திய இடத்திலே பாய்ச்சல் வேகமானது அவ்வளவு உயர்ந்த தாய் இருந்தபடியால் அந்நீர் கொதித்துச் சீறிச் சத்தமிடுதலுக்கு வேண்டிய அத்துனை சிறிய அளவிற்கு அழுக்கம் குறைந்துவிட்டது. (அப்பொழுது கொதிநிலை உண்மையில் 100° ச. அன்று.)

பெனூயியின் தேற்றத்துக்கு அதிகப்படியான எடுத்துக்காட்டுக்கள்.—வளியருவியொன்றிலே அல்லது கூர்நுனிக் குழாயொன்றிலிருந்து வெளியேறுகின்ற நீரிலே சிறு “பிங் பாங்” பந்தொன்றைப் புகுத்தினால், அப்பந்தானது படம் 12.07 (a) யிற் காட்டியுள்ளவாறு நிலைத்த தான மொன்றை ஏறி அடைந்து, அத்தானத்தில் அது கறங்கிக்கொண்டும் சுழன்று கொண்டும் விழாது இருக்கும். வளியருவியை வெளியேற்றுகின்ற கூர்நுனி நிலைக்குத்தாக இராதபோதிலும் அல்லது அது மேசைக்குக் கீழேயிருக்கிறபோதிலும் மேற்படி தோற்றப்பாடானது பெரிதும் கவர்ச்சியுள்ளது; பிந்திய எடுத்துக்காட்டில் பந்தானது யாதொரு கப்புலனாகும் ஆதாரமுமின்றி மிதக்கின்றது. பந்து ஒரு பக்கமாகப் பெயர நேரிடின் அதனது வலக்கைப் பக்கத்திலுள்ள பாயியானது அதைக் கறங்கச்



செய்கின்றது ; பாயியின் வேகம் உயர்வானதால் அதனுள்ளே அழுக்கம் தாழ்ந்திருக்கும். எனவே இடதுகைப் பக்கத்தில் அழுக்கம் உயர்வாயி ருக்கிறபடியால் அருவிக்குப் பந்து மீளுமாறு செய்யப்படுகிறது.

படம் 12-07 (b) யில் ஒரு தலைகீழ் முள்ளிப் புனலும் அதனது வாயோடு கிட்டத்தட்டப் பொருந்துகின்ற பந்தும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. புனலின் வாய்க்கு அணித்தாயுள்ள பந்தின் பாகமீது விரைந்து செல்கின்ற நீரருவி யானது பாயியில் தாழ்முகக்கத்தை இயற்றுகிறது ; எனவே வளிமண்டல அழுக்கத்தால் ஆகின்ற உதைப்பானது பந்தை நிலைப்படுத்துகிறது.



படம் 12-07. பேனாயியின் தேற்றத்துக்கு அதிகப்படியான எடுத்துக்காட்டுகள்.

படம் 12-07 (c) பித்தளைத் தட்டொன்றையும் அதற்குக் கீழான கடதாசித் தாளொன்றையும் காட்டுகின்றது ; தட்டின் மையத்தில் குழாயொன்று பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அங்கே காட்டியுள்ளவாறு வளியருவியொன்று புறமுகமாகப் பாயுமாயின், தட்டின் மையத்துக்கு அணித்தாய் அவ் வாயுவானது மிக விரைவாக அசையும் ; எனவே, மையத்திற்குக் கிட்ட அழுக்கம் மிகத் தாழ்ந்ததாயிருக்கும் ; ஓரத்தில் அழுக்கம் கிட்டத்தட்ட வளிமண்டல அழுக்கமாக இருக்கின்றபடியால் கடதாசித்தாள் விழாது இருக்கும்.

அதேபோல், தக்க தாங்கு நூல்களாலே தொங்க விடப்பட்டிருக்கின்ற இரு மெல்லிய அட்டைத் துண்டுகளுக்கிடையே வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு தாரையிலிருந்து வளியருவியொன்று வெளிப்படுமாயின், அத்தாரையினது நுனியின் அயலில் அமுககம் தாழ்ந்து இருப்பதால் அட்டைத் துண்டுகள் ஒன்றையொன்று நோக்குமுகமாக அசையும்.

புயலொன்றின்போது, சிலவேளைகளில் வீடொன்றின் கூரையொழிந்த பாகங்களுக்குச் சேதமின்றிக் கூரை மட்டுமே தூக்கி வீசப்படுகிறது. காற்று வீசும்பொழுது, கூரைக்கு மேலே அமுககம் ( $p_2$ ) தாழ்த்தப்படுகிறது, படம் 12·07 (d); அமுககம் கருத்தக்க அளவு குறைக்கப்பட்டதும், உறிஞ்சப் பட்டதுபோல் கூரையானது உயர்த்தி எடுக்கப்படுகிறது.

படம் 12·07 (e) ஆனது வாசனைப்பொருள் திவிலையாக்கி அல்லது அணு வாக்கியொன்றைக் காட்டுகிறது. குமிழ் B யானது அழுத்தப்படும்போது தாரை J யினின்று உயர்வேகத்துடன் வளி வெளியேறுகின்றபடியால், அவ்விடத்தில் அமுககம் தாழ்த்தப்படுகிறது. திரவத்திற்கு மேலேயும் B யிலும் அமுககம் சமமானபடியால், நிலைக்குத்தான குழாய் A யிலே திரவம் ஏறி நுண்திவிலையாக விசிறப்படுகிறது. வால்வுகள்  $V_1$ ,  $V_2$  எனப்பவை B யுட் புகுகின்ற வளிப் பாய்ச்சலையும் அதிலிருந்து வெளியேறு கின்றதையும் ஆளுகின்றன.

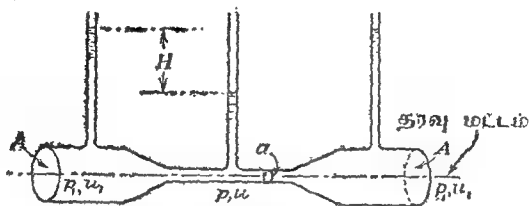
**வெந்தூரிமானி.**— வெந்தூரிமானி எனப்படுவதிலும் பேணுய்யினது தேற்றத்தின் செய்முறைப் பிரயோகமொன்று காணப்படுகின்றது; அது, ஒரு குழாயுடே நீரின் பாய்ச்சல் வீதத்தை, அதாவது அலகு நேர மொன்றிற் பாயும் கனவளவை, அளக்கும் ஒரு கருவியாகும். 1887 இல் கிளமன்ஸ் ஹேஷெல் எனப்பவரால் திட்டமிடப்பட்ட இக்கருவியானது கூம்புக் குழாய்களுடே பாய்கின்ற நீரைப் பற்றிப் பதினெட்டாம் நூற்றாண்டில் பரிசோதனைகள் நடாத்தியுள்ள இத்தாலியரொருவரின் பெயரைக் கொண் டுள்ளது. “தொண்டை” எனப்படும் சிறு துண்டு உருளைக்குழாயால் ஒன்றோடொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற இரு முண்டித்த குழாய்களே அதனது எளிமைமிக அமைப்பாகும். நடைமுறையில் இம்மானி ஒரு குழாய்வழியிலே கிடைநிலையில் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றது; கூம்பின் அடித்துணடொவ்வொன்றின் பெரிதான நுனியின் விட்டமும் குழாயின் விட்டத்திற்குச் சமன ஆகும். படம் 12·08 ஒரு வெந்தூரிமானியின் செயலாற்றும் நிலையை எடுத்துக்காட்டுகிறது. மானியுடே நீர் பாயுங்கால், தொண்டையில் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு குறைதலால் அங்கு அதன் வேகம் ஓர் உயர்வு ஆகும்; எனவே அதே இடத்தில் அமுககம் ஒடுங்கும். இவ்வமுகக ஒடுக்கமானது விளக்கப்படத்தில் காட்டியுள்ள நீர்மட்ட வித்தி யாசம் H ஆல் அளக்கப்படுகிறது.

$\alpha$  என்பது தொண்டையின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவும், A என்பது பிரதான குழாய்வழியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவும் ஆகுக. அப்பொழுது தரவு மட்டமானது மானியின் அச்சினுடே செல்லுமானால் உராய்வைப்

புறக்கணிக்குமிடத்து,

$$0 + \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} = 0 + \frac{1}{2}u^2 + \frac{p}{\rho}$$

எனப் பெறுவோம்; இங்கு பிறகுறிகள் A யிலுள்ள வெட்டைக் குறிக் கின்றன.



படம் 12-08. ஒரு வெந்தூரிமானியின் கோட்பாடு.

செக்கனிலே பாய்கின்ற நீரின் கனவளவு Q ஆகுக; அப்பொழுது

$$\frac{Q}{A} = u_1 \text{ உம் } \frac{Q}{a} = u \text{ வும் ஆகும்.}$$

மேலும்

$$p_1 - p = \rho g H;$$

எனவே

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{A^2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{a^2} - gH,$$

அதாவது

$$Q = \frac{aA}{(A^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}} (2gH)^{\frac{1}{2}}.$$

மானியில் உராய்வு, பிசுக்கு விசைகள், சுரியலியக்கங்கள் தோற்றக்கூடும்; எனவே உண்மையான வெளிப்பாயம் மேற்படி அறிமுறைப் பெறுமானத் தைக் காட்டிலும் சற்றுச் சிறிதாகவே இருக்கும்; இதுகாரணமாக நடை முறையில்,

$$Q = \frac{\kappa a A}{(A^2 - a^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot (2gH)^{\frac{1}{2}};$$

இங்கு  $\kappa$  தரப்பட்ட எந்த மானிக்குமுரிய ஒரு மாறிலியாகும்; அதைப் பரிசோதனையால் துணிதல் வேண்டும்.

**பிற்பே குழாய்.**—கிடையான அருவிக்கோடுகளிற் பாய்கின்ற ஒரு பாயியின் பாய்ச்சலைக் கருதுமிடத்து அவ்வருவிக்கோடுகள் ஒன்றைப் பேனூயியின் சமன்பாட்டிலுள்ள உயரம்  $z$  ஐ அளத்தற்கான தரவு மட்டமெனக் கொள்ளல் வசதியாம். அப்பொழுது

$$p + \frac{1}{2}\rho u^2 = \text{மாறிலி}$$

என நாம் எழுதலாம்; இங்குள்ள குறியீடுகள் அவ்வவற்றின் வழக்க மான கருத்துக்கள் உடையன.

இனி, இச்சமன்பாட்டில்  $p$  ஆனது அசையும் பாயியில் உண்மையாக இருக்கின்ற அழுக்கத்தையே எடுத்துக்காட்டுகிறது என்பது குறித்தற்பாலது ; அது நிலையியல்முக்கம் எனப்படும்.  $p$  யிற்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறும்பொருட்டுப் பாயியின் இயக்கத்தை எவ்வகையிலேனும் பாதிக்காமல் அப் பாயியில் இருக்கின்ற பரப்பொன்றின் அலகுப்பரப்புபீது தாக்குகின்ற விசையை அளத்தல் வேண்டற்பாலது. பாயியில் விறைப்பான பரப்பொன்று வைக்கப்பட்டிருந்தால் ஒன்றில் (a) அப்பரப்பானது அருவிக் கோடுகளுக்குச் சமாந்தரமாக இருத்தல் வேண்டும், அல்லது (b) அதற்கும் அதற்கு நெருங்கியுள்ள பாயிக்கும் இடையே தொடர்பியக்கம் இராதவண்ணம் அப்பரப்பானது பாயியில் அசைதல் வேண்டும் ; இல்லாவிடில், அப்பரப்பானது பாய்ச்சலின் திசையையும் அதன் வேகத்தையும் மாற்றிவிடும். படம் 12-06 இலும் வேறு இடங்களிலும் இருப்பதுபோல, பாய்ச்சற் குழாயொன்றுடன் பக்கக் குழாய்களைத் தொடுத்து வைத்தால் மேற்படி இரு நிபந்தனைகளுள் முதலாவது சொல்லாமலே நிறைவேற்றப்பட்டுவிடும்.

அசையுந் திரவமொன்றிலே, அதனது நுழைவழி எதிர்நோக்கி வருகின்ற அருவியை நோக்குமுகமாகச் சிறு குழாயொன்று புகுத்தப்பட்டிருந்தால், அக்குழாயிலே படம் 12-09 (a) யிற காட்டியுள்ளவாறு திரவம் ஏறும் எனப் பிற்றே என்பார் 1730 இல் அவதானித்துள்ளார் ; அக்குழாயானது இப்பொழுது பிற்றே குழாய் என அழைக்கப்படுகிறது. இதனை விளக்கும் பொருட்டுப் பிற்றே குழாயொன்றின் அமிழ்த்தியுள்ள முனையின் உருப் பெருக்கத்தைப் படம் 12-09 (b) ஆனது எடுத்துக்காட்டுகின்றது. குழாயிலுள்ள திரவமானது ஓய்வாயிருக்கின்றது ; எனவே குழாயின் மேற்படி முனைக்கு அயலாயுள்ள புள்ளி B யிலே ஒரு கிடையான அருவிக்கோடு வழியே பாய்ச்சல் வேகத்தின் கூறுனது பூச்சியமாகும். எனவே (2 என் னும் உறுப்பைப் புறக்கணிக்குமிடத்து)

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_B + 0$$

எனப் பேணுயீயின தேற்றம் தருகின்றது ; எனவே, B யிலுள்ள நிலையியல் அழுக்கமானது இயக்கவியல் அழுக்கம் எனப்படும்  $p_A + \frac{1}{2}\rho v^2$  ஐத் தருகிறது ; இவ்விரு அழுக்கங்களின் வித்தியாசமானது  $\frac{1}{2}\rho v^2$  ஐத் தரும் ; எனவே,  $\rho$  வைத் தெரிந்திருந்தால்  $v$  இற்குப் பெறுமானங் காணலாம். இப்புள்ளி B தங்கற் புள்ளி எனப்படும். வாயுக் களுக்குக்கூட 50 மீ. செக.<sup>-1</sup> வரையுள்ள வேகங்களுக்கு  $\rho$  வை மாறிலி யாகக் கருதலாம் எனப் பரிசோதனைகள் காட்டுகின்றன.

மேற்படி இரு அழுக்கங்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைத் துணிதற் பொருட்டுப் பிற்றே நிலையியற் குழாய் எனப்படுவது திட்டமிட்டமைக்கப் பட்டுள்ளது. அதன் அபிவிருத்தியின் முதலாவது கட்டத்தில் குழாய் கூம்புருவான முனையொன்றைக் கொண்டிருந்தது ; ஆனால் அம்முனை எளிதிற் சேதமுறக்கூடுமாதலால் குழாயின் பிற்காலத்தைய மாதிரிகளில் அதற்கு அரைக்கோளவடிவம் அளிக்கப்பட்டது ; குழாயின் மூக்கு நீள்

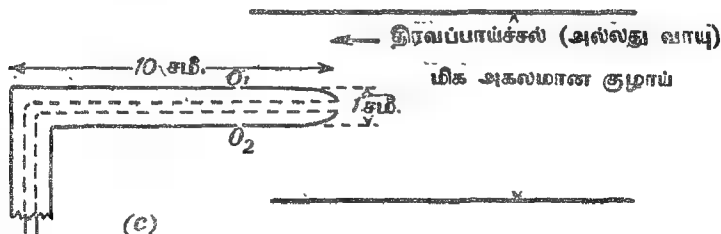
வளையவுரு உடையதாயிருத்தல் வேண்டும் எனத் தே. பெள. ஆ. இன்று வற்புறுத்துகின்றது. படம் 12.09 (c) யில் காட்டியுள்ள முழுப் பிற்றே நிலையிற் குழாயின் செம்பாலான உட்குழாயே சரியான பிற்றே குழாயாகும். நிலையிற் குழாய் பித்தலையாலான வெளியுறையாகும். அவ்வெளியுறையிலே, மூக்குக்கு அணித்தாக,  $O_1$ ,  $O_2$  எனப்பவற்றைப் போன்ற ஏழு அல்லது எட்டுச் சிறு துளைகள் ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றன.



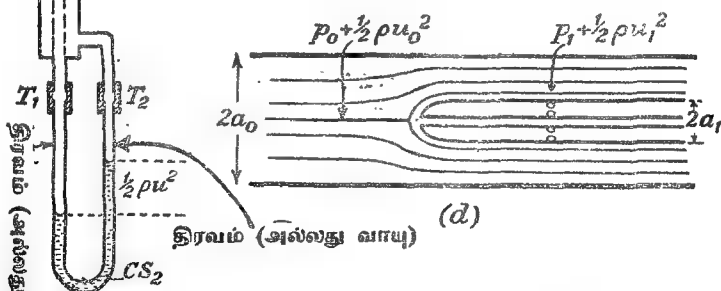
(a)



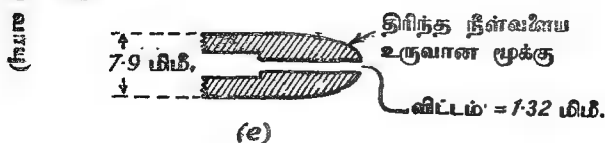
(b)



(c)



(d)



(e)

படம் 12.09. பிற்றே நிலையிற் குழாயின் கோப்பாடுகளும் அவ்விருத்தியும்.

குழாய்கள்  $T_1$ ,  $T_2$  எனபன உணர்ச்சிமிக்க வாயுவழுக்கமானியொன றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; எனவே  $\frac{1}{2}\rho u^2$  இறகுப் பெறுமான மொன்றை எளிதாகப் பெறுமுடிகின்றது.

இவ்வண்ணம் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்ற பிற்றே நிலையியற குழாய், வளியியககவியற் பிரச்சினைகளை ஆராய்தல், கருத்தாக்கியொன்றைக் குளிரச் செய்வதற்கான வாயுவோட்டங்களை அளத்தல் என்பவற்றிலும், வாயுப் பாய்ச்சலோடு சம்பந்தப்பட்ட ஆலைகளில் அதிகமாகவும் பயன்படுத்தப்படு கின்றது. பிற்றே குழாயின் உண்மையான துவாரம் 0.2 மிமீ. இலிருந்து 2 மிமீ. வரையுள்ள விட்டமுடையதாயிருக்கலாம் ; ஏனெனில் அவ்விச்சு முற்றிலும் அதனது அளவீடுகள் மாறாது. இக்கருவியைப் பயன் படுத்தும்போது முக்கின அச்ச திட்டமாகக் கிடையாயிருத்தல் வேண்டும்.

இத்தகைய ஒரு குழாயைத் திரவங்களின் பாய்ச்சலை அளக்கும்போது பயன்படுத்துமிடத்துப் பல தொல்லைகள் எழுகின்றன. முதலாவதாகத் தொகுதியில் வளிக்குமிழிகள் இல்லை என ஒருபோதும் உறுதியாகக் கூறவியலாது. இரண்டாவதாகக் குழாயானது திரவத்தைக் குழப்பும் ; ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், திரவம் பாயும் குழாயின் விட்டம் சிறிதாயிருக்கும் போது அக்குழப்பம் பெரிதாகும். எனவே, பிற்றே நிலையியற குழாய் இருப்பதால் குழாயின் பலிதக் குறுக்குவெட்டு எங்கே குறைக்கப்பட்டிருக்கிறதோ அங்கே திரவத்தின பாய்ச்சல் வேகம் அதிகமாயிருக்கும் எனப் படம் 12.09 (d) யிலிருந்து அறியக் கிடக்கின்றது ; குழாய்களின் தெரிந்த விட்டங்களிலிருந்து அவ்விரு வேகங்களின விகிதத்தை முதலண்ணளவாகக் கணிக்கலாம். இனி இங்கு காட்டியுள்ள குறிப்பீட்டில் அளக்கப்பட்ட அமுக்க வித்தியாசம்  $P$  யை

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho u_0^2 - (p_1 + g\rho z_0) = P$$

தருகிறது ; இங்கு  $z_0 = (a_0 - a_1)$  ஆகும் ; ஆனால் குழாய்ச்சு வழியே தொடங்கிக் கிடைத் தளமொன்றில் அமைந்திருக்கின்ற அருவிக் கோட்டிற்குப் பேணுயீயின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்க முடியுமாதலால்

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho u_0^2 = p_1 + g\rho z_0 + \frac{1}{2}\rho u_1^2.$$

எனவே

$$P = \frac{1}{2}\rho u_1^2 = \frac{1}{2}\rho u_0^2 \left( \frac{a_0^2}{a_0^2 - a_1^2} \right) ;$$

இங்கு  $2a_0$  உம்  $2a_1$  உம் குழாய்களின் பொருத்தமான விட்டங்கள் ஆகும்.

திரவத்திலுள்ள சிறு சக்தி நட்ங்களையிட்டு

$$அளக்கப்பட்ட அமுக்க வித்தியாசம் = \frac{1}{2}\rho u^2(1 - f)$$

எனப் பொதுவாக எழுதுதல் வேண்டியிருப்பது பிறிதொரு தொல் லையாகும். இங்கு  $f$  என்பது நேர்ப் பெறுமானங்களையும் மறைப் பெறுமானங்களையும் கொள்ளுமெனினும் அது பூச்சியத்தையே நாடும்.  $(1 - f)$  என்பது அளவுகோட்டற் காரணி எனப்படும் ; வாயுக்களுக்கு

$f=0.003$ . இக்குழாய்கள முதனமுதலாகத் திட்டமிடப்பட்டபோது, கிட்டத்தட்ட 30 அடி விட்டமுடைய சுழலுந் தண்டொன்றில் சேர்த்திக் குழாயை ஏற்றி அளவுகோடிற் காரணியானது துணியப்பட்டது; மூக்கின் கதியைக் கணித்துப் பிற்நே நிலையியற் குழாயிலிருந்து பெற்றதுடன் ஒப்பிட்டு ( $1-f$ ) இற்குப் பெறுமானம் காணப்பட்டது.

தே. பெள. ஆ. யின சமீப காலத்திய அறிக்கையொன்றில் (1955) ஷெல்ஹர் என்பாரால் சரியாக நீள்வளையவுரு அல்லாத மூக்கைக் கொண்ட பிற்நே நிலையியற் குழாயே ஆதரிக்கப்பட்டிருக்கிறது, படம் 12-09 (e) யைப் பாக்க; அத்தகைய மூக்கொன்று பொருத்தப்பட்ட குழாயின் அச்சு, கிடைநிலையிலிருந்து  $13^\circ$  விலகியிருந்தபோதிலும்கூட  $f$  ஆனது நடைமுறையில் கிட்டத்தட்டப் புறக்கணிக்கத்தக்கதாகவும் கிடைத்த பேறுகளிலுள்ள வழி ஒருசுத வீதத்திற்குக் குறைந்ததாகவும் காணப்பட்டன. கடைசியாகக் கிட்டத்தட்ட 50 மீ. செக்.<sup>-1</sup> கதியுடன் அசையும் வளியுடன் 2 சமீ. நீர்ச் சமவலுவுடைய வேற்றுமையமூக்கம் ஆக்கப்படுகிறது என்பது குறித்தற்பாலது; கதிகள மிகச் சிறிதாயிருக்கும்போது சாற்றக் (Chattok) அமூக்கமானியொன்றால் அமூக்க வித்தியாசத்தை அளததல் வேண்டும்.

ஒரு குழாயில் பாயியொன்றின் இயக்கத்தை எதிர்க்கின்ற தடைகள் .— ஒரு குழாய் வழியில் பாயியொன்றைப் பாயுமாறு செய்தால், அங்கு இயக்கத்தைத் தடுக்கும் சில தடைகள் உண்டாக்கப்பட்டு, அவற்றை வெவ்வும் பொருட்டுச் சக்தி செலவாகின்றது. உராய்வு, குழாயின் விட்டத்தில் தொடர்ச்சியற்ற சுருக்கங்கள் அல்லது பெருக்கங்கள், வளைவுகளைச் சுற்றிப் பாய்ச்சல், வாலவுகளைத் தொடுத்தல் எனபவை இச்சக்திச் செலவுக்குச் சில காரணங்களெனக் கருதுதல் வேண்டும். சக்திநட்டம் எனக் கூறுது “அமூக்கவுயரட்டம்” எனக் கூறுவதே வசதிமிக்கது என மேலே காணப்படும்.

ஒரு மாறவமூக்கத் தாங்கியிலிருந்து நீண்ட ஒடுங்கிய குழாய் AB யினுடாகத் திரவம் (நீர்) பாய்கின்றது எனக் கொள்க, படம் 12-10; குழாயின் விட்டம் சீரற்றும், அதன முனை B வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்ததாகவும் வளிமண்டல அமூக்கம் P ஆகவும் இருக்கின்றன. இயக்கமானது அருவிகோட்டினது என்றும் எவ்வகையான தடை அங்கு இல்லையென்றும் கொளவது சரியாயின், அப்பொழுது S இனும் B யிலும் பாய்ச்சலுக்குப் பேணுயியின் தேற்றத்தைப் பிரயோகித்தால்

$$gz_S + \frac{1}{2}u_S^2 + \frac{P}{\rho} = gz_B + \frac{1}{2}u_B^2 + \frac{P}{\rho}$$

எனப் பெறுகிறோம்; மேலும்,  $u_S \rightarrow 0$  ஆதலின

$$gz_S = gz_B + \frac{1}{2}u_B^2,$$

அல்லது

$$u_B = \sqrt{2g(z_S - z_B)} = \sqrt{2gH};$$

இங்கு

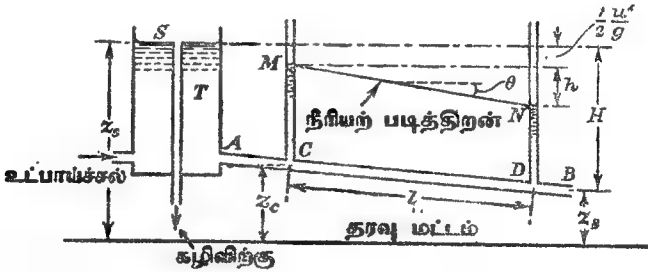
$$H = z_S - z_B.$$

எனவே, இவ்வடிப்படையில் B யிலுள்ள திரவத்திற்குச் சக்தியூட்டுவதற்கு முழுத் திரவவுயரம் H உம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. இருந்தாலும் பரிசோதனையின்படி நீரின் இடை வேகம்  $u$  ஆனது  $u_B$  ஐக் காட்டிலும் குறைவு; எனவே திரவத்தின் அலகுத் திணிவிற்குச் சக்திநட்டம்

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(u_B^2 - u^2) &= gH - \frac{1}{2}u^2 \\ &= g\bar{h} \text{ என்க ; } \left[ \text{இங்கு } \bar{h} = H - \frac{u^2}{2g} \right] \end{aligned}$$

$\bar{h}$  என்னும் கணியமானது குழாய் வழியேயுள்ள முழு அழுக்கவுயர நட்டம் எனப்படும்; அதில் மேற்படி சக்திச் செலவுக்குக் காரணமாயிருக்கின்ற யாவும் அடங்கியிருக்கின்றன.

**உராய்வால் அழுக்கவுயர நட்டம்.**—குழாய் வழி AB யுடன் இரு நிலைக்குத்தான குழாய்கள் C, D என்பன பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றன எனவும் அக்குழாய்களின் கீழ் முனைகள் உட்சவருடன் மட்டமாக இருக்கின்றன எனவும் கொள்க, படம் 12·10. B யானது அடைக்கப்பட்டிருந்தால் திரவப்பரப்பு S இன் மட்டத்தை அதன் பரப்பு அடையும்வரை ஒவ்வொரு குழாயிலும் திரவம் ஏறும்.



படம் 12·10. ஒரு குழாயிலே திரவம் பாய்ச்சலால் ஆகின்ற “அழுக்கவுயர நட்டம்”.

மேலும், குழாயின் எந்தக் குறுக்கு வெட்டிலும் சராசரி வேகம் வாயிருக்கும் வண்ணம் B யிலுள்ள ஒரு வால்வைச் செப்பஞ்செய்தால், இயக்கத்துக்குத் தடையிராதபோது, இரு குழாய்களிலும் ஒரே மட்டத்துக்குத் திரவம் ஏறும்; ஆனால் அம்மட்டமானது தாங்கியிலுள்ள மட்டத்தைக் காட்டிலும்  $\frac{1}{2} \frac{u^2}{g}$  இற்குச் சமமான உயரம் குறைந்ததாயிருக்கும். இதை நிறுவும் பொருட்டு

$$gz_c + \frac{1}{2}u^2 + \frac{P + g\rho MC}{\rho} = \text{மாறிலி} = gz_s + 0 + \frac{P}{\rho}$$

என்பதைப் பேனூயீயின் தேற்றத்தைப் பிரயோகித்துப் பெறுகின்றோம்.

$$\therefore (z_s - z_c + MC) = \frac{1}{2} \frac{u^2}{g}.$$



எனவே, C (அல்லது AB யின் வேறெந்தப் புள்ளி) இற்கு மேலேயுள்ள திரவ மட்டமானது தாங்கியிலுள்ளதைக் காட்டிலும்  $\frac{1}{2} \frac{u^2}{g}$  அளவால் உயரம் குறைந்ததாயிருத்தல் வேண்டும். ஆனால், இது அவ்வாறன்று, D இற்கு மேலேயுள்ள திரவப் பரப்பின் மட்டமானது C இற்கு மேலேயுள்ளதின் மட்டத்தைக் குறித்துத் தாழ்ந்திருக்கின்றது எனப் பரிசோதனை காட்டுகின்றது. எனவே, குழாய் வழியே அமுக்கவுயர நட்டமொன்று உளது. குழாய் சீராக இருக்குமிடத்து அமுக்கங்கள் அளக்கப்படுகின்ற குறுக்கு வெட்டுக் களுக்கிடையேயுள்ள தூரம்  $l$  இற்கு அமுக்கவுயரநட்டம்  $h$  நோவிகித சமனாகும்.

**நீரியற் படித்திறனும் மாயச் சரிவும்.**—குழாய்கள C, D யிலுள்ள திரவ நிரல்களின் உச்சிகளைத் தொடுக்கும் நேர்கோடு MN ஆனது நீரியற் படித்திறன் எனவும், தரவு மட்டத்துடன் MN ஆக்கும் கோணம்  $\theta$  வின் தான்சன் நீரியற் படித்திறனின் சரிவு அல்லது மாயச்சரிவு  $\alpha$  எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன. நடைமுறையில், சரிவு சிறிதாயிருக்கிறபடியால் அதைச் சைன்  $\theta$  வினாள் அளக்கலாம்; எனவே

$$\alpha = \text{சைன் } \theta = \frac{h}{l}.$$

**குழாய்களில் நீரின் பாய்ச்சல் பற்றி றெனல்சின் பரிசோதனைகள்.**—ஒரு குழாயிலே நீர் பாயும்போது உராய்வால் உண்டாகின்ற அமுக்கவுயர நட்டத்தைப் பற்றி 1883 இல் ஓஸ்பேன் றெனல்ஸ் என்பார் ஆராய்ச்சிகள் நடத்தினார்; அவற்றின் முதனமையையிட்டு அவ்வாராய்ச்சிகள் சிறப்பு வாய்ந்தவை. அவரது ஆய்கருவியின் அடிப்படைகள் படம் 12.11 இல் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. 16 அடி நீளமுடைய கிடைபான குழாய் AB, முதனீர்க்குழாயுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது; தொகுதியில் முதற் குழாய்க்கும் பரிசோதனைக் குழாய்க்கும் இடையேயுள்ள பகுதியில், தக்க ஓர் ஒழுங்காக்கியைப் புகுத்தி நீரின பாய்ச்சல் ஆளப்படுகிறது.

பரிசோதனைக் குழாயின் முனை B இற்கு அணித்தாய், 5 அடி இடைவெளியுடைய, இரு புள்ளிகள் C, D யில் இரு சிறு துளைகள் ஆக்கப்பட்டு, அப் புள்ளிகளில் குழாயுடன் சிறு குழாய்கள் பற்றரசு பிடிக்கப்பட்டிருக்கின்றன. கண்ணடியால் ஆக்கப்பட்டுக் காபனிருசலைப்பட்டு (அல்லது உயர் அமுக்கவுயர நட்டத்திற்கு இரசம்) கொண்டிருக்கின்ற இறக்கமானி G உடன் மேற்படிக் குழாய்கள இந்தியறப்பர்க் குழாயால் தொடுக்கப் பட்டிருக்கின்றன.

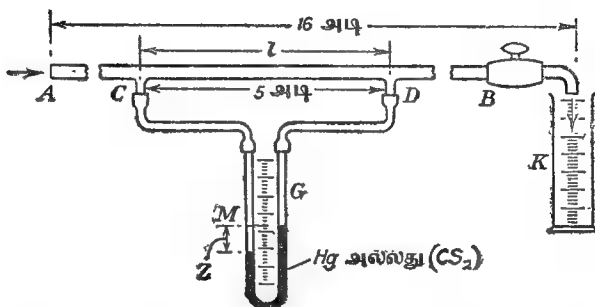
திரவ இடைமுகங்களின் சிறு மட்ட வித்தியாசங்களுக்குச் சிற்றுயரமானியொன்று பயன்படுத்தப்படுகிறது; மறுபடி சமீ. முதலியவற்றில், அளவிடைகளால் உயரம்  $Z$  ஐத் துணியலாம்.  $p_0$ , மானித் திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $\rho$  நீரினதும் ஆயின், அப்பொழுது மட்டம் M இலுள்ள நீரில் அமுக்கம்  $p$  ஆனால், மற்றைக் குழாயில் அதே மட்டத்தில் அமுக்கம்

$p - g\rho h$  இருக்கும் ; இங்கு  $h$  ஆனது CD வழியேயுள்ள முழுவழுக்கவுயர நட்டமாகும் ; எனவே

$$p + g\rho Z = (p - g\rho h) + g\rho_0 Z,$$

அல்லது

$$h = Z \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right).$$



படம் 12.11. ஒரு குழாயில் நீரின் பாய்ச்சல் பற்றி நெளஸ்கின் பரிசோதனை.

குழாயின் எந்தச் செவ்வன் குறுக்குவெட்டிலும் நீரின் சராசரி வேகம்

$$u = \frac{\text{செக்கனில் செலுத்தியுள்ள நீரின் கனவளவு}}{\text{குழாயின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு}}.$$

$\alpha$  (அதாவது  $h l^{-1}$ ),  $u$  ஆகியவற்றின் ஒத்த பெறுமானங்களைக் குறித்தால் படம் 12.12 (a) யில் எடுத்துக் காட்டியுள்ள வளையி போன்றதொன்று கிடைக்கின்றது. இவ்வளையியின் பாகம் OG ஒரு நேர்கோடாகும் ; அதற்கு

$$\alpha = K_1 u$$

ஆகும் ; இங்கு  $K_1$ , அதன் சரிவு ஆகும். பாகம் GJ தொடக்கத்தில் சற்று ஒழுங்கற்றது ; ஆனால் J ஐ நோக்கும் பாகமானது

$$\alpha = K_2 u^n$$

என்னும் விதிப்படி. அமைந்திருக்கிறது ; இங்கு  $K_2$ ,  $n$  என்பன மாறிலிகள்.

■ என்னும் மாறிலியைத் துணியும்பொருட்டு மேற்படி சமன்பாட்டை

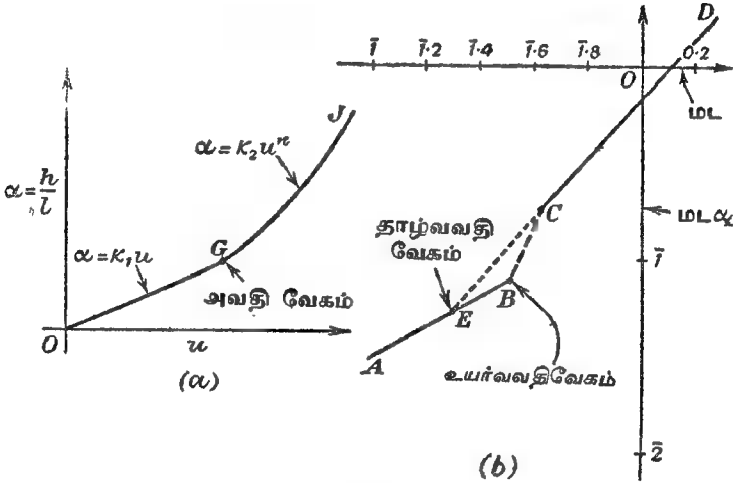
$$\text{மட } \alpha = \text{மட } K_2 + n \text{ மட } u$$

என எழுதலாம்.

$x = \text{மட } u$  எனவும்  $y = \text{மட } \alpha$  எனவும் குறித்தால் படம் 12.12 (b) யில் காட்டியுள்ள வளையி கிடைக்கிறது. நேர்கோடு AB ஆனது  $n=1$  இனால் எடுத்துக்காட்டப்படுகின்ற பாய்ச்சல் நிலைக்கு ஒத்ததாகும். அதே நேரம் பாகம் CD இற்கு  $n=1.75$ .

சீரான ஒரு சூழாயில் நீரின் பாய்ச்சலானது அடிப்படையில் இரு வகையானது என மேற்படி வரைபிலிருந்து தெளிவாகின்றது : அவை

- புள்ளி B வரை உறுதியான அல்லது அருவிக்கோட்டுப் பாய்ச்சல்.
- வேகமானது B இற்கு ஒத்த வேகத்தை மீறுமிடத்து உறுதியற்ற அல்லது சுரியற் பாய்ச்சல் - இவ்விச்சில் கொந்தளிப்புப் பாய்ச்சல் நிகழ்கிறது.



படம் 12.12. தாழ் அவதி வேகத்தையும் உயர் அவதி வேகத்தையும் வரைபு முறையடி துணிதல்.

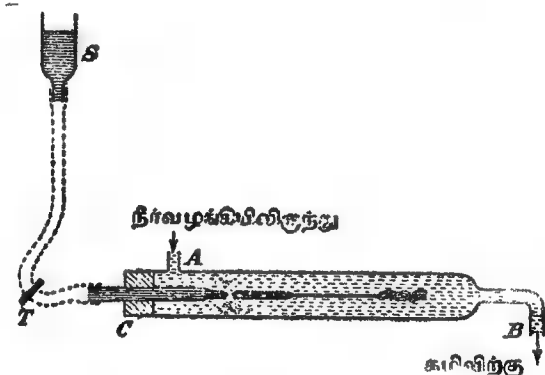
புள்ளி B யை ஒத்திருக்கின்ற பாய்ச்சல் வேகமானது உயர் அவதி வேகம் எனப்படும் ; அப்புள்ளியுடன் அருவிக்கோட்டுப் பாய்ச்சல் முடிவடைகின்றது.

வரிப்படத்தில் கோடு BC என்பது அவதி வீச்சொன்றைக் குறிக்கின்றது ; அவ்விச்சில் பாய்ச்சலானது ஒரு வகையிலிருந்து இன்னொன்றுக்கு மாறுகின்றது. நெனல்ஸ் எனபார் முழு வளையியின் பாகம் EBC என்பது நீரின சடத்துவம் காரணமாக உளது எனச் சுட்டிக் காட்டி, நீட்டிய DC ஆனது AB யை வெட்டும் புள்ளி E என்பது தாழ் அல்லது உண்மையான அவதி வேகத்தைத் தரும் என விவாதித்தார். நீரானது ஒய்விலிருந்து அருவிக்கோட்டு இயக்கமாகப் பாயுங்கால் அவ்வியக்கம் சுரியல்களாகப் பிரியும் வேகமே உயர் அவதி வேகமாகும் ; தொடக்கத்தில் சூழம் பிய நீரினிடத்து எவ்வேகத்திற்கு மேலே அருவிக்கோட்டியக்கம் செயற்படாதிருந்ததோ அவ்வேகமே தாழ் அவதி வேகமாகும்.

றெனலசின் ஆராய்ச்சிகளில் பயன்படுத்திய குழாய்களின் விட்டங்கள் பல அங்குலம் வரை இருந்தன ; ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையிலும் கூடிய வெப்பநிலைகளில் சில பரிசோதனைகள் நடாத்தப்பட்டன. தாழ் அவதி வேகமானது குழாயின் விட்டத்திற்கு நேர்மாறு விகிதசமன் எனவும் அவ்வேகமானது வெப்பநிலை உயர்வுடன் குறைகின்றது எனவும் அவர் கண்டுபிடித்தார்.

**அவதி வேகங்களைத் துணிவதற்குரிய நிறப்பட்டை முறை.**—ஒரு குழாயிலே பாயும் நீரின் அவதி வேகத்தைத் துணிய ஏறகெனவே சுருக்கிக் கூறியுள்ள முறையைத் தவிரப் பயன்படுத்தக்கூடிய வேறு இரு முறைகள் இங்கு குறித்தற்பாலன.

(a) இம்முறைகளுள் முற்பட்டது றெனலசினால் ஆனது ; அவர் குழாய்ச்சு வழியே நிறமுடைய மையை மெல்லிய அருவியாக உப்பாய்ச்சினார் ; அவர் பயன்படுத்திய ஆய்கருவியானது படம் 12·13 இல் எடுத்துக் காட்டப்



படம் 12·13. அவதி வேகத்தைத் துணிவதற்குரிய றெனலசின் நிறப்பட்டை முறை.

பட்டிருக்கின்றது. அதன் நீளத்தின் பெரும் பகுதியில் விட்டம் 2 சமீ. ஆக இருக்கின்ற குழாய் AB உடன் மாற மட்டச் சேமிப்புக்கலமொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது ; திரவம் (நீர்) A இல் உட்சென்று B யில் வெளியேறுகிறது. குழாய் AB யின் முனை C யில், நீளம் கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. உம் விட்டம் 0·5 மிமீ. உம் கொண்ட மயிர்த்துளைக் குழாயாக ஆக்கப்பட்ட நுழைவழிக் குழாயொன்றைக் காவுகின்ற றப்பர் அடைப்பாடு என்று உளது. இந்நுழைவழிக் குழாயானது மையால் நிரப்பப்பட்ட சிறு சேமிப்புக்கலம் S உடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. விற்கவவி T ஆல் மையின் பாய்ச்சல் ஆளப்படுகிறது. நீர் மெதுவாகப் பாயுங்கால், அருவியின் மையவச்சு வழியே, நீண்ட மைநிரலொன்று தாரையினின்றும் நீங்கக் காணப்படும்வரை, A யுடன் சேமிப்புக்கலத்தைத் தொடுக்கின்ற வளைந்த

குழாயால் அக்கலத்தின் நிலை செப்பன் செய்யப்படுகிறது. அப்பொழுது திரவமானது அருவிக்கோட்டியககத்தில் உள்ளது; அதாவது, எல்லா இழைகளும் குழாயின் சுவருக்குச் சமாந்தரமாக இயங்குகின்றன. கொந்த ளிப்பு நிலை அடையப்பட்டதும் நிற்ப்பட்டை சரியல்களால் உடைக்கப்பட்டு நீருடன் கலக்கப்படுகின்றது.

(b) இரண்டாவது முறையானது பான்ஸ், கோக்கர் (Barnes and Coker) ஆகியோரால் ஆனது; அவர்கள் 1904 இல் வேற்றுமை இரச வெப்பமானி களைப் பயன்படுத்திப் பாய்ச்சல் வீதத்துடன் பாயியின சுற்றுப்புறத்தைக் குறித்து அதனது மிகை வெப்பநிலையின மாற்றங்களை ஆராய்ந்துள்ளனர். இயக்கமானது அருவிக்கோட்டைமப்பு உடையதாயிருக்கும்போது உராய்வுத் தடையானது வேகம்  $u$  விற்கு விசிதசமனாய் இருந்தது; ஆனால், கொந்தளிப்பு நிலையை அடைந்ததும் தடையானது  $u^n$  இற்கு விசிதசமனாயிற்று. எனவே  $n$  ஆனது 1 ஐ மீறுமிடத்து எவ்வாறு பாய்ச்சல் வேகத்தில் வெப்பநிலைமிகை பொறுத்திருக்கின்றது என்பதை எடுத்துக் காட்டுகின்ற வரைபின் சரிவானது அவதிவேகத்துக்கப்பால் மிகக் சாய்வுடைய தாயிருத்தல் வேண்டும் என்பது தெளிவு. அவதி வேகமானது வரைபி லுள்ள முறிப்பால் உணர்த்தப்படுகிறது, படம் 12-12 (a) ஐக் காண்க.

றெனல்சின் எண்.—முந்திய பந்திகளில் விவரித்துக் கூறியுள்ள பரி சோதனைகளிலிருந்து தாழ் அவதி வேகம்,  $[u_e]_1$ ,

$$[u_e]_1 = \frac{2000\eta}{\rho d}$$

என்பதால் தரப்படுகிறது என றெனல்ஸ் கண்டுகொண்டார்; இங்கு  $\eta$  திரவத் தின் பிசுபிசுப்பும்,  $\rho$  அதனது அடர்த்தியும்,  $d$  குழாயின் உள்விட்டமும் ஆகும். இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்பு  $\frac{\eta}{\rho}$  ஐ  $\nu$  என அழைத்தால்

$$\frac{[u_e]_1 d}{\nu} = 2,000.$$

$\frac{[u_e]_1 d}{\nu}$  என்னும் கணியம் றெனல்சின் எண் எனப்படும்; அது தூய வெண்ணென்றாகும்; அதாவது அது பயன்படுத்திய அலகுத் தொகுதியைச் சாராது.

உயர் அவதி வேகம்  $[u_e]_2$  இற்கு றெனல்சின் எண் 2500 ஆகும்.

பிசுக்குப் பாயியொன்றிலே ஒரு பொருளின் இயக்கம்.—தரப்பட்ட கேத்திரகணித வடிவும் பருமனுமுடைய ஒரு பொருள் அடர்த்தி  $\rho$  வும் இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்பு  $\nu$  வும் கொண்ட பாயியொன்றிலே வேகம்  $u$  யுடன் அசைக; பொருளின் வடிவும் பருமனும் அதனது எதேனு மொரு பாகத்தின் நீளம்  $l$  இஹ் குறித்துக் கூறப்படுக; அப்பொழுது பாயியிலே அப்பொருளைக் குறித்துக் கேத்திரகணித முறைப்படி எந்தவொரு

நிலைத்த புள்ளியிலும் வேகம்  $u$  ஐ

$$u = \phi_1(v, \rho, v, l)$$

என்னுஞ் சார்புச் சமன்பாட்டாற் கோவைப்படுத்தலாம் ; மேலும் அப் புள்ளி யிலுள்ள அருவிக் கோட்டின் சரிவானது

$$\theta = \phi_2(v, \rho, v, l)$$

என்னும் வடிவம் கொண்ட ஒரு கோவையால் தரப்படுகிறது.

$\phi_1$  இலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும்  $v^\alpha, \rho^\beta, v^\gamma, l^\delta$  போன்ற வடிவத்தைக் கொள்ளும் ; மேலும், அவ்வொவ்வொன்றும் வேகத்தின் பரிமாணங்களை உடையதாயிருத்தல் வேண்டும். எனவே,

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}]^\alpha [ML^{-3}]^\beta [L^2T^{-1}]^\gamma [L]^\delta.$$

குணகங்களை ஒப்பிட்டால்

$$\left. \begin{aligned} 1 &= \alpha - 3\beta + 2\gamma + \delta \\ 0 &= \beta \\ -1 &= -\alpha - \gamma \end{aligned} \right\}.$$

$\beta = 0$  ஆதலின்,

$$\alpha + 2\gamma + \delta = 1,$$

$$\alpha + \gamma = 1.$$

$$\therefore \alpha = 1 - \gamma; \quad \delta = -\gamma.$$

$\therefore$  ஒவ்வோர் உறுப்பும்

$$v^\alpha v^\gamma l^\delta = v^{1-\gamma} v^\gamma l^{-\gamma} = v \left( \frac{v}{l} \right)^\gamma$$

போன்று வடிவம் உடையதாகும்.

$$\therefore u = v F_1 \left( \frac{v}{l} \right) = v f_1 \left( \frac{vl}{v} \right). \quad \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{அதேபோல்,} \quad \theta = f_2 \left( \frac{vl}{v} \right) \quad \dots \dots \dots (ii)$$

$[u]$  விற்குரிய சார்மிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும்  $v^\alpha l^\beta \eta^\gamma \rho^\delta$  போன்ற வடிவம் உடையதாயிருக்கும் வண்ணம் அச்சார்பை நாம் எழுதினால்

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}]^\alpha [L]^\beta [ML^{-1}T^{-1}]^\gamma [ML^{-3}]^\delta.$$

இதிலிருந்து

$$\delta + \gamma = 0;$$

$$1 = \alpha + \beta - \gamma - 3\delta = \alpha + \beta + 2\gamma;$$

$$1 = \alpha + \gamma.$$

$$\text{எனவே,} \quad \beta = -\gamma; \quad \alpha = 1 - \gamma = 1 + \beta.$$

ஆகவே ஒவ்வோர் உறுப்பும்

$$v^{1+\beta} \rho^\beta \eta^{-\beta} \rho^\beta = v \left( \frac{v}{v} \right)^\beta$$

போன்ற வடிவம் உடையது.

ஆகவே முன்போல

$$u = v f_1 \left( \frac{v}{v} \right).$$

அருவிக்கோடுகளின் வடிவம், எந்தப் புள்ளியிலுமுள்ள இயக்கத்தின் திசையும் பரிமாணமில்லாக் கூட்டம்  $\left( \frac{v}{v} \right)$  ஐ மட்டுமே சார்ந்திருக்கும் என்றும் அவை இக்கூட்டத்தின் வெவ்வேறான கூறுகளைச் சாரமாட்டா என்றும் இரண்டாவது சமன்பாடு சுட்டுகிறது. வேகமானது முதலாவது சமன்பாட்டின்படி  $v$ ,  $\left( \frac{v}{v} \right)$  என்பவற்றை மட்டுமே சாரும் எனக் காட்டுகின்றது. எனவே பொருள்களின் பருமன்கள் மட்டும் வித்தியாசமாகவும் அப்பொருள்கள் எல்லாம் கேத்திரகணிதமுறையாக இயல்பொத்தவையாகவுமிருப்பின், அருவிக்கோட்டுத் தொகுதிகளும் அதேபோல் இயல்பொத்ததாய்,  $\left( \frac{v}{v} \right)$  என்பது மாறிலியாக இருத்தல் வேண்டும் எனநிறுவப்பட்டுள்ளது.

அவரால் நடத்தப்பட்டுப் பக்கம் 726 இலிருந்து பக்கம் 730 வரை விவரித்துக் கூறியுள்ள மிகச்சிறந்த பரிசோதனைகளின் பேறுகளிலிருந்து  $\frac{v}{v}$  என்னும் வடிவமுடைய ஒரு பரிமாணமில்லாக் கூட்டமே உருளைக் குழாயொன்றில் ஒரு பாயி பாயும்போது நடைபெறுகின்றவைற்றை நிர்ணயிக்கின்றது என நெனலை முடிவு செய்துள்ளார். எனவே இத்தகைய ஒரு குழாயின் விட்டம்  $d$  யும் அதில் செல்லும் திரவத்தின் வேகம்  $u$  வும் ஆயின்,  $\frac{ud}{v}$  என்பது ஓர் அவதிமாறியாகும்; அது உறுதியான ஒரு பெறுமானத்தை அடையும்போது பாய்ச்சலானது, உறுதியான அருவிக்கோட்டுப் பாய்ச்சல் எனப்படுவதிலிருந்து சுரியல்கள் உற்பத்தியாகின்ற கொந்தளிப்புப் பாய்ச்சலாக மாறுகின்றது. R, நெனல்கின் எண் (2000)† ஆயின்

$$u = \frac{2000\eta}{\rho d} = \frac{2000\nu}{d}.$$

$$\therefore \frac{ud}{\left( \frac{\eta}{\rho} \right)} = \frac{ud}{\nu} = 2000.$$

† சிலவேளைகளில் நெனல்கின் எண் குழாயின் குறுக்குவெட்டாரையைக் குறித்துத் தரப்படுகிறது; அப்பொழுது அதன் பெறுமானம் 1000 ஆகும்.

சுரியல் ஆக்கத்தின் மீடிறன்.—ஒரு பாயி வேகம்  $u$  வுடன் திண்மப் பொருளொன்றைத் தாண்டிச் செல்லுங்கால் அல்லது ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறுங்கால் அதில் சுரியல் மீடிறன்  $f$  ஆகுக. அப்பொழுது, முந்திய பந்தியில் விளக்கப்பட்டுள்ள மற்றைக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி

$$f = \psi(u, l, v, \rho)$$

என எழுதலாம்.

இச்சார்பிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும்

$$u^\alpha l^\beta v^\gamma \rho^\delta$$

என்னும் வடிவத்தையும்  $T^{-1}$  என்னும் பரிமாணத்தையும் உடையதாகும்.

$$\therefore [T^{-1}] = [LT^{-1}]^\alpha [L]^\beta [L^2T^{-1}]^\gamma [ML^{-3}]^\delta.$$

$$\therefore \delta = 0; 0 = \alpha + \beta + 2\gamma; -1 = -\alpha - \gamma;$$

$$\therefore \alpha = 1 - \gamma, \beta + \gamma + 1 = 0.$$

$$\therefore \alpha = 2 + \beta.$$

எனவே  $\psi$  யிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும்

$$u^{2+\beta} l^\beta v^{-1-\beta} = \frac{u}{l} \cdot \left(\frac{ul}{v}\right)^{1+\beta}$$

என்னும் வடிவம் உடையது.

$$\therefore f = \frac{u}{l} \psi\left(\frac{ul}{v}\right).$$

## பாகம் II—திண்மங்களின் பாய்ச்சல்

ஐக்கிழிமை அல்லது திண்மங்களின் பாய்ச்சல்.—சில பொருள்கள் இயற்கையிலே அவற்றின்மீது பிரயோகிக்கப்படுகின்ற தகைப்பானது உறுதியான பெறுமானமொன்றை மீறாமல் இருக்கும்வரை, பாயும் ஆற்றலில்லாதிருக்க நடைமுறையில் காணப்படுகின்றன; பேச்சு வழக்கில் அவை திண்மங்களதான்; அவற்றிற்குக் கரிப்பினும் சட்டர்ட்டன் சேர்வையும் நன்கறிந்த உதாரணங்களாகும். தகைப்பு-விகார வரிப்படத்தில் மேற்படி பெறுமானமானது இளகுநிலைப் புள்ளியால் எடுத்துக் காட்டப்படுகிறது (படம் 7.09, பக்கம் 311 இற் காண்க). தகைப்பானது இளகு நிலைக்கு ஒத்த பெறுமானத்துக்குக் குறைவாக இருக்கும்வரை அத்தகைய பதார்த்தங்கள் எப்பொழுதும் மீளாதன்மைப் பொருள்களாகவே விளங்கும்; ஆனால் அதனினும் பெரிதான தகைப்புக்களிடத்து வடிவழிவின் அளவு, தகைப்பின் பிரயோக நேரத்தைப் பொறுத்துள்ளது. அப்பொழுது பதார்த்தமானது ஐக்கிழி நிலையில் இருக்கின்றது எனப்படும். இத்தகைய நிலையையும் பிசுக்கு விசைகளால் மட்டும் ஆளப்படுகின்ற திரவப் பாய்ச்சல்



சீலையும் கவமைமாக வேறுபடுத்துதல் வேண்டும்; ஏனெனில், பிந்திய உதாரணத்தில் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற தகைப்பு எவ்வளவு சிறிதாயிருந்த போதிலும் பாய்ச்சலானது முடிவான அளவிலே எப்பொழுதும் இருக்கும். ஓர் இலட்சிய ஞெகிழித் திணைப்பொருளினிடத்துத் தகைப்புக்கள அவதிப் பெறுமானத்திலும் குறைவாக இருக்குமபோது பாய்ச்சல் வீதம் பூச்சிய மாகவும் அப்பெறுமானத்துக்கு மேலே பாய்ச்சல்வீதம் தகைப்பு மிகைக்கு விசிதசமமாகவும் இருததல் வேண்டும் என ஞெகிழிநிலை பற்றிய ஆராய்ச்சியைத் தொடக்கத்தில் நடாத்தியுள்ளவர்களுள் ஒருவராகிய டிங் காம் என்பார் கருதினார். இத்தகைய பதார்த்தமானது “பிங்காம் திணை” எனப்படும். ஆனால் நடைமுறையில் அதைப் பெறமுடியுமோ என்பது பெரிதும் ஐயத்திற்குரியது; ஏனெனில், எல்லா உண்மையான பொருள்களிடத்தும் இளகு நிலையானது ஒருதனியாய் வரையறுக்கப்பட வில்லை; பூரண மீள்தன்மையுள்ள வீச்சுக்கும் ஞெகிழிப் பாய்ச்சல் நிகழும் வீச்சுக்கும் இடையே பூரணமில்லா மீள்தன்மை ஆற்றும் வீச்சொன்று உளது எனக் கண்டுபிடிக்கப்பட்டிருக்கின்றது.

**ஞெகிழிமை.**—இத்துறையில் ஈடுபட்டுள்ள பலர் ஞெகிழிமைக்கு (plasticity) அளவறிதற்குரிய வரைவிலக்கணம் கூற முயன்றுள்ளனர்; ஆனால் ஒன்றேனும் முற்றிலும் திருத்திகரமானதாய் இல்லை. ஞெகிழிமை ஆனது சில பதார்த்தங்களின் ஓர் இயல்பாகும்; அவ்வியல்பு காரணமாக அப்பதார்த்தத்தின் இளகு நிலையை மீறும் தகைப்பொன்றின் பிரயோகத்தின்போது அப் பதார்த்தத்தைத் தெறிப்பின்றித் தொடர்ச்சியாகவும் நிரந்தரமாகவும் வடிவழிக்கலாம்; இங்கு, இவ்வரைவிலக்கணத் துடன் நாம் திருத்தி அடைதல் வேண்டும்.

**ஒரு திரவியத்தின் இளகுநிலை.**—இப்பொழுது தரப்படும் வரைவிலக்கணமானது சற்றுப் பருமட்டானது; இருந்தாலும் இப்போதைய தேவைக்கு அது போதியதாகும். கொய்தகைப்பொன்று ஒரு பொருள் மீது ஓரளவு நேரம் தாக்கியபின்பு பூச்சியமாக வரும்வரை அது குறைக்கப்படுகின்றது எனக் கொள்க. தகைப்பு இவ்வாறு நீக்கப்பட்ட பின்பு, பொருள், அதனது தொடக்கப் பருமனையும் வடிவையும் மீளாமல் இருக்கலாம். அப்பொழுது அப்பொருள் நிலையான அமைப்பு ஒன்றைப் பெற்றுவிட்டது எனவும் பிரயோகித்த தகைப்பு அதனது இளகுநிலைப் பெறுமானத்தை மீறிவிட்டது எனவும் கூறப்படுகிறது. சுமையேற்றும் முறையைப் பற்றியோ நிலைபேறான வடிவழிவின் பருமனைப் பற்றியோ பேச்சு இல்லாததால் இது திட்டமான ஒரு கூற்றாகாது.

**திரவியங்களின் ஞெகிழி வடிவழிவைப் பற்றிய பழைய ஆராய்ச்சி.**—ஒரு திரவியத்தின் அமைப்பில் கட்டுவனாகும் எம்மாற்றத்தையும் பூரண மீள்தன்மையின் வீச்சினுள் அடங்குகின்ற விகாரங்கள் தோற்றுவிக்கமாட்டா. எனினும், திரவியங்களின் தடைத்திறன் அல்லது (ஈயத்தைக் குறித்து) அவற்றின் வெப்பமின் வலு முதலிய பெளதிக இயல்புகளில் சிறு மாற்

றங்கள் உண்டாகின்றன என்பது தெரிந்ததே ; ஆனால், அம்மாற்றங்கள் பற்றிய பரிசோதனைமுறை ஆராய்ச்சிக்குக்கூட பல தொல்லைகள் உள. மற்றும்படி, நிலையானவமைப்பின் தோற்றத்திற்கு அறிஞரியாகப் பருமனிலும் வடிவிலும் விளங்குகின்ற நிலையான மாற்றங்களுடன் திரவியத்தின் நுண்ணமைப்பிலும் மாணமைப்பிலும் கட்டிலனாகும் மாற்றங்கள் எப்பொழுதும் தோற்றுகின்றன.

உயர்தகைப்புக்களைப் பிரயோகித்து உலோகங்களை சிறு துவாரங்களுடாகப் பாயச் செய்யலாம் எனவும், அப்பொழுது அவை உயர் பிசுபிசுப்புத் திரவங்கள்போல் நடந்துகொள்கின்றன எனவும், முதன்முதலாக ட்ரெஸ்கா (Tresca) என்பவரால் 1864 இல் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இப்பரிசோதனைகளிலே, திண்மக்குற்றியொன்று உண்டாகும் வண்ணம் மெல்லிய உலோகத் தகடுகளை ஒன்றின் மேலொன்றாய் மேற்பொருத்தி பயன்படுத்துவதனால் பாய்ச்சற் கோடுகள் வெளிப்படையாக்கப்பட்டுள்ளன. கங்கணத் துவாரங்கள் ஊடே ஈயம், செம்பு ஈயவெள்ளீயக் கலப்புலோகங்கள் ஆகிய திரவியங்களைச் செலுத்திக் குழாய்களும் கோல்களும் ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அவ்வவற்றின் உருகுநிலைகளுக்கு மிகக் குறைவான வெப்பநிலைகளிலும் அதே முறையைக் கையாளும் போது செம்பு, நாகம் என்பவற்றின் கலப்புலோகங்களும் இளகுகின்றன.

ஞெகிழி வடிவழிவின் உட்பொறியமைப்பு யாது என்னும் கேள்வி இப்பொழுது, உடனடியாக எழுகின்றது. ஈயம் போன்ற ஒரு பல்பளிங்கு உலோகத்தையும் கரிப்பிசின்போன்ற ஒரு திரவியத்தையும் கருதுவோம். இங்கு ஒவ்வொரு பதார்த்தத்தையும் பாயச் செய்யலாம் ; ஆனால் இத் தோற்றப்பாடுகளுக்கிடையேயுள்ள மேலெழுந்தவாரியான ஒற்றுமையானது அவ்வவற்றின் முறைகளின் மாறிலியாலானதன்று. பாய்ச்சல் வகையைப் பொறுத்த மட்டில், கரிப்பிசின் உண்மையில் உயர்பிசுக்குத் திரவம் போலவே நடந்துகொள்கின்றது ; ஆனால் ஒரு நுணுக்குக்காட்டியைப் பயன்படுத்தி உலோகங்களிடத்து இத் தோற்றப்பாடு முக்கியமாகவே வேறு என்பதை உடனடியாகத் தெளிவாக்கலாம். இவ்விடம் முதன்முதலாகப் பனிக்கட்டியாலான மாபெரும் திணிவுகள், அதாவது பனிக்கட்டியாறுகளின் பாய்ச்சல் தொடர்பாக ஆராயப்பட்டுள்ளது. பனிக்கட்டிப் பளிங்குகளிடத்துப் பெருந்தகைப்புக்களின் தாக்கத்தால் ஆகின்ற ஞெகிழிப் பாய்ச்சலே பனிக்கட்டியாற்றும் பாய்ச்சலுக்குக் காரணமாகும் என ஃபாப்ஸ் என்பார் 1845 இல் வற்புறுத்தியுள்ளார். இக்கொள்கைக்கு மாறாக, 1857 இல், டீண்டல் (Tyndall) என்பார் அமுக்கவுருகல் என்னும் நன்கறிந்த தோற்றப்பாடே இப் பாய்ச்சலுக்குக் காரணமாகும் எனச் சுட்டிக்காட்டினார். அமுக்கங்கள் பிரயோகிக்கப்படுமிடத்துப் பனிக் கட்டியிற்போல் உருகுநிலை தாழ்த்தப்படுகின்ற திரவியங்களிடத்து மட்டுமே இவ்வினக்கம் சரியானது. சரிந்த கூரையொன்றுமீது ஈயத்தகடுகளின் நகர்வு நன்கு தெரிந்த தோற்றப்பாடொன்றாகும் ; உதாரணமாகப் பிறிஸ்ரல் மாநகரிலுள்ள திருச்சபைக் கோவிலில் பாடகர் குழுவிற்குமிடத்

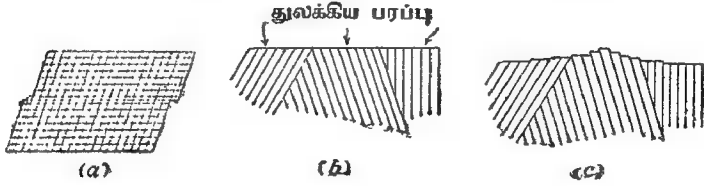
தினது ஈயக்கூரையின் அசைவானது ஆண்டொன்றிற்கு ஒன்பது அங்குலம் ஆகும் என ரிண்டல் குறித்துள்ளார் ; இந்நகர்தல் ஈர்ப்பாலாகின்ற பாய்ச்சலால் ஆக்கப்படுகின்றது. மேலும், நீரானது திரவமாயிருக்கின்ற வெப்பநிலைகளுக்குக் கீழேயும்கூட பனிக்கட்டி, ஞெகிழிமையுடையது ; எனவே, ஞெகிழிமையானது அமுககவுருகலைச் சாராதிருத்தல் வேண்டும்.

இவ்விடயம் பற்றிய அறிக்கையொன்றில் பேராசிரியர் டேஷ் (Desch) பின்வருமாறு கூறியிருக்கின்றார்—“ஒவ்வொன்றிலும் ஆன இரு பளிங்கு களைப் புள்ளித்தொடுகை வைக்குமாறு செய்வதால் தனிப்பளிங்குகொண்டு உண்டாகக்கூடிய அத்துனை மென்மையுடைய ஒலியேற்றுக்கள், அல்லது நொறுங்காமலோ உடையாமலோ கைவிரல்களால் அழுத்தப்பட்டு வில்லை வடிவடையக்கூடிய பொற்றாசிய- மங்கனசுக் குளொரைட்டுப் பளிங்கு  $[MnCl_2 \cdot 2KCl \cdot H_2O]$  தோற்றத்தைப் பொறுத்தவரை விறைப்பாக விளங்குகின்ற சுண்ணாம்புப்பாறை அல்லது இநதுப்புப் பளிங்குகள் வரை அவ்வவற்றின் பளிங்குத்தன்மைக்குப் பங்கம் ஏற்படாமல் பல பளிங்குகளை வடிவ மாற்றமடையச் செய்யலாம். சில முற்காப்புக்கள் எடுக்கப்பட்டிருந்தால் இவற்றைக்கூட அசாதாரணமான அளவில் வடிவமாற்றம் அடையச் செய்யலாம்.”

மிகவும் துலக்கப்பட்ட பரப்புடைய ஓர் உலோகத் துண்டுமீது ஈர்க்கும் விசைகள் பிரயோகிக்கப்படுமிடத்து ஒவ்வொரு மணியிலும் நுண்ணிய சமாந்தரக் கோடுகள் தோற்றுகின்றன ; அக்கோடுகளின் திசை மணிக்கு மணி வேறுபடுகின்றது. இம்மணிகளின் எல்லைகளில் மேற்படி நுண்ணிய கோடுகளின் திடீரான திசைமாற்றம் உலோகத்தின் பளிங்கமைப்பை வெளிப்படுத்துகிறது. “இக்கோடுகளைக் கண்டவுடன் அவற்றின் உண்மையான இயல்பை உணர்தல் எளிதன்று ; அவை வெடிப்புக்களும் கங்குகளும் அன்று. சரிவான ஒளியில் சோதிக்குமிடத்து, தரப்பட்ட எந்தத் திசையையுடைய கோடுகள் மீதும் படுவொளியானது ஒருதனியான திசையிலிருந்து பட்டாற்றின அக்கோடுகள் கட்புலனாகும் ; எனவே, நுணுக்குக் காட்டியின் மேடையைச் சுழற்றும்போது அவை மாறிமாறித் தோன்றி மறையும். ஆதலின், இக்கோடுகள் படுகளாகக் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் இயல்பை நன்கு உணர்த்தும் பொருட்டு அக்கோடுகளுக்கு “நழுவற் பட்டைகள்” எனப் பெயரிடப்பட்டிருக்கின்றது.”

நழுவற் பட்டைகள் பின்வருமாறு உருவாகின்றன. ஒரு பளிங்கிலே அணுக்களும் அயன்களும் தளங்களிலே ஒழுங்கான வகையில் அமைந்திருக்கின்றன ; அதனால், சில தனிப்பட்ட தளங்கள் வழியே அயன்களின் தொடர்பு நழுவல் மிக எளிதாக நிகழ்வதற்கு இடங்கொடுக்கப்படுகின்றது. இத்தளங்கள் வழுக்கற்றளங்கள் அல்லது எளிதாய் வழுகுந் தளங்கள் எனப்படுகின்றன. படம் 12.14(a) ஆனது ஒரு பளிங்கினது அமைப்பின் வரிப்பட வகைக் குறிப்பாகும் ; பளிங்கமைப்பில் எவ்வித குழப்பமுமின்றி, கிடைத்தளமொன்றிலே ஒரு பெயர்வியக்கம் நிகழக்கூடும் என்பது உடனடி

யாகத் தெளிவு. இதுபோன்ற இயக்கமானது ஒன்றிற்கொன்று சமாந்தரமான இத்தகைய தளங்கள் வழியே நிகழலாம். சமாந்தரமான வழுகற்றளங்களில் பின்னரும் நழுவல்கள் நிகழுங்காலே நழுவற் பட்டைகள் உற்பத்தியாகின்றன. படம் 12·14 (b) ஆனது விகாரம் நிகழ முன்னரே துலக்கிய பரப்பொன்றின் நிலையை எடுத்துக்காட்டுகிறது ; அதில் சில பளிங்கு மணிகளின் பாகங்கள் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. விகாரத்திற்குப் பின் படம் 12·14 (c) யில் காட்டியுள்ளவாறு மணிகள் வடிவழிவுற்றிருக்கின்றன.



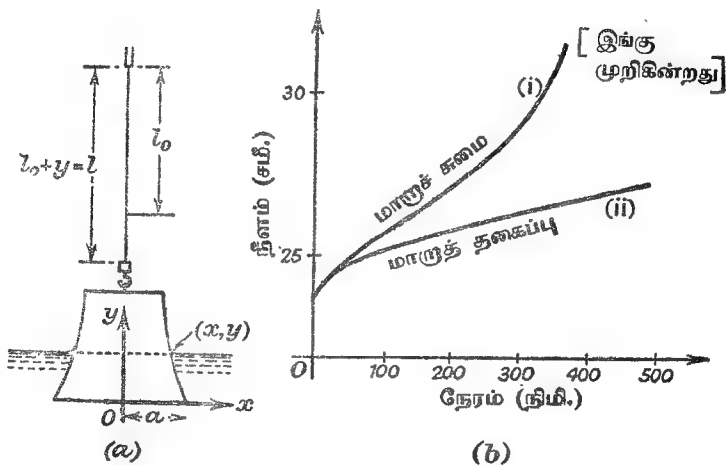
படம் 12·14. உலோகமொன்றிலே நழுவற் பட்டைகளின் உருவாக்கம்.

கின்றன. வழக்கற்றளங்கள் வழியே நடைபெற்ற நழுவலாலேயே மட்டவேறுபாடுகள் ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இவ்வண்ணம் பரப்புமீது இயற்றப் பட்ட படிக்களே முன்னர் கூறியுள்ள நழுவற்பட்டைகள். இத்தோற்றப் பாடானது புவிச்சரிதப்படைகளிலுள்ள மறிதந்த குறைகளின் உற்பத்தியுடன் சரியாக ஒத்திருக்கின்றது.

எனவே, உலோகமொன்று தகைப்புறும்போது இளகு நிலைக்கப்பால் அதன் ஞெகிழி இளகலானது எண்ணிலங்கா வழக்கற்றளங்கள் மீது நிகழ்கின்ற நழுவலால் ஆகின்றது என முடிவு செய்யலாம் ; அவற்றின் அயலிலுள்ளவற்றைக் குறித்துச் சில அணுப்படைகளின் பெயர்வு மட்டுமே பளிங்கின் அமைப்பில் உண்டாகின்ற ஒழுங்கின்மை.

தொடர்ந்து உலோகங்களின் ஞெகிழி வடிவழிவு பற்றி—ஈயம் பற்றிய பழைய ஆராய்ச்சி.—அதனது மீள்தன்மையெல்லையைப் பெரிதும் மீறுமாறு சுமையேற்றியுள்ள ஈயக்கம்பி ஒன்றினிடத்துச் சொற்ப நேரத்திற்குப் பின் நீட்சியானது நேரத்திற்கு நேர்விகிதசமம் ஆகின்றது, அதாவது பாய்ச்சல் பிசுபிசுப்பியல்புடையது, என 1904 இல் ட்ரௌன்ற்றூம் ராங்கினும் (Trouton & Rankine) கண்டனர். இத்தோற்றப்பாட்டைப் பற்றிய நுணுக்கமான ஆராய்ச்சிகள் 1910 இல் அன்ட்ரேட் (Andrade) என்பவரால் முதன்முதலாக நடத்தப்பட்டன ; அவ்வாராய்ச்சிகளின்போது கம்பி ஈர்க்கப்படுங்கால் குறுக்குவெட்டு சுருங்குகின்றது எனவும், ஆகவே மாறாச் சுமையொன்றினிடத்துத் தகைப்பானது கூடுகின்றது எனவும் உணரப்பட்டது. இத்தொல்லையைச் சமாளிக்கும் பொருட்டுக் கம்பியில் மாறாத தகைப்பொன்றை நிலைநிறுத்துவதற்குப் பின்வருகின்ற தன்னியக்க முள்ள முறை திட்டமிடப்பட்டது. பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் முதன்மையான விவரங்கள் படம் 12·15 (a) யில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

கம்பி ஈர்க்கப்படும்போது அதன் கீழ் நுனியில் பற்றப்பட்டிருக்கின்ற “நிறை” நீரில் தாழுமாறு விடப்பட்டுள்ளது; இங்கு எந்தக் கணத்திலுமுள்ள மேலுதைப்பு கம்பியின் அதே கணத்து நீளத்திற்கு நேர்மாறு விசிதசமமாயிருக்கும்வண்ணம் நிறையின் கேத்திரகணித வடிவம் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டது. இவ்வாறு, பலித ஈர்க்கும் விசை,



படம் 12·15. ஒரு கம்பியில் மாறுத் தகைப்பொன்றை உண்டாக்குவதற்கு அண்ட்ரேடின் முறை.

கம்பியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவுடன் நேராய் மாறிற்று.  $M$  சுமையின் திணிவும்,  $V$  எந்தக்கணத்திலும் திண்மத்தின் அதாவது சுமையின் அமிழ்த்தப்பட்ட கனவளவும் எனின்

$$(M - \rho V) \propto \frac{1}{l_0 + y};$$

இங்கு  $\rho$  நீரின் அடர்த்தியும்,  $l_0$  கம்பியின் தொடக்க நீளமும்,  $y$  சுமையின் அமிழ்ப்பாழம், எனவே கம்பியின் நீட்சியும் ஆகும். எனவே,

$$(M - \rho V) (l_0 + y) = \text{மாறிலி} = M l_0.$$

$$\therefore V = \frac{M}{\rho} \left( \frac{y}{l_0 + y} \right).$$

படம் 12·15 (a) யில் சுட்டியுள்ள குறிப்பீட்டில்,

$$V = \int_0^y \pi x^2 dy = \frac{M}{\rho} \left( \frac{y}{l_0 + y} \right).$$

$y$  யைக் குறித்து வகையிட,

$$\pi x^2 = \left[ \frac{M}{\rho} \cdot \frac{(l_0 + y) - y}{(l_0 + y)^2} \right],$$

அல்லது

$$x = \frac{1}{l_0 + y} \sqrt{\frac{M l_0}{\pi \rho}}.$$

எனவே நிறைக்கு, அச்ச  $Oy$  யைப் பற்றிய அதிபரவளைவுருவொன் றினது ஒருபாக வடிவத்தை அளித்தல் வேண்டும்.

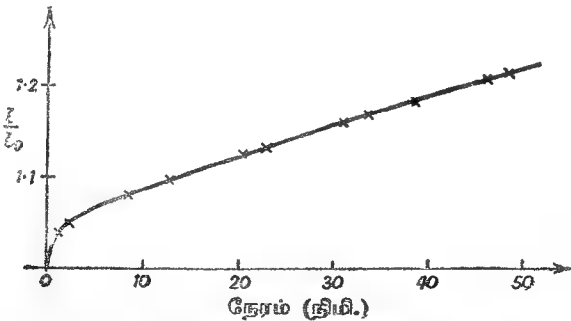
ஈயத்துக்குக் கிடைத்த பேறுகள் படம் 12.15 (b) யில் வளையிகளால் எடுத்துக்காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. பரிசோதனைகள் ஆய்கூடத்து வெப்பநிலை யில் நடத்தப்பட்டன; தகைப்பு மாறாதிருந்தபோது தொடக்கக் கண நிலை நீட்சியை ஒரு பாய்ச்சல் பின்தொடர்ந்தது; அப் பாய்ச்சலானது, உயர் தகைப்புக்களிடத்து ஈற்றிலே மாறிலியாகின்றது. மாறாச் சுமையின் போது பாய்ச்சல் வீதம் விரைவாகக் கூடுகின்றது.

மாறாத் தகைப்பின்போது பாய்ச்சலானது

$$l = l_0[1 + \beta t^k] \text{ அடுக் } (k)$$

என்னும் சூத்திரத்தால் எடுத்துக்காட்டப்படுகிறது என அன்ட்ரேட் கண்டார்; இங்கு  $\beta$ ,  $k$  என்பன மாறிலிகள்.

இதுபோன்ற பரிசோதனைகளைப் பல்பளிங்குக் கடயியத்தினோடு அன்ட்ரேட், சாமேர்ஸ் ஆகியோர் 1932 இல் நடத்தியுள்ளனர்; மேற்படிச் சூத்திரத் திற்கும் பேறுகளுக்குமிடையேயுள்ள சிறந்த ஒற்றுமையானது படம் 12.16 ஆல் வெளிப்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றது.



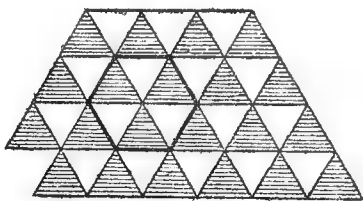
படம் 12.16. மாறாத் தகைப்பின்போது பல்பளிங்குக் கடயியத்தின் பாய்ச்சலுக்கு  $l = l_0[1 + \beta t^k]$  அடுக் ( $k$ ) என்னுஞ் சூத்திரத்தின் பொருத்தம்.

பளிங்குகள் பற்றிய குறிப்பு.—கிட்டத்தட்ட 1912 ஆம் ஆண்டுவரை பளிங் கானது சதுரமுகி, நான்முகி, பன்னிருமுகி, அறுகோணி அரியம் முதலிய வற்றின் வடிவு போன்று நன்கு வரையறுத்த கேததிரகணித வடிவுடைய

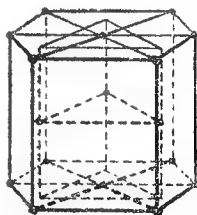
பொருளொன்றாகும் எனக் கருதிவரப்பட்டுள்ளது. ஆனால் ஒரு பளிங்கின் புற வடிவமானது அதனது அடிப்படை இயல்புகளுள் ஒன்றாகாது என்னுள் செய்தி வியப்பூட்டுகிறது ; அப புற வடிவமானது பளிங்கின் அயன், அணு அல்லது மூலக்கூற்று உறுப்புக்கள் வெளியில் ஒழுங்காகவோ முறைமையாகவோ அமைந்திருக்கின்றன என்பதை மட்டுமே தெளிவாக்குகின்றது.

எமது உடனடியான தேவையையிட்டு அறுகோணி அரியததின புற வடிவ முடைய பளிங்குகள் மட்டுமே கருதப்படும். இப்பெயரானது மிக்க பொருத்தமான தொன்றன்று என X கதிர்களைப் பயன்படுத்திக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது ; ஏனெனில் அத்தகைய பளிங்குகளில் அயன்கள் அல்லது அணுக்கள், அலகு அரியங்களின் அடிகள் சமபக்க முக்கோணிகளாகவுள்ள சாலகத்திலே உள எனத் தெளிக. தக்க சூழலில் அறுகோண வடிவுடைய ஒரு பளிங்கைப் பெறுவதற்கு எவ்வாறு அலகு அரியங்களின் முக்கோண அடிகள் ஒன்றோடொன்று பொருந்தியிருக்கின்றன என்பதைப் படம் 12·17(a) காட்டுகின்றது ; அவ்வடிகள் படத்தில் நிழற்றப்பட்டிருக்கின்றன. (நிழற்றப்பட்ட அடிகளை உடைய அரியங்கள் மட்டுமே பளிங்கின் அமைப்பில் பங்குபற்றுகின்றன எனக் கருதப்படுகின்றது.)

எளிய முக்கோணச் சாலகமொன்றிலே, அணுக்கள் முக்கோண அரியங்களின் முனைவுகளில் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்றன ; ஒவ்வொரு அணுவையும் ஆறு அரியங்கள் பங்கு கொள்கின்றன. இதனால் அறியக்கிடப்பது யாதெனில், படம் 12·17 (a) யில் நிழற்றிக் காட்டப்பட்டிருக்கின்ற அடியுடைய ஒவ்வொரு அரியத்துடனும் ஒரு அணு தொடர்புகொண்டிருக்கின்றது என்பதேயாம்.



(a)



(b)

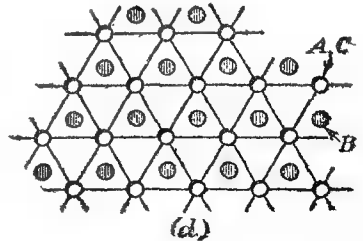
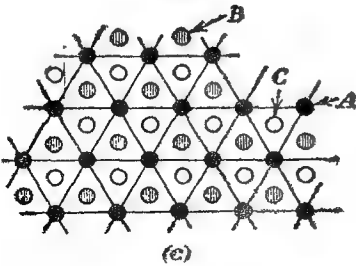
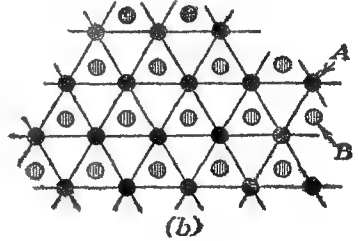
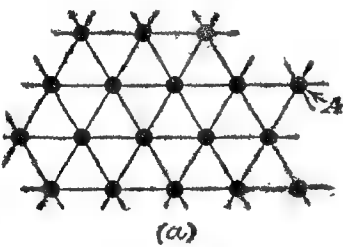
படம் 12·17. ததைந்த முக்கோண அரியம் (அலகு).

அரியமொவ்வொன்றின் உடல்மையத்தில் அணுவொன்று மேலதிகமாக வைக்கப்பட்டிருந்தால் அவ்வணுக்கள் தோன்றும் சாலகமானது " ததைந்த அறுகோணிச் " சாலகம் எனப்படும் ; அத்தகைய சாலகமொன்று படம் 12·17 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. இத்தகைய சாலகமொன்றை மிகத் தெளிவாகக் கருதும்பொருட்டு ஒவ்வொரு அணுவும்

(அல்லது அயனும்) கோளமொன்றால் எடுத்துக்காட்டப்படுகின்றது எனக் கற்பனை செய்யலாம்; இங்கு எல்லாக் கோளங்களும் சமன் ஆகும். இக்கோளங்கள் படையொன்றிலே ஒழுங்காக்கப்பட்டு கூடியமட்டில் ததைந்திருந்தால், அக்கோளங்களின் மையங்கள் சமபக்க முக்கோணிகளின் முனைகளிற் கிடக்கும்; மேலும் உட்கோளம் ஒவ்வொன்றும் அறுகோணியொன்றின் முனைகளிற் கிடக்கின்ற மையங்களுடைய ஆறு, உடனடியான அயற கோளங்களாற் சூழப்பட்டிருக்கும். இததகைய கோளங்கள் படம் 12·18 (a) யில் A என்பதாற் குறியிடப்பட்டிருக்கின்றன.

இனி, இப்படைமீது குழியொன்றில் அல்லது மூன்று A க் கோளங்களிடையேயுள்ள நாபியிடையொன்றில், அணைக்கப்பட்டு இருக்கும்வண்ணம் சர்வசமனான கோளம் B ஆனது வைக்கப்படுக. இவ்வண்ணம் B க் கோளங்களைத் தொடர்ந்துவைத்து முதலாவது படைக்குச் சர்வசமனான இன்னுமொரு படையை அமைக்கலாம். இதைச் செய்தபின், முதற்படையிலுள்ள ஒன்றுவிட்ட நாபியிடுக்கொவ்வொன்றும் இரண்டாவது படையிலுள்ள கோளமொன்றால் மூடப்பட்டிருக்கக் காணப்படும் — படம் 11·40 (b) யைப் பார்க்க.

இனி, வேறு C என்னும் கோளங்களைச் சேர்த்து மூன்றாவது படையொன்றை அமைக்கலாம்; அதனபொருட்டு இரு வகைகளுள்



படம் 12·18. ததைந்த சாலகங்களை அமைத்தல்.

ஒன்றைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். ஒன்றில் படம் 12·18 (c) யில் இருக்கிறதுபோல் முதற் படையில் எஞ்சியிருக்கின்ற குழிகளை Cக் கோளங்



களால் மூடலாம், அல்லது படம் 12-18 (d) யிற் காட்டியுள்ளவாறு ஒவ்வொரு C க் கோளத்தையும் படை A யிலுள்ள கோளமொன்றுமீது வைக்கலாம்.

முதலாவது ஒழுங்கில், முகமையச் சதுரமுகிச் சாலகமொன்றைப் பெறுவோம்; சதுரமுகியின் மூலைவிட்டம் வழியே நோக்கினால் இதை உணரலாம். ஒவ்வொரு கோளமும், அதனது சொந்தப் படையிலே, வளையமொன்றிலே, அதற்கு அடுத்திருக்கின்ற ஆறு கோளங்களுடனும், அதன் சொந்தப் படைக்கு நேரே மேலும் கீழும் இருக்கின்ற படைகளொவ்வொன்றிலுமுள்ள மூன்று கோளங்களுடனும் தொடுகை வைத்திருக்கின்றது; இவ்வண்ணம் எந்த வேற்றுக் கோளத்துடனும் தொடுகை வைத்திருக்கின்ற கோளங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை பன்னிரண்டு ஆகும்.

இரண்டாவது ஒழுங்கில் ததைந்த அறுகோணிச் சாலகமொன்றைப் பெறுகிறோம்; இங்கும் கோளமொவ்வொன்றும் பன்னிரண்டு வேறு கோளங்களுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்றது. ததைந்த தளங்கள் அடித் தளங்களாகும்.

**தனிப்பளிங்குகள்.**—உருகிய உலோகத்தினிவுகள் குளிரடையும்போது அவற்றிலுள்ள கருக்களிலே உலோகப் பளிங்குகள் உற்பத்தியாகின்றன. 1913 இல் அன்ட்ரேட் எனபார் பெரிய தனியுலோகப் பளிங்குகளை வெற்றிகரமாகத் தயாரித்தார். உலோகக் கம்பிகளை அவற்றின் உருகுநிலைக்குச் சற்று மேலான வெப்பநிலைவரை சூடாக்கிப் பின்பு அவற்றை மிக்க மெதுவாகக் குளிரச் செய்து இத்தனிப்பளிங்குகள் ஆக்கப்பட்டுள்ளன. சொக்ரூஸ்கி (Czochralski) என்பவராலான பிறிதொரு முறையில் அதனது உருகுநிலையை ஒருசில பாகை அளவில் மீறியிருக்கின்ற உருகிய உலோகத்தில் தக்க ஒட்டுகோலொன்றின் கீழ் முனையை அமிழ்த்தி, அவ்வுருக்கினின்று பளிங்கு நூலொன்று மெதுவாகவும் மேன்முகமாகவும் இழுக்கப்படுகிறது; எவ்வேகத்துடன் இது இழுக்கப்படவேண்டும் என்பதைப் பரீட்சை முறையாலேயே துணிதல் வேண்டும். 1921 இல் காப்பென்சர் (Carpenter), ஏலாம் (Elam) ஆகியோர் ஈர்த்தலைப் பின்தொடர்கின்ற மீளப்பளிங்காக்கல் என்னும் கோட்பாட்டை அடிப்படையாகக் கொண்ட முறையொன்றால் தனி அலுமினியப் பளிங்குகளை ஆக்கினர். காய்ச்சிப் பதனிடுதல் முறையால் திரவியத்திலிருந்த தொடக்க விகாரங்கள் நீக்கப் பட்டுள்ளன; அடுத்து இரண்டு சதவீத அளவில் நெகிழியீர்ப்பு ஆக்கப் பட்டது. அடுத்தாற்போல் ஒன்று விட்டொன்றாக வெப்பமாக்குதல் விகாரப் படுத்துதல் என்பதைக் கொண்ட செயன்முறையொன்று கையாளப்பட்டுள்ளது. வளர்ச்சியானது விகாரத்தால் உண்டாக்கப்பட்ட உறபத்திகளி லிருந்தே நிகழ்கின்றது; அது வெப்பமுறையால் ஊக்கமடைகின்றது.

பின்பு அன்ட்ரேட், ரொஸ்கோ (Roscoe) ஆகியோர் சிறு மின்னுலை யொன்றை சூழப்பட்ட கிபையான கண்ணாடிக் குழாயொன்றிலே ஓரளவு தளர்ச்சியாகக் கம்பியொன்றை அடைத்தனர்; மின்னுலையானது மெது

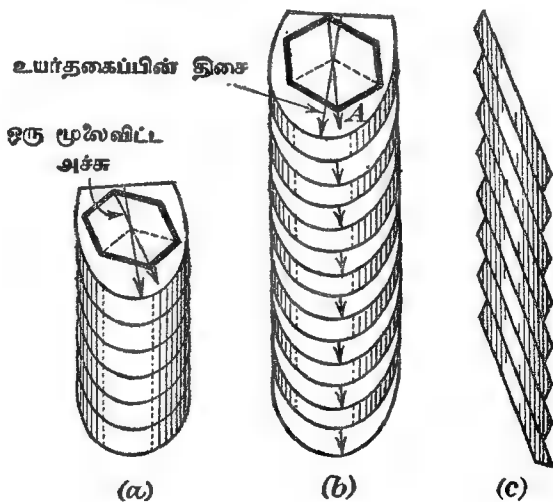
வாகக் குழாய வழியே இயங்கிற்று. உலையுடன் ஒத்தியங்கும் சிறு நீளமொன்றிலே கம்பியானது இடம் சார்ந்து சரியாக உருகிற்று. இவ்வண்ணம் கம்பியம் போன்ற உலோகங்களின் விகாரமில்லாப் பளிங்குகளை ஆக்க முடிகின்றது.

**தனிப் பளிங்கொன்றின் பொறிமுறை வடிவவழிவு.**—கம்பி வடிவிலுள்ள தனிப் பளிங்கொன்றானது மிகச் சிறிய ஈர்க்கும் விசையொன்றிற்கு உட்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றபோது அப்பளிங்கு நீட்சியுறுகின்றது எனக் காணப்பட்டது; பளிங்கின் வெளிப்பரப்பைச் சுற்றிக் கோடொன்று தோன்றிக் கம்பியின் மேற பாகத்திற்கும் அதனது கீழ்ப் பாகத்திற்குமிடையே பெயர்ச்சியொன்று நிகழ்ந்துள்ளது எனக் காட்டுகிறது; ஆனால் நீட்சி தொடர்ந்து நிகழ்வதில்லை. தகைப்பை உயர்த்தினால் இன்னுமொரு கோடு தோன்றும்; அதாவது இன்னுமொரு பெயர்ச்சி நிகழ்ந்து அதற்குப் பின்பு ஈர்ப்பு முடிவடைகின்றது. இவ்வண்ணம் இம்முறையைத் தொடர்ந்து நடத்தலாம்; பின்னரும் நீட்சியொவ்வொன்றும் இன்னுமொரு கோட்டைத் தருகின்றது; அக்கோடானது கம்பியின் பரப்பும் நழுவற்றள மொன்றும் ஒன்றையொன்று வெட்டும் இடமாகும். இம்முறையின்போது தொடக்கத்தில் ஒப்பமாக இருந்த கம்பியின் பரப்பானது செதிள தோற்றம் பெறுகின்றது. தொடக்கத்தில் உருளைக்குரிய வெட்டுடையதாயிருந்த கம்பியானது இத்தகைய பல கோடுகள் ஆக்கப்பட்டபின் நாடா வடிவத்தைப் பெறுகின்றது; அப்பொழுது அது நீளப்பாட்டில் தள்ளப்பட்ட சீட்டுக் கட்டொன்றுபோல் கிட்டதட்டத் தோன்றுகிறது. கம்பியின் வடிவவழிவானது “எளிய வழக்கல் தரு தளங்கள்” எனக் குறிக்கப்படுகின்ற பளிங்கியற்றளங்கள் வழியே பளிங்கிலே உள்ள பொருள்களாய் அசைகின்ற முழுக்குறுக்கு வெட்டுக்களால் ஆகின்றது. ஈற்றிலே கம்பி முறியும்போது முறிவானது நழுவற்றளங்களுக்குச் சமாந்தரமாகவும் ஆடிபோன்ற மேற்பரப்புடையதாகவும் காட்சியளிக்கும்.

கருதப்படுகின்ற திரவியத்தின் இளகுநிலையானது மிகத் தாழ்ந்த பெறுமானம் உடையது என்பதும், அதே திரவியம் பல்பளிங்குநிலையில் இருக்கிற போது ஞெகிழி வடிவழிவின தோற்றத்திற்கான தகைப்பைக் காட்டிலும் பன்மடங்கு தாழ்ந்ததிலேயே இங்கு அது தோற்றுகிறது, அதாவது தனிப் பளிங்குகள் மிகவும் பலமற்றவையும் ஞெகிழித்தன்மையுடையவையும், என்பது இத்தோற்றப்பாட்டின ருறிப்பிடத்தக்க அம்சம் ஆகும். மேலும் நீட்சியானது முதற் பளிங்கினது நீளத்தின் பன்மடங்காகவும் கூடும். செம்பின் தனிப்பளிங்கினிடத்து 150 கி - நிறை. மிமீ. -<sup>2</sup> போன்று அத்துணைச் சிறிதான இழுவைத் தகைப்பாலுங்கூட நிலையான அமைப்பைத் தோற்றுவிக்கலாம்; மாதிரியின் நீளம் வழியே பின்ன வடிவழிவானது கிட்டத்தட்ட ஐம்பது சதவீதமானதும் பொறிமுறைவலு கிட்டத்தட்ட ஐம்பது சதவீத அளவிற்கு கூடிவிடும்.

நழுவலின்போது தனிப் பளிங்கொன்றினது இரு பகுதிகளின் தொடர்பு வழக்கலானது ஈர் அழுத்தமான, நன்கு மசுபட்ட உலோகத் தட்டுக்களின் வழக்கலிலிருந்து வேறுபடுகின்றது; இவ்வேறுபாடுகள் பின்வருமாறு: (a) தட்டுக்கள் எத்திசையிலும் வழக்கக்கூடும்; ஆனால் பளிங்கொன்றில் வழக்கற்றிசையானது ஏதோவொரு பளிங்கியலச்சாலும் உயர்வுத் தகைப்பின் திசையுடன் அவ்வச்சின் சாய்வாலும் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றது; (b) பளிங்குகளில் வழக்கலுக்குள்ள உராய்வுத் தடையானது வடிவழிவின் அளவுடன் கூடுகின்றது; ஆனால் தட்டுக்களின் தொடுகைப் பரப்பளவானது மாறாமல் இருந்தால் வழக்கலுக்குள்ள தடையும் மாறாது இருக்கும்; (c) தட்டுக்களின் வழக்கலையிட்டுச் செய்யப்படும் வேலையானது வெப்பமாக மாற்றப்படுகின்றது; ஆனால் பளிங்கொன்றின் வடிவழிவின் போது சக்தியின் ஒரு பங்கானது மாதிரியில் நிலைச் சக்தியாகச் சேமிக்கப்படுகின்றது.

ஏற்கெனவே குறித்துள்ளவாறு தனிப்பளிங்குகளில் வடிவழிவானது குறிப்பிட்ட "வழக்கற்றளங்கள்" மீது பளிங்கின் கொய்தலால் ஆகின்றது. நாகம்போல, ததைந்த அறுகோணிப் பளிங்குகளிடத்து வழக்கல் முறையை மிக்க எளிதாய் ஆராயமுடிகின்றது. இனி நாகமானது



படம் 12-19. கம்பி வடிவமுடைய தனிப் பளிங்கொன்றிற்குப் போலன்யியின் மாதிரியுரு.

அறுகோணி முறையில் அணுக்களின் ததைந்ததோர் உலோகமாகும்; அதில் வழக்கலானது வழக்கமாக அடித்தளமொன்று மீதே, அதாவது அணுக்கள் மிக்க அடர்த்தியாக அமைந்திருக்கின்ற தளம் மீதே நிகழ்கின்றது. வழக்கல் தொடர்ந்து நிகழுங்காலே நீட்சியை எதிர்க்கும்

தடையானது கூடுகின்றது; அதாவது உலோகம் விகாரவன்மை பெறுகின்றது. அடித்தளமொன்றிலே வழக்கற்றிசையானது வழக்கமாகச் சாலகத்தில் நிரையடர்த்தி மிக உயர்ந்ததாயிருக்கின்ற திசைகொண்டதும், உயர்தகைப்பு இருக்கின்ற திசைக்கு மிக அணித்தாயிருக்கின்றதுமான மூலவிட்ட அச்சுக்குச் சமாந்தரம். நழுவல் நடைபெறும்போது நழுவற்றிசையானது கொஞ்சம் கொஞ்சமாக மாறுகின்றது; மேலும் நழுவற்றளங்கள் ஈர்க்கும் விசைகளின் திசைக்குச் சமாந்தரமாக அமைய நாடுகின்றன.

பல்பளிங்கு மாதிரியொன்றில் தம்மிலே நழுவல் உண்மையாக நடைபெறும் வண்ணம் சில பளிங்குகள் திசைகொண்டிருக்கும்; ஆனால் அவற்றைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற பளிங்குகள் அதற்குப் போதியவளவில் உறுகூலமாக அமைந்திராவிடில் நழுவலானது பெரிதும் இடர்ப்படும்.

நாகத்தினது தனிப்பளிங்கொன்றின் வடிவழிவிற்கு எதுவாகவுள்ள செயல்களைத் தெளிவு செய்யும்பொருட்டுப் பொலன்யி (Polanyi) என்பார் (1924) மரமாதிரியுருவொன்றை ஆக்கினார். இம்மாதிரியின் வரிப்படமொன்று படம் 12·19 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. படம் 12·19 (a) யில் சமதடிப்புடைய மரத்தட்டிக்கொன்று காட்டப்பட்டிருக்கின்றது; இங்கு தட்டுக்களின் தட்டைப் பரப்புகளை பளிங்கின் அடித்தளங்களை எடுத்துக்காட்டுகின்றன. தட்டையான இப்பரப்புக்கள் கம்பியச்சுக்குச் செவ்வனன்று என்பது குறித்தறபாலது. மிகமேலான பரப்பிலுள்ள அறுகோணியானது நாகவணுக்களின் பளிங்குத் திசையளிப்பை, அல்லது சரியாகக் கூறுமிடத்து அவ்வணுக்கள் ஒழுங்கு முறையில் அமைந்திருக்கின்ற சாலகத்தைச் சுட்டிக்காட்டுகின்றது. மேலும் மூலவிட்ட அச்சுக்கள் மூன்றினுள் ஒன்று காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. பளிங்கானது ஓரளவு வடிவழிவுற்ற பின் அப்பளிங்கைப் பிரதிசெய்கின்ற மாதிரியுரு படம் 12·19 (b) யாற் காட்டப்படுகிறது. வழக்கற்றிசையானது அம்புக்குறி A என்பதாற் சுட்டிக்காட்டப்படுகிறது; அடித்தளமொன்றில் உயர்வுத்தகைப்பின் திசையை இரண்டாவது அம்புக்குறி காட்டுகின்றது. நழுவல் தொடரும்போது நழுவற்றிசையானது ஈர்க்கும் விசைகளின் திசைக்குச் சமாந்தரமாக அமைந்திருக்க நாடுகின்றது. தனிப்பளிங்கின் நீட்சியானது நழுவற்றளம் ஈர்த்தற்றிசைக்குச் சமாந்தரமாக அமையும் நாட்டத்தால் ஆகின்றது. படம் 12·19 (c) யைப் பார்க்க. பிரயோகிக்கப்படுகின்ற ஈர்க்கும் விசைகளுக்குத் தொடக்கத்தில் அடித்தளமானது தற்செயலாகச் செவ்வனாக இருக்க நேரிடின் நழுவல் நிகழமாட்டாது; அவ்விசைகள் அதிகரிக்குமிடத்து ஈற்றிலே நழுவலின்றி முறிவு உண்டாகும்.

இனி அறுகோணிச் சாலகமொன்றின் அடித்தளம் ஒருதனியானது; ஏனெனில், ஒரேயொரு நழுவற்றளம்தான் இருக்கக்கூடும் எனத் தெளிக; ஆனால் மற்றைச் சாலகங்களில், எடுத்துக்காட்டாக முகமையச் சதுரமுகிச் சாலகத்தில் எண்முகித்தளங்கள் நான்கினுள் ஒவ்வொன்றும் நழுவற்றள

மாகப் பயன்படக்கூடும். அவ்வெடுத்துக்காட்டுக்களில் நழுவலானது முதன் முதலாகத் தொடையொன்றிலும் பின்பு வேறொன்றிலும் நிகழக்கூடும். முதலாவது நழுவலைத் தோற்றுவிக்கும் பொருட்டுத் தேவையான தகைப்பே மீள்தன்மையெல்லையின் உண்மையான அளவாகும்; அத்துடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், பல்பனிங்கு மாதிரிகளைப் பயன்படுத்துகின்ற பரிசோதனைகள் தரும் போலி மீள்தன்மையெல்லையானது மிகச் சிறிதளவிலேதான் அறிமுறை முக்கியத்துவம் உடையது.

தனிப் பனிங்கு மாதிரியின் வெப்பநிலை உயர்த்தப்படுமிடத்து வடிவழித்தலால் ஆகின்ற வலிபடுதல் ஆனது குறைவாகவே உணரப்படுகின்றது; ஆனால் உறுதிப்பாய்ச்சல் முயற்சியானது முதனமை பெறுகின்றது.

### பாகம் III—நியூற்றன முறையல்லாத் திரவங்கள்

தோற்றுவாய்.—பிசுக்குப் பாயியொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்சல் பற்றிய நியூற்றனின் கருதுகோள்

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dz} = \eta \frac{dv}{dt} \quad [\text{பக்கங்கள் 620 ஐயும் 671 ஐயும் பார்க்க}]$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தால் சுருக்கிக் கூறப்படுகின்றது.

எல்லா எளிய திரவங்களிலும், அதாவது ஒரேயொரு அவத்தை உடையதும் நூல்போன்ற அமைப்பில்லாததுமான திரவங்களில் அடர்ப் பாய்ச்சல் முறையானது என்னும் நிபந்தனையின்கீழ், தகைப்பு  $\frac{F}{A}$  ஆனது கொய்வுவீதம்  $\frac{dv}{dz}$  யிற்கு நேர்விசிதசமமாகும். தரப்பட்ட வெப்பநிலை, அழுக்கங்கள் என்பவற்றில்  $\eta$  மாறிலியாயிருக்கின்ற திரவங்கள் நியூற்றன திரவங்கள் எனப்படும். கொய்வு வீதமானது 0.002 ஆரை செக்.<sup>-1</sup> இலிருந்து 10,000 ஆரை. செக்.<sup>-1</sup> வரை மாறுமிடத்து வளியில் நீரின் பிசுபிசுப்பில் அளநதுணரக்கூடிய மாற்றமொன்றுமிராது எனக் கீஃபிதஸ் என்பார் 1921 இல் காட்டினார்.

சிறு துளைகளுடைய குழாய்களுடாகப் பாய்கின்ற நீரையும் நீர்க் கரைசல்களையும் நோக்கியே தொடக்கத்தில் புவாசேயின் விதி பெறப்பட்டது என்பதும், மனிதவுடலிலுள்ள நாளங்கள், மயிர்க்குழாய்கள் என்பவற்றில் குருதியின் பாய்ச்சலை நிருணயிக்கின்ற விதிகளைக் கண்டு பிடிப்பதே அவ்வாராய்ச்சிகளின் முதன்மையான நோக்குகளுள் ஒன்றாகவிருந்தபோதிலும், குருதியினிடத்துப் புவாசேயின் விதி சித்திப்பதில்லை என இன்று தெரிந்திருப்பதும், இங்கு கவனத்தைக் கவரும் செய்திகளாகும். பல தூய்மையற்ற திரவங்கள், அரைத்திரவங்கள், அரைத் திண்மங்கள் என்பவை தினசரி வாழ்வுக்கு இன்றியமையாதவை; அவற்றின் பாய்ச்சல் குருதியின் பாய்ச்சலுடன் ஒத்திருக்கின்ற இயல்பினால் அது சேற்றதாய்க் காணப்படுகின்றது. இத்தகைய திரவங்கள் நியூற்றன

முறையல்லாதவை எனப்படுகின்றன ; அதாவது அவற்றினிடத்து கொய்வு வீதமானது கொய்வுத் தகைப்புக்கு விகிதசமமாகாது ; மேலும் அவை புவாசேயின் விதிக்கோ ஸ்ரோக்சின் விதிக்கோ இணங்குவனவுமல்ல.

இவ்வாறு சீரற்ற முறையில் செயலாற்றுகின்ற திரவங்கள் பல்லினமானவை எனக் காணப்பட்டிருக்கிறது ; எடுத்துக்காட்டாக (திரவக் கூழ் போன்ற) ஒரு திரவத்திலே, அதிணின்று வேறுபட்ட தன்மையுடைய துணிக்கைகள் பரவிக் கிடக்கலாம் ; மேலும் திரவியமானது கட்டிக் கூழாக இருக்கலாம் ; அதாவது அத்திரவியமானது ஓர் அரைத்திண்மமாக ஆவதற்கான அமைப்பைக் கொண்டிருக்கலாம்.

நியூற்றன முறையல்லாத ஒரு திரவத்தின் “தோற்றப் பிசுபிசுப்பு”.—  
நியூற்றன முறையல்லாத திரவமொன்றில் தரப்பட்ட

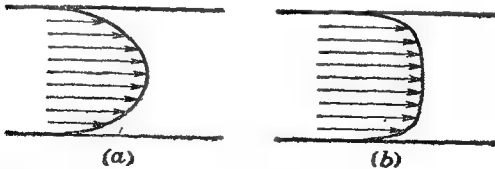
தகைப்பு

வேகப் படித்திறன்

என்னும் கணியமானது நிலைத்த ஒரு பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும் ; அது திரவத்தின் “தோற்றப் பிசுபிசுப்பு” எனப்படும். கொய்வு வீதம் கூடும்போது தோற்றப் பிசுபிசுப்பு குறைகின்றது என்பது சீரில் திரவங்களின் பொதுப் பண்பொன்றாகும்.

இனி, குருதியானது சிறுதுணிக்கைகளைக் கொண்டிருப்பதால் அது ஓர் ஏகவினத திரவமன்று ; ஆனால் அவை போதிய செறிவில் இராதபடியால் குருதியின் பிசுபிசுப்பானது கொய்வுவீதத்துடன் அவ்வளவாக மாறமாட்டாது. சிலவேளைகளில் அதிலுள்ள துணிக்கைகளை வெறுங்கண்ணால் மட்டும் அவதானிக்கலாம். ஆனால் பெரும்பாலும் துணிக்கைகள் அத்துணை சிறிதாயிருக்கிறபடியால் நுணுக்குக்காட்டியொன்றாலுங்கூட அவற்றைக் காணமுடியாது ; இருந்தாலும் திரவத்தின் ஏகவினமின்மை அத்திரவத்தின் ஒளியலைச் சிதறல் ஆற்றலால் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது

எவ்வாறு ஒரு குழாயிலே கொந்தளிப்பினறிப் பாய்கின்ற ஒரு நியூற்றன திரவத்தின் பாய்ச்சல் வீதமானது அக்குழாயின் குறுக்கே மாறுகின்றது



(a)

(b)

படம் 12-20. ஒரு திரவம் பாயும் குழாயொன்றிற்குக் குறுக்கே வேகப் பரம்பல்  
(a) நியூற்றன திரவங்கள், (b) நியூற்றன முறையல்லாத திரவங்கள் (செருகிப் பாய்ச்சல்).

என்பதைப் படம் 12-20 (a) காட்டுகின்றது. திட்டமான நியூற்றன முறையல்லாப் பாய்ச்சலினிடத்து வேகப்பரம்பல் படம் 12-20 (b) யில்

காட்டப்பட்டிருக்கிறது. குழாயினது குறுக்குவெட்டின் பெரும்பகுதியில் வேகம் கிட்டத்தட்ட மாறிலியாக இருந்து சுவர்களின் அண்மையில் வேகமாறுவீதம் பெரிதாயிருக்கின்றது. எனவே இத்தகைப் பாய்ச்சலானது செருகிப் பாய்ச்சல் எனப்படுகின்றது.

இப்பொழுது கருதப்பட்டு வருகின்ற இரு திரவவகைகளுக்கும்ிடையே யுள்ள வேறொரு முதன்மையான வித்தியாசம் பின்வருமாறு : நியூற் றனின் கருதுகோளின்படி ஓர் ஏகவினத் திரவத்திலே மிக மிகச் சிறிதாயிருக் கக்கூடிய அளவில் கொய்வுவீதம் ஆக்கப்பட்டதும் அத்திரவம் இயங்கத் தொடங்கும் என்பது அத்தகைய ஒரு திரவத்தின் பண்பாகும். இருந்தா லும் திரவத்தில் தொங்கியிருக்கின்ற திரவியத்தின் செறிவு உயர் வாயிருக்குமபோது திரவம் அசையத் தொடங்காது, சிறு கொய்வுத் தகைப்புக்களை எதிர்க்கும். திரவியம் பாயத்தொடங்குமுகமாகத் தகைப்பு உயர்த்தப்பட்டால், அப் பாய்ச்சல் எத்தகைப்பில் நிகழ்கின்றதோ அத் தகைப்பானது கருதப்படுகின்ற திரவியத்தின் இளகுநிலைப் பெறுமானம் எனப்படும். இவ்வண்ணமே சில இறுகிய பசைகள் நடந்துகொள்கின்றன. அதுபோலவே அச்சக் கலனென்றிலே உணவுப் பாகுகளை உருவாக்கிப் பின்பு அச்சுகலனை அப்புறப்படுத்துமிடத்துப் பாகானது பாயுமாறு புவி யீர்ப்பு விசைகள் தூண்டுகின்றபோதிலும் அது தன் வடிவத்தைப் பத்திரப்படுத்திக் கொள்கின்றது.

“ஓர் ஊனப்பசை கரைசலின் வடிவ அமைப்பானது திரவக்கூழ் எனனும் நியூற்றன முறையல்லாத ஒரு திரவம் வெப்பநிலை குறை தலால் உள்ளமைப்புப்பெற்று இளகுநிலையும் மீள்தன்மையும் கொண்ட கட்டிக்கூழாக மாறுகின்றது என்பதற்குரிய கருத்தைக் கவரும் ஓர் எடுத்துக் காட்டாகும்” என இவ்விடயம் தொடர்பாக ரிச்சேன் என்பார் குறிப்பிட்டுள்ளார்.† “சமநிலையினின்று கொஞ்சம் பெயர்க்கப்பட்ட பாகா னது முன்னும் பின்னுமாக நடுங்கிக் கடைசியாகச் சமநிலையை அடைகின்றது; இது மேற்படி மீள்தன்மையை எடுத்துக்காட்டுகின்றது. வெப்பமாக்கியோ, சிலவேளைகளில் குலுக்கியோ, கட்டிக்கூழைத் திரவக் கூழாக மாற்றலாம். விட்டுவைக்கப்பட்ட நிலையில் கட்டிக்கூழ்ப் பண்புகள் உடையதும் குழப்பமுறும்போது (தற்காலிகமாகத்) திரவக் கூழாய் மாறு கின்றதுமான தொகுதி தொடனிலை மாறுதன்மையுடையது எனப்படும். சிறந்த பூச்சானது இவ்வியல்புடையதாயிருத்தல் வேண்டும்; அப்பொழுது தான் அதை ஒரு பரப்பினமீது பூசி அல்லது வழுவழுப்பாக விசிறி விட் டால் அது சீரான அமைப்பையும் பளபளப்பையும் பெறுகின்றது. மேலும் இப்பூச்சானது பரவவேண்டிய பரப்பில் மெதுவாகப் படியும்போது அது உயர் பிசுபிசுப்பு உடையதாயிருக்கிறது; (இது இறுதியில் அழகான “தோற்றத்தை” வருவிக்க முயல்கின்றது) ஆனால், விசிறுபம்பி மூக்கி னின்று உயர் வேகத்துடன் செலுத்தப்படும்போது அதன் பிசுபிசுப்பு குறைவாக இருக்கிறபடியால் மூக்கிற் சக்தி நட்பவர்கள் இழிவாக்கப்படுகின்றன.

† ‘Endeavour’, 4, இதழ் 14, ஏப்ரல், 1945.

நியூற்றன முறையல்லாத திரவங்களைப் பரிசோதனை முறைப்படி ஆராய்வுத் தீர்மானம். எனவே அதில் தெரிந்த வெவ்வேறு கொய்வுவீதங்களை ஆக்கக்கூடிய ஓர் ஆய்கருவியைத் திப்பிட்டமைக்க வேண்டியிருக்கின்றது. தற்பொழுது இத்துறையிற் போதிய முன்னேற்றம் இல்லாதபடியால் மயிர்த்துளைக் குழாய்களைப் பயன்படுத்த முடியாது. எனவே ஓர் உருளைப் பிசுபிசுப்புமானியைப் பயன்படுத்த வேண்டியதாகிறது. இத்தகைய ஒரு பிசுபிசுப்புமானியிலே உண்மையான திரவமொன்று இருக்கும்போது அத்திரவத்தின் பிசுபிசுப்பு

$$\eta = \frac{b^2 - a^2}{4\pi a^2 b^2 l} \frac{\Gamma}{\omega_0} \quad [\text{பக்கம் 673 ஐப் பார்க்க}].$$

மேலும்  $\eta$  மாறிலியாயின  $\frac{\Gamma}{\omega_0}$  உம மாறிலியாகும். பயன்படுத்தப்படுகின்ற

திரவம் நியூற்றன முறையல்லாததொன்றாயின  $\frac{\Gamma}{\omega_0}$  என்பது மாறிலியாகாது.

இவ்வகையான பிசுபிசுப்புமானியிலே கொய்வு வீதம்

$$r \frac{d\omega}{dr} = \frac{\Gamma}{2\pi \eta l} \left( \frac{1}{r^2} \right),$$

பக்கம் 673 ஐப் பார்க்க; எனவே அது ஊட்டின் குறுக்கே மாறுகின்றது. இவ்விடயத்தைப் பற்றி உசாவுமிடத்து அன்டரேட் என்பாரா பின்வருமாறு கூறியுள்ளார்:—“திரவமானது நியூற்றன முறையல்லாததாயின், பிசுபிசுப்புக்கு, வீச்சில் எதேனும்மொரு சிறப்பியல்பான கொய்வுவீதத்துக் கொத்த பெறுமானமொன்றைப் பெறுகிறோம். எவ்வாறு மிகப் பொருத்தமான பெறுமானத்தை எடுக்கவேண்டும் என்பதே பிரச்சினை ..... ஒவ்வொரு மூலகப் பரப்பையும் அதற்குப் பொருத்தமான வீதத்தால் பெருக்கித் தொகையிட்டுப் பின்பு உருளைகளுக்கிடையேயுள்ள பரப்பளவாற் பிரித்து, கொய்வு வீதத்தின் ஒரு சராசரிப் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்; இம்முறைப்படி.

$$\begin{aligned} \text{சராசரிக் கொய்வுவீதம்} &= \frac{\int_a^b 2\pi r \cdot r \frac{d\omega}{dr} \cdot dr}{\pi(b^2 - a^2)} \\ &= \frac{4a^2 b^2 \omega_0}{(b^2 - a^2)^2} \text{இ.ம.} \left( \frac{b}{a} \right); \end{aligned}$$

அல்லது புறவுருளையின் எகபரிமாண வேகத்தை எடுத்து, அதை ஊட்டினால் பிரித்துக் கொய்வுவீதத்துக்கு  $\frac{b\omega_0}{b-a}$  என்னும் பெறுமானத்தைப் பெறுகிறோம். இங்கு முந்தியதையே செய்தல் வேண்டும்”.



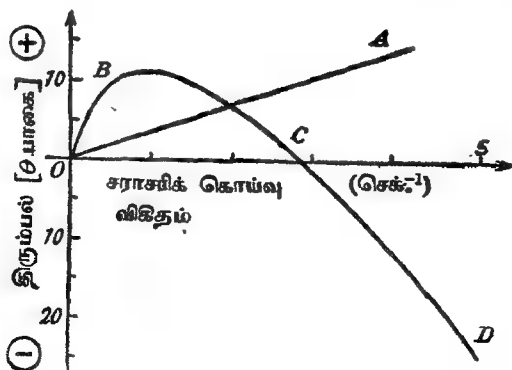


அலுமினிய நுகம் FFFF இனால் ஒன்றோடொன்று விறைப்பாகத் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. நுகமானது முறுக்கற்கம்பி TT யினால் தொங்கியிருக்கின்றது.

மாறாவேக மோட்டருடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற கப்பி DP ஆனது தொடர்ச்சியாக மாறும் துணைப்பொறி ஒன்றால் துணைப்பொறிப் பெட்டி GB யைச் செலுத்துகின்றது. முந்தியது வில்லாற் ரெழிற் படும் உராய்வுத் தட்டு FD<sub>2</sub> இனாலும் உராய்வுச்சில்லு FW<sub>2</sub> இனாலும் ஆனது. தட்டின் மையம் குறித்துச் சில்லின் நிலையைச் செப்பஞ் செய்யலாம்; எனவே தட்டின் வேகத்தைத் தொடர்ச்சியாக மாற்றலாம். ஆய்கருவியில் எஞ்சி யிருக்கின்ற பகுதியானது இரு பிசுபிசுப்புமானிகளின் வெளியுருளைகளை எதிரான திசைகளில் சுழற்றிவைப்பதற்கு வேண்டிய உபகரணங்களைக் கொண்டுள்ளது. இவ்விரு உருளைகளையும் ஒரே கோண வேகத்தில் அல்லது வரையறுத்த ஆனால் செப்பஞ் செய்யக்கூடிய விகிதத்தில் உள்ள வேகங் களிற் செலுத்தலாம்.

ஒன்றை மேற் பிசுபிசுப்புமானியிலும் மற்றையதைக் கீழுள்ளதிலும் என்றவாறு இரு வெவ்வேறு நியூற்றன திரவங்களைப் பயன்படுத்து மிடத்துத் தொங்கிய நுகமானது திரும்பலுறாமல் இருக்கும்வண்ணம் சுழற்சி வேகங்களின் விகிதத்தைச் செப்பஞ் செய்யலாம். விகிதம் மாறாதிருக்க, வேகங்களை அதிகரிக்கச் செய்யுமிடத்து அதே விகிதத்தில் கொய்வு விகிதம் அதிகரிக்கிறபடியால் திரும்பல் பூச்சியமாயிருக்கும். மேற்படித் திரவங்களுள் ஒன்று நியூற்றன முறையல்லாத தாயிருந்தால் இது நிகழமாட்டாது.

மேலும், உண்மையான திரவங்களைப் பயன்படுத்துமிடத்து, வெளியுருளை களின் சுழற்சி வேகங்கள் சர்வசமனாயின், படம் 12.22 இல் OA என்னும்



படம் 12.22. வேற்றுமையுருளைப் பிசுபிசுப்புமானியில் உண்மையான திரவம், நேரில்முறைத் திரவம் என்பவற்றின் போக்கு.

நேர்க்கோட்டால் காட்டியுள்ளவாறு, திரும்பலானது வேகத்துடன் ஒருபடி முறையில் மாறும். இந்நேர்கோட்டை

$$\theta = \kappa(\eta_T - \eta_S) \sigma$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் குறிக்கமுடியும்; இங்கு  $\theta$  திரும்பலும்,  $\kappa$  ஆய்கருவி மாறிலியும்,  $\eta_S$  நியமத் திரவத்தின் பிசுபிசுப்பும்,  $\eta_T$  சோதிக்கப்படுகின்ற திரவத்தின் பிசுபிசுப்பும்,  $\sigma$  சராசரிக் கொய்வு விசிதமும் ஆகும். வழக்குமுறையில், கீழ் உருளையிலுள்ள திரவம் மற்றையதைக் காட்டிலும் உயர்வான பிசுபிசுப்பு உடையதாயிருக்குமிடத்து திரும்பல் நேர் எனக் கருதப்படும்.

அடுத்து, கீழ் உருளையிலுள்ள திரவத்திற்குப் பதிலாகக் கறையாப் பிசினின் இரண்டு சதவீத நீர்க் கரைசல் போன்ற நேரில்முறைத் திரவ மொன்று வைக்கப்படுக. அப்பொழுது வளைவி OBCD பெறப்படுகின்றது. பிசுபிசுப்பானது கொய்வு வீதத்தில் தங்கியுள்ளது என இது உடனடியாகக் காட்டுகின்றது. இவ்வளையியை

$$\theta = \kappa(\eta_0 - \eta_S) \sigma$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டாற் குறிக்கலாம்; இங்கு  $\eta_0$  ஆனது ஒத்ததான கொய்வு வீதத்திலே சீரில்லாத் திரவத்தின் “தோற்றப் பிசுபிசுப்பு” ஆகும். நியூற்றன திரவத்தினிடத்து உள்ளுருளைமீது தாக்குகின்ற இணையானது சுழற்சி வேகத்தின் ஒருபடிச் சார்பாகும்; ஆனால் சீரில்லாத் திரவமொன்றினிடத்து, வேகங்கூடுங்கால் கொய்வு வீதத்தைக் குறித்துக் கொய்வுத் தகைப்பின் விசிதமானது குறைகின்றபடியால் இணை அதனினும் மெதுவாகவே கூடுகிறது.

## பயிற்சி XII

12-01. விட்டம்  $2a$  கொண்ட ஓர் அரைவட்ட நுண்ணைக் குழாயிலே பாரமான திரவமொன்று கொள்ளப்பட்டிருக்கின்றது; குழாய் நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலும் அதன் முனைகள் கிடைத் தளமொன்றிலும் இருக்கின்றன; திரவமானது குழாயின் ஒரு கால் வாசியை நிரப்புகின்றது. நிலைக்குத்து விட்டமொன்றைப் பற்றிக் கோணவேகம்  $\omega$  உடன குழாயைச் சுழலச் செய்தபோது குழாயின் ஒரு முனைக்குத் திரவம் எறிற்று. பரப்பிழுவை விளைவுகளைப் புறக்கணிக்குமிடத்து

$$\omega \omega^2 = 2\sqrt{2}g$$

என நிறுவுக; இங்கு  $g$ , புவியீர்ப்புச் செறிவு.

12-02. பாயியொன்றிலே அருவிக்கோட்டியககத்திற்கு

$$gz + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} = 0$$

எனக் காட்டுக; அதிலிருந்து,  $\rho$  மாறிலியாயின்,  $gz + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} =$  மாறிலி எனக் காட்டுக.

வாயுக்களைப் பொறுத்தமட்டில் ■ ஐப் புறக்கணிக்கலாம். வாயுவொன்றிற்கு  $p_0^{\gamma} =$  மாறிலி; இங்கு  $\gamma$  மாறிலி; அவ்வாயுவுக்கு

$$u^2 + Ap^n$$

என்பது மாறிலியாகும் எனக் காட்டுக: இங்கு  $A$  ஒரு மாறிலியும்,

$$n = 1 - \gamma^{-1}$$

உம் ஆகும்.

இதிலிருந்து  $u = 0$  உம்  $p = p_1$  உம் ஆய் இருக்கின்ற பாத் திரமொன்றிலிருந்து  $u = U$  வும்  $p = p_2$  உம் ஆய் இருக்கின்ற இடமொன்றிற்கு இவ்வாயுவானது பாயுங்காலே, அப்பொழுது

$$U^2 = A(p_1^n - p_2^n)$$

எனக் காட்டுக.

12.03. அருவிக்கோடொன்று வழியே பாயியொன்றின் அழுக்கத்தையும் வேகத்தையும் தொடர்புபடுத்துகின்ற கோவையொன்றைப் பெறுக (பேணுய்யின தேற்றம்).

குழாயொன்று வழியே திரவமொன்றின் பாய்ச்சல்வீதம் அளத்தலுக்கான கருவியொன்றை விவரித்துக்கூறுக; பேணுய்யின தேற்றத்தை எடுத்துக்கொண்டு அப் பாய்ச்சல் வீதத்துக்குக் கோவையொன்றைப் பெறுக.

கிடையான கண்ணாடிக் குழாயொன்றுடே நீர் பாய்கின்றது.  $A$  என்னுமிடத்தில் குழாயின் ஆரை 2.0 சமீ. ஆகும்;  $B$  எனப்படும் அது 0.5 சமீ. ஆகும். பிசுமினப்பாலும் கொந்தளிப்பாலும் ஆகின்ற சக்தி நடங்களைப் புறக்கணித்து,  $A$  யிற்கும்  $B$  யிற்கும் இடையேயுள்ள அழுக்க வித்தியாசம் 1.8 சமீ. நீர் ஆய் இருக்குமபோது குழாயில் நீரின் பாய்ச்சல் வீதத்துக்குப் பெறுமானமொன்றைக் கணிக்க. [46.7 சமீ.<sup>3</sup> செக். <sup>-1</sup>]

12.04. கிண்ணமொன்றிலேயுள்ள நீர்த்துணிகளைக்கள அக்கிண்ணத்தின் மையத்திலுள்ள துளையொன்றை நோக்கி மெதுவாகக் கிட்டத்தட்ட வட்டமான பாதைகளில்  $u = \frac{a}{x}$  என்னும் விதிக்கு இணங்குமுகமாக அசைகின்றன; இங்கு  $u$ , துணிக்கையொன்றின் வேகமும்,  $a$  மைய வசிலிலிருந்து அததுணிக்கையின் தூரமும்,  $a$  ஒரு மாறிலியும் ஆகும். நீரின் பரப்பில்

$$z = A - \frac{a^2}{2gx^2}$$

எனக் காட்டுக.

$A = 1$  அடி எனவும்,  $a = 0.75$  அடி.<sup>3</sup> செக். <sup>-1</sup> எனவும் கொண்டு, வளைபரப்பின் வடிவத்தைத் தருகின்ற வளையியைக் குறிக்க.  $(A - z)$  என்பது எதை எடுத்துக்காட்டுகின்றது?

## அதிகாரம் XIII

### பிரௌண அசைவு, பிரசாரணம், நீர்க்கரைசல்களில் பரவுகை

மூலக்கூற்றுக் கரைசல்களும் கூழ்க்கரைசல்களும்.—எடுத்துக்காட்டாக, மிகையான நீருடன் வெல்லம் சேர்க்கப்பட்டால் அவ்வெல்லம் கரைகின்றது ; கட்புல நிலையிலிருந்து அது கரைசலில் மறைந்துபோகின்றது. ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் சிறிய கனவளவிலேதான் பரிசோதனைகளில் நீர் பயன்படுத்தப்படுகின்றபோதிலும் வெல்லமானது கரைசலில் சீராகப் பரம்பியிருக்கின்றது எனக் காணப்படுகின்றது. கரைதல முற்றுப்பெற்றதும் கிடைக்கக்கூடிய மிக்க ஆற்றலுடைய நுணுக்குக்காட்டிகூட வெல்லத் துணிக்கை எதையும் உணரமாட்டாது. இச்செய்தியிலிருந்து வெல்லமானது அதனது பிரிக்கமுடியாத கூறுகளாக, அதாவது வெல்ல மூலக்கூறுகளாகச் சிதையப்பட்டிருக்கின்றது என முடிவு செய்யப்படுகின்றது.

மேலும் சோடியங் குளோரைட்டு, வெள்ளிறைத்திரேற்று என்பவற்றின் நீர்க்கரைசல்களை ஒருமிக்கக் கலக்குமிடத்து வெள்ளிக்குளோரைட்டின் வெள்ளையான வீழ்படிவொன்று உடனே உண்டாகி (அதில் இருக்கின்ற) திண்மத் துணிக்கைகள் எலலைப் பருமனொன்றை அடையும்வரை வளர்கின்றன. இத்துணிக்கைகள் எளிதிற் கட்புலனாகின்றன ; புனியீர்ப்பின தாக்கத்தால் அவை ஈற்றிலே கொள்பாத்திரத்தின் அடியிற் படுகின்றன. வெள்ளிக்குளோரைட்டுத் துணிக்கைகள் அத்துணைப் பெரிதாயிருக்கின்ற படியால் அவை வழக்கமான வடிதாளிலுள்ள நுண்ணுகளுடே செல்ல மாட்டா ; எனவே வடித்தலால் வீழ்படிவைக் கலவையிலிருந்து அப்புறப் படுத்தலாம். எனினும் 0.01 சதவீதத்தில் பொன்குளோரைட்டைக் கொண்டிருக்கும் நீர்க்கரைசலுடன் மகனீசியாவைச் சேர்த்துச் சற்றுக் காரமாக்கி, அதிற் கொஞ்சம் போமலிடுகைட்டுத் துளிகள் விரும்போது கலவையானது மாணிக்கத்தின் சிவப்பு நிறத்தைப் பெறுகின்றது ; இங்கு நீரில் மகனீசியமொட்சைட்டின கரையுந்தன்மை மிகச் சிறிதே என்பது குறித்தற்பாலது. இந்நிறமாதல் உலோகப் பொனானது நுண்துணிக்கைகளாக இருப்பதால் நிகழ்கின்றது ; ஈர்ப்பானது அவற்றைப் படியச் செய்ய மாட்டாது ; வடிகட்டலாற் பொன்னை நீர்க்கலவையினின்று அப்புறப்படுத்த முடியாது. இதுபோன்ற எடுத்துக்காட்டுக்களில், இரு தெளிவான கரைசல்களின் கலப்பால் உண்டாகின்ற தொங்கற் பொருளானது மூலக்கூற்றுத் திரள்களைக் கொண்டிருக்கின்றது ; அவற்றை எங்களுக்குக் கட்புலனுக்குவதற்கும் போதிய ஆற்றலுடைய நுணுக்குக்காட்டிகளில்லை ; இருந்தாலும் திரவத்தினுடே செறிவுமிக்க ஒளிக்கற்றையொன்றைச் செலுத்தி அத்

திரவத்தைப் படுகற்றையின் திசைக்குச் செங்குத்தான திசையில் நோக்கினால், சிதறிய ஒளியாலாகின்ற கலங்கல் எளிதில் காணப்படுகின்றது. திரவவழக்கத்தில் சிறிய, ஆனால் மூலக்கூற்றுப் பரிமாணங்கள் கொண்டிராத திரள்கள் தொங்கியிருக்கின்றன என இக்கலங்கலானது உணர்த்துகின்றது. இத்தகைய தொங்கல் கூழ்க்கரைசல் எனப்படுகின்றது.

கூழ்க்கரைசலொன்றை ஆக்குகின்றவையும், கிட்டத்தட்ட எல்லா எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் நீரைக் காட்டிலும் உயர்ந்த அடர்த்தி உடையவையுமான துணிக்கைகள் படிசிறுதில்லை என்பதற்குக் காரணங்காணும் பொருட்டு முந்திய அதிகாரத்தில் எடுத்துரைக்கப்பட்ட ஸ்ரோக்கின் விதியை ஞாபகப்படுத்துதல் தேவையாகின்றது (பக்கம் 687 இற் காண்க). அங்கு பிசுக்கு ஊடகமொன்றிலே புவியீர்ப்புக் காரணமாக இறங்குகின்ற சிறு கோள மொவ்வொன்றும்

$$u = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \sigma)gr^2}{\eta}$$

என்பதால் தரப்படுகின்ற முடிவு வேகமொன்றை அடைகின்றது எனக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது ; இங்குள்ள குறியீடுகள் அவ்வவற்றின் வழக்கமான கருத்துக்கள் உடையன.  $20^\circ$  ச. இல் நீருக்கு  $\eta = 0.01$  போயிசு ஆகும் ; அந்நீரில்  $10^{-6}$  சமீ. ஆரையுடைய பொன்துணிக்கைகள் தொங்கியிருக்கும்போது அவற்றின் முடிவுவேகம்  $4 \times 10^{-7}$  சமீ. செக். $^{-1}$  ஆகும் ; அதாவது அத்துணிக்கைகள் நீரில் 1 சமீ. இறங்கும் பொருட்டுக் கிட்டத்தட்ட  $2.5 \times 10^8$  செக். அல்லது 30 நாள் செல்லல் வேண்டும்.

**பிரௌண் அசைவு.**—கிட்டத்தட்ட 1828 இல், ஆங்கிலேய தாவரவியல் அறிஞர் பிரௌண் என்பார் நீரில் தொங்கியுள்ள சில மகரந்தமணிகளை நுணுக்குக்காட்டியொன்றால் நோக்கினார். இம்மணிகள் பெரிதும் கிளர்ச்சியுற்றுக் கூத்தாடுகின்றன எனவும் அக்கூத்தின் சுறுசுறுப்பானது ஒரு போதும் குறையாது இருக்கின்றதெனவும் அவர் கண்டுபிடித்தார். இத்துணிக்கைகள் தோற்றமளவில் யாதொரு கட்டுப்பாடுமின்றி, நுணுக்குக் காட்டியின் பார்வைப் புலத்தில் இங்கும் அங்குமாக அசைகின்றன எனக் காணப்பட்டது. எவ்வகையான துணிக்கையும், அது போதியவளவு சிறிய தாயிருந்தால், இதே குறிப்பிடத்தக்க தோற்றப்பாட்டை வெளிப்படுத்துகிறது என, தொடர்ந்த பரிசோதனைகளால் தெரியவந்தது ; எனவே இத்தோற்றப்பாடு எதேனுமோர் உயிர்த்தொடர்பில்லாத காரணமொன்று லானது எனப் பிரௌண் முடிவு செய்துள்ளார். இவ்வியக்கத்தின் அடிப்படையான காரணம் பற்றிப் பல கருதுகோள்கள் ஆராயப்பட்டபின், தொங்கிய துணிக்கைகளின் ஒழுங்கற்ற இயக்கமானது அத்துணிக்கைகளைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற திரவமூலக்கூறுகளின் வெப்பக் கலக்கத்தாலாகின்றது என 1877 இல் டெஸூலு (Delsaulex) என்பாரும், 1888 இல் கூயி (Gouy) என்பாரும் முடிவு செய்தனர்.

1828 இற்கும் 1905 இற்கும் இடைப்பட்ட காலத்தில் நடாத்தப்பட்ட பல ஆராய்ச்சிகளின் விளைவாக பின்வருவன உறுதிப்படுத்தப்பட்டுள்ளன :

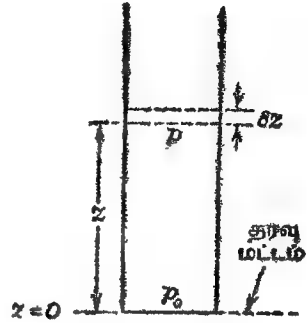
- (a) தொங்கிய துணிக்கைகள் பெரிதும் ஒழுங்கற்ற இயக்கங்களை ஏற்படுத்துகின்றன எனவும் அவ்வியக்கங்களுக்குக் குறித்த நோக்கமில்லை எனவும்,
- (b) திரவவூடகத்தின் பிசுபிசுப்பு எவ்வளவு கூடுதலாயிருக்கின்றதோ அத்திரவத்தில் தொங்கிய துணிக்கைகளின் இயக்கம் அவ்வளவு மெதுவாயிருக்கின்றது எனவும்,
- (c) துணிக்கைகள் எவ்வளவு சிறிதாயிருக்கின்றனவோ அவற்றின் இயக்கம் அவ்வளவு விரைவாயிருக்கின்றது எனவும்,
- (d) தோற்றப்படுகின்ற இயக்கம் தொடர்ச்சியானதும் நிலைபெறுபடியதும் எனவும்,

தொங்கிய துணிக்கைகளின் பிரௌன அசைவானது சில படிக்கைகளில் அடைக்கப்பட்டிருக்கின்ற குழிகளிலுள்ள திரவங்களிலும் காணப்படுகின்றது எனவும், அக்குழிகளும் அவற்றிலுள்ள திரவங்களும் பல்லாயிரமாண்டு காலமாக அங்கிருந்திருக்க வேண்டும் எனவும் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது.

இவ்வண்ணம் பிரௌன அசைவு எனப்படும் இவ்வசைவானது தனித் தனித் துணிக்கைகளின் ஒரு சிறப்பியல்பாகும் எனவும் துணிக்கையொவ்வொன்றும் அயற்றுணிக்கைகளைச் சாராத வகையில் அசைகின்றது எனவும் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இவ்வியக்கமானது நிலையானதாதலால் அதனைப் பேணுவதற்கு வேண்டிய சக்தி முதலானது திரவ மூலக்கூறுகளின் என்று முள்ள வெப்பவியக்கத்திலேயே இருத்தல் வேண்டும்.

மேற்படி எண்ணங்களை அடிப்படையாக வைத்துக்கொண்டு, மேற்படி அசைவில், தொழிற்படுகின்ற முறைகளைப் பற்றிய கருத்தொன்றை உருவாக்க முடிகின்றது. திரவ மூலக்கூறுகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் தொங்கிய துணிக்கையானது (விசைத்  $10^4$  வரிசையில் படுமாறு) பெரிதாயிருந்தால் அத்துணிக்கையிது நிகழ்கின்ற மூலக்கூற்று மோதுதல் பெரும்பாலும் சீராகவே இருக்கும் ; துணிக்கை எதுவாகிலும் அதன் இயக்கமானது புவிப்பீழ்வு, திரவத்தின் பிசுபிசுப்பு ஆகியவற்றால் மட்டுமே நிர்ணயிக்கப்படும். அதனினும் சிறிய துணிக்கைகளிடத்து, நேரவலகொன்றில் மோதுகின்ற துணிக்கைகளின் எண் சிறிதாக இருக்கின்றபடியால் மோதுதலானது குறைவாகவே சீராயிருக்கும் என நிகழ்தகவு விதிகள் உணர்த்துகின்றன. மோதுகின்ற மூலக்கூறுகளின் பரம்பலிலுள்ள இச்சமயின்மையானது தொங்கிய துணிக்கையின் அசைவுக்கு எதுவான விசையொன்றைத் தோற்றுவிக்கின்றது ; தரப்பட்ட எந்த எடுத்துக்காட்டிலும் துணிக்கையின் இயக்கமானது அத்துணிக்கை அசையும் ஊடகத்தின் பிசுபிசுப்பால் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றது.

பிரௌண் அசைவுகளும் லப்பிலாசின் வளிமண்டல விதியும்.—பதார்த்த மொன்று கரைசலிலிருக்கும்போது கரைந்த அப்பதார்த்தத்தின் மூலக் கூறுகள் பலவகைகளிற் சுயாதீன வளியில் இலட்சிய வாயுவொன்றின் மூலக்கூறுகள்போல் தடையின்றி அசைகின்றன எனக் கரைசல்களின் பௌதிகவிசயனவியல் தொடர்பாக நடாத்தியுள்ள பல ஆராய்ச்சிகளிலிருந்து முடிவு செய்யப்பட்டுள்ளது. பிரௌண் அசைவுக்கு ஆளாகின்ற தொங்கிய துணிக்கைகளை மேலும் வெற்றிடமாக இருக்கின்ற இடத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளாலாகும் வாயுமண்டலமொன்றுடன் ஒப்பிடலாம் என இனிக் கொள்வோம். ஆனாலும் ஆராய்ச்சியைத் தொடர்ந்து நடாத்தும் பொருட்டு லப்பிலாசின் வளிமண்டல விதியை அறிமுறைப்படி நிறுவ வேண்டியதாயிற்று.



படம் 13-01. லப்பிலாசின் வளிமண்டல விதி.

இதன் பொருட்டுப் படம் 13-01 இற் காட்டியுள்ள உயர்ந்த நிலைக்குத்தான உருளைப் பாத்திரமொன்றில் அடைக்கப் பட்டிருக்கின்ற இலட்சிய வாயுவொன்றைக் கருதுக. பாத்திரத்திலே, உயரம்  $z$  இல், அழுக்கம்  $p$  ஆகுக. உயரம்  $z + \delta z$  இலே அழுக்கம்  $p + \delta p$  ஆகுக. அப்பொழுது  $g$  புவியீர்ப்புச் செறிவும்,  $\rho$  அழுக்கம்  $p$  யில் வாயுவின் அடர்த்தியுமாயின்

$$\delta p = -g\rho \delta z = -g\frac{M}{V}\delta z$$

எனப் பெறுவோம்; இங்கு  $M$  கிராமுலக்கூறு அல்லது மூலொன்றின் திணிவும்,  $V$  ஆனது அழுக்கம்  $p$  யில் வாயுவின் மூலொன்றற் கொள்ளப் படும் கனவளவும் ஆகும். மேலும்

$$pV = RT$$

என்பதும் தெரிந்ததே; இங்கு  $T$  வாயுவின் தனிவெப்பநிலையும்,  $R$  அகில வாயு மாறிலியும் ஆகும்.

$$\therefore \frac{\delta p}{p} = -\frac{Mg}{RT}\delta z;$$

தொகையீட்டால் இது,

$$p = p_0 \text{ அடுக். } \left( -\frac{Mg}{RT} z \right)$$

ஆகின்றது; இங்கு  $p_0$  தரவுமட்டத்தில், அதாவது  $z=0$  இல் வாயுவின் அழுக்கமாகும். தொகையிடலில் வெப்பநிலையானது எங்கும் அதே மாறாப் பெறுமானம் உடையது எனக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.



மேலும், முறையே உயரம்  $z$  இலும் தரவு மட்டத்திலும் கனவள வலகொன்றிலேயுள்ள துணிக்கைகளின் எண்ணிக்கைகள்  $n$ ,  $n_0$  என்பன  $p$  யிற்கும்  $p_0$  இற்கும் நேரடி விகிதசமனத்தலால்

$$n = n_0 \text{ அடுக். } \left( -\frac{Mg}{RT} z \right) = n_0 \text{ அடுக். } \left( -\frac{mNg}{RT} z \right)$$

எனப் பெறுகிறோம் ; இங்கு  $N$  அவகாதரோவின் மாறிலி, அதாவது கிராமுலக்கூறொன்றிலுள்ள மூலக்கூறுகளின் எண்,  $m$  மூலக்கூறொன்றின் திணிவு ஆகும்.

இதுவே லப்பிலாசின் பெயர்பெற்ற வளிமண்டல விதி ; எவ்வாறு வாயுமண்டலமொன்றிலே கனவளவலகொன்றிலிருக்கின்ற துணிக்கைகளின் எண்ணிக்கையானது உயரத்துடன் மாறுகின்றது என்பதை அது திட்டமாக எடுத்துரைக்கின்றது.

உண்மையான வாயுமூலக்கூறொன்றின் திணிவானது மிக மிகச் சிறிதாயிருக்கின்றபடியால் அளக்கக்கூடிய அளவில் அடர்த்தி மாறவேண்டுமானால் அதிகமான உயரங்கள் அடைந்தாகவேண்டும் என்பது மேற்படிவாதத்திலிருந்து தெளிவாகும். மற்றப்படி வெல்ல மூலக்கூறுகள் போன்றவற்றிற்கு, அம்மூலக்கூறுகளினது பரம்பலின் அடர்த்தியில் நைதரசனின் அடர்த்தியில் தரப்பட்ட மாறலொன்றிற்குச் சமமான பின்னமாற்றம் அடையும் உயரமானது நைதரசனில் அதற்கு ஒத்த உயரத்தின் அடு (0.1) மடங்காகும். வெல்லமூலக்கூறுகளினது திணிவின்  $10^5$  மடங்கு திணிவுடைய கூழ்த்துணிக்கைகளிடத்து, பரம்பலின் செறிவில் குறிப்பிட்ட பின்னமாற்றமொன்று ஒருசில மில்லிமீற்றரில் தோன்றும் ; ஆனால், உண்மையான வாயுமண்டலமொன்றில் அதற்கு ஒத்த மாற்றத்தை உண்டுபண்ண உயரத்தில் பல கிலோமீற்றர் மாற்றம் வேண்டியதாகின்றது.

வாயுவொன்றிலே உயரத்துடன் மூலக்கூறுகளின் பரம்பலை எடுத்துரைக்கின்ற லப்பிலாசின் சமன்பாட்டைக் கூழ்த்துணிக்கைகளிடத்துப் பயன்படுத்துமுன், துணிக்கையொவ்வொன்றும் மிதப்புறுகின்றது என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும் ; எனவே  $g$  யிற்குப் பதிலாக  $\left(1 - \frac{d}{D}\right)g$  யைப் பிரதியிடல் வேண்டும் ; இங்கு  $d$  திரவத்தின் அடர்த்தியும்,  $D$  துணிக்கைகளின் அடர்த்தியும் ஆகும். அப்பொழுது,

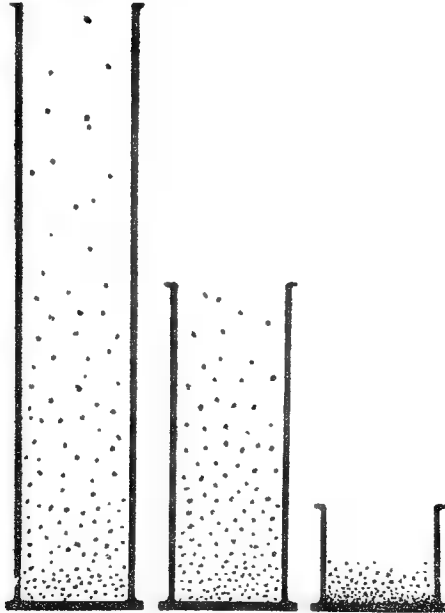
$$\frac{n}{n_0} = \text{அடுக். } \left[ -\frac{N}{RT} m \left(1 - \frac{d}{D}\right) gz \right] = \text{அடுக். } \left[ -\frac{N}{RT} U(D-d)gz \right],$$

இங்கு  $U$  துணிக்கையொன்றின் கனவளவு ஆகும். மேற்படி சமன்பாட்டை

$$\text{இ.மட. } \frac{n_0}{n} = \frac{N}{RT} U(D-d)gz$$

எழுதலாம்.

$n = n_0$  அடுக்.  $\left(-\frac{Mg}{RT}\right)^2$  என்னும் கோவையானது தரப்பட்ட ஐதாக்க லொன்றை ஆக்குதற்குத் தேவையான ஏற்றம் கருதப்படுகின்ற வாயு வின் இயல்பைப் பொறுத்துள்ளது எனக் காட்டுகின்றது. அல்லாமலும்  $Mz$  மாறிலியாக இருக்குமிடத்து  $\frac{n}{n_0}$  என்னும் பின்னமும் மாறிலியா கும். இது வாயுவொன்றின் மூலக்கூற்று நிறையானது வேறொன்றின் மூலக்கூற்று நிறையின் பதினாறு மடங்கு ஆயின், அதே ஐதாக்கலை உண்டாக்குமிடத்து முதல்வாயுவில் வேண்டிய ஏற்றம் இரண்டாவதில் வேண்டிய ஏற்றத்தின் பதினாறின் ஒரு பங்காகும் (அ-து. 16 மடங்கு குறைவாகும்) என உணர்த்துகின்றது.  $0^\circ$  ச. இலுள்ள ஒட்சிசனில் அதன் அடர்த்தியை அரையாக்கும் பொருட்டு 5 கிமீ. ஏறவேண்டியதாதலால்  $0^\circ$  ச. இலுள்ள ஐதரசனில் அதே பின்னவொடுக்கத்தையிட்டு 80 கிமீ. உயரம் அடைதல் வேண்டும்.



படம் 13-02. மிகவும் உயர்ந்த வாயுச்சாடிகளில் சம எண்ணிக்கையில் இருக்கின்ற ஐதரசன், ஈலியம், ஒட்சிசன் மூலக்கூறுகளின் பரம்பல்.

படம் 13-02 ஆனது மிகவும் உயர்ந்த நிலைக்குத்தான மூன்று சாடிகளை எடுத்துக்காட்டுகின்றது (அவற்றுள் உயரம் மிக்கதன் உயரம் 300 கிமீ.

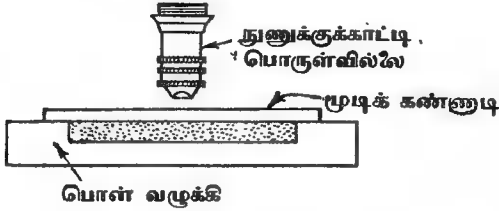
ஆகும்); அவை முறையே ஐதரசன், ஈலியம், ஒட்சிசன் ஆகியவற்றின் மூலக்கூறுகளே சம எண்ணிக்கையிற் கொண்டிருக்கின்றன. வெப்பநிலை மாறாதது எனக் கருதினால், படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு மூலக்கூறுகள் பரம்பியிருக்கும்; மூலக்கூறுகளின் திணிவு எவ்வளவு கூடுதலாயிருக்கின்றதோ அவ்வளவு நெருங்கியே சாடியின் அடியில் அம்மூலக்கூறுகள் கிடக்கும்.

மேற்படி வாதத்தை நுணுக்கமாக ஆராயுங்காலே திரவமொன்றில் தொங்கியுள்ள துணிக்கைகளிடத்து இலட்சியவாயு விதிகளைப் பிரயோகித்துள்ளோம் எனக் காணப்படுகின்றது. இது சரியெனக் காட்டும்பொருட்டு மக்ஸ்வெலின் சக்திச்சமங்கீட்டுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டியதாயிற்று. மக்ஸ்வெலினது கருத்தின்படி இயக்கச் சமநிலையிலிருக்கின்ற தொகுதியொன்றின் சக்தியானது சாத்தியமான எல்லாச் சுயாதீனப் படிகளுக்குமிடையே சமமாகப் பங்கிடப்பட்டிருக்கின்றது. இவ்வாறு ஐதரசன் ( $1H^1$ ) உடன் கலக்கப்பட்டிருக்கின்ற புரோமீன் ( $35Br^{80}$ ) ஆவி என்பதற்கு புரோமீன் மூலக்கூற்றொன்றின் சராசரிச் சக்தியானது ஐதரசன் மூலக்கூற்றொன்றின் சராசரிச் சக்திக்குச் சமன; இங்கு துணிக்கைகளின் திணிவுகள் எண்பதுக்கு ஒன்று எனனும விசுத்தத்தில் இருக்கின்றன. திணிவு இன்னும் கூடுதலாயிருக்கின்ற வாயுமூலக்கூறுகளிடத்தும் மேற்படி தேற்றம் வழுவாதிருக்கின்றது; மாணமூலக்கூறுகள், எனவே தொங்கிய நுண் கூழ்த் துணிக்கைகளிடத்து அத்தேற்றம் வழங்கும் என்பதை ஐயுறுவதற்கு இடமேயில்லை. இதிலிருந்து அறியக் கிடக்கின்றது யாதெனில், அத்தகைய துணிக்கைகள் இலட்சியவாயுக்களின் விதிகள் வலிதாகும் மிகவும் ஐதான ஒரு வாயுவாகுமெனக் கருதலாம் என்பதேயாம்.

**வளிமண்டல விதியைப் பெரின் (Perrin) பரிசோதனைமுறையால் ஆராய்தல்.**—ஒப்பிலாசின் விதிபற்றிய பரிசோதனையாராய்ச்சிக்குப் பெரிக்கைத ரொட்சைட்டு, ஆசனிக்குச் சல்பைட்டுபோன்ற திரவியங்களின் கூழ்க் கரைசல்கள் தகுந்தவையன்று எனப் பெரின் என்பார் கண்டார்; எனவே அவர் கம்பச்சு அல்லது மரப்பிசினின் குழம்பைப் பயன்படுத்தினார்.

உலர்ந்த தாவரப்பாலொன்றிலிருந்து ஆக்கப்பட்ட கம்பச்சை அற்க கோலிற் கடைந்தால் அந்தப் பண்படுத்தாத திரவியத்தில் ஐந்தில் நான்கு விசுத்தத்தில் இருக்கின்ற மஞ்சப்பொருளானது கரைந்துவிடும். கரைசலுடன் மிகையான நீரைச் சேர்த்தபோது மிகச்சிறிய கோளங்கள் கொண்ட குழம்பொன்று தோன்றிற்று. அடுத்து இக்குழம்பு மைய நீக்கியொன்றிலே பலமாகச் சுழற்றப்பட்டது; இவ்வண்ணம் தூய்தாக்கி வந்த குழம்பிலிருந்து அதே பருமனுடையவையும் கருதப்பட்ட பரிசோதனைக்குத் தகுந்தவையுமான சிறு கம்பச்சுக் கோளங்களைப் பெறின் பெற்றுக்கொண்டார்.

துணிக்கைகளின் அபர்த்தியானது மூன்று வெவ்வேறான முறைகளால் பின்னர் துணியப்பட்டது ; அவையாவும் இசைவுள்ள பேறுகளை, அதாவது  $D=1.194$  கி. சமீ.  $^{-3}$  என்பதைத் தந்துள்ளன. சிறுகோளமொன்றின் கனவளவைத் துணியும்பொருட்டு, அச்சிறுகோளங்களாலான நீண்ட நிரலொன்றின் நீளம் அளக்கப்பட்டது ; ஸ்ரோக்கின் விதியைப் பயன்படுத்தி அப்பேறு சரிபிழை பார்க்கப்பட்டது.

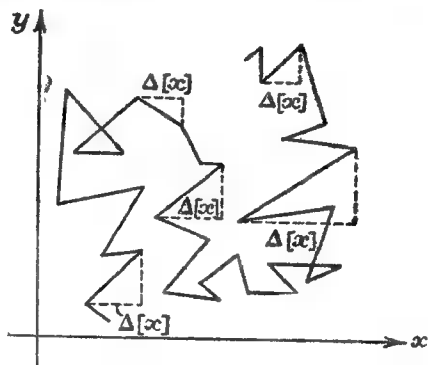


படம் 13-03. அவகாதரோவின் மாறிலியைத் துணிதற்கும் பெறின் முதலாவது முறை.

அடுத்து படம் 13-03 இற் காட்டியுள்ளவாறு தேர்ந்த துணிக்கைகளைக் கொண்டிருக்கின்ற குழம்பானது சிறு கலமொன்றில் வைக்கப்பட்டது . நீர்த்தொட்டியொன்றால் அக்கலமானது மாறு வெப்பநிலையிற் பேணப்பட்டது. பின்பு கலமும் அதன் உன்மூட்டுக்களும் நுணுக்குக்காட்டி யொன்றின் மேடையில் வைக்கப்பட்டுச் சிறு நுண்ணீர்த் தடுப்பொன்றால் பார்வைப் புலமானது ஒடுக்கப்பட்டது. அதே நேரத்தில் ஐந்து அல்லது ஆறு மணிகளுக்கு மேலாகக் காணப்படாதவாறு பார்வைப் புலத்தின் பரப்பளவு அமைந்திருந்தது. ஒழுங்கான காலவிடைகளில் பார்வைப் புலம் நோக்கப்பட்டு அவ்வப்போது காணப்படுகின்ற துணிக்கைகளின் எண்ணிக்கை குறிக்கப்பட்டது. பெரும் எண்ணிக்கையான நோக்கல்களின் சராசரி கணிக்கப்பட்டுள்ளது. அடுத்து, நுணுக்குக்காட்டியை உயர்த்தி அப்பொழுது குழம்பிலுள்ள புது மட்டத்தில் மீண்டும் நோக்கல்கள் எடுக்கப்பட்டன. இப்பரிசோதனைகளால் வளிமண்டல விதியின் உண்மை நிறுவப்பட்டது ; மேலும் அவகாதரோவின் மாறிலி  $N$  இன் பெறுமானமானது  $6.5 \times 10^{23}$  மூல்  $^{-1}$  இற்கும்  $7.2 \times 10^{23}$  மூல்  $^{-1}$  இற்கும் இடையேயுள்ள வீச்சின்பாற்படுகின்றது எனக் காணப்பட்டது.

தரப்பட்ட நேரமொன்றிலே பிரௌன அசைவுகின்ற துணிக்கைகளின் பெயர்ச்சி ; அயின்ஸ்டீன்ஹைன் சமன்பாடும் அதன் உண்மை நிறுவலும்.—பருமன் அத்துணை மிக்கதாயில்லாத துணிக்கையொன்றுனது திரவமொன்றிலே தொங்கியிருக்கும்போது, மூலக்கூற்று மோதுதலின் விளைவாக அது சமப்படுத்தாத விசைகளால் தாக்கப்படுகின்றது எனக் கடந்த பந்திகளில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. இச்சமப்படுத்தா விசைகளின் விளையுள் முடிவுள்ள பெறுமானம் உடையதாதலால் துணிக்கையானது திரவத்தில் அசைகின்றது;

அப்பொழுது அது திரவத்தில் இங்கும் அங்குமாகத் திரியும்போது அதனது இயக்கமானது பிசுபிசுப்பு விசைகளால் தடைசெய்யப்படுகின்றது. நோக்கலுக்கு நுணுக்குக்காட்டியொன்று பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது ; அதனது பார்வைப் புலத்தில் இரு செங்குத்தான நேர்கோட்டுத் தொகுதிகள் உள ; ஒவ்வொரு தொகுதியிலுமுள்ள கோடுகள் சமாந்தரமாகவும் சமதூரமாகவும் இருந்தன. எனவே தரப்பட்ட நேரமொன்றில் எந்தத் துணிக்கையின் நிலையையும் குறிக்கமுடிந்தது. துணிக்கையொன்றைத் தேர்ந்து அதன் நிலையானது தேர்ந்த காலவிடைத் தொடர்ச்சி எதேனுமொன்றிலுள்ள இடைகளின் முடிவுகளிற் குறிக்கப்பட்டுள்ளது ; 30 செக்கன் ஒரு வசதியான காலவிடையாகும். இவ்வாறு இக்கால



படம் 13·04. பிரௌன கோலமொன்றிலிருந்து  $\overline{\Delta[x]}$ .

விடையில் துணிக்கையொன்று அசைந்துள்ள தூரத்தின் சராசரி  $\overline{\Delta[x]}$  என்பதைத் துணியலாம், படம் 13·04. இவ்வசைவுக்கான கொள்கையொன்றை ஏற்படுத்தும் பொருட்டுக் குறிப்பிட்ட நேரமொன்றில் துணிக்கை அசைந்துள்ள சராசரித் தூரமானது அத்துணிக்கைமீது தாக்குகின்ற விசைகளைப் பொறுத்துள்ளது எனக் கொள்ளல் வேண்டும் ; அவ்விசைகள் பிசுக்கு ஊகமொன்றிலே துணிக்கையின் இயக்கத்தினாலும், எல்லாத் திசைகளிலிருந்தும், ஆனால் சரியாக, சீராக அல்லாமல், அத்துணிக்கைமீது மோதுகின்ற திரவமூலக்கூறுகளாலும் ஆகின்றன. இவ்வெடுகோள்களைக் கொண்டிருக்கின்ற கொள்கையுடன் பரிசோதனைப் பேறுகள் ஒத்திருந்தால், அப்பொழுது அவ்வடிப்படையான எடுகோள்கள் சரியெனக் கொள்ளப்படும். அன்றியும் நோக்கல்களிலிருந்து அவகாத ரோவின் மாறிலிக்குப் பெறுமானமொன்றைப் பெறமுடிகின்றது எனக் காணப்படும் ; அப்பெறுமானமானது அம்மாறிலிக்கு வேறான முறைகளால் பெற்ற பேறுகளுடன் ஒத்திருக்குமாயின் கூடுதலான உறுதிப்பாடு கிடைக்கும்.

இக்கொள்கையானது முதன்முதலாக அயின்ஸ்டீன் என்பவரால் 1905 இல் தரப்பட்டது ; சற்றுப் பின்னர் அது ஸ்மொலுக்கொஸ்கி (Smoluchowski) என்பவரால் விரிவாக்கப்பட்டது. 1908 இல், லாங்குவின் (Langevin) என்பார் அதை எளிதாக்கினார் ; அவரது உரையானது பின்வருமாறு. தரப்பட்ட நேரமொன்றிலே  $x, y, z$  என்பவை துணிக்கை யொன்றின் தெக்காட்டினுள்சுறுகளைக் குறிக்க ; இங்கு உற்பத்தியானது,  $t=0$  என்னும் நேரத்தில் துணிக்கை இருந்த இடத்திலே எப்பொழுதும் இருக்கும். நேரம்  $t$  யில்,  $x$  - அச்ச வழியே துணிக்கையின் இயக்கம்

$$m\ddot{x} = X - b\dot{x}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தரப்படுகின்றது ; இங்கு  $X$ , மூலகசூற்று மோதுகையால்  $x$  - அச்ச வழியே துணிக்கை அனுபவிக்கின்ற விளையுள் விசையின் கணக்கூறும்,  $b$  யைக் கொண்டிருக்கின்ற உறுப்பானது பிசுக்கு ஊடகமொன்றிலே துணிக்கையின் இயக்கத்தால் ஆகின்ற அமர்முடுகல் விசையும் ஆகும்.  $X$  ஆற் குறிக்கப்படுகின்ற விசையின் பெறுமானமானது பெரிதும் ஒழுங்கற்றதாயிருக்கும் ; அது அதே முறையில் நேராகவும் மறையாகவும் இருக்கின்றது. மேலும் துணிக்கையானது ஆரை  $a$  யுடைய ஒரு சிறு கோளமாயின் அப்பொழுது ஸ்ரோக்கின் விதிப்படி  $b = 6\pi a\eta$  ஆகும் ; இங்கு  $\eta$  திரவத்தின் பிசுபிசுப்பாகும்.

பிரௌண் அசைவுகளில் இடப்பெயர்ச்சிகளின் குறியைக் கருதாமல் அவற்றின் பெறுமதிகளில் மட்டுமே நாம் அக்கறையுடையோமாதலின்  $x^2, (\dot{x})^2$  ஆகியவற்றுடன் சம்பந்தப்பட்டிருக்குமாறு மேற்படி சமன்பாட்டை மாற்றுதல் விரும்பத்தக்கது, எனவே மேற்படி சமன்பாட்டை முற்றிலும்  $x \, dt$  என்பதால் பெருக்கிப் பின் அதைத் தொகையிட்டு

$$m \int_0^t x \ddot{x} \, dt = \int_0^t X x \, dt - b \int_0^t x \dot{x} \, dt$$

எனப் பெறுகிறோம்.

இனி  $x \dot{x} \, dt = d(\frac{1}{2}x^2)$  ; மேலும்,  $\int_0^t x \ddot{x} \, dt$  என்பதைப் பகுதிகளாகத் தொகையிடலாம் ; உண்மையில் அது  $[x\dot{x}]_0^t - \int_0^t \dot{x}^2 \, dt$  ஆகும். எனவே

$$m\Delta[x\dot{x}] - m \int_0^t \dot{x}^2 \, dt = \int_0^t X x \, dt - \frac{1}{2}b\Delta[x^2]$$

எனப் பெறுகிறோம் ; இங்கு  $\Delta[x]$  என்பது  $t=0$  இலிருந்து  $t=t$  வரையுள்ள காலவிடையில்  $x$  வின் பெறுமானத்தில் உண்டாகின்ற மாற்றமாகும்.

இனி  $\int_0^t \dot{x}^2 \, dt = \bar{x}^2 t$  ; இங்கு  $\bar{x}^2$  அதே காலவிடையில்  $\dot{x}^2$  இன் சராசரிப் பெறுமானமாகும். மற்றைப்படி,  $\bar{x}^2$  வேகமாக ஏற்றவிறக்கமுறுகின்றபடியால்,  $\Delta[x\dot{x}] \rightarrow 0$  எனக் காட்ட முடிகின்றது. மேலும்  $X$ , அதே முறையில்

நேராகவும் மறையாகவும் இருக்கின்றபடியால்  $\int_0^1 Xx \, dx$  என்னும் தொகையீட்டைப் பெருந்தொகையான துணிக்கைகளிடத்துச் சராசரிப்படுத்தினால் அது பூச்சியத்தை நோடும். எனவே எமது வாதத்தில் பெருந்தொகையான துணிக்கைகள் மட்டுமே கருதப்பட்டால்

$$m\bar{x}^2 = \frac{1}{2} b \overline{A[x^2]}$$

எனக் காண்போம் ; இங்கு கருதப்படுகின்ற எல்லாத் துணிக்கைகளிடத்தும்  $\overline{A[x^2]}$  என்பதைச் சராசரிப்படுத்தி வருகின்றதையே  $\overline{A[x^2]}$  என்பது குறிக்கின்றது.

மேலும் அண்ணளவாக  $pV = RT = \frac{1}{2} Nm\bar{c}^2$  ; இங்குள்ள குறியீடுகள் அவ்வவற்றின் வழக்கமான கருத்துக்கள் உடையன. எனவே துணிக்கையொன்றின் சராசரியியக்கச் சக்தியானது  $\frac{3}{2} \frac{RT}{N}$  ஆகும். இனி  $x$  - திசையிலுள்ள இயக்கத்துக்கு மட்டுமாய் இயக்கச் சக்தியானது துணிக்கையொன்றின் முழு இயக்கச் சக்தியின் மூன்றில் ஒன்று அல்லது  $\frac{1}{2} \frac{RT}{N}$  ஆகும். எனவே மேற்படி சமன்பாட்டை

$$\frac{RT}{N} t = \frac{1}{2} (6\pi a \eta) \overline{A[x^2]}$$

$$\text{அல்லது} \quad \overline{A[x^2]} = \frac{RTt}{3\pi a \eta N}$$

என எழுதலாம்.

துணிக்கைகள் கோளவடிவு உடையவை எனவும் அவற்றிற்கிடையே தம்முட் கவர்ச்சியில்லை எனவும் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறபடியால் மேற்படி அறிமுகஞ் சூத்திரமானது பரிசோதனைப் பேறுகளுடன் திட்டமாக ஒத்திருக்கும் என்பதை எதிர்பார்க்கலாகாது என ஸ்மோலுசு கொள்கை வற்புறுத்தியிருக்கின்றார்.

உண்மையிலே பரிசோதனைமுறை ஆராய்ச்சியில்  $\overline{A[x]}$  இற்கு முதலிற் பெறுமானம் காணப்படுகிறது ; அடுத்துத் தொடக்க இயக்கப்பாட்டுக் கொள்கை தருகின்ற தொடர்பு

$$\overline{A[x]} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \overline{A[x^2]}}$$

என்பதைப் பயன்படுத்தி அதற்கு ஒத்திருக்கின்ற  $\overline{A[x^2]}$  இன் பெறுமானம் கணிக்கப்படுகின்றது.

வாயுக்களில் பிரௌன அசைவு ; அயின்ஸ்டீனின் சமன்பாட்டுக்கு மிலிக்கனின் திட்டமான செவ்வையாப்படி.—எங்கே ஸ்ரோக்கின் விதி வழங்குமோ அங்கே அயின்ஸ்டீனின் சமன்பாடும் செல்லுபடியாகிறதால், திரவங்களில் தொங்கியிருக்கின்ற துணிக்கைகளிடத்துப்போல வாயுக்களில் தொங்கியிருக்கின்ற துணிக்கைகளிடத்தும் பிரௌன அசைவை

எதிர்பார்க்கலாம் என முதலாவதாகச் சுட்டிக் காட்டினவர் ஸ்மொலுக்னெஸ்கி என்பவரே. வாயுக்களில் துணிக்கைகளின் பிரௌண அசைவின் நேரடியான அளத்தல் முதன்முதலாக ஏன்காஃப்த் என்பவரால் 1907 இற் செய்யப்பட்டது. கொள்கையானது காட்டியுள்ளவாறு இவ்வியக்கம் சுறு சுறுப்புமிக்கது என அவர் கண்டுகொண்டார்.

வாயுக்களில் பிரௌண அசைவுகள் பற்றிய பரிசோதனைகளில் மிலிக்கனும் அவருடன் சேர்ந்து உழைத்தவர்களும் 1911 ஆண்டளவிலே அடைந்துள்ள திருத்த முன்னேற்றத்தின் விளைவாக அவகாதரோவின் மாறிலிக்குப் பெரிதும் நம்பக்கூடிய பெறுமானமொன்றைப் பெறமுடிந்தது. அளவைகளில் இக்குறிப்பிடத்தக்க திருத்த முன்னேற்றத்திற்கான காரணங்கள் பின்வருமாறு: பெறினின் ஆராய்ச்சி முழுவதிலும் இறுதிப் பேற்றின் திருத்தத்துக்குத் துணிக்கையின் ஆரையைத் திட்டமாகத் துணிதலின் அருமைப்பாடானது பெரும் தடையாயிருந்தது. மேலும் ஸ்ரோக்கின் விதியினது உண்மை பற்றி ஐயமுற வேண்டியதாயிற்று. திரவங்களிடத்து மட்டுமே ஸ்ரோக்கின் விதி செல்லும் எனப் பெறின்கூட நம்பியிருந்தார். கடைசியாகக் கூழ்நிலைத் தொங்கல்களையும் வாயுமூலக்கூறுகளையும் ஒப்பிட்டுப்பெற்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தியே கணித்தல் செய்யப்பட்டது எனடைத ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும். வளி அல்லது ஐதரசனில்லா எண்ணெய்த் துளிகளைப் பயன்படுத்தி மிலிக்கன் மேற்படி மறுப்புக்களை நீக்கினார். துளியொவ்வொன்றும் கோளமாகும்; தேர்ந்த எந்தத்துளியின் ஆரையும் அவரது சிறப்புவாய்ந்த இலத்திரனேற்றத் துணிதலில் இவ்வாராய்ச்சியாளர் விரிவாக்கியுள்ள முறையால் துணியப்பட்டது.

இங்கு கருதப்படுகின்ற ஆராய்ச்சியில் துளிக்கு ஏற்றம் அளித்து கீழ்வருகின்ற விடயங்கள் பரிசோதனையால் ஆராயப்பட்டுள்ளன :

(a) வாயுவில்லாத் துளியானது தொங்கியிருக்கும்போது அதனது பக்கமான பிரௌண பெயர்ச்சிகள்; அதன்பொருட்டுத் தக்கவாறு தேர்ந்த மின்புலமொன்றால் துளியின் நிறை சமநிலையாக்கப்பட்டுள்ளது.

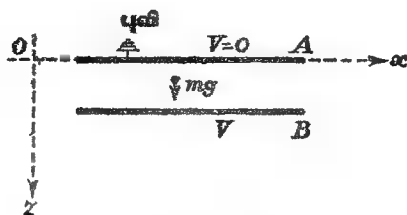
(b) புவியீர்ப்பு மட்டும் ஆற்றும்போது துளியின் இறக்கவீதம்.

(c) மின்புலமொன்றிலே ஏற்றம் பெற்ற துளிமீது தாக்குகின்ற விசையானது புவியீர்ப்பை எதிர்க்கும்போது துளியின் இறக்க அல்லது ஏற்ற வீதம்.

இப்பரிசோதனைக்கான கொள்கை பின்வருமாறு. படம் 13.05 இல், A யும் B யும் முறையே ஒடுக்கியொன்றின் மேற்றட்டும் கீழ்த்தட்டும் ஆகுக; அவ்விரு தட்டுக்களிடையே திணிவு  $m$  உடைய துளியொன்று இருக்கின்றது எனக்கொள்க. ஒடுக்கியின் தட்டுக்கள் கிடையாக இருக்கின்றபடியால் மின்புலமானது புவியின் ஈர்ப்புப் புலத்திற்குச் சமாதாரமாதல் வேண்டும். துளியின் இயக்கமானது  $Ox$ ,  $Oz$  என்னும் செங்கோண அச்சுக்களைக் குறித்து ஆராயப்படுக. எல்லாக் கணியங்களும்



அட்சரகணித முறைப்படி கருதப்படும். கீழ்த்தட்டின் அழுத்தம்  $V$  ஆகுக. அப்பொழுது மின்புலமானது  $\vec{E} = i0 + j0 + kE$  என்பதாகும்; இங்கு,  $i, j, k$  என்பன மூன்று அலகுக்காவிகளாகும். துளிமீதுள்ள



படம் 13.05. கிடையான ஒடுக்கியொன்றின் தட்டுக்களுக்கிடையே ஏற்றம்பெற்ற துளியொன்றின் இயக்கம்.

ஏற்றம்  $q$  ஆகுக. அப்பொழுது மின்புலம் ஆற்றும்போது துளி ஆர்முடுகலின்றி அசைகின்றபடியால் அதனது இயக்கமானது

$$qE + mg - b(z)_F = 0$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் நிர்ணயிக்கப்படுகின்றது. இச்சமன்பாட்டில்  $m$  ஆனது துளியின் திணிவும்,  $b$  யானது ஏற்கெனவே வரையறுக்கப்பட்ட கணியமும்,  $g$  யானது புவியீர்ப்புச் செறிவும்  $(z)_F$  ஆனது மின்புலம் பிரயோகிக்கப்படுமிடத்துத் துளியின் வேகமும் ஆகும்.

மின்புலமானது பிரயோகிக்கப்படாதபோது இயக்கம்

$$mg - b(z)_0 = 0$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

மிலிக்கன் தேர்ந்த துளிக்கு  $\gamma =$  இலத்திரனேற்றம்  $e$  ஆகும். அப்பொழுது

$$b = \frac{eE}{(\dot{z})_F - (\dot{z})_0}.$$

இனி அயின்ஸ்டீனின் சமன்பாடு

$$\overline{A[x^2]} = \frac{2RT}{N} \cdot \frac{t}{b}$$

ஆகும்;  $b$  யின் பெறுமானத்தைப் பரிசோதனைமுறைப்படி ஏற்கெனவே துணிந்திருக்கிறபடியால்

$$\overline{A[x^2]} = \frac{2RT}{E} \left[ \frac{(\dot{z})_F - (\dot{z})_0}{Ne} \right] \parallel$$

என்ப் பெறுகிறோம்.

மிலிக்கனும் ஃபிளெட்சரும் முதன்முதலாகத் துளியொன்றை ஒடுக்கியின் தட்டுக்களிடையே தொங்கிய நிலையில் நிறுத்தி, பார்வைக் கோட்டிற்கும் புவியீர்ப்புக்கும் செங்குத்தான திசை வழியே அதனது பிரெளண் அசைவை அளந்துள்ளனர். நோக்குதலுக்கான தாழ்வலு நுணுக்குக் காட்டியொன்றினது பார்வைததுண்டில் குறுக்கு மயிர்களுக்கிடையேயுள்ள தெரிந்த தூரத்தைக் கப்பதற்குத் துளி எடுக்கும் நேரத்தை அளந்து இது செய்யப்பட்டது. தாழ் பிசுபிசுப்புடைய வாயுக்களைப் பயன்படுத்தியும் தாழ்வழுக்கங்களிற் பரிசோதனையை நடாத்தியும்  $21x^2$  இற்குப் பயன் படுத்தப்பட்ட பெறுமானங்கள் அதே பருமனும் இயல்பும் உடைய துளியொன்றினிடத்துப் பெறினாற் பயன்படுத்தப்பட்ட பெறுமானங்களின் ஐம்பது மடங்காகும். இவ்வாறு பெறினின் அளவீடுகளைக் காட்டிலும் திருத்தமிக்க அளவீடுகள் பெறமுடிந்தது. ஆய்கருவியின் வெப்பநிலை மிகவும் இலகுவாக ஆளப்பட்டமை இவ்வாராய்ச்சியாளரின் பிறிதொரு வெற்றியாகும். இவ்வாய்வுகளின் விளைவாக

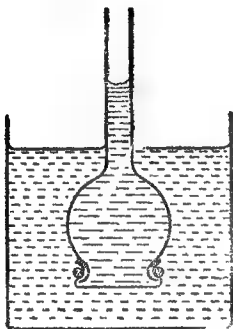
$$Ne = -2.88 \times 10^{14} \text{ நி.மி.அ. மூல்.}^{-1}$$

எனக் காணப்பட்டது.

## பிரசாரணமும் பிரசாரண அழுக்கமும்

**பிரசாரண இயல்பு.**—செங்குருதிச் சிறுதுணிக்கைகளை நீரில் வைத்தால் அவை விரைவாக விரிந்து ஈற்றில் வெடிக்கின்றன ; ஆனால் வன்மையான உப்புக்கரைசலில் வைக்கப்பட்டபோது அவை சுருங்கிவிடுகின்றன. இத்தோற் றப்பாடானது விலங்குக் கலங்களையும் தாவரக் கலங்களையும் சுற்றியிருக்கின்ற சவ்வுகளின் சிறப்புப் பண்பொன்றை எடுத்துக்காட்டுகின்றது ; ஏனெனில் அச்சவ்வுகள் நீரைச் சுயாதீனமாக உட்செல்ல விடுகின்றபோதிலும் திண்மங் களின் செல்லுதலை ஒன்றில் தடைசெய்கின்றன அல்லது முற்றிலும் தடுக்கின்றன என்பதேயாம். சவ்வொன்றுடே திரவமொன்றின் இத்தகைய சுய இயக்கத்திற்குப் பிரசாரணம் என்னும் பெயர் அளிக்கப்பட்டிருக்கிறது. அதனது விளைவுகள் முதன்முதலாக நொள்ளே அடிகள் (Abbe Nollet) என்பவரால் 1748 இல் நோக்கப்பட்டன ; விலங்குகளின் சிறு நீர்ப்பையால் நீரும் அற்ககோலும் வேறுக்கப்பட்டிருக்கும்போது அற்ககோலில் பையின் தோல் வழியாக நீர் செல்கிறது எனவும் எதிர்த்திசையில் அற்ககோல் செல்வதில்லை எனவும் அவர் கண்டுபிடித்தார். மேற்படி சவ்வுவகை யொன்று நீரிலிருந்து நீர்க்கரைசலொன்றை வெறுக்குமிடத்து இச் சுய மானதும் வேற்றுமை காட்டுகின்றதுமான பாய்ச்சல் நிகழ்கின்றது எனத் தெரியவந்தது. பின்வருகின்ற எளிய பரிசோதனையானது இத்தோற்றப் பாட்டை எடுத்துக்காட்டுகிறது. பெரிய முள்ளிப்புனலொன்றின் வாய்மீது ஈரமான தோற காசிதமொன்று ஈர்க்கப்பட்டிருக்கின்றது ; கிட்டத்தட்ட உலர்ந்த பின்னர் காசிதஓரம் வழியே பிசின் பூசப்படுகின்றது. கவிழ்க்கப்பட்ட

இப்புனலானது சோடியம் குளோரைட்டு, கரும்புவெல்லம் அல்லது வேறொரு திரவியத்தின் கரைசலால் நிரப்பப்பட்டு படம் 13-06 இற் காட்டியுள்ளவாறு நீரில் அமிழ்த்தப்படுகின்றது. இவ்வாறு சொற்பகாலம் இருந்தபின்னர் கரைசலின் மட்டமானது உணரத்தக்க அளவில் ஏறிவிடும் ; எனவே கரைசலுள் தோற் காகிதமூடாக நீர் சென்றிருக்கவே வேண்டும். இக்கூற்று முடிவானதன்று ; ஏனெனில், நீரானது முகவையிலிருந்து



படம் 13-06. பிரசாரணம்.

கரைசலுட் சென்றிருந்த அதே நேரத்தில் கரைசலிலிருந்து நீர் முகவையிலிருக்கின்ற நீருட் போய்விடும் என்பதேயாம் ; பிரசாரணப் பாய்ச்சலானது சவ்வுமீது மூலக்கூறுகள் மோதுதலால் ஆகின்றது. சவ்வின் ஒருபுறத்தில் நீர் மூலக்கூறுகள் மட்டுமே வந்து சேர்கின்றன ; அதனது மறுபுறத்தில் நீர் மூலக்கூறுகளும் கரைய மூலக்கூறுகளும் உள. எனவே நீரானது குழாயில் ஏறுகின்றது ; பிரசாரணத்தால் நீர் கரைசலுட் செல்கின்ற அதே வீதத்தில் அவ்வண்ணம் உண்டாகிய திரவநிரலால் ஆகின்ற நீர்நிலையியல் அழுக்க மிகை நீரை வெளியே செலுத்தும்வரை அவவேற்றம் தொடரும்.

பயன்படுத்தப்படுகின்ற சவ்வானது உண்மையில் குறையுடுபுகளினின்ற தொன்று அன்று ; எனவே இத்தகைய எளிய ஆய்கருவிகளைக் கொண்டு அளவறிதற்குரிய பேறுகளைப் பெறமுடியாது ; அதனுடே நீரைச் சுயாதீனமாகச் செல்லவிடுவதும் ஆனால் கரையத்தைச் செல்லாவண்ணம் முற்றிலும் தடுப்பதுமான சவ்வொன்றை விவரித்துக் கூறும் பொருட்டு இச்சொற்றொடரானது 1886 இல் வானோ (Van't Hoff) என்பாரால் முதன் முதலாகப் பயன்படுத்தப்பட்டது. ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள எளிய பரிசோதனைகளிற் பயன்படுத்தப்பட்ட சவ்வுகள் மேற்படி நிபந்தனைகளுக்கிணங்கமாட்டா ; ஏனெனில் அவை உண்மையில் தம்மூடே ஓரளவில் கரையத்தைச் செல்லவிடுகின்றன.

அதே இயல்புடைய ஆனால் செறிவில் மட்டுமே வேறுபடுகின்ற இரு கரைசல்களைச் சவ்வொன்று வேறுக்கியிருக்குமிடத்தும் கரைப்பானின் பிரசாரணப் பாய்ச்சல் காணப்படுகிறது. கரைசல்களின் செறிவுகள் சமமான பெறுமானத்தை அடையுமாறு கரைப்பானின் பாய்ச்சல் அமைந்திருக்கும் ; அதாவது கரைப்பான் மிகையானது மெல்லிய கரைசலிலிருந்து வன்மையானதற்குச் செல்கின்றது.

செயற்கைமுறை குறையுடுபுகளினின்ற சவ்வுகள். 1864 இல், ட்ரூப் (Traube) என்பார் செப்புப்பெரொசயனைட்டு  $[\text{Cu}_2\text{Fe}_2(\text{CN})_6]$

என்னும் திரவியமானது மிகச் சிறந்த குறையூடுபுகவிடுகின்ற ஒரு சவ் வாகுமெனக் கண்டுபிடித்தார் ; பிரசாரணப் பரிசோதனைகளில் அதுவே மிகச் சிறந்த சவ்வு என இன்றும் கருதப்படுகின்றது.

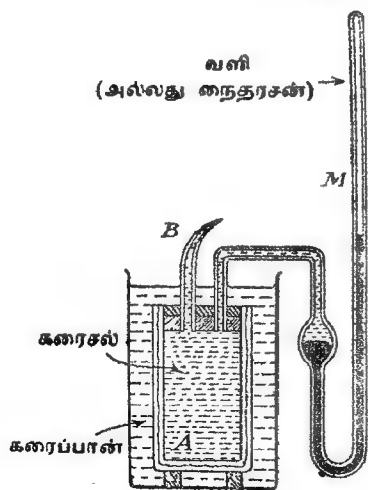
**பரிசோதனை.** முகவையொன்றின் அடியில் பொற்றரசியம் பெரோசயனைட்டின் மெல்லிய கரைசலொன்றை வைத்து, அது அசைவற்றிருக்கும்போது அப் பெரோசயனைட்டுக் கரைசலுக்குக் கீழே இருக்கும்வண்ணம் செப்புச்சல்பேற்றின் வன்மையான கரைசலொன்றைப் புகுத்துக. செப்புப்பெரோசயனைட்டின் மெல்லிய ஊன்பசை போன்ற வீம்படிவொன்று உண்டாகின்றது ; அது இரு கரைசல்களையும் வேறுக்குகின்றது. கரையங்கள் அதனுடே செல்லமாட்டாமையால் சவ்வின் தடிப்பு வளர்கிறதில்லை ; ஆனால் கிட்டத்தட்ட இரண்டு மணித்தியாலம் கழிந்தபின் சவ்வு மேனமுகமாக வீங்கியிருப்பது தெளிவாகக் காணப்படும். கூடுதலான நீர் மேன்முகமாகக் காட்டிலும் கீழ்முகமாகவே செல்கின்றதென இது நிறுவுகிறது ; எனவே செப்புக்கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கமே உயர்ந்ததெனபது தெளிவாம்.

**பிரசாரணவழுக்கம்.**—மேற்படி பரிசோதனையில் ஆக்கப்பெற்ற செப்புப் பெரோசயனைட்டுச் சவ்வானது பெருமளவில் முறிதன்மையுடையதாதலால் அது சிறு அழுக்கவித்தியாசங்களை மட்டுமே தாங்க முடிகின்றது ; ஆனால் நுண்ணீர்ப் பாண்டமொன்றின் சுவருள் அது ஆக்கப் பெற்றிருந்தால் அதன் வன்மை பெரிதும் கருதத்தக்கவளவிற கூடிவிடும். செப்புப் பெரோசயனைட்டுச் சவ்வானது கூடுதலான பொறிமுறை வன்மை பெற்றிருக் கும் வண்ணம் அதை நுண்ணீர்ப் பாண்டமொன்றின் சுவருள் ஆக்கு வதற்கான முறையானது முதன் முதலாகப் டி.பீபர் (Pfeffer) என்பவரால் 1877 இல் திட்டமிடப்பட்டது ; அதற்குப் பின்னர் அவர் பிரசாரணம் தொடர்பான அளவறிதற்குரிய பரிசோதனைகளை வெற்றிகர மாக நடாத்தினார். இச்சவ்வை ஆக்கும்பொருட்டு, வளிக்குமிழிகளை வெளியேற்றும் நோக்குடன் நுண்ணீர்ப் பாண்டமானது பல மணித்தியால காலமாகக் கொதிக்கின்ற காய்ச்சி வடித்த நீரில் வைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. அடுத்து 0.25 சதவீதச் செப்புச்சல்பேற்றுக் கரைசலொன்று பாண்டத் தின் உள்ளேயும் 0.21 சதவீத பொற்றரசியம் பெரோசயனைட்டுக் கரைசலொன்று அதற்கு வெளியேயும் வைக்கப்படுகின்றன. கரைசல் ஒவ்வொன்றும் பாண்டத்தின் உச்சியைக் கிட்டத்தட்ட அடைந்திருத்தல் வேண்டும். பரவல் நடைபெறுகின்றது ; எனவே கரையங்கள் இரண்டும் பாண்டத்தின் சுவர்களுள் ஒன்றையொன்று சந்திக்குமிடத்தில் செப்புப் பெரோசயனைட்டுச் சவ்வொன்று உண்டாகின்றது. குழப்பமொன்றும் இல்லாமல் இம்முறையானது இரண்டு நாள் தொடர்ந்து நடைபெறல் வேண்டும். இவ்வண்ணம் ஆக்கப்பட்ட பாண்டமானது கொதிக்கின்ற காய்ச்சிவடித்த நீரிற் சூடாக்கப்படுகிறது ; அந்நீரானது பலமுறை புதுப் பிக்கப்படல் வேண்டும் ; அப்பொழுது பாண்டமானது பயன்படுத்தக்கூடிய நிலையில் இருக்கும். பாண்டம் உலர்ந்து போய்விட்டால் வளியை முற்றிலும் அப்புறப்படுத்தும் பொருட்டு அதை மீண்டும் பல மணித்தி யாலமாகக் கொதிக்கின்ற காய்ச்சி வடித்த நீரில் வைத்திருத்தல் வேண்டும்.

மெழுகாற் கவனமாக நிலையாக்கிய றப்பர் அடைப்பானொன்று அளிக்கப்பட்டதும் நீண்ட மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று பொருத்தப்பட்டதுமான இத்தகைய பாண்டமொன்று கரும்புவெல்லத்தின் நிரம்பிய கரைசலொன்றால் நிரப்பப்பட்டுப் பின்னர் நீரில் அமிழ்த்தப்பட்டிருந்தால், மயிர்த்துளையிலுள்ள திரவமட்டமானது மிகவும் விரைவாக மாறுகின்றது. பல நாட்களுக்குப் பின் திரவமானது 1 மிமீ. விட்டமுடைய குழாயொன்றிலிருந்து வெளியேறாமலிருக்க வேண்டுமானால் அதன் நீளம் பல மீற்றர் ஆதல் வேண்டும். தக்க அழுக்கமொன்றைப் பிரயோகித்துச் சவ்வூடே திரவத்தின் சுய, வேற்றுமைப் பாய்ச்சலை முற்றிலும் நிறுத்த முடியும்; அப்பெறுமானத்தை அழுக்கம் மீறுமிடத்துப் பாய்ச்சல் புறமாற்றப்படுகின்றது.

வரைவிலக்கணம்.—கரைசலையும் கரைப்பானையும் வேருக்குகின்ற குறை யூடுகவிடுகின்ற சவ்வொன்றுடே திரவமொன்றின் சுய, வேற்றுமைப் பாய்ச்சலைத் தடுத்தற்பொருட்டு அக்கரைசல்மீது பிரயோகிக்க வேண்டிய அழுக்கமானது அக்கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கம் எனப்படும்.

மெல்லிய கரைசல்களின் பிரசாரணவழுக்கத்தைத் துணிதற்குப் ெப்பவரின் பரிசோதனைமுறை.—மெல்லிய நீர்க்கரைசலொன்றின பிர



படம் 13-07. பிரசாரண அழுக்கத்தை அளத்தல் (ஐதான கரைசல்கள்).

சாரணவழுக்கத்தைத் துணிதற்குப் படம் 13-07 இல் திப்பமிட்டுக் காட்டியுள்ள ஆய்கருவியைப் பயன்படுத்தலாம். அது தொடக்கத்தில் ெப்பவரால் பயன்படுத்தப்பட்ட ஆய்கருவியொன்றிற்கு ஒப்பாயிருக்கின்றது. வளி, சிறப்பாக நைதரசன், கொண்ட மூடிய உறுப் பொன்றுடைய இரசவழுக்கமானி M என்பது கரைசலைக் கொண்டிருக்கின்ற நுண்ணுளப்பாண்டம் A யுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. குழாய் B வழியாகக் கரைசலானது புகுத்தப்படுகின்றது; தொடுக்குங் குழாய்களிலுள்ள வளியானது கரைசலால் நீக்கப்படுகிறது. இச் செய்கைக்குப் பின்னர் குழாய் B யானது வளிபுகாமல் அடைக்கப்படுகின்றது. நீரானது கரைசலிற் புகுந்து பாண்டத்தில் அழுக்கம் ஏறுகின்றது; அவ்வழுக்கம் M இல்

இருக்கின்ற வாயுவுக்குச் செலுத்தப்படுகின்றது. ஈற்றில் ஆய்கருவியில்

அழுக்கத்தின் மாற்றம் முடிவடைகின்றது; அம்மாருவழுக்கமே கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கம். அது அழுக்கமானியின் முடியவுறுப்பிலிருக்கின்ற வாயு (நைதரசன்) இன் கனவளவு மாற்றத்திலிருந்து கணிக்கப்படுகின்றது. கரைசலில் நீர் புகுந்து அதனது செறிவை மாற்றுகின்றபடியால் தொடக்கத்திலிருந்த கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கத்துடன் வாசிப்புகள் ஒத்திருக்க மாட்டா; இது இம்முறையின் ஒரு பெரும் குறையாகும். மேலும் இறுதிக் கரைசலின் செறிவானது சீராகவும் இருக்கமாட்டாது; எனவே சவ்வை நெருங்கியிருக்கின்ற கரைசலின் செறிவே அளக்கப்படுகின்ற பிரசாரண வழுக்கத்தை நிருணயிக்கின்றபடியால் மேற்படி வாசிப்புகள் இறுதிக்கரை சலின் பிரசாரணவழுக்கத்துடன்கூட ஒத்திருக்கமாட்டா. ஆகையால் கரைசலையும் கரைப்பானையும் வெவ்வேறுக்குகின்ற குறையூடுபுகவிடு கின்ற சவ்வூடே கரையம் செல்லாவண்ணம் கரைசல்மீது பிரயோகிக்க வேண்டிய வெளியழுக்கத்தை அளத்தலே மிகச் சிறந்த முறையாகும். பொதுவாகத் திட்டமான பரிசோதனைகளிலும் சிறப்பாகச் செறிவுமிக்க கரைசல்களிடத்தும் இத்தகைய முறையையே பயன்படுத்துதல் வேண்டும், பரிசோதனை விவரங்கள் மேலே தரப்படும்.

**பிரசாரணத்தின் அடிப்படை விதிகள்.**—ஃபல்வரால் சோதிக்கப் பட்ட நீர்க்கரைசற்றொகுதியில் சுக்குரோசு, தெத்துரோசு, கரும்பு வெல்லம் ஆகியவற்றின் கரைசல்கள் இடம்பெற்றிருக்கின்றன. நீர்க்கரை சலாகவிருக்கின்ற கரும்புவெல்லத்துக்குக் கிட்டத்தட்ட 15°ச. இலே அவர் பெற்ற பேறுகள்சில அட்டவணை A யிலே குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

அட்டவணை A

செறிவு (c) [100 க. சமீ. கரைசலில் கிராம் அளவு]	பிரசாரணவழுக்கம் p [சமீ. இரசம்]	$\frac{p}{c}$
1.003	52.1	52.0
2.014	102	50.5
2.767	152	55.0
4.060	209	51.5
6.138	307	50.0

மேற்படி அட்டவணையின் கடைசி நிரலானது  $\frac{p}{c}$  என்னும் விகிதம் அண்ணளவான மாறிலியாகும், அதாவது மாறு வெப்பநிலையிலே ஐதான கரைசலொன்றின் பிரசாரணவழுக்கமானது கரையத்தின் செறிவுக்கு நேர் விகிதசமன் ஆகும் என்பதை உணர்த்துகின்றது (விதி 1). இப்பொழு தெல்லாம் இவ்விதியின் உண்மை வரைபு முறைப்படி வெளிப்படுத்தப் படும்.

எவ்வாறு சுக்குரோசின் (ஒரு சதவீத) மாறு வலிமையுடைய நீர்க்கரைசலின் பிரசாரண அழுக்கமானது அதனது தனிவெப்பநிலை  $T$  யுடன் மாறுகின்றது என்பதை அட்டவணை B எடுத்துக் காட்டுகின்றது.

அட்டவணை B

தனிவெப்பநிலை [T° கெ.]	பிரசாரணவழுக்கம் [சமீ. இரசம்]	$\left  \frac{p}{T} \right $
279.8	50.5	0.180
286.7	52.5	0.183
295.0	54.8	0.186
305.0	54.4	0.178
309.0	56.7	0.184

$\frac{p}{T}$  ஆனது ஏறத்தாழ மாறிலியாகும் என்னுஞ் செய்தி இவ்வட்டவணையில் தெளிவாம்; இங்கே கூட சிறந்த சோதனையை வரைபு முறையாலேயே செய்யக்கூடும். எனவே ஐதான கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கமானது அக்கரைசலின் தனிவெப்பநிலைக்கு நேர்விதசமனாகும் [விதி 2].

வானோ என்பார், டெம்பவராற் பெறப்பட்ட பரிசோதனைப் பேறுகளை நன்கு ஆராய்ந்த பின்னர் மேலே கூறியுள்ள விதிகள் இரண்டையும் முதன் முதலாக 1886 இல் வெளியிட்டார். மூல். சமீ.<sup>-3</sup> இல் கரையத்தின் செறிவு  $C$  ஆயின், அப்பொழுது  $C = V^{-1}$ ; இங்கு  $V$  ஆனது (சமீ.<sup>3</sup> இல்) கரையத்தின் மூலொன்றைக் கொண்டிருக்கின்ற கரைசலின் கனவளவாகும். எனவே முதலாவது விதியை

$$pV = \text{மாறிலி என எழுதலாம்};$$

அதே நேரம், இரண்டாவது விதியை

$$p = \text{மாறிலி} \times T$$

எனக் கோவைப்படுத்தலாம்.

இவ்விரு சமன்பாடுகளையும் சேர்த்து

$$pV = R_0 T$$

எனப் பெறுகிறோம்; இங்கு  $R_0$  ஒரு மாறிலியாகும். சுக்குரோசுக் கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத்தை அதே வெப்பநிலையிலும் செறிவிலுமுள்ள ஐதரசனின் அழுக்கத்துடன் ஒப்பிடுமிடத்து  $R_0$  ஆனது அகில வாயுமாறிலி  $R$  இற்குச் சரிசமன என வானோ காட்டினார். அதற்குப் பின்னர் இச்செய்தியை வெப்பவியக்கவியல் முறைப்படி இவ்வாராய்ச்சியாளர் நிறுவினார் (தொகுதி 2 ஐப் பார்க்க). பிற்பட்ட ஆராய்ச்சியால், கொள்கைக்கும் பரிசோதனைக்குமிடையேயுள்ள இச்சிறப்பான ஒற்றுமையானது பெருமளவில் உறுதிப்படுத்தப்பட்டமை வாயுக்களுக்கான அவகாச

ரோவின் விதிக்கொப்பான விதியொன்றை ஐதான கரைசல்களிடத்தும் பிரயோகிக்கலாம் எனச் சுட்டுகின்றது. சம கனவளவுடைய (ஐதான) கரைசல்களில் வெவ்வேறான கரையங்களின் மூலக்கூறுகள் சம எண்ணிக்கையிற் கரைந்திருந்தால், மாறு வெப்பநிலையில், கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கமானது கரைத்ததின் இயல்பைச் சாரமாட்டாது என இவ்விதி கூறுகின்றது.

கரையத்தின்  $\chi$  மூல்கள் கொண்ட கரைசலொன்றின் கனவளவு  $\Omega$  ஆயின்,  $\chi V = \Omega$ ; எனவே,

$$p \left( \frac{\Omega}{\chi} \right) = RT.$$

மூல் சமீ.<sup>-3</sup> இல் செறிவு  $C = \frac{\chi}{\Omega}$  எனின், அப்பொழுது

$$\frac{p}{C} = RT.$$

கி.சமீ.<sup>-3</sup> இல் செறிவு  $c$  எனின்,

$$c = MC; \text{ எனவே } \frac{p}{c} = \frac{RT}{M}.$$

இவ்வாறு வெப்பநிலை  $T$ , செறிவு  $c$  என்பவற்றில் கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கமானது தனியலகுகளில் தெரிந்திருக்குமாயின் கரையத்தின் மூலக்கூற்று நிறையைத் துணிய முடியும்.

**பிரசாரணவழுக்கமும் மூலக்கூற்றுநிறை துணிதலும்.**—பிரசாரணம் பற்றிய பரிசோதனை ஆராய்ச்சியில் அழுக்கத்தை வளிமண்டலங்களிலும் கரைசலிற் கரையத்தின் மூலொன்று கொண்டிருக்கின்ற கனவளவைச் சமீ.<sup>3</sup> இலும் அளத்தல் வழக்காகும். அழுக்கம் வளிமண்டலங்களில் அளக்கப்படும் கனவளவு  $V$  யைக் கொண்டிருக்கின்ற 1 கிராம்-மூலக்கூறு கருதப்படும் இருந்தால், அப்பொழுது இலட்சிய வாயுவொன்றிற்குச் சிறப்பியல்புச் சமன்பாடானது

$$PV = \bar{R}T$$

என்பதாகின்றது; இங்கு  $\bar{R}$  என்பது எல்லா வாயுக்களுக்கும் ஓர் அகில மாறிலியாகும். இருந்தாலும் இலட்சிய வாயுச் சமன்பாடு  $pV = RT$  எனப்படில் தோற்றுகின்ற அகில வாயுமாறிலி  $R$  இலிருந்து  $\bar{R}$  வேறுபடுகின்றது என்பது குறித்ததற்பாலது; இங்கு  $p$  தனியலகுகளிலேயே தரப்படுகின்றது. நி. வெ. அ. இல் வாயுவொன்றின் 1 கிராம்-மூலக்கூறுனது 22,415 சமீ.<sup>3</sup> ஐக் கொள்ளும் என்பது தெரிந்ததே. எனவே

$$1 \times 22,415 = \bar{R} \times 273$$

அல்லது  $\bar{R} = 82.06$  சமீ.<sup>3</sup> வளி ம. ச. <sup>-1</sup>கெ. மூல்.<sup>-1</sup>.



இது கரைசலில் மின்பகாப் பொருளொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத் திற்கோ பிரசாரண அழுக்கம் தெரிந்திருக்கும்படித்துக் கரையத்தின் மூலக் கூற்று நிறைக்கோ பெறுமானங் கணிக்கப் பயன்படுகின்றது. மூலக்கூற்று நிறை  $M$  உடைய பொருளொன்றில்  $m$  கி. ஆனது  $\theta^\circ$  ச. இல், 100 சமீ.<sup>3</sup> நீரில் கரைக்கப்படுக. அப்பொழுது இக்கனவளவிலுள்ள கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை  $\frac{m}{M}$  ஆகும்; எனவே 1 கிராம்-மூலக்

கூறுனது  $\left(\frac{M}{m} \times 100\right)$  சமீ.<sup>3</sup> ஐக் கொண்டிருக்கும்.  $P$  ஆனது வளி மண்டலங்களில் பிரசாரண அழுக்கம் ஆகுக. அப்பொழுது

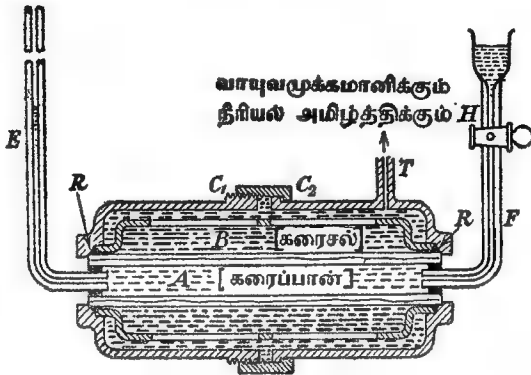
$$P \times \left(\frac{M}{m} \times 100\right) = R \times (273 + \theta).$$

$$\therefore P = \frac{0.821 m (273 + \theta)}{M} \text{ வளி ம.}$$

செறிந்த கரைசல்களின் பிரசாரண அழுக்கத்தை அளத்தல்; பேக்கிளி, ஹாந்லி ஆகியோரின் ஆராய்ச்சி.—1906 இல் பேக்கிளி மிசுவுடும் அவர்தம் துணைவர் ஹாந்லி என்பாரும் செறிந்த கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத்தை அளத்தலுக்கான திட்டமிக்க முறையொன்றை விவரித்து வெளியிட்டனர். கலமொன்றிலே, அதன் உள்ளுறையானது கரைப்பானி னின்று குறையூடுபுகவிடுகின்ற சவ்வொன்றாற் பிரிக்கப்பட்டிருக்கு மிடத்துக் கரைப்பானின் உள்முகப் பாய்ச்சலாலாகின்ற அழுக்கத்தை அளக் காது, கரைப்பானிற்கும் கரைசலுக்கும் இடையேயுள்ள வேற்றுமைப் பாய்ச் சலைத் தடுக்கும்பொருட்டுக் கரைசல்மீது பிரயோகிக்க வேண்டிய அழுக் கத்தை இவ்வாராய்ச்சியாளர் அளந்தனர். அடிப்படையில் கரைப்பானின் தேறிய பாய்ச்சலானது சரி பூச்சியமாகும் வரை கரைசல் மீதுள்ள அழுக்கம் படிப்படியாக உயர்த்தப்பட்டது; அவ்வழுக்கம் கரைசலின் பிரசாரணவழுக்கம் எனக் கொள்ளப்பட்டது.

பயன்படுத்திய ஆய்கருவியின் தத்துவமானது படம் 13.08 இல் எடுத்துக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. A ஒரு நுண்ணுளைப் பாண்டமாகும்; உண்மையில் அது நீளம் 15 சமீ. உம், வெளி விட்டம் 1 சமீ. உம், சுவர்த் தடிப்பு 0.4 சமீ. உம் உடைய பீங்கான் குழாயொன்றாகும். நிலைக்குத்தான முனைகள் பளபளப்பாக்கப்பட்டுள்ளன. குறையூடுபுக விடுகின்ற சவ்வானது கூடியமட்டிற் குழாயின் வெளிச்சவருக்கு அணித் தாயிருந்தது. B யானது துவக்குலோகத்தாலான ஒரு கூடாகும்; அதன் உருளைப்பாகம் வழியே நீண்ட துவாரமொன்று வெட்டப்பட்டிருக் கின்றது. C<sub>1</sub> உம் C<sub>2</sub> உம் வெளித் துவக்குலோகப் பாத்திரமொன்றின் இரு பாகங்களாகும்; அவற்றை திருகால் ஒன்றோடொன்று இறுக்க முடியும். இவ்வாறு இறுக்கப்பட்டிருக்கும்போது, கூட்டை வெளிப்பாத்திரத்தி

வீன்று பிரித்து வைக்கின்ற றப்பர் போன்ற வளையங்கள் R என்பவை மீது உதைப்பொன்று தாக்குகின்றது. ஆய்கருவியானது பூர்த்தியடைந்த நிலையில் இருக்கும்போது, வளையங்கள் குழாய் A யின் முனைகளில் சரியாக மேற்பொருந்தியிருக்குமாறு இக்கூட்டின் நீளம் அமைந்திருக்கின்றது.



படம் 13-08. செறிந்த கரைசல்களின் பிரசாரணவழுக்கத்தை அளத்தற்குப் பேக்லி, ஹாந்லி ஆகியோர் பயன்படுத்திய முறைக்குரிய தத்துவம்.

உட்குழாய் A யானது நீர் (அல்லது கரைப்பானைக்) கொண்டிருக்கிறது; மயிர்த்துளைக் குழாய்கள் E, F வழியாக ஆய்கருவியில் நீரைப் புகுத்தலாம். பரிசோதனையொன்றின்போது குழாயடைப்பு H ஆல் குழாய் F ஆனது அடைக்கப்பட்டிருக்கின்றது ; E ஒரு நீர் மட்டமானியாகப் பயன்படுகின்றது.

செப்புப்பெரோசயனைட்டுச் சவ்வொன்றே பயன்படுத்தப்பட்டது. செப புச்சல்பேற்றின் நீர்க்கரைசலொன்றைக் கொண்டிருக்கின்ற பாத்திரத்திலே நுண்ணுளைப் பாண்டத்தை அமிழ்த்திப் பின் பாத்திரத்தில் இருந்த வளியானது வெளியேற்றப்பட்டது ; இவ்வண்ணம் நுண்ணுளைப் பாண்டத்திலுள்ள வளி அப்புறப்படுத்தப்பட்டது. அடுத்து அதன் பரப்பு உலர்த்தப்பட்டு அதனது திறந்த முனைகள் அடைக்கப்பட்டுக் குழாயானது பொற்றாசியம் பெரோசயனைட்டுக் கரைசலொன்றில் அமிழ்த்தப்பட்டது. குழாய் A யின் வெளிப்பரப்பிற்கு அணித்தாய்ச் சவ்வு அமைக்கப்பட்டுள்ளது ; பின்பு மின்பகுப்பு முறையொன்றால் அச்சவ்வு வன்மை பெறுமாறு செய்யப்பட்டது.

A யிற்கும் வெளிப்பாத்திரத்திற்குமுள்ள இடைவெளியானது சோதிக் கப்படுகின்ற கரைசலால் நிரப்பப்பட்டு அதன்மீது படிப்படியாக அதிகரிக்கின்ற அழுக்கம் பிரயோகிக்கப்பட்டது. குழாய் T அழுக்கமானியொன்றுடனும் அழுக்கத்தை உயர்த்தும் உபகரணமொன்றுடனும் தொடுக்கப்பட்டிருந்தது. பிரயோகித்த அழுக்கமானது கரைசலின் பிரசாரண

அமுக்கத்திற்குக் குறைந்ததாயிருக்கும்வரை நீர் A யிலிருந்து வெளிப் பாத் திரத்திற்குச் செல்வதோடு E யிற் பிறையுருவும் இறங்கிற்று. பிரயோகித்த அமுக்கம் பிரசாரண அமுக்கத்தை மீறியபோது பிறையுருவின் இயக்கம் புறமாற்றமுற்றது.

நீர்மட்டமானியில் பிறையுரு நிலையாயிருக்கின்ற கட்டத்தைச் சரியாகத் தீர்மானிப்பதில் பேக்கிலியும் ஹாற்லியும் பெரிதும் இடர்ப்பட்டனர். எனவே முறையே சமநிலையமுக்கத்துக்குச் சற்று மேலேயும் அதற்குச் சற்றுக் கீழேயுமுள்ள அமுக்கங்களில் பிறையுருவின் ஏற்றவிறக்க வீதங்களை நோக்கிச் சமநிலையமுக்கமானது துணியப்பட்டது. பிறையுருவின் அசைவு வீதமானது பிரயோகித்த அமுக்கத்துக்கும் சமநிலை அமுக்கத்துக்குமுள்ள வித்தியாசத்திற்கு நேர்விசுதசமன் எனக்கொண்டு, நோக்கல்களிலிருந்து பிந்தியதுக்குப் பெறுமானமொன்று கணிக்கப்பட்டது. “காவல் வளையப் பொசிவு” எனப்படுவதையிட்டு இவ்வமுக்கத்தின் பெறுமானம் திருத்தப்பட்டது. பீங்கான் குழாயின் பளபளப்பான முனைகளில் நடைபெறுகின்ற பொசிவே இது.

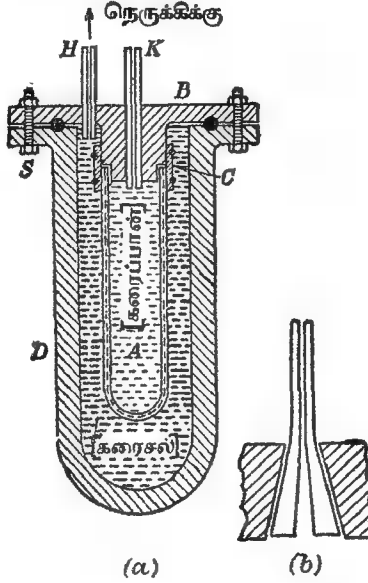
கிடைக்கப்பெற்ற பேறுகள் சிலவற்றையும், வானோவின் கொள்கையானது வழங்கப்பட்டு வருகின்றது எனக் கொண்டு பிரசாரணவமுக்கத்திற்குக் கணித்துள்ள பெறுமானங்களையும், கீழ்வருகின்ற அட்டவணை எடுத்துக்காட்டுகின்றது (பக்கம் 779 இற் காண்க).

0°ச. இல் குளுக்கோசின் நீர்க்கரைசல்களின் பிரசாரணவமுக்கம்.

மூல. லீற்றர் -1 இல் செறிவு	(வளிம. இல்) பிரசாரணவமுக்கம்	
	நோக்கப்பட்டவை	கணிக்கப்பட்டவை
0-504	13-21	12-42
1-006	29-17	24-82
1-611	53-19	39-72
2-262	87-87	55-83
2-465	121-18	68-27

வேகாட்டின் (Vegard) பிரசாரணமானி.—இம்முறையில் அமுக்கமானது நுண்ணீர்ப் பாண்டத்தின் புறத்திலிருந்தே பிரயோகிக்கப்படல் வேண்டும் என முடிவுசெய்யப்பட்டது (1908). எனவே இப்பாண்டம் எப்பொழுதும் நெருக்கு தகைப்புக்களுக்கே ஆளாகியது. அப்பொழுது முறிப்புகள் எளிதில் உண்டாகமாட்டா. இதே தத்துவத்தைப் பேக்கிலியும் முன்னர் பயன்படுத்தியிருந்தார். வேகாட்டால் திப்பிட்டமைக்கப்பட்ட பிரசாரணமானியின் அடிப்படையான பகுதிகள் படம் 13-09 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. A யானது நுண்ணீர்ப் பாண்டமாகும். அதன் வெளிச் சுவருக்கு அணித்தாய் செப்புப்பெரோசுயனைட்டுச் சவ்வொன்று இருக்கின்றது. நன்கு பொருந்தியிருக்கின்ற றப்பர்க் குழாய்த்துண்டு C யினால் கலமானது

ஆய்கருவியின் மூடியுடன் பற்றப்பட்டிருக்கின்றது. C யின் நுனிகள் நொய்நூலால் இறுக்கிக் கட்டப்பட்டிருக்கின்றன. B யும் வெளிக் கொள்பாத்திரமும் வார்ப்புருக்காலானவை. B யிற்கும் D யிற்கும் இடையே பொசிவைத் தடுப்பதற்குப் பயன்படுத்தியுள்ள ஒழுங்குமுறையை எடுத்துக்காட்டும் பொருட்டு B யிலும் D யின் மடிப்பிலும் சமனான வட்டத்தவாளிகள் வெட்ப்பட்டிருக்கின்றன எனவும், அவை ஒன்



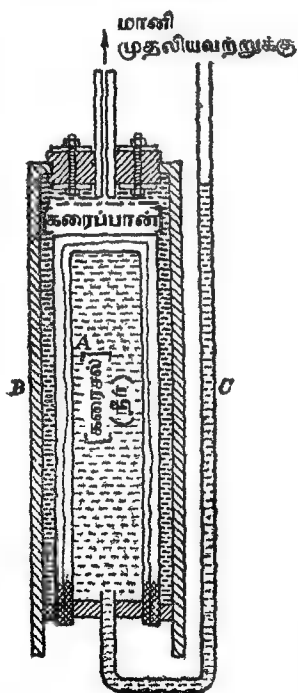
படம் 13-09. வேகாட்டின் பிரசாரணமானி.

ரேபொன்று பொருத்தப்படும்போது வட்டக் குறுக்கு வெட்டுடைய றப்பர் வளையமொன்று அத்தவாளிகளை நிரப்பியிருக்கின்றது எனவும் கருதப் படுக. ஆய்கருவியைக் கூட்டி (S உட்பட) ஆறு திருகுகளையும் புகுத்தினுற் பொசிவிறுக்கமான மூட்டொன்று கிடைக்கப் பெறுகின்றது.

H உம் K யும் படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு, மூடி B யூடே செல்கின்ற கண்ணாடியாலான இரு மயிர்த்துளைக் குழாய்களாகும். அவற்றின் கீழ் முனைகள் சற்றுக் கூம்பு வடிவமாக இருக்கின்றன; குழாய்கள் கீழி ருந்தே மூடியிற் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றன. H, K என்பவற்றிற்கும் மூடிக்குமுள்ள இடைவெளியானது உருக்கிய முத்திரையிடு மெழுகால் நிரப்பப்படுகிறது; மெழுகு குளிரடைந்ததும் பொசிவிறுக்கமான மூட்டொன்று கிடைக்கின்றது. இவ்வொழுங்குமுறையானது படம் 13-09 (b) யில் மிகவும் உருப்பெருக்கிக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது.

A யிற்கும் D யிற்கும் இடையேயுள்ள வெளியானது கரைசலால் நிரப்பப்பட்டு, அக்கரைசல் மீதுள்ள அழுக்கம் திருகொன்றால் இயக்கிவைக்கப்படுகின்ற உருளைவடிவமான உருக்கு அமுங்கியொன்றால் அதிகரிக்கப்படுகின்றது. குழாய் H ஆனது நெருக்கி, வாய்கொண்ட அழுக்கமானி என்பவற்றுடன் நேரடியாய்த் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. K யிலுள்ள திரவப் பிறையுருவானது நிலையாக இருக்கும்வரை அல்லது பொதுவாக அதனது இயக்கத்திசை மாறும் நிலையைச் சரியாக அடையும் வரை, கரைசல் மீதுள்ள அழுக்கம் அதிகரிக்கப்படுகிறது. பிறையுருவின் இயக்கத்திசையைப் புறமாற்றும் அழுக்கமானது சமநிலையமுக்கத்தின் இரு புறங்களிலும் பிறையுருவின வேகத்தை அளந்து துணியப்படுகின்றது.

பிரசாரணவழுக்கம் தொடர்பாக மோசும் அவரது துணையாளரும் நடாத்திய ஆராய்ச்சி.—பிரசாரணவழுக்கம் துணிதலுக்கான அவரது



படம் 13-10. (ஃபிரேசர், மைறிக் ஆகியோரால்) மாற்றியமைக்கப்பட்ட மோசினது பிரசாரணமானியின் தத்துவம்.

பரிசோதனை ஆராய்ச்சிகளை மோஸ் என் பார் 1911 இல் தொடக்கிவைத்தார். ஃபவ்வரின் முறையையே அவர் உண்மையில் மேற்கொண்டார்; ஆனால் ஆய்கருவியில் நுண்ணிய திருத்தங்கள் செய்யப்பட்டுள்ளன; மேலும் மிகவும் உயர்ந்த அழுக்கங்களைத் தாங்கும் சக்தி ஆய்கருவிக்கு அளிக்கப்பட்டது. 1916 அளவில் ஃபிரேசர் (Frazer), மைறிக் (Myrick) ஆகியோரால் இதனினும் உயர்ந்த அழுக்கங்களில் இவ்வாராய்ச்சியானது நடாத்தப்பட்டது.

பிற்பட்ட இவ்வாராய்ச்சிகளிலே (படம் 13-10) அழுக்கமானியொன்று தொடுக்கப்பட்ட வெண்கலவருளை B என்பதில் களியாலான கலம் A யானது அடைக்கப்பட்டிருந்தது. A யிற்கும் B யிற்கும் இடையே கரைசலும் A யிலே கரைப்பானும் (நீர்) வைக்கப்பட்டிருந்தன. குழாய் C யானது A கரைப்பானால் நிரப்பப்பட்டிருக்குமாறு உதவுகிறது; கரைப்பான் மீதுள்ள அழுக்கம் வளிமண்டலவழுக்கமாகும். அப்பொழுது நீரானது கலம் A யினின்று கரைசலுடன் செல்கின்றது; கரைசலானது நிலைத்த கனவளவொன்றிலே அடைக்கப்பட்டிருக்கின்றபடியால் விரைவில் அழுக்க வித்தியாசமொன்று தாபிக்கப்படுகின்றது.

படம் 13-10 ஆனது இம்முறையின் தத்துவங்களை மட்டுமே எடுத்துக் காட்டுகின்றது. நடைமுறையில் ஒழுக்ககளைப் பயன்படுத்தி ஆய்கருவியில் ஒழுக்குகள் தடுக்கப்பட்டன. அழுக்கமானது மின்தடைமானியொன்றால் அளக்கப்பட்டது. மங்களின் போன்ற கலப்புலோகமொன்றால் ஆக்கப் பட்ட கம்பியைக் கொண்டு இரு சர்வசமனான சுருள்கள் ஆக்கப்பட்டு, ஒன்று வளிமண்டலவழுக்கத்திலும் மற்றையது பிரசாரணவழுக்கம் துணியப் படுகின்ற கரைசலுடன் நேர்த்தொடுகை கொண்டிருக்கின்ற எண்ணெயொன்றில் அமிழ்த்தப்பட்டும் இருக்கின்றன. இவ்விரு சுருள்களின் மின்தடை வித்தியாசமானது கேரி ஃபோஸ்பர் பாஸ்கொன்றால் வழக்கம் போல் அளக்கப்பட்டது. இத்தகைய மானியொன்றின் (பொறிமுறைத்) திறனுக்குப் பெரும்பாலும் எல்லையேயில்லை. இதற்கு முற்பட்ட வாயு நிரம்பிய அழுக்கமானிகளின் கரைப்பான் கரைசலிற் செல்கின்றபடியால் கனவளவானது கருத்தக்கவளவிற் கூடுகின்றது; அதனால் கரைந்திருக்கின்ற திரவியத்தின் செறிவு குறைக்கப்படுகின்றது; ஆனால் மின்தடை மானி வகையில் ஆக்கப்படுகின்ற ஒன்றான கனவளவு மாற்றம் திரவங்களின் நெருக்கப்படுதன்மையாலானது. இவ்வண்ணம் கரைப்பானின் உட்செல்கையாற் கரைசலில் ஆகின்ற ஐதாக்கலானது பெரிதும் குறைக்கப் பட்டுச் சமநிலை மிகவும் விரைவாக அடையப்படுகின்றது.

பயன்படுத்தப்படுகின்ற கலத்திலுங்கூடப் பல தெளிவான நயங்கள் உள. முதலாவதாக, இக்கலங்களால் உள்ளழுக்கங்களைக் காட்டிலும் வெளியழுக்கங்களையே தாங்க முடிகின்றது. இரண்டாவதாக, அழுக்கம் கூடு மிடத்துச் சவ்வானது நுண்ணீரைப் பாண்டத்தின் நுண்ணீர்களுட் செலுத்தப் பட்டு அங்கு நெருக்கப்படுகின்றமையால் அது வலிமைபெறுகின்றது; இதனால் சவ்வின் முறியுந்தன்மை குறைக்கப்படுகின்றது.

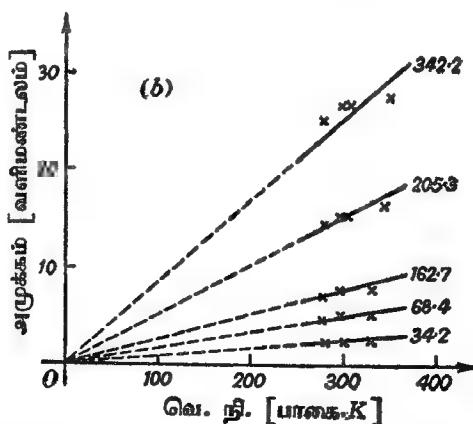
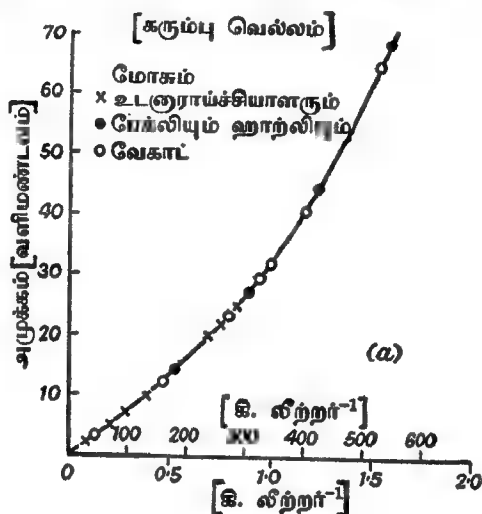
**பிரசாரணவழுக்க அளவீடுகளின் பேறுகள்.**—கரும்பு வெல்லத்தின் நீர்க் கரைசல்களிடத்துப் பெற்றுள்ள பேறுகள்கில படம் 13-11 (a) யில் தரப்பட்டிருக்கின்றன. வெவ்வேறான ஆராய்ச்சியாளர்களுக்கிடையேயுள்ள ஒற்றுமையானது குறிப்பிடத்தக்கது; வனமையான கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கமானது இலட்சிய வாயுவிற்கான சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்திப் பெற்ற அழுக்கத்திலிருந்து வேறுபடுகின்றது என்பதை வரைபு உடனே காட்டுகின்றது. செறிவானது 0.1 மூல். லீ. <sup>-1</sup> ஆக இருக்கும் போதுங் கூட விலகல் குறைவறத் தெளிவாயிருக்கின்றது.

வெவ்வேறான செறிவுகளுடைய வெல்லக் கரைசல்கள் பலவற்றினிடத்து வெப்பநிலையுடன் பிரசாரண அழுக்கம் மாறும் முறையானது படம் 13-11 (b) யில் எடுத்துக்காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. உண்மையில் வெப்பநிலை வீச்சானது சற்றுக் கட்டுப்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றது; இருந்தாலும், மென் கரைசல்களிடத்து மட்டுமே இலட்சிய வாயுச் சமன்பாடுகள் கண்டிப்பாய் வழங்குகின்றன என 0 வுடே செல்லுமாறும் பொருத்தமான புள்ளிகளுக்கிடையே சீராகக் கிக்குமாறும் வரைந்துள்ள நேர்கோடுகள் சுட்டு

கின்றன. (நேர்கோடொவ்வொன்றிற்கும் அணித்தான எண்கள் 1000 கி. நீரில் உள்ள கிராம் என்னும் அலகில் செறிவுகளைச் சுட்டுகின்றன.)

### பரவுகை

நீர்க்கரைசல்களில் உப்புக்களின் பரவுகை.—பரவுகை எனப்படும் முறையானது, கரைசலொன்றிலே உயர் செறிவுள்ள இடங்களிலிருந்து தாழ்

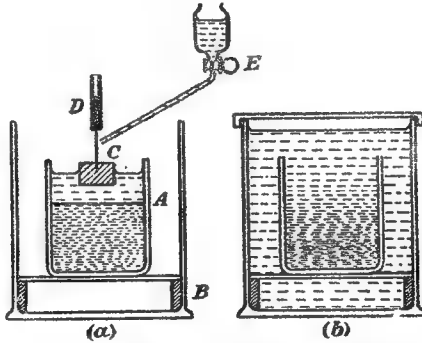


படம் 13.11. பிரசாரணவழுக்க அளவீடுகளின் சில பேறுகள்.

செறிவுள்ள இடங்களை நோக்கி, மூலக்கூறுகள் அல்லது அயன்களின் அலைச்சலாகும். எனவே இது கடத்தியொன்றிலே உறுதிநிலை அடைந்த

பின்னர் நிகழ்கின்ற வெப்பப் பாய்ச்சலுடன் ஒத்திருக்கின்றது. மேலும் இது புறமாற்றமுடியாத ஒரு முறையாகும் ; ஒருகால் கரையம் பட்ட தூய கரைப்பான் வெளிக்கருவியின்றி ஒருபோதும் அதனது தொடக்கநிலையை மீளமாட்டாது. நீர்க்கரைசலில் வன்மையான மின்பகுதிரவங்களிடத்து முழுக் கூட்டப்பிரிவு உள்ளது என நன்கு நிறுத்தப்பட்டிருக்கின்ற போதிலும் பரவுகைத் தோற்றப்பாட்டைக் கருதும்போது கரையத்தின் மூலக்கூறுகள் கூட்டப்பிரிவின்றி இருக்கின்றன எனக் கொள்ளல் வசதியாம்.

1850 இல், கிரகாம் (Graham) என்பார் கரைசலில் உப்புக்களின் பரவுகை பற்றிய அவரது முதலாவது ஆராய்ச்சிக் கட்டுரையை வெளியிட்டார் ; 1882 இல் அவ்விடயம் செஃபர் (Scheffer) என்பவரால் மேலும் ஆராயப்பட்டது. இவ்வாராய்ச்சியாளர்களால் பயன்படுத்தப்பட்ட ஆய்கருவியின் தத்துவமானது படம் 13.12 (a) யில் எடுத்துக்



படம் 13.12. நீர்க்கரைசலில் உப்புக்களின் பரவுகை.

காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. சிறு கண்ணாடியுருளை A யானது அதனினும் பெரிய கண்ணாடிப் பாத்திரம் B யினுள்ளே தாங்கப்பட்டிருக்கின்ற இரு கிடையான கண்ணாடிக் கோல்கள் மீது ஓய்விலிருக்கின்றது. A யானது சோதிக்கப்படுகின்ற கரைசலாற் கிடத்தட்ட நிரப்பப்பட்டிருக்கின்றது ; தக்கை C யானது திரவமீது நடுவிலே மிதக்கின்றது. தக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற நிலைக்குத்தான பின்னலூசியொன்று (படத்திற் காட்டப்படாத) இறுக்கியாலும் தாளாலும் நிலையாக்கப்பட்ட குறுகிய கண்ணாடிக் குழாய் D யிலே மேன்முகமாக அசையக்கூடும். இதனால் தக்கையானது நடுவான நிலையொன்றிலே நிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. துளிபுனல் E யிற் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற நீரானது நன்கு நீனைக்கப்பட்டிருக்கின்ற தக்கையின் முடிமீது செக்கனில் கிடத்தட்ட மூன்றுதுளி வீதத்தில் விழுமாறு செய்யப்படுகின்றது. கரைசல்மீது நீர் அடுக்கொன்று விரைவில் தோன்றும் ;



தக்கையானது கரைசலுக்கு அப்பால் வந்ததும் அதை அப்புறப்படுத்திப் பாத்திரம் A நீரால் முற்றிலும் நிரப்பப்படுகின்றது. அடுத்து படம் 13.12 (b) யிற் காட்டியுள்ளவாறு, முழு A யும் நீராற் சூழப்பட்டிருக்குமாறு செய்யப்படுகின்றது. உடனகாலவுகை ஓட்டங்களைத் தடுக்கும் பொருட்டு வெப்ப நிலையானது மாறுததாக நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. தொடக்கத்திலே கரைசலுக்கும் நீருக்குமிடையே தெளிவான எல்லையொன்றுள்ளது. பரவுகை எனப்படும் முறையின் விளைவாக நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட இவ்வெல்லையானது விரைவில் மறைகின்றது. உட்பாத்திரத்தினின்று வெளிப் பாத்திரத்திற்குச் சென்ற கரையத்தின் அளவைத் துணிந்து,

(a) பரவுகை வீதமானது கரைந்திருக்கின்ற திரவியத்தின் இயல்பைப் பொறுத்துள்ளது எனவும், எனவே, கரைசலொன்றில் இருக்கின்ற இரு திரவியங்களின் அளவுகளின் விகிதமானது பரவுகை காரணமாக மாறக்கூடும் எனவும்,

(b) பரவுகை வீதமானது கரைந்திருக்கின்ற பதார்த்தத்தின் செறிவுக்கு நேர்விகிதசமன் எனவும்,

(c) வெப்பநிலை உயர்வானது பரவுகை வீதத்தைக் கூடச் செய்கின்றது எனவும், காணப்பட்டுள்ளது.

ஃபிக்கின் (Fick's) விதி.—பரவல் பற்றி கிரகாம் என்பாரின் முதலாவது ஆராய்ச்சிக் கட்டுரை வெளியிடப்பட்டு நான்கு ஆண்டுகட்குப் பின்னர், ஃபிக் என்பார், வெப்பங் கடத்துதல் பற்றிப் ஃபூரியே (Fourier) என்பார் நடாத்தியுள்ள ஆராய்ச்சியால் தூண்டப்பட்டு, பின்வருகின்ற விதியை வெளியிட்டார். செக்கனில் பரப்பளவு A யின் குறுக்கே செல்கின்ற கரைசலிலுள்ள பதார்த்தமொன்றின் திணிவு  $m$  ஆனது அப் பரப்பளவு A யின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசையிலே கரைந்திருக்கின்ற பதார்த்தத்தின் செறிவு  $n$  ஆனது குறைகின்ற வீதத்திற்கு நேர்விகிதசமன். குறியீடுகளில்

$$\frac{m}{A} = -D \frac{\partial n}{\partial x};$$

இங்கு D ஒரு மாறிலி,  $\frac{\partial n}{\partial x}$  ஆனது செறிவுப் படித்திறன், அதாவது தூரம் ■ உடன் செறிவு  $n$  கூடுகின்ற வீதம்; வழக்கமாக ■ ஆனது அலகுக் கனவனவொன்றில் கிராம், அதாவது கி. சமீ.<sup>-3</sup> இற் குறிக்கப் படுகின்றது; வெப்பநிலை மாறுதலு இருந்தாற்றான் சமன்பாடானது பொருந்தும். D யானது செறிவு  $n$  கி. சமீ.<sup>-3</sup> உடைய கரைசலொன்றிலே கரையத்தின் பரவற் குணகம் எனப் பெயரிடப்படுகின்றது. இத்துறையில் முற்பட்ட ஆராய்ச்சியாளரின் பரிசோதனைகள் பரவற் குணகத்துக்குச் சராசரிப் பெறுமானங்களை மட்டுமே தந்துள்ளன; ஏனெனில் அக்குணகமானது தரப்பட்ட கரையமொன்றினிடத்து மாறிலியன்று எனவும் அது கரைப்பானிற் கரையத்தின் செறிவைப் பொறுத்திருக்கின்றது எனவும் இன்று அறிகிறோம்.

வகையீட்டுச் சமன்பாடாக ஃபிளக்லின் விதி.—மாறாக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு  $A$  உடைய உயர்ந்த சாடியொன்று கரைசலொன்றைக் கொண்டிருக்கின்றது எனக் கருதுக.  $x=0$  என்பதால் சாடியின் அடி வரையறுக்கப்படுக; உயரம்  $x$  இலுள்ள தளமொன்றின் புள்ளிகள் எல்லாவற்றிலும் செறிவு  $n$  ஆகுக. அப்பொழுது செக்கனில் இத்தளத்தைத் தாண்டிச் செல்கின்ற கரைந்த பதார்த்தத்தின் திணிவானது

$$-DA \frac{\partial n}{\partial x}$$

ஆகும்.

உயரம்  $x + \delta x$  இலுள்ள தளத்தில், செறிவு  $n + \delta n$  ஆயின், செக்கனில் அத்தளத்தைக் கடந்து செல்கின்ற திணிவானது

$$-DA \left\{ \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right) \delta x \right\}$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

இவ்விரு தளங்களுக்கிடையேயுள்ள கரைசலின் கனவளவு  $A \delta x$  ஆகும். செக்கனில் இக்கனவளவில் உட்புகுகின்ற கரைந்த பதார்த்தத்தின் திணிவு

$$-DA \frac{\partial n}{\partial x} - \left[ -DA \left\{ \frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right) \delta x \right\} \right] = DA \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \delta x$$

ஆகும்.

கருதப்படுகின்ற மூலகத்தின் கனவளவு  $A \delta x$  ஆதலின், அம்மூலகத்தில் செறிவின் வளர்ச்சிவீதமானது, அதாவது  $\frac{\partial n}{\partial t}$  என்பது,

$$DA \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \delta x \div A \delta x$$

ஆகும்; எனவே

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

இது வகையீட்டுச் சமன்பாடாகக் கோவைப்படுத்தியுள்ள ஃபிளக்லின் விதி. இச்சமன்பாட்டில் பரவலின்போது திரவம் ஓய்வாயிருக்கின்றது எனக் கேள்விக்கிடமின்றிக் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்றது. அது அவ்வாறன்று என 1900 இற்கு முன்பு உணரப்படவில்லை; ஏனெனில் பரவல் தொடர்ந்து நடைபெறுங்கால், கரைசலின் செறிவில் உண்டாகின்ற மாற்றங்கள் காரணமாகக் கரைசலின் கனவளவு மாறுகின்றபடியால் அத்திரவமானது கண்டிப்பாய் அசைதல் வேண்டும்; எனவே பரிசோதனைப் பேறுகளுடன் ஃபிளக்லின் விதி ஒத்திருக்க வேண்டுமானால் அவ்விதியின் விரி தேவைப்படுகின்றது.

பரவலானது உறுதிநிலையை அடைந்த பின்னர் பரிசோதனைகளை நடத்த ஃபிக் முயன்றார். அதன் இரு முனைகளும் திறந்திருக்கின்ற குழாயொன்று (எடுத்துக்காட்டாகச்) சோடியம் குளோரைட்டுப் பளிங்குகள் கொண்டிருக்கின்ற பாத்திரமொன்றிலே, நிலைக்குத்தாக ஒட்டி வைக்கப் பட்டிருக்கின்றது; குழாயின் கீழான முனை உப்பைத் தொட்டிருக்கின்றது. குழாய் நீரால் நிரப்பப்பட்டுப் பெரிய நீர்த்தொட்டியொன்றிலே வைக்கப்படுகின்றது; பரவல் வீதம் உறுதிநிலையை அடையும் வரை அது விடப்பட்டிருக்கின்றது.

இவ்வண்ணம், குழாயின் கீழ் முனையிற் செறிவானது மாறிலியாகப் பேணப்பட்டுள்ளது; அதே நேரம் அதனது மேல் முனையிற் செறிவு பூச்சியம் எனக் கொள்ளலாம். உறுதிநிலையில்  $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0$ ; எனவே  $n = ax + b$ ; இங்கு  $a$  யும்  $b$  யும் மாறிலிகள் ஆகும். இம்முடிவைச் சோதிக்கும் பொருட்டு ஃபிக் குழாயினுள்ள திரவத்தில், பல்வேறு ஆழங்களில், சிறு கண்ணாடிக் குமிழொன்றை நிறுத்து அவ்வவ்வாழங்களிற் கரைசலின் அடர்த்திகளைத் துணிந்தார். செறிவுடன் அடர்த்தி மாறுகின்ற விதம் தெரிந்திருந்தபடியால் முந்தியது துணியப்பட்டது; அது மேற்படி சூத்திரத்துடன் ஒத்திருப்பதை ஃபிக் கண்டுகொண்டார்.

ஃபிக்கின் விதியைச் சோதிக்கும் பொருட்டுப் பின்வந்த ஆராய்ச்சியாளர் பயன்படுத்தியுள்ள வெவ்வேறான முறைகளை இரு முக்கிய வகைகளில் அடக்கலாம்:—

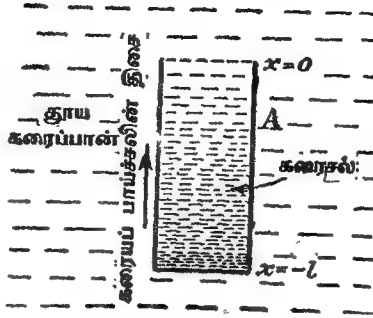
(a) பரவலுக்கான பாத்திரத்தின் மேல் முனையிற் பூச்சியச் செறிவு எப்பொழுதும் பூச்சியமாயிருக்குமாறு பேணப்பட்டிருப்பவை; இவை “தொட்டி முறை” எனப்படுவதைச் சேர்ந்தவை.

(b) பாத்திரத்தின் மேல் முனையில் அதாவது அதன் வாயில், செறிவுப் படித்திறன் எப்பொழுதும் பூச்சியமாக இருப்பவை. இது “சாடி முறை” எனப்படும்; இம்முறையில் பாத்திரத்தின் வாயானது வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்திருக்கிறபடியால் அதன் குறுக்கே கரையத்தின் பாய்ச்சலானது எப்பொழுதும் பூச்சியமாயிருக்கும், அதாவது

$$-D \frac{\partial n}{\partial x} = 0, \text{ அல்லது } \frac{\partial n}{\partial x} = 0.$$

தொட்டி முறைக்கான பொதுக்கொள்கை.—இம்முறையில் நீர் அல்லது வேறெந்தக் கரைசலும் உருளைப்பாத்திரம் A யிற் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது, படம் 13·13. உருளையின் அச்சானது நிலைக்குத்தாக இருக்கின்றது; தொடக்கத்திற் பாத்திரமானது சீரான செறிவு N உடைய கரைசலொன்றால் முற்றிலும் நிரப்பப்படுகின்றது; அப்பாத்திரம் பெரும் கனவளவி

லுள்ள தூய கரைப்பாற்றை சூழப்பட்டிருக்கின்றது. பரிசோதனையில் பாத்திரத்தினின்று கரைந்த பதார்த்தத்தின் பரவல்வீதம் துணியப்படுகிறது. அதன் பொதுவான கொள்கை பின்வருமாறு :



படம் 13.13. பரவற் குணகம் துணிதற்கான தொட்பு முறைக் கொள்கை.

பாத்திரத்தினது உருளைப்பாகத்தின் திறந்த முனையானது  $x=0$  இனால் வரையறுக்கப்படுக ; அதனது கீழ் முனையில்  $x=l$  ஆகுக. தீர்க்கப்பட வேண்டிய சமன்பாடானது

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad \dots \dots \dots (i)$$

ஆகும் ; அது பரவல் பற்றிய எல்லா ஆராய்ச்சிகளுக்கும் பொதுவானது.

$$n = a_0 + \{ \text{அடுக.} (-n^2 Dt) \} \quad (\alpha \text{ கோசை } mx + b \text{ சைன் } mx) \quad \dots (ii)$$

என்பது இச்சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வாகும், பக்கம் 44 இற் காண்க.

இப்பரிசோதனையில்

$$\text{எங்கும்} \quad n_{t=0} = N,$$

$$\text{எங்கும்} \quad n_{t=\infty} = 0, \quad \therefore a_0 = 0,$$

$$\text{எப்பொழுதும்} \quad n_{x=0} = 0, \quad \therefore a = 0,$$

மேலும்  $x=l$  என்னும் எல்லையைக் கரைந்த பதார்த்தம் கடக்காமல் இருக்கிறபடியால்

$$\left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=l} = 0.$$

கடைசி நிபந்தனையின்படி எப்பொழுதும்  $b$  கோசை  $ml=0$  ஆகும் என உணரக்கிடக்கின்றது.

$$\therefore m = \frac{2p-1}{2l} \pi; \text{ இங்கு } p=1, 2, 3 \dots$$

$$\therefore n = \sum_{p=1}^{\infty} \text{அடுக.} \left\{ -\frac{(2p-1)^2}{4l^2} \pi^2 Dt \right\} \cdot b_p \text{ சைன் } \left( \frac{2p-1}{2l} \right) \pi x \quad \dots (iii)$$

மேற்படி சமன்பாட்டில்  $t=0$  எனப் போட்டும், எங்கும்  $[n]_{t=0}=N$  என ஞாபகப்படுத்தியும், பூரியே தொடரொன்றில் குணகங்களைக் காணும் வழக்கமான முறைப்படிச் சமன்பாடு முழுவதையும் சைன்  $\frac{2p-1}{2l} \pi x$   $dx$  என்பதாற் பெருக்கி,  $x=-l$  இலிருந்து  $x=0$  வரை அதைத் தொகையிட்டு

$$N \int_{-l}^0 \text{சைன்} \frac{2p-1}{2l} \pi x \, dx = b_p \int_{-l}^0 \text{சைன்}^2 \left( \frac{2p-1}{2l} \right) \pi x \, dx$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

$$\therefore N \left[ \frac{-2l}{(2p-1)\pi} \text{கோசை} \frac{2p-1}{2l} \pi x \right]_{-l}^0 = b_p \left( \frac{l}{2} \right).$$

$$\therefore b_p = -\frac{4N}{(2p-1)\pi}.$$

$$\text{எனவே } n = -\frac{4N}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(2p-1)} \text{அடுக்.} \left\{ -\frac{(p-1)^2 \pi^2}{4l^2} Dt \right\} \left[ \text{சைன்} \left( \frac{2p-1}{2l} \right) \pi x \right].$$

உருளையின் முடியினின்று கரைந்த பதார்த்தம் பிரியும் வீதம்  $\frac{dM}{dt}$ , அதாவது

$$\frac{dM}{dt} = -DA \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=0}$$

ஆயின்,

$$\text{அப்பொழுது } M = -DA \int_0^t \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=0} dt;$$

இங்கு  $M$  ஆனது  $t$  செக்கனில் பிரியும் திணிவும்,  $A$  ஆனது சாடியின் மாறாக் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவும் ஆகும்.

இனி

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=0} &= -\frac{4N}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \epsilon^{-(\dots)t} \cdot \frac{1}{2p-1} \cdot \frac{(2p-1)\pi}{2l} \text{கோசை} \frac{2p-1}{2l} \pi x \right] \\ &= -\frac{2N}{l} \sum_{p=1}^{\infty} \epsilon^{-(\dots)t}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore M &= \frac{2DAN}{l} \int_0^t \sum_{p=1}^{\infty} \text{அடுக்.} \left\{ -\frac{(2p-1)^2 \pi^2 Dt}{4l^2} \right\} dt \\ &= \frac{2DAN}{l} \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ -\frac{4l^2}{(2p-1)^2 \pi^2 D} \epsilon^{-(\dots)t} + \frac{4l^2}{(2p-1)^2 \pi^2 D} \right\} \right] \\ &= 2ANl \left[ \frac{4}{\pi^2} \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(2p-1)^2} - \frac{1}{(2p-1)^2} \text{அடுக்.} \left( -\frac{(2p-1)^2 \pi^2 Dt}{4l^2} \right) \right\} \right] \\ &= M_0 \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(2p-1)^2} \text{அடுக்.} \left\{ -\frac{(2p-1)^2 \pi^2 Dt}{4l^2} \right\} \right], \end{aligned}$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(2p-1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \text{ ஆதலின் [பக்கம் 29 இற் காண்க.]}$$

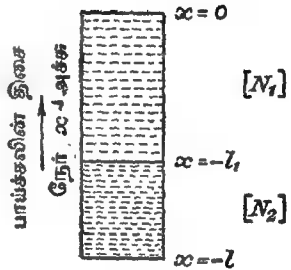
இங்கு  $M_0$  ஆனது தொடக்கத்திலே, உருளையில் வைத்துள்ள உப்பின் திணிவு ஆகும். இத்தொடரானது விரைவாக ஒருங்குகின்றபடியால், நடைமுறையில்

$$M = M_0 \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \text{ அடுக. } \left( -\frac{\pi^2 D t}{4l^2} \right) \right]$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால் அது போதியதாகும்; இச் சூத் திரத்திலிருந்தே  $D$  இற்கு வழக்கமாகப் பெறுமானங் காணப்படுகின்றது.

**திரவங்களிலே பரவலின் “சாடி” முறை ஆராய்ச்சிக்கான பொதுக் கொள்கை.**—சீரான குறுக்குவெட்டுடைய, உயர்ந்த உருளைச் சாடி

யொன்று தொடக்கத்தில் கரைப்பான் (நீர்) ஆல் நிரப்பப்படுகின்றது; அடுத்து அவ்விரு (திரவங்களின்) தொடக்கத் தோற்றம் படம் 13.14 இற காட்டியுள்ளவாறு இருக்கும்படி நீருக்குக் கீழே கரைசல் புகுத்தப்படுகின்றது.  $x=0$  என்பது சாடியின் மேல் முனையையும்,  $x=-l_1$  என்பது தொடக்கத்தில் கரைப்பானி னின்றது நீரைப் பிரித்து வைக்கும் தளத் தையும் வரையறுக்க;  $x=-l$  என்பது திரவநிரலின் அடியைக் குறிக்க.



படம் 13.14. “சாடி” முறையால் பரவற் குணகம் துணிதற்குரிய பொதுக் கொள்கை.

இனி ஃபிக்கின் விதியானது

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (i)$$

என்பதாகும்.

இச்சமன்பாட்டிற்கு

$$n = a_0 + [a \text{ கோசை } mx + b \text{ சைன் } mx] \times \text{அடுக. } (-n^2 D t)$$

என்பது ஒரு தீர்வாகும்.

இப்பரிசோதனையின் நிபந்தனைகளுக்கேற்ப  $\left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=0}$  என்பது எப்பொழுதும் பூச்சியம் ஆகும்; எனினில்,  $x=0$  என்னும் எல்லைக்குக் குறுக்கே கரையமானது ஒருபோதும் செல்லமாட்டாது எனத் தெளிக. இங்கு முறையே  $-l_1 < x < 0$  என்பதாலும்  $-l < x < -l_1$  என்பதாலும் வரைய றுக்கப்பட்ட வீச்சுக்களில் பொதுமையையிட்டு  $N_1$ ,  $N_2$  என்பன கரையத்தின் தொடக்கச் செறிவுகள் ஆகும் எனக் கொள்ளப்படுகிறது. ஆனால்,

$$\frac{\partial n}{\partial x} = [-ma \text{ சைன் } mx + bn \text{ கோசை } mx] \text{ அடுக. } (-n^2 D t).$$

எனவே  $b=0$ .

மேலும், அதுபோன்ற காரணமொன்றால்  $\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_{x=-l}$  எப்பொழுதும் பூச்சியமாகும்.

$$\therefore nl = p\pi; \text{ இங்கு } p = 1, 2, 3, \dots$$

$$\therefore n = a_0 + \sum_{p=1}^{\infty} a_p \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( \frac{-p^2 \pi^2 D t}{l^2} \right).$$

$t=0$  ஆனபோது

$$n_{t=0} = a_0 + \sum_{p=1}^{\infty} a_p \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l};$$

இது  $a_0$  ஐப் பின்வருமாறு காண்பதற்குப் பயன்படுகின்றது. பின்வரும் சமன்பாட்டின் பக்கங்கள் இரண்டும்  $t=0$  என்னும நேரத்தில், அலகுப் பரப்பளவு உடையதும் சாடியின் முடியிலிருந்து அதன அடிவரை விரிந்து கிடக்கின்றதுமான திரவநிரலொன்றிலே இருக்கின்ற முழுக் கரையத்தையும் எடுத்துரைக்கின்றபடியால்

$$\int_{-l}^{-l_1} N_2 dx + \int_{-l_1}^0 N_1 dx = \int_{-l}^0 a_0 dx + \int_{-l}^0 \sum_{p=1}^{\infty} a_p \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l} dx$$

என்னும் இச்சமன்பாடானது சரியெனக் கொள்கின்றோம்.

இச்சமன்பாடானது

$$N_2(-l_1 + l) + N_1(l_1) = a_0(l) + 0$$

என்பதைத் தருகின்றது.

$$l_2 = -l_1 + l \text{ எனில், } a_0 = \frac{N_1 l_1}{l} + \frac{N_2(-l_1 + l)}{l} = \frac{N_1 l_1 + N_2 l_2}{l} \text{ ஆகும்.}$$

$a_p$  யைக் காண்பதற்கு பின்வருமாறு நடந்து கொள்கிறோம்:

$$n_{t=0} = a_0 + \sum_{p=1}^{\infty} a_p \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l}$$

என அறிவோம். இச்சமன்பாடெங்கனும் கோசை  $\frac{p\pi x}{l} dx$  என்பதாற் பெருக்கித் தொகையிடுக. அப்பொழுது

$$\begin{aligned} \int_{-l}^{-l_1} N_2 \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l} dx + \int_{-l_1}^0 N_1 \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l} dx \\ = a_0 \int_{-l}^0 \text{ கோசை } \frac{p\pi x}{l} dx + \int_{-l}^0 \sum_{p=1}^{\infty} a_p \text{ கோசை }^2 \frac{p\pi x}{l} dx \end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்.

$$\therefore N_2 \left[ \frac{\text{சைன் } \frac{p\pi x}{l}}{\frac{p\pi}{l}} \right]_{-l}^{-l_1} + N_1 \left[ \frac{\text{சைன் } \frac{p\pi x}{l}}{\frac{p\pi}{l}} \right]_{-l_1}^0 = 0 + \int_{-l}^0 a_p \text{ கோசை }^2 \frac{p\pi x}{l} dx = a_p \left( \frac{l}{2} \right).$$

$$\therefore a_p = \frac{2(N_1 - N_2)}{p\pi} \text{சைன் } \frac{p\pi l_1}{l}.$$

எனவே பொதுத் தீர்வானது

$$n = \frac{N_1 l_1 + N_2 l_2}{l} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2(N_1 - N_2)}{p\pi} \text{சைன் } \frac{p\pi l_1}{l} \text{கோசை } \frac{p\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{p^2 \pi^2 D t}{l^2} \right)$$

என்பதாகும்.

$$N_1 = 0 \text{ உம், } N_2 = N \text{ உம், } l_1 = l_2 = \frac{1}{2}l \text{ உம்}$$

எனின்,

$$\begin{aligned} n &= \frac{N}{2} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2N}{p\pi} \text{சைன் } \frac{p\pi}{2} \text{கோசை } \frac{p\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{p^2 \pi^2 D t}{l^2} \right) \\ &= \frac{N}{2} - \frac{2N}{\pi} \left[ \text{சைன் } \frac{\pi}{2} \text{கோசை } \frac{\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 0 + \frac{1}{3} \text{சைன் } \frac{3\pi}{2} \text{கோசை } \frac{3\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{9\pi^2 D t}{l^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 0 + \frac{1}{5} \text{சைன் } \frac{5\pi}{2} \text{கோசை } \frac{5\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{25\pi^2 D t}{l^2} \right) + \dots \right] \end{aligned}$$

எனப் பெறுகிறோம்; மேலும்  $x = -\frac{1}{2}l$  என்னும் தளத்தில்,

$$\left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=-\frac{1}{2}l} = -\frac{2N}{l} [\text{அடுக். } (\alpha) + \text{அடுக். } (9\alpha) + \text{அடுக். } (25\alpha) + \dots];$$

$$\text{இங்கு } \alpha = -\frac{\pi^2 D t}{l^2}.$$

t செக்கனில், சாடியின் கீழ்ப்பாகத்தை விட்டு அதன் மேற் பாகத்தை அடைகின்ற கரையத்தின் திணிவு M உம், சாடியின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு A யும் ஆனால்,

$$\begin{aligned} M &= -AD \int_0^l \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{x=-\frac{1}{2}l} dt \\ &= \frac{2ADN}{l} \cdot \frac{1}{\alpha} [\text{அடுக். } (\alpha) + \frac{1}{9} \text{அடுக். } (9\alpha) + \frac{1}{25} \text{அடுக். } (25\alpha) + \dots \\ &\quad - (1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots)] \\ &= \frac{2DAN}{l} \cdot \frac{l^2}{\pi^2 D} \left[ \left( 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots \right) - \text{அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right) \right]; \end{aligned}$$

இங்கு சிறிய உறுப்புக்கள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன.

$$\begin{aligned} \therefore M &= \frac{2DAN}{l} \cdot \frac{l^2}{\pi^2 D} \left[ \frac{\pi^2}{8} \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \text{அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right) \right\} \right], \\ &= \frac{ANl}{4} \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \text{அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right) \right]. \end{aligned}$$



நீர்க்கரைசலிலிருக்கின்ற உப்பொன்றிற்கு ஆய்கூட முறையாகப் பரவற் குணகத்தைத் துணிதல்.—இம்முறையானது “சாடி” முறையைச் சேர்ந்தது; அது ஸ்டீபிள்ஸ் (Stephens), ராம்சே (Ramsay) ஆகியோராலானது; ஆனால் இங்கு விவரித்துக் கூறப்பட்டது நிறமாக்கப்பட்ட கரைசல்களிடத்து மட்டுமே பயன்படும். தரப்பட்ட தளமொன்றிலே, தெரிந்த காலவிடையொன்றின் முடிவிலே, செறிவைத் துணியும்பொருட்டு ஒளிமினகலமொன்றால் கரைசலூடே செல்கின்ற ஒளிக்கற்றையொன்றின் குறைதலை அளத்தலே இக்குறைக்குக் காரணமாகும். ஏற்கெனவே சாடிமுறைக்கு விரித்துக் கூறியுள்ள கொள்கையில் நேரம்  $t$  ஆனது அத்துணை அதிகமாயிருந்தால் அக்கொள்கையின் முதலாவது உறுப்பு ஒழிந்த எல்லா உறுப்புக்களையும் புறக்கணிக்க முடியும், அப்பொழுது தளம் ■ இலுள்ள செறிவானது

$$n = \frac{N}{2} - \frac{2N}{\pi} \left[ \text{கோசை } \frac{\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right) \right]$$

என்பதால் தரப்படுகிறது.

பரிசோதனைப் பேறுகளுடன் மேற்படி சமன்பாட்டை இணைப்பதற்கு இரு வெவ்வேறான முறைகள் உடனே தோன்றுகின்றன; ஆனால் மறை உறுப்புக்கள் தோன்றாவண்ணம் சமன்பாட்டை ஒழுங்குபடுத்துதல் வேண்டிப் பாலது என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும். மறை எண்ணொன்றின் மடக்கை கற்பனையானது என்பதே இதற்குக் காரணம்; ஏனெனில்

$$-1 = \text{கோசை } \pi = \text{கோசை } \pi + j \text{ சைன் } \pi = \text{அடுக். } (j\pi);$$

எனவே

$$\text{இ. மடக். } (-1) = j\pi.$$

(a) முதலாவது முறையில், நிலைத்த தளமொன்று தெரிந்தெடுக்கப்பட்டு அதில் வெவ்வேறான நேரங்களில் செறிவு  $n$  ஆனது குறிக்கப்படுகின்றது. கருதத்தக்க அளவில் நேரம் செலவான பின் எவ்வாறு  $x$  உடன்  $n$  ஆனது மாறுகின்றது என்பதைக் காட்டும் சமன்பாட்டை

$$\left( \frac{N}{2} - n \right) \frac{\pi}{2N} = \text{கோசை } \frac{\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right)$$

என எழுதலாம்.  $-\frac{1}{2}l < x < 0$  ஆயின், அதாவது  $x$  ஆனது சாடியின் மேலான அரையிலுள்ள புள்ளியொன்றைக் குறிக்குமாயின், அப்பொழுது நடைமுறையில் எந்நேரமும்  $n < \frac{N}{2}$  ஆதலால், மேற்படி சமன்பாட்டிலுள்ள உறுப்பு ஒவ்வொன்றும் நேராகும்; எனவே,

$$\left( \frac{N}{2} - n \right) = B \text{ அடுக். } \left( -\frac{\pi^2 D t}{l^2} \right);$$

இங்கு  $B$  யானது நேராகும். இச்சமன்பாடானது செல்லுபடியாகுமிடத்து,  $t$  தொடர்பாக இ.ம.  $\left(\frac{N}{2}-n\right)$  ஐக் குறித்தால்,  $\left(-\frac{\pi^2 D}{l^2}\right)$  என்னும் படித்திற னுள்ள நேர்கோடொன்றைப் பெறல் வேண்டும்.

ஆனால்  $-l < x < -\frac{1}{2}l$  ஆயின், அதாவது  $x$  ஆனது சாடியின் கீழ் அரைவாசியிலுள்ள புள்ளியொன்றை வரையறுக்குமாயின் அப்பொழுது, நடைமுறையில் எந்நேரமும்  $n > \frac{N}{2}$  ஆதலால்,

$$\begin{aligned} \left(n - \frac{N}{2}\right) \frac{\pi}{2\pi} &= \left(-\text{கோசை } \frac{\pi x}{l}\right) \text{ அடுக். } \left(-\frac{\pi^2 D t}{l^2}\right) \\ &= \text{கோசை } \frac{\pi(l-x)}{l} \text{ அடுக். } \left(-\frac{\pi^2 D t}{l^2}\right) \text{ எனப் பெறுகிறோம்.} \end{aligned}$$

இப்பொழுது, எல்லா உறுப்புக்களும் நேர் ஆகும்; முன்னர்போல்  $t$  தொடர்பாக இ. ம.  $\left(n - \frac{N}{2}\right)$  ஐக் குறித்துக் கொள்ளலாம்.

(b) இரண்டாவது முறையில்  $x$  மாறியெனவும்,  $n$  ஒரு மாறிலியெனவும் கருதப்படுகின்றன. எமது அடிப்படைச் சமன்பாடானது

$$\text{கோசை } \frac{\pi x}{l} \text{ அடுக். } \left(-\frac{\pi^2 D t}{l^2}\right) = \left(\frac{N}{2}-n\right) \frac{\pi}{2N}$$

என்பதாகும்.

$-\frac{1}{2}l < x < 0$  எனின்,  $n < \frac{N}{2}$ ; மேலும் கோசை  $\alpha = \text{கோசை } (-\alpha)$  ஆதலின், உறுப்பொவ்வொன்றும் நேராகும்; எனவே

$$-\frac{\pi^2 D t}{l^2} + \text{இ. ம. கோசை } \frac{\pi x}{l} = \text{மெய் மாறிலி.}$$

$-l < x < -\frac{1}{2}l$  எனின்,  $n > \frac{N}{2}$ ; இங்கு

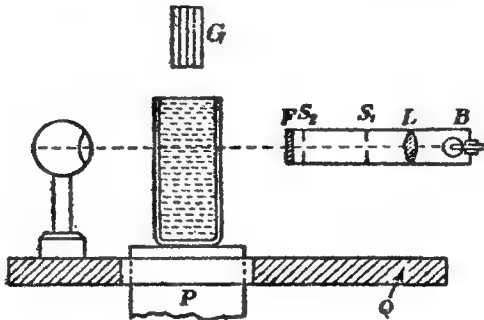
$$\left(n - \frac{N}{2}\right) \frac{\pi}{2N} = \left[\text{கோசை } \frac{\pi(l-x)}{l}\right] \text{ அடுக். } \left(-\frac{\pi^2 D t}{l^2}\right)$$

என எழுதல் வேண்டும்; எனவே, ஏகபரிமாணத் தொடர்பொன்றைப் பெறும்பொருட்டு மடக்கைகள் எடுக்குமிடத்து மெய்க் கணியங்கள் தோன்றும்.

எனவே,  $D$  யைத் தாக்கூடிய படித்திறன் உடைய ஏகபரிமாண வரைபொன்றைப் பெறும்பொருட்டு, ■ இன் தேர்ந்த பெறுமானத்திற் கேற்ப, ■ தொடர்பாக ஒன்றில் இ.ம. கோசை  $\frac{\pi x}{l}$  என்பதை அல்லது இ.ம. கோசை  $\frac{\pi(l-x)}{l}$  என்பதைக் குறித்தல் வேண்டும்.

தேர்ந்த முறை எதுவாகிலும், பரவற் குணகம்  $D$  யானது செறிவைச் சார்ந்துள்ளது என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும்; எனவே  $D$  யிற்குக் கிடைத்த பெறுமானமானது அண்ணளவான கருத்தை மட்டுமே உடையது.

**ஆய்கருவியும் பரிசோதனைச் செயன்முறையும்.**—பயன்படுத்தியுள்ள சாடியானது (5 சமீ.  $\times$  1 சமீ.) செவ்வக வெட்டுடைய ஒரு சிறு கண்ணாடிப் பாத்திரமாகும்; அதன் ஆழமானது கிட்டத்தட்ட 10 சமீ. ஆகும். அது உறுதியான கற்றாண்  $P$  மீது வைக்கப்பட்டிருக்கின்றது, படம் 13.15; ஒளிமின் கலமும் ஒளிமுதலும் ஒரு சட்டத்தோடு சிறுபற்சில்லு என்பதால்



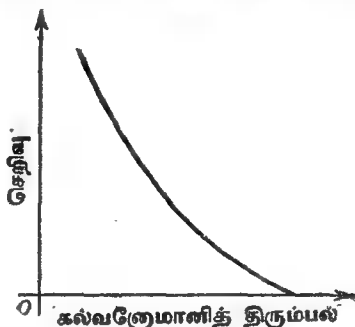
படம் 13.15. பரவற் குணக ஆய்கருவி. [Q வை உயர்த்தலுக்கான பொறிமமைப்பானது காட்டப்படவில்லை.]

உயர்த்தக்கூடிய ஒரு கிடையான மேடை  $Q$  மீது நிலையாக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இவ்வண்ணம் திரவத்தின் எந்தக் கிடையான அடுக்கூடேயும் மோட்டர்வண்டி முன்விளக்கொன்றின் குமிழ்  $B$  யிலிருந்து குறுகிய, கிடையான ஒளிக்கற்றையொன்றைச் செலுத்தலாம். சமாள்தர ஒளிக்கற்றையொன்றைப் பெறும் பொருட்டுப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற ஒருங்குவில்லை  $L$  ஐக் கொண்டிருக்கின்ற பொருத்தமான அதே அடைப்பிற் குமிழும் ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றது. கற்றையின் அகலமானது இரு குறுகிய பிளவுகள்  $S_1, S_2$  என்பவற்றால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. ஒளிமின் கலமானது உணர்ச்சியுள்ள கல்வெளுமானி, உயரிழுவைக் கலம், பொருத்தமான உயர்தடை என்பவற்றுடன் தொடரிலே தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. அலை நீளமிக்க ஒளிக்குச் சீசியம் வகை ஒளிமின் கலமானது கொண்டிருக்கின்ற உயருணர்திறனையிட்டு, ஒரு சிவப்பு வடி  $F$  பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

நோக்கலானது பல நாட்கள் நீடித்திருக்க வேண்டியதாதலால் ஒளி முதலின் மெழுகுதிரிவலுவை மாறிலியாக உறுதிப்படுத்தற் பொருட்டு நடவடிக்கைகள் எடுக்கப்படல் வேண்டும். விளக்கு  $B$  யில் ஒட்டமானது அண்ணளவான மாறும் பெறுமானமொன்றுடையதாய் இருக்கும் வண்ணம் செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றது. அடுத்து ஒளியானது கண்ணாடித்தட்டு அடுக்கு  $G$  யினூடாகச் செல்லவிடப்படுகின்றது; அது ஒரு மாறாவுறிஞ்ச

லூடகமாகப் பயன்படுகின்றது. கடைசியாக  $G$  நிலையில் இருக்க, கல்வனோ மானியில் மாறாத் திரும்பலொன்று தோன்றும் வண்ணம்  $B$  யில் ஓட்டமானது செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றது.

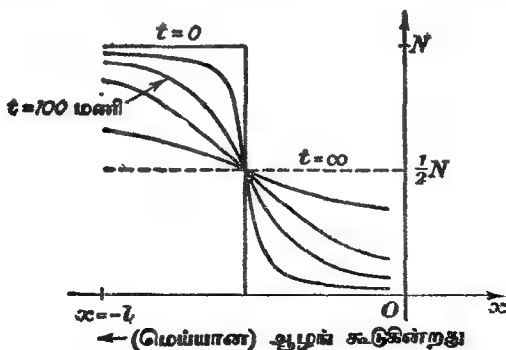
கலம் தொழிற்படும்போது கிடைக்கப் பெறுகின்ற திரும்பலைச் செறிவுடன் இணைக்கும்பொருட்டுக் கலத்தைத் தெரிந்த சீரான வலுவுடைய கரை சல்களால் நிரப்பிப் படம் 13·16 இற் காட்டியுள்ள அளவு கோடுதரு



படம் 13·16. படம் 13·15 இற் காட்டியுள்ள ஆங்குருவிக்கான அளவுகோடுதரு வரைபு.

வரைபு போன்றதொன்று வரையப்படுகின்றது. ஒளிமுதல், பரவற் கலம், ஒளியுணரி ஆகியவற்றை மரப்பெட்டியொன்றுள் வைப்பதால் வெளியொளி தவிர்க்கப்படுகின்றது.

படம் 13·17 இல் மாதிரி வரைபுத் தொடையொன்று காட்டப்பட்டிருக்கின்றது; புள்ளியிட்ட கிடையான கோடானது கலத்தல் முடிவடைந்த மின்



படம் 13·17. ஸர்ஃபின்சு, ராம்சே ஆகியோரின் பரவுகை ஆங்குருவினாற் கிடைக்கப்பெற்ற மாதிரி வரைபுகள்.

னுள்ள, அதாவது  $t \rightarrow \infty$  போதுள்ள, செறிவைச் சுட்டுகிறது. ஏற்கெனவே விளக்கிக் காட்டியுள்ள முறைப்படி இவ்வரைபுகளிலிருந்து நேர்கோட்டு வரைபொன்றை ஆக்கலாம்; பின்னர் அவ்வரைபைப் பயன்படுத்திப் பரவற் குணகத்திற்குப் பெறுமானங் காணப்படுகின்றது.

**பரவலைமிட்டு அயின்ஸ்தீனின் கொள்கை.**—சாதாரணப் பரவல் தோற்றப்பாடானது தனித் துணிக்கைகளின் பிரெளன் இயக்கங்களின் விளைவாலேயே ஆகின்றது. இக்கருத்தைக் கொண்டும், நிகழ்தகவுக் கொள்கையைப் பயன்படுத்தியும், பக்கம் 764 இல் விளக்கிக் காட்டியுள்ள  $\overline{A[x^2]}$  ஆனது பரவற் குணகம்  $D$  என்பதுடன்

$$\overline{A[x^2]} = 2Dt$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தொடர்பு படுத்தப்பட்டிருக்கின்றது என அயின்ஸ்தீன றைன் காட்டியுள்ளார்; இங்கு நேரம்  $t$  என்பதற்கே  $\overline{A[x^2]}$  இன் சராசரிப் பெறுமானம் கணிக்கப்படுகின்றது.

$$\overline{A[x^2]} = \frac{RTt}{3\pi\eta N} \quad \text{ஆதலால் (பக்கம் 764)}$$

$$N = \frac{RT}{6\pi\eta D}$$

எனப் பெறுகின்றோம்; இங்கு  $N$  அவகாதரோவின் மாநிலி ஆகும்.

இனி  $17^\circ \text{C}$ . இல் வெல்லத்தின் நீர்க்கரைசலொன்றிற்கு  $D = 2.9 \times 10^{-6}$  சமீ.<sup>2</sup> செக்.<sup>-1</sup> ஆகும். ஆரை  $4.15 \times 10^{-8}$  சமீ. உடைய விறைப்பான கோளங் களாக வெல்லமூலகங்கள் நடந்து கொள்கின்றன எனவும்,  $17^\circ \text{C}$ . இல் நீரின் பிசுபிசுப்பு  $0.010$  கி. சமீ.<sup>-1</sup> செக்.<sup>-1</sup> எனவும் கொண்டால்

$$N = \frac{8.3 \times 2.9 \times 10^{7+8}}{6\pi \times 4.15 \times 1.0 \times 2.9 \times 10^{-8-2-6}} \\ = 10.6 \times 10^{23} \text{ மூல்.}^{-1}$$

எனப் பெறுகின்றோம்; இங்கு  $R$ ,  $8.3 \times 10^7$  ஏக்.  $^\circ\text{C}^{-1}$ . மூல்.<sup>-1</sup> எனக் கொள்ளப்படுகின்றது.

அவகாதரோவின் எண்ணிற்கான திருத்தமான அளவீட்டு முறைகள்  $N = 6.02 \times 10^{23}$  மூல்.<sup>-1</sup> எனத் தருகின்றபடியால் மேற்படி கணிப்பின் அண்னையிலியல்பு தெளிவாகும்.

### பயிற்சி XIII

13-01. பிரசாரணம், பிரசாரண அழுக்கம் என்பவற்றிற்கு வரைவிலக்கணங் கூறி எவ்வாறு கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத்தை அளக்கலாம் என்பதை விளக்கிக் கூறுக. கரும்புவெல்லத்தின் ஐதான கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கமானது அதே மூலக்கூற்றுச் செறிவுடைய பொற்றாசியம் குளோரைடின் கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத்தின் அரைவாசிக்குக் கிட்டத்தட்டச் சமன் என்பதை எவ்வாறு விளக்கிக் காட்ட முடியும்?

13-02. பிரசாரணம், பிரசாரண அழுக்கம் என்பவற்றை விளக்குக.

எக்காரணிகளிலே கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கமானது சார்ந்திருக்கின்றது என்பதைக் கூறுக.

V மில். இல் மூலக்கூற்று நிறை M உடைய கரையமொன்றை N கிராம் அளவில் கொண்டிருக்கின்ற ஐதான மினபகாப்பொருட் கரைசலொன்றின் பிரசாரண அழுக்கத்திற்கு 0°ச. இல் கோவையொன்றைப் பெறுக.

$$\left[ \frac{273 \text{ RN}}{\text{VM}} \right].$$

13-03. பரவல், பிரசாரணம் என்னும் தோற்றப்பாடுகளைப் பற்றிச் சுருக்கிக் கூறுக.

13-04. ஒன்றில் (a) பிரசாரண அழுக்கம் அல்லது (b) பரவற குணகங்கள் என்பவற்றை அளக்கப் பயன்படுத்தியுள்ள முறைகளை விவரித்துக் கூறுக. (S)

13-05. பிரசாரணம் என்னும் தோற்றப்பாடு பற்றியும் பிரசாரண அழுக்கம் என்பதன் குறிப்பிடத்தக்க கருத்து, அதனை அளத்தல் என்பவை பற்றியும் சிறு குறிப்புத் தருக. (G)

13-06. பிரெளன அசைவு பற்றிச் சுருக்கமான கட்டுரையொன்றை வரைந்து எவ்வாறு பிரெளன அசைவைத் தக்கவாறு நோக்கி அவகாதரோவின் மாறிலி (அதாவது கிராம் மூலக் கூற்றென்றில் இருக்கின்ற மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை)யை மதிப்பிடலாம் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டுக. (G)

13-07. திரவமொன்றிலே தொங்கியிருக்கின்ற துணிக்கைகளின் இயல்புகள் இலட்சியவாயு வொன்றின் இயல்புகள் போன்றவையாம். உயரத்துடன் தொங்கிய துணிக்கைகளின் பங் கீட்டில் சீரான ஈர்ப்பு புலத்தால் ஆகின்ற விளைவை ஆராய்ந்து மேற்படி செய்தியை எடுத்துக்காட்டுக.

இயன்றவளவில் பரிசோதனைக்கான விவரங்களைத் தந்து, எவ்வாறு அவகாதரோவின் மாறிலியைக் காணும்பொருட்டு இவ்வாராய்ச்சிப் பேருனது பிரயோகிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதை விளக்கிக் கூறுக. (S)

13-08. முகிலறையொன்றிலே அயனாக்கும் துணிக்கையொன்று சென்று || செக்கன்கள் ஆனதும் சுவடொன்று ஆகப்படுகின்றது.

$$f(x, t) = \frac{C}{\sqrt{t}} \text{ அருக. } \left( -\frac{x^2}{4Dt} \right)$$

என்னுஞ் சூத்திரத்தின்படி அயனங்களின் விம்பங்கள் பரவியிருக்கின்றன ; இங்கு f பரப்பளவை கொன்றிலுள்ள விம்பங்களின் எண்ணிக்கையும், x ஆனது சுவட்டின் அச்சிலிருந்து தூரமும் C, D எனபன மாறிலிகளும் ஆகும்.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தரப்படுகின்ற வீதத்துடன் சுவட்டிலிருந்து அயன்கள் பரவுகின்றன எனக்கொண்டால் மேற்படி பரவலை விளக்கிவைக்க முடியும் என்பதைக் காட்டுக.

அயன்களின் இயக்கத்துக்குப் பரவற சமன்பாடொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்து உட்படுத்தப் படுகின்ற எடுகோள்களைச் சுருக்கமாக விவரித்துக் கூறுக. (S)

## அதிகாரம் XIV வெற்றிட முறைகள்

**ஊரலாற்றுக் குறிப்பு.**—1879 ஆம் ஆண்டிலே காபனிழை மின்விளக்கும் அத்துடன் தாழ்முக்கம் உண்டாக்குதலில் ஓர் அக்கறையும் தோன்றின ; அவைக்கறையானது இன்றுவரை காட்டப்பட்டு வந்திருக்கின்றது ; அல்லாமலும் தாழ்முக்கம் உண்டாக்குதலானது என்றும் முதன்மையான துறையொன்றாக விளங்கும் என்பது தெளிவு. உண்மையைக் கூறுமிடத்து, அதற்கு முன்பு, ஒருசில பௌதிகர் மட்டுமே உயர்வெற்றிடம் உண்டாக்குதல் பற்றிச் சிந்தித்துள்ளனர். இங்கிலாந்தில் குறுக்ஸ் (Crookes) என்பவரும் யேர்மனியில் ஹித்ரோஃப் (Hittorf) என்பவரும் தாழ்முக்கங்களில் வாயுக்கள் ஊடே மின்னின் பெயர்ச்சியை ஆராய்ந்துள்ளனர் ; அத்தாழ்முக்கங்களை உண்டாக்க அவர்கள் பொறிமுறைப் பம்பிகளைப் பயன்படுத்தினர். இத்தகைப் பம்பிகளிடத்து கிடைக்கக்கூடிய மிகவும் தாழ்வான அழுக்கமானது கிட்டத்தட்ட  $0.25$  மிமீ. இரசம் ஆகும் ; கையால் இயக்கிவைக்கப்படுகின்ற ரோப்பிளர் பம்பியொன்றைப் பயன்படுத்தியே  $10^{-3}$  மிமீ. இரசவழுக்க வரிசையில் படும் அழுக்கங்கள், ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், எளிதாகக் கிடைக்கப் பெற்றுள்ளன ; இவ்வண்ணம் அடைந்துள்ள தாழ்முக்கமானது ஒருபோதும் கிட்டத்தட்ட  $0.05 \times 10^{-3}$  மிமீ. இரசத்துக்குக் குறைவாக இருக்கவேயில்லை.

மின்விளக்குகளின் திருந்திய திட்டவமைப்பு, அவ்விளக்குகளின் ஆயுட்காலத்தை நீடிக்கச் செய்தல் வேண்டும் பற்றி என்றுமுள ஆர்வம் ஆகியவற்றையிட்டுச் சிறப்புமிக்க பம்புகருவித் தொடரொன்று தேவையாயிற்று. கண்ணாடியாலான ஆய்கருவியொன்றிலே அழுக்கத்தைக் கிட்டத்தட்ட  $10^{-4}$  மிமீ. இரசம் வரை தாழ்த்தக்கூடிய எண்ணெய்ச் சுழற்சிப் பம்பியொன்றை முதன்முதலாகத் திட்டமிட்டவர்களுள் யேர்மனியைச் சேர்ந்த கேய்டே (Gaede) என்பவர் ஒருவராவர். 1905 இல் கேய்டே இரசச்சுழற்சிப் பம்பியொன்றை ஆக்கினார் ; அதற்கு எண்ணெய்ப்பம்பியொன்று முற்பம்பியாகச் செயலாற்றியபோது  $10^{-5}$  மிமீ. இரசவழுக்கத்தை அடைய முடிந்தது ; ஆனால் பம்புகதி மெதுவாகவேயிருந்தது. பத்தாண்டுகள் சென்றதும் கேய்டே பரவற் பம்பி என்பதைத் திட்டமிட்டார் ; அதை அடுத்த ஆண்டில் லான்முயரின் ஒடுக்கற் பம்பியானது பின்தொடர்ந்தது. இவ்வொவ்வொரு பம்பி வகையிலும் இரச ஆவியே “வேலைசெய்யும் கருவி” யாக அமைந்திருந்தது ; இவற்றைப் பயன்படுத்தி  $10^{-7}$  மிமீ. (அல்லது  $10^{-4}$  மைக்கிரன்) போன்று அத்துனைத் தாழ்முக்கங்கள் கிடைக்கப்பெற்றன. இவ்வெற்றியின் உடனடியான பயன் வெப்பவயன் வால்வுகள், கூலிஜ் (அல்லது வெப்பவிழை) வகை X-கதிர்க் குழாய்கள் ஆகியவற்றின் திருந்திய செயலாற்றல் ஆகும்.

1928 இல் பேர்ச்சு (Burch) என்பார் ஒடுக்கற் பம்பியில் இரசத்துக்குப் பதிலாகப் பெற்றோலின் உயர்கொதிநிலைப் பெறுதியொன்றைப் பயன்படுத்த முடிகிறது எனக் கண்டார்; 1930 இல், ஹிக்மான் (Hickman) என்பார் ஓரளவு வரையறைப்படாத இச்சேர்வைக்குப் பதிலாகத் தொகுப்புத் தலேற்று அல்லது செப்சேற என்பதைப் பயன்படுத்தினார். இரசத்துக்குப் பதிலாக இவ்வகைப் பொருள்களைப் பயன்படுத்துவதால் வருகின்ற முக்கியமான நயமானது ஆய்சூட வெப்பநிலையில் அவ்வெல்லாவற்றினிடத்துப் நிரம்பிய ஆவியின் அழுக்கம் சிட்டத்தட்ட  $10^{-6}$  மிமீ. இரசமாக இருக்கிற படியால் பம்பிக்கும் வெளிப்படுத்துகைக்கான தொகுதிக்கும் இடையே பொறிகள் வேண்டியதேயில்லை என்பதாகும். இத்தகையவொரு பொறியானது தலைமைப் பம்புத்தொடரில் புகுத்தப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு குழாயாகும்; அது தாழ்வெப்பநிலையில் நிலைநிறுத்தப் பட்டிருக்கின்றபடியால் ஆவியானது தொடரினின்று அப்புறப்படுத்தி உறைந்துவிடும். பொறியொன்றைப் பயன்படுத்துதலால் பம்புகதி, அதாவது வெளிப்படுத்துகையின் வீதம் எப்பொழுதும் குறைக்கப்படுகின்றது. உயர்வெற்றிடமொன்றைப் பிறப்பித்தல் மட்டுமே பிரச்சினையாயின் அப்பொழுது பொறியொன்றின் கட்டாயமின்மை விரும்பத்தக்கது. எனினும் ஆவியானது எங்கும் இருக்கின்றபடியால், அது திரவப்படலமாக ஒங்க நேரிடும்; அப்பொழுது எடுத்துக்காட்டாக அதன் ஒளியியலியல்புகளை ஆராயும்பொருட்டு அவ் வெற்றிடத்தில் வைக்கப்பட்ட உலோகப் படலமொன்றை அத்திரவப் படலங்கள் எளிதில் கறைப்படுத்தக்கூடும்; இதை நாம் ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும். இதுபோன்ற எடுத்துக்காட்டுகளிற் பம்பியின் செயலாற்றலுக்குப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற பதார்த்தமானது தாழாவியமுக்கமுடையதாயிருக்கின்றபோதிலும் பொறியொன்றைப் பயன்படுத்துதல் கட்டாயமாகின்றது.

**வெற்றிடப்பம்பிகள் பற்றிப் பொதுவான குறிப்புக்கள்.**—வெற்றிடப்பம்பிகளை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்பொழுது கீழ்வருகின்ற விவரங்களை மனத்தில் வைத்திருத்தல் வேண்டும்:—

(அ) வெளிப்படுத்தியழுக்கம்: பம்பியொன்றின் செயலாற்றலுக்கு அதனது வெளியீட்டுப் பக்கத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்க வேண்டிய அழுக்கம் என இதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, பம்பியொன்றின் உள்ளெடுப்புப் பக்கத்தில் வெற்றிடத்தின் தரம் எவ்வளவுக்கு உயர்வாக இருக்கத் தேவைப்படுகிறதோ அவ்வளவுக்கு வெளிப்படுத்தியழுக்கமானது தாழ்ந்ததாக இருத்தல் வேண்டும். தரப்பட்ட எந்தப் பம்பிக்கும் தேவைப்படுகின்ற வெளிப்படுத்தியழுக்கமானது பருமட்டான பம்பியொன்றாலோ தொடர்நிலையில் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற பருமட்டான பம்பிகள் பலவற்றாலோ பெறப்படுகின்றது. இப்பம்பிகள் முற்பம்பிகள் எனப்படும்; அவற்றின் தொடரில் முதலாவதாக இருக்கின்ற உறுப்பு வளிமண்டலத்தில் நேரே வெளியேற்றவேண்டும்.



(b) பெறக்கூடிய வெற்றிடத்தின் தரம்: பம்பியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற மூடிய தொகுதியொன்றிலே அடையக்கூடிய மிகத்தாழ்ந்த அழுக்கம் என இதற்கு வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது. இவ்வெல்லு அழுக்கமானது வெளிப்படுத்தியழுக்கத்தைப் பொறுத்துள்ளது எனவும், பம்பியில் வாயுவின் பொசிவே அதற்குக் காரணம் எனவும் காணப்பட்டுள்ளது. மூடிய பாத்திரமொன்றினின்று ஐதரசன், ஈலியம் போன்ற இலேசான வாயுக்களின் வெளியேற்றலினிடத்தே இப்பொசிவானது பெரிதும் கவனிக்கத்தக்கது.

(c) கம்பியொன்றின் கதி. இவ்விடம் பற்றிப் பெருமளவில் இன்னும் மயக்கம் உளது. இங்கு இரு வரைவிலக்கணங்கள் கூறப்பட்டு, அவை ஒன்றிற்கொன்று தொடர்புடையதாகக்கப்படும். செக்கனில் வெறிதாக்கப் படுகின்ற பாத்திரம் அல்லது தொகுதியினின்று அப்புறப்படுத்தப்படுகின்ற வாயுவின் திணிவு என்பதே பம்பியொன்றின் கதிககான முதலாவது வரைவிலக்கணம். இக்கதியானது  $\sigma$  என்பதால் குறிக்கப்படுக. இரண்டாவது வரைவிலக்கணப்படி கதி  $\delta$  ஆனது செக்கனில் அப்புறப்படுத்தப்பட்ட வாயுவின் கனவளவு ஆகும்; இவ்வு அக்கனவளவானது தொகுதியில் அவ்வப்போதுள்ள அழுக்கத்திலேயே அளக்கப்படுகின்றது.  $\sigma$  வையும்  $\delta$  ஐயும் தொடர்புபடுத்தும்பொருட்டுக் கீழே வருகின்றதைக் கருதுவோம்.

வெளிப்படுத்தப்படுகின்ற தொகுதியின் கனவளவு  $V$  ஆகுக; அத் தொகுதியில் பம்பியின் ஒரு பாகமும் அடங்கும்; பொதுவாக  $V$  ஒரு மாறிலியாகும். நேரம்  $t$  யில்  $V$  யில் அடைபட்டிருக்கின்ற திணிவு  $m$  உம், நேரம்  $(t + \delta t)$  யில் அதற்கு ஒத்த திணிவு  $(m + \delta m)$  உம் ஆயின், அப்பொழுது நேரம்  $\delta t$  யில் அப்புறப்படுத்தப்பட்டிருள்ள திணிவானது  $-\delta m$  ஆகும்; எனவே

$$\sigma = -\frac{dm}{dt}.$$

நேரங்கள்  $t$  யிலும்  $(t + \delta t)$  யிலும் தொகுதியிலுள்ள வாயுவின் அழுக்கங்கள் முறையே  $p$  யும்  $(p + \delta p)$  யும்,  $R$  ஆனது அலகுத் திணிவு ஒன்றிற்குப் பொருத்தமான வாயு மாறிலியும் எனின், அப்பொழுது

$$pV = mRT.$$

எனவே  $V \frac{dp}{dt} = RT \frac{dm}{dt}$  [ $V$ ,  $R$ ,  $T$  என்பவை மாறிலிகளாகும்.]

[அகில வாயு மாறிலி  $R$  உம் வாயுவின் மூலக்கூற்று நிறை  $M$  உம்,  $R = \frac{R}{M}$  என்பதால் தொடர்புபடுத்தப்பட்டிருக்கின்றன.]

எனவே,

$$\sigma = -\frac{dm}{dt} = -\frac{V}{RT} \frac{dp}{dt}.$$

இனி, அழுக்கம்  $p$  யில் திணிவு  $m$  உடைய ஒரு வாயுவாற் கொள்ளப் படுகின்ற கனவளவு  $\Omega$  ஆகுக, அப்பொழுது

$$p\Omega = mRT.$$

வெப்பநிலை எங்கும் மாறாமல் அதே பெறுமானமுடையதாயிருக்கின்றது என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$p \delta\Omega = \delta m RT$$

எனப் பெறுகிறோம். இச்சமன்பாடானது அழுக்கம்  $p$  யில் திணிவு  $\delta m$  உடைய வாயுவின் கனவளவு  $\delta\Omega$  என்பதைத் தருகின்றது. எனவே,

$$\begin{aligned} S &= -\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{RT}{p} \frac{dm}{dt} \\ &= -\frac{RT}{p} \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} = -\frac{V}{p} \frac{dp}{dt} = -V \frac{1}{dt} \quad (\text{இ.ம. } p). \end{aligned}$$

இது பம்புகதியின் கணநிலைப் பெறுமானத்திற்கான கோவையொன்றைத் தருகிறது.  $S$  ஒரு மாறிலியெனக் கொள்ளல் சரியெனவும், அழுக்கமானது நேரம்  $t_1$  இலிருந்து  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ) வரை  $p_1$  இலிருந்து  $p_2$  இற்கு இறங்குகின்றது எனவும் கொண்டால், அப்பொழுது

$$\begin{aligned} S \int_{t_1}^{t_2} dt &= -V \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \\ \therefore S &= \frac{V}{t_2 - t_1} \text{ இ.ம. } \frac{p_1}{p_2} = 2.303 \frac{V}{t_2 - t_1} \log \frac{p_1}{p_2}. \end{aligned}$$

எல்லா இற்றைநாள் பம்பிகளிடத்தும் இச்சூத்திரமானது உயர் எண் பெறுமானம் உடையதாயிருக்கின்றபடியால், உயர்கதிப்பம்பிகளைச் செய்வோர் அதனையே பெரிதும் விரும்புகின்றனர். திணிவு, நேரம் ஆகியவற்றுடன் கோவைப்படுத்திய கதியே மிகத் திட்டமானது ; மைக்கிரோமில்லிக்கிராமை, அதாவது  $10^{-9}$  கி. ஐ, அலகுத் திணிவாக எடுத்தால், இங்கும் முன்னர் போல் உயர் எண் பெறுமானங்களைப் பெற முடிகின்றது.

**பம்புகதிக்கு லான்முயரின் (Langmuir) சூத்திரம்.**—தரப்பட்ட தொகுதி யொன்றிலே அடையக்கூடிய எல்லையழுக்கம்  $p_u$  ஐ  $p_1$  ஆனது அணுகுந் காலே  $\square$  ஆனது பூச்சியத்தை அணுகுகின்றது என்னுஞ் செய்தியை லான் முயர் சுட்டிக்காட்டியிருக்கின்றார். இதன் விளைவாக லான்முயர்  $S^*$  என்னும் இன்னுமொரு கணியத்தைப் புகுத்தியுள்ளார் ; அதைப் பம்பியின் கதி என அழைத்துள்ளார் ; அது

$$S^* = \frac{V}{t_2 - t_1} \text{ இ.ம. } \left( \frac{p_1 - p_u}{p_2 - p_u} \right)$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் வரையறுக்கப்படுகின்றது.

இச்சமனபாட்டை அறிமுறைப்படி பின்வருமாறு பெறமுடிகின்றது. எந்தக் கணத்திலும், மாறாக் கனவளவு  $V$  உடைய பாத்திரமொன்றிலே வாயுவின் அழுக்கம்  $p$  ஆகுக. இவ்வழுக்கமானது  $P$ ,  $p_u$  என்னும் இரு பகுதியழுக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை என நாம் கருதலாம்; இங்கு  $P$  ஆனது மூலக்கூறுகளின் கணநிலையழுக்கத்தைச் சுட்டுகிறது; அம்மூலக்கூறுகள் பாத்திரத்தினது வெளிப்படுத்துகையின் ஈற்றிலே பம்பியால் அப்புறப்படுத்தப்பட்டாகிவிடும். பாத்திரத்தில் நின்ற மூலக்கூறுகளின் பகுதியழுக்கம்  $p_u$  ஆகும். அப்பொழுது எந்தக் கணத்திலும் பாத்திரத்தில் இருக்கின்றதும், ஆனால் ஈற்றிலே அதனின்றி அப்புறப்படுத்தப்படுகின்றதுமான வாயுவின் திணிவு  $m$  ஆனது

$$PV = m \lambda T$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது. எனவே,

$\sigma = -\frac{dm}{dt}$  உம்,  $S^* = -\frac{\delta Q}{dt}$  உம் ஆகும்; இங்கு  $\delta Q$  ஆனது அழுக்கம்  $P$  யில் வாயுவின் திணிவு  $\delta m$  என்பது கொள்ளுகின்ற கனவளவு ஆகும். அப்பொழுது முன்போல,

$$S^* = -\frac{V}{P} \frac{dP}{dt}.$$

மேலும்  $S^*$  மாறிலியாயின்,

$$S^* (t_2 - t_1) = -V \int_1^2 \frac{dP}{P}.$$

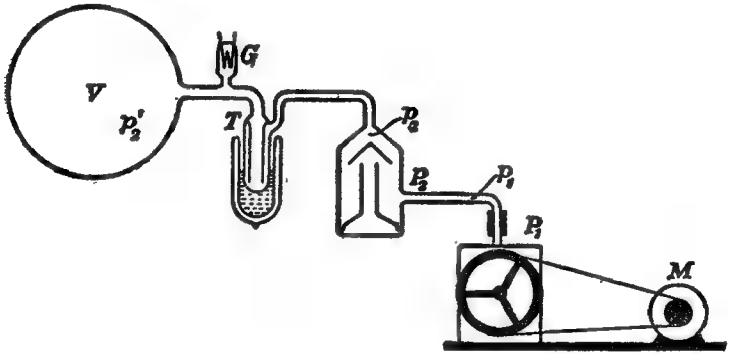
ஆனால்,  $P = p - p_u$ ; இங்கு  $p$  யானது  $V$  யிலுள்ள வாயுவின் அழுக்கம் ஆகும்; அது மாளியொன்றால் அளக்கப்படுகின்றது. எனவே  $\delta p = \delta P$ .

$$\therefore S^* = \frac{V}{t_2 - t_1} \text{ இ.ம. } \left( \frac{p_1 - p_u}{p_2 - p_u} \right).$$

$p_u = 0$  எனின்,  $S = S^*$ ; ஆனால்,  $p_u$  ஆனது முடிவுள்ளதாயிருக்கின்ற மற்றெல்லா எடுத்துக்காட்டுக்களிலும் அழுக்கமானது  $p_u$  வை அனுகூலம் போது கதி  $\square$  குறைகின்றது; மேலே கூறியுள்ளவாறு எல்லையழுக்கம் அடைந்ததும்  $S$  பூச்சியமாகின்றது.

நிலையியல் வெற்றிடத் தொகுதிகளும் இயக்கப்பாட்டு வெற்றிடத் தொகுதிகளும்.—வெற்றிடத் தொகுதிகள் வழக்கமாக நிலையியற் நெருதி எனவும் இயக்கப்பாட்டுத் தொகுதி எனவும் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. முந்தியதில் வாயு புகவியலாத, அதாவது பம்பியின் செல்வழி ஒழிந்த எல்லா வழிகளும் மூடப்பட்ட, தொகுதிகள் அடங்கும்; இவ்வகையின் சிறப்பியல்பு யாதெனில் அதில் ஈற்றிலே அடையப்படுகின்ற அழுக்கத்தின் மிகத் தாழ்ந்த பெறுமானம் என்பதாகும். சிறு ரேடியோ வால்வுகளின் வெற்றிட மாக்குகைக்கெனத் திட்டமிடப்பட்டுள்ள தொகுதியானது இவ்வகைக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும். இங்கு, தொகுதியானது, அதாவது வால்வு

அதைப் பம்பியுடன் இணைக்கின்ற பகுதியும், பொசிவுகள் முற்றிலும் நீக்கப்பட்ட கண்ணாடியாலானது ; உலோகம், கண்ணாடி என்பவற்றாலான எல்லா உறுப்புக்களின்னும் மேன்மட்டத்தோடொட்டியுள்ள வாயுக்கள் நீக்கப்பட்டிருக்கின்றன. இரண்டாவதில் அல்லது இயக்கப்பாட்டுத் தொகுதியில், ஆய்கருவியின் வெவ்வேறான பகுதிகளில் தொடர்ச்சியாக வெளிப்படுகின்ற வாயுவையும், சிலவேளைகளில் தொம்சனின் நேரயனாய்கருவியில் அயன் முதலொன்றின் ஆகக்வையிட்டுச் சிறு ஆலை வேண்டுமென்றே ஆக்கப்பட்ட பொசிவூடே தொகுதியில் நுழைகின்ற வாயுவையும் சமாளிப்பதற்கு மிகவும் உயர்கதிப பம்பிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. வெளிப்படுத்துகையைத் தொடர்ச்சியாக நடாத்திறைறான திணிவுத் திருசியப் பதிகள், சைக்கிளத்திரனகள், வெற்றிடம் நிலைநிறுத்தப் பட்டிருக்க வேண்டிய, அளவிற்பெரிய, ஆய்கருவிகள் எனபவை செயன்முறைக்கு உகந்தனவாகும் ; இவையே இயக்கப்பாட்டுத் தொகுதிகள்.

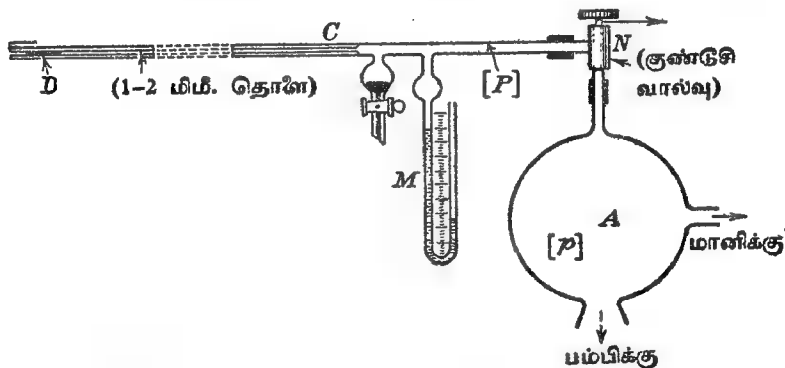


படம் 14-01. எடுத்துக்காட்டான பம்புத்தொகுதி.

வெற்றிடத் தொகுதியொன்றின் இன்றியமையாத உறுப்புக்கள் படம் 14-01 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.  $P_1$  என்பது முதல் அல்லது ஆதரவுப் பம்பி ஆகும் ; அது வளிமண்டல அழுக்கத்தை எதிர்த்துச் செயலாற்றி இரண்டாவது பம்பி  $P_2$  இன் செயற்பாட்டுக்குத் தேவையான தாழ்முகத்தை உண்டுபண்ணுகிறது. இவ்விரண்டாவது பம்பியானது வழக்கமாக ஓர் ஒடுக்கற் பம்பியாகும் ; தொழிற்படுகின்ற பதார்த்தம் இரசம் எனின் பம்பிக்கும் வெளிப்படுத்துகைக்கான தொகுதிக்கும் இடையே இரச ஆவிப் பொறி T என்பதைப் புகுத்தி அத்தொகுதியில் இரச ஆவியானது நுழையாவண்ணம் தடுக்கப்படுகின்றது. படத்திற் காட்டியுள்ள வடிவ முடைய பொறியானது திரவவளி வெப்பநிலையில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது ; எனவே பொறியில் இரசம் ஒடுங்கி உறைந்து தங்கிவிடுகின்றது. கடைசியாக V யானது உயர் வெற்றிடம் தேவைப்படுகின்ற ஆய்கருவியைக் கருதுகிறது. தொகுதியில் ஆக்கக்கூடிய அளவில் அழுக்கமானது

தாழ்ந்திருக்கிறபோதிலும் தொகுதியில் பம்பி  $P_2$  இன் உள்வாய்ப் பக்கமாக இருக்கின்ற எல்லாப் பாகங்களிலும் அழுக்கம் மாறிலியாகும் எனக் கூறமுடியாது.  $V$  யின் சுவாகளினின்றும் வேறெதாவது இடங்களினின்றும் வாயு தொடர்ச்சியாக வெளிவிடப்படுதலாலும், மிகவும் கூடிய தாழ்முக்கங்களில், ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், வாயு மூலக்கூறுகளின் இடைச்சயாதீபைப் பாதை பெரிதாயிருக்கின்றபடியாலும் மூலக்கூறுகள் பம்பிகளை உடனடியாக அடையமாட்டா. அதாவது,  $V$  யிற்கும் பம்பிகளுக்கும் இடையேயுள்ள தொடுகுகுங் குழாய்கள் வாயுவோட்டத்திற்குத் தடையொன்றை ஏற்படுத்துகின்றன. தொடுக்குங் குழாய்கள் அகலமாகவும் சிறிதாகவும் இருந்தால், இத்தடையைக் கருதத்தக்க அளவிற்குறைத்துக் கொள்ளலாம். பாத்திரம்  $V$  யில் உண்மையாக அடைந்துள்ள அழுக்கம் அப் பாத்திரத்திற்குக் கூடியமட்டில் அணித்தாகத் தொடுக்கப்பட்ட ஏதேனுமொருவகைத் தாழ்முக்கமானி  $G$  யால் அளக்கப்படுகின்றது. மேற்படி தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் அடுத்து வருவதில் விவரித்துக் கூறப்படும்.

பம்பியொன்றின் கதியைப் பரிசோதனை முறைப்படி துணிதல்.—(a) மாற அழுக்க (அல்லது சிறு இரசநிரல்) முறை : முதன்முதலாகக் கேயிடே என்பவர் ஏற்படுத்திய இம்முறையிலே பாத்திரமொன்றினின்றும் பம்பி வாயுவை



படம் 14-02. பம்பியொன்றின் கதியைத் துணிதலுக்குச் சிறு இரச நிரல் (அல்லது மாறவழுக்க) முறை.

வெளியேற்றுகின்ற வீதத்தை எதிரீடு செய்யுமுகமாக அப் பாத்திரத்தில் எக்கனவளவு வீதத்தில் வாயு வழங்கப்படல் வேண்டும் எனபது துணியப்படுகின்றது ; அப்பொழுது பாத்திரத்தில் அழுக்கமானது மாறிலியாகப் பேணப்படுகின்றது. தே.பெள. ஆ. இலே திட்டமிடப்பட்டபடியான மாறவழுக்க முறையின்வருமாறு. கிட்டத்தட்ட ஓர் இலீற்றர் கொள்ளளவுடைய பெரிய கண்ணாடிக் குமிழ்  $A$  யானது, கதி துணியவேண்டிய பம்பிக்கு நேராக மேலே

ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றது. A யையும் பம்பியையும் தொடுக்கும் உறுப்பானது கூடியமட்டில் சிறிதாயிருத்தல் வேண்டும்; ஏனெனில், தொடுக்கும் இணைப்பின் பரிமாணங்களைப் பொறுத்தவளவில் பம்பியின் கதியள வீடானது அதன் உண்மையான கதியைக் காட்டிலும் சிறிதாயிருக்கும். BC யானது எண்ணெய் அழுக்கமானி M, குண்டுசிவால்வு N எனப்பெற்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஒரு நுண்ணிய மயிர்த்துளைக் குழாயாகும், படம் 14.02. பயன்படுத்தப்படுகின்ற எண்ணெயானது தாழ்மையழுக்க முடையதாயிருத்தல் வேண்டும்; இதன் பொருட்டு சதாரைதரோந்தத்தலை ( $C_{10}H_{12}$ ,  $20^\circ$  ச. இல அடர்த்தி  $0.972$  கி. சமீ.- $^3$ ) மிகப் பொருத்தமானது. வால்வு N ஐத் தக்கவாறு செப்பஞ்செய்து பம்புத்தொடரில் வளி நுழைதல் ஒழுங்காக்கப்படுகின்றது. எனவே A யில் அழுக்கத்தை விரும்பிய எந்தப் பெறுமானத்திலும் நிறுத்திக்கொள்ளலாம். இவ்வழுக்கம் தாழ்முகமானியொன்றால் அளக்கப்படுகின்றது. வளிமண்டல அழுக்கத்திற்குச் சற்றுக்குறைவான அழுக்கத்திலேயே ஆள்வால்வுக்கு வளி வழங்கப்படுகின்றது. இவ்வித்தியாசம் எண்ணெய் அழுக்கமானியிற் காட்டப்படுகின்றது. குண்டுசிவால்வு N இன் நிலையொவ்வொன்றிலும் வளியை நுழையலிடும் வீதமானது BC யில், அதிலுள்ள இரு மாட்டேற்றுக் குறிகளிடையேயுள்ள தூரத்தைக் கடப்பதற்கு, சிறு இரசநிரல் D யின் முன்னேறும் முனை எடுக்கின்ற நேரத்தை அவதானித்துக் காணப்படுகின்றது.

BC யிலுள்ள மாட்டேற்றுக் குறிகளுக்கிடையேயுள்ள கனவளவு  $w$  யும், சிறு இரசநிரலின் கப்பு நேரம்  $t$  யும், BC யில் வளியின் அழுக்கம்  $P$  யும் எனின், அப்பொழுது நேரம்  $t$  யில், பம்புத்தொகுதியிற் புகுகின்ற தும் A யிலுள்ள அழுக்கம்  $p$  யில் அளக்கப்பட்டதுமான வளியின் கனவளவு  $\Omega$  ஆனது

$$p\Omega = Pw$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது; இங்கு போயிலின் விதியைப் பயன்படுத்துதல் சரி எனக் கொள்ளப்படுகிறது. பம்பியின் கதி

$$S = \frac{\Omega}{t} = \frac{Pw}{pt}.$$

இற்றைநாள் உயர்கதிப் பம்பிகளின் கதியானது அழுக்கத்துடன் கருத்த தக்கவளவில் மாறுகின்றபடியால் அக்கதியின் துணிதலுக்கு இம்முறையே சிறந்ததெனக் கொள்ளப்படுகின்றது.

(b) மாறாக் கனவளவு முறை: பம்பியொன்றின் கதியானது

$$S = \frac{V}{t_2 - t_1} \text{ இ.ம. } \left( \frac{p_1}{p_2} \right)$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் தரப்படுகின்றது என ஏற்கெனவே காட்டப்பட்டிருக்கின்றது.

அடிப்படையில், பம்பியின் கதியைத் துணிதலுக்கான மாறாக் கனவளவு முறையானது இச்சமன்பாட்டின் ஒரு நேரடிப் பிரயோகமாகும். (பக்கம் 800

இல் தாப்பட்டுள்ள திருத்தமிக்க சமன்பாடானது இங்கு தேவைப்படாது ; ஏனெனில், நோக்கல்கள் எடுக்கப்படும்போதுள்ள சூழ்நிலையில்  $pu$  ஆனது வழக்கமாக மறைகின்ற அளவில் சிறிதாகும்.)

ஆய்கருவியானது பம்பியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றதும் கனவளவு  $V$  உடையதுமான பெரிய பாததிரமொன்றாலானது ; பம்பிமுகமாகப் பாத திரத்தைத் திறந்தபின் வெவ்வேறான நேரங்களில்,  $V$  யிலுள்ள வாயு வின் அழுக்கம் அளக்கப்படுகின்றது. நேரம்  $t=0$  இல் அழுக்கம்  $p_1$  உம், நேரம்  $t$  யில் அழுக்கம்  $p$  யும் எனின், அப்பொழுது

$$S = \frac{V}{t} \text{ இ.ம. } \left( \frac{p_1}{p} \right) = 2.303 V \left( \frac{1}{t} \right) \text{ மட } \left( \frac{p_1}{p} \right),$$

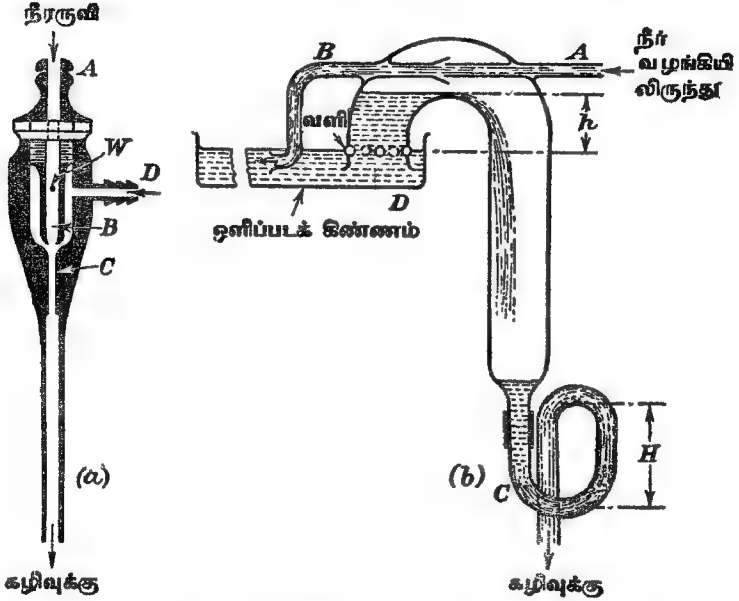
$$\text{அல்லது} \quad t = C - 2.303 \frac{V}{S} \text{ மட } p$$

எனப் பெறுகின்றோம், இங்கு  $C = 2.303 \frac{V}{S} \text{ மட } p_1$ ; ஏதாகிலுமொரு பரிசோதனையில் அது மாறிலியாகும்.

எனவே,  $S$  ஆனது அழுக்கத்தைச் சாராமல் இருக்கும்வரை  $t$ , மட  $p$  வரைபானது ஒரு நேர்கோடாகும். அந்நேர்கோட்டின் சரிவிலிருந்து கதி  $S$  ஐத் துணியலாம். அங்குத் தொடுக்குவ குழாய்கள் வாயுப்பாய்ச்ச லுக்கு அளிக்கின்ற தடையாலாகின்ற நேரப்பின்னிடையு காரணமாக இப் பரிசோதனையில் மக்கிளொட்டமூக்கமானியை வெற்றிகரமாகப் பயன் படுத்த முடியாது எனபது தெளிவாகும்.

**நீர்த்தாரைப் பம்பிகள்.**—நீர்த்தாரைப் பம்பியானது பாத்திரமொன்றி லுள்ள வளியை வெளிப்படுத்துதற்கான மிகப் பழைய உபகரணமாகும் ; எனினும், அது இன்றுங்கூட கிட்டத்தட்ட எல்லா ஆய்கூடங்களில் நாள் தோறும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது. தொடக்கத்தில் இது கண்ணாடியாலாக் கப்பட்டது ; எனவே அது எளிதில் உடையக்கூடியதாக இருந்தது. இன்று நீர்த்தாரைப் பம்பிகள் வழக்கமாக உலோகத்தால் ஆக்கப்படுகின்றன ; அவற்றுள் ஒன்றுனது படம் 14.03 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. நீரானது மாறவழுக்க வழங்கியொன்றிலிருந்து பம்பியில்,  $A$  என்னும் இடத்தில் புகுகின்றது ; அருவிக்குக் குறுக்கே வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற தடித்த கம்பி  $W$  ஆனது நீரோட்டத்தைக் கொந்தளிக்கச் செய்கின்றது. வெளிவழிமுனை  $B$  யானது அடைப்புக்குழாய்  $C$  யிற்கு அணித்தாயுள்ளது ; பக்கக்குழாய்  $D$  யானது வெளிப்படுத்துகைக்கான பாததிரத்துடன் தொடுக் கப்பட்டிருக்கின்றது. நீர்த்தாரையானது  $B$  யிலிருந்து  $C$  யிற்குச் செல்லும் போது அதிற் சிறு வளிக்குமிழிகள் சிக்கி நீர்த்தாரையால் அப்புறப்படுத்தப் படுகின்றன. பம்புவேகமானது கிட்டத்தட்ட 20 சமீ.<sup>3</sup> செக்.<sup>-1</sup> ஆகும் ; அடையக்கூடிய மிகத்தாழ்ந்த அழுக்கம், அதாவது ஆய்கூட வெப்பநிலை யில் நிரம்பிய நீராவியழுக்கத்துக்குச் சற்றுக் குறைந்த அழுக்கமானது கிட்டத்தட்ட 1 சமீ. இரசம் ஆகும்.

ஒளிப்படத்தட்டுக்கள், பதிவுகள் என்பவற்றைக் கழுவுவதற்கு ஹிக்மானின் நீர் சுற்றோட்டி.—இது நீர்த்தாரைப் பம்பியின் மாற்று வடிவமாகும்; ஒளிப்படக் கிண்ணைமொன்றிற்கு வேகமான நீரருவியொன்றை வழங்கவும் அதே வேகத்தில் அந்நீரை அப்புறப்படுத்தவும் இது திட்டமிடப்பட்டிருக்கின்றது. இதைப் பயன்படுத்தி ஒளிப்படத்தட்டுக்களையும் பதிவுகளையும் கிட்டத்தட்ட ஐந்து நிமிடத்தில் நன்றாகக் கழுவிக்கொள்ளலாம். இவ்வுபகரணமானது கண்ணாடியால் அல்லது உலோகத்தால் ஆனது;



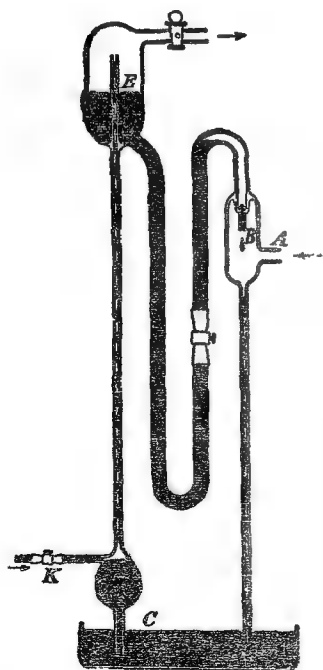
படம் 14-03. (a) உலோகத்தாலான நீர்த்தாரைப் பம்பி, (b) ஒளிப்பட முறைகளிற் பயன்படுத்துவதற்கு ஹிக்மானின் வேகமான கழுவுறொறி.

அதனது முழு நீளமும் கிட்டத்தட்ட ஆறு அங்குலம் ஆகும். இது சமனில்லாத உறுப்புகள் உடைய, தலைகீழாக்கப்பட்ட U குழாயொன்றானது. அக்குழாயின் வளைவில், படம் 14-03 (b) யில் காட்டியுள்ளவாறு, A, B என்னும் இரு குழாய்கள் உருக்கி ஒட்டப்பட்டிருக்கின்றன. A யில் நீரானது புகுகின்றது; வளி-நீர்க் கலவையானது குழாய் B வழியாகத் தப்புகிறது. அதன் செல்வழியானது ஒளிப்படக்கிண்ணம் D யிலுள்ள நீரின் பரப்பிற்குக் கீழே இருக்குமாறு குழாய் B வளைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. C யானது காட்டியுள்ளவாறு வளைக்கப்பட்ட ஒரு கண்ணாடிக் குழாய்த் துண்டாகும்; அது கவிழ்க்கப்பட்ட U குழாயின் நீண்ட



உறுப்படன் பிணைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. பம்பி செயலாற்ற முன்னராக இப்பிணைச்சலானது நீரால் நிரப்பப்பட்டிருத்தல் வேண்டும். U குழாயி னின்று வளி வெளியேற்றப்படும்போது அதனது இடம் கிண்ணத்து நீராற் கொள்ளப்படுகின்றது; உயரம்  $h$  ஆனது H ஐக் காட்டிலும் குறைவாக இருக்கும் வரை இது தொடர்ச்சியாக நிகழும். கிண்ணத்து நீரின் பொதுமட்டத்தில் சிறு வளித்துவாரங்கள் அமைக்கப்பட்டிருந்தால், தொகுதியில் வளி புகும்வண்ணம் அத்துவாரங்கள் காட்டியுள்ளவாறு இடங்கொடுக்கின்றன. கிண்ணத்திற் கிடக்கின்ற தட்டுக்கு அல்லது பதிவுக்கு மேலே B யிலிருந்து வருகின்ற நீரானது வேகத்துடன் சுற்றியோடுகிறது; அதே வேகத்தில் அது அபயுறப்படுததப்படுவதனால் வழிதல் நிகழ்வதில்லை. இவ்வபுகரணத்தின் திறன் மிகப்பெரிதாம்.

**பிறங்கல் (Sprengel) பம்பி.**—நீர்ப்பம்பியொன்றுடன் கூடிச் செயலாற்று கின்ற இப்பம்பியின வகையொன்று படம் 14.04 இற காட்டப்பட்டிருக்



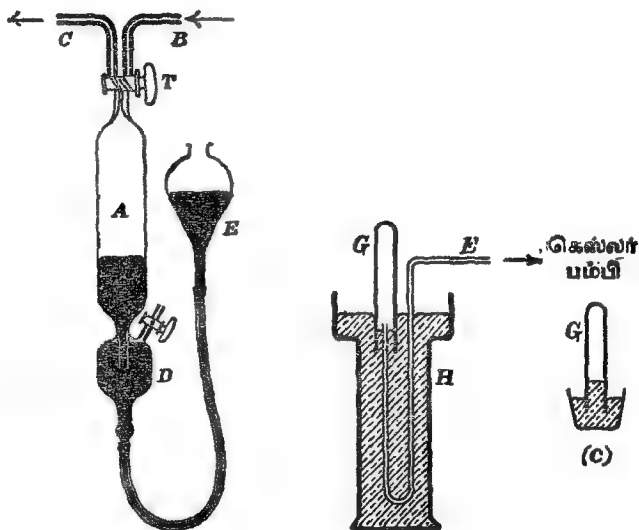
படம் 14.04. பிறங்கல் பம்பி.

கிறது. அதிலுள்ள மயிர்த்துளைக் குழாய் கள்ள விட்டம் 0.15 சமீ. ஆகும்; அவை அண்ணளவில் 2 சமீ. விட்டமுடைய குமிழ்களாக விரியும் இடங்கள்தவிரந்து மறறைக் குழாய்களின் விட்டம் கிட்டத் தட்ட 0.5 சமீ. ஆகும். குழாய் A யானது வெளிப்படுத்துகைக்கான பாத்திரத்திற் குச் செல்கின்றது. தாரை B யிலிருந்து விழுகின்ற சிறு இரசநிரல்கள் அத்தா ரைக்குக் கீழேயுள்ள வீழ்ச்சிக் குழாய் புட்புகும்போது வாயுக்குமிழிகளைத் தம் முள் அடைத்துக்கொள்கின்றன. நீர்ப் பம்பியொன்றுடன் நேரே தொடுக்கப் பட்டிருக்கின்ற சேமிப்புக்கலம் E யிலி ருந்து B யில் தேவைப்படுகின்ற இரசம் வழங்கப்படுகின்றது. மயிர்த்துளைக் குழா யொன்று இச்சேமிப்புக்கலத்தின் நடு வேயும், பின்பு அதனை அடியூடேயும் சென்று தொட்பு C யில் முடிவு பெறுகின்றது. இக்குழாயின் நுனியில் T- துண்டொன்று உளது; அத்துண்டுடன் தடித்த றப்பர்க் குழாயாற் காய்ச்சி நுண்ணியதாய் இழுக்கப்பட்ட கண்ணா டிக் குழாயொன்று தொடுக்கப்பட்டிருக் கின்றது. நீர்ப்பம்பி தொழிற்படும்போது மேற்படி துவாரம் வழியே வளி

உறிஞ்சப்பட்டுச் சிறு இரச நிரல்களைத் தன்னுடன் காவிச் செல்கின்றது.

இக்கலவை குழாயின் மேலான முனையை அடைந்ததும் அவ்விடத்தில் வளி நீர்ப்பம்பியை நோக்கிச் செல்ல, இரசம் சேமிப்புக்கலத்தில் விழுகின்றது. கவ்வி K, ஆய்கருவியுள் வளி புகும் வீதத்தை ஆளுகின்றது.

**கெஸ்லர் (Geissler) பம்பிகள்.**—இன்னும் தாழ்ந்த அழுக்கம் தேவைப் படின, வேறொரு பம்பி வகையைப் பயன்படுத்தல் வேண்டும். வெளிப் படுத்துகைக்கான கனவளவு 200 சமீ.<sup>3</sup> ஐ மீறாமல் இருக்குமிடத்து (பெரும்பாலும் ரோப்பினர் பம்பி எனப்படும்) கெஸ்லர் பம்பியானது பெரிதும் பயன்படுகின்றது. இவ்வகைப் பம்பியின் எடுத்துக்காட்டுபொன்று படம் 14.05 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. அது கிட்டத்தட்ட 200 சமீ.<sup>3</sup>



படம் 14.05. கெஸ்லர் பம்பி.

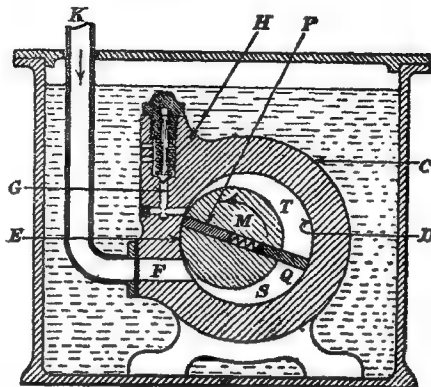
கொள்ளளவுடைய உருளைப்பீப்பா A யைக் கொண்டிருக்கின்றது. பீப்பா வின் மேல் முனையில் இருவழி மயிர்த்துளைக்குழாய்வாயில் T என்பது உளது; அவ்வாயிலைத் திருப்பிப் பீப்பா A யை ஒன்றில் வெளிப்படுத்து கைக்கான ஆய்கருவியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற குழாய் B யுடன், அல்லது வளிமண்டலமுகமாகத் திறந்திருக்கின்ற குழாய் C யுடன் இணைத்துவைக்கலாம். A யின் கீழ் முனையில் பக்கக்குழாய்வாயில் தொடுக்கப்பட்ட சிறு பீப்பா D என்பது உளது. அழுக்கக் குழாயால் D யானது இரசச் சேமிப்புக்கலம் E யுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. அழுக்கக் குழாய் வழியாக ஆய்கருவியுட் புகுகின்ற வளி D யிற் சிறைப்படுத்தப்பட்டுப் பக்க வாயில் வழியாக அப்புறப்படுத்தப்படுகின்றது.

செயன்முறைகள் பின்வருமாறு. முதலாவதாகச் சேமிப்புக்கலம் E உயர்த்தப்படுகின்றது. T யானது C யுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றபடியால் பீப்பா A இரசத்தால் முற்றிலும் நிரப்பப்படுகின்றது. T யை மூடி, E யைச் சற்றுத் தாழ்த்தி, B யும் A யும் ஒன்றோடொன்று தொடுப்பவைத்திருக்குமாறு T திருப்பப்படுகின்றது. B யிலும் அது தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற பாத்திரத்திலும் உள்ள வாயுவின் அழுக்கமானது A யில் இரசத்தை இறங்கச் செய்கிறது; கிட்டத்தட்ட A முழுவதையும் வாயு நிரப்புவரை E தாழ்த்தப்படுகின்றது. அடுத்து T யை மூடி, A யில் அழுக்கமானது வளிமண்டல அழுக்கத்தை மீறும்வரை E உயர்த்தப்படுகின்றது. இவ்வாறானதும், A இற்கும் C இற்கும் நேர்த்தொடுப்பு உண்டாகும் வரை T திருப்பப்படுகின்றது. இனி A யிலிருந்து வாயுவை அப்புறப்படுத்தலாம். இச்செயன்முறை பத்துத்தரம் அல்லது அதற்குக் கூடுதலாகவும் மீண்டும் மீண்டும் நடாத்தப்படுகின்றது; அதற்குப் பின்னர் வெளிப்படுத்துகைக்கான பாத்திரத்தில் வெளியேற்றுவதற்கு வாயுவேயிலில் எனக் காணப்படும். A யிலுள்ள இரசமானது T யை அடையும்போது “கினிக்” போன்ற சிறந்த உலோகச் சத்தமொன்று கேட்கப்படும்; அது தாழ்வெற்றிடம் கிடைத்துவிட்டது எனபதை உணர்த்துகிறது.

இத்தகைய பம்பியொன்றுடன் சிறு உறுப்பொன்றைச் சேர்த்தால் முளைதாக்கவே வெளிப்படுத்தியுள்ள பாத்திரமொன்றிலே வாயுவொன்றைப் புகுத்தவும் பின்னர் அதைத் திரும்பப் பெறவும் முடியும்; இது அப்பம்பியின் ஒரு சிறப்பியல்பாகும். இச்செயன்முறையை இவ்வாறு நடாத்தும் பொருட்டுக் குழாய் C யானது நீட்டப்படுகின்றது, அல்லது படம் 14-05 (b) யிற் காட்டியுள்ள வடிவம் அளிக்கப்பட்ட வேறொரு குழாய் E யுடன் அது தொடுக்கப்படுகின்றது. E யின் U குழாய்போன்ற பாகமானது இரசம் கொண்ட, தடித்த சவருடைய சாடி H இல் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றது; E யின் திறந்தமுனை இரசப் பரப்புக்குக் கீழே இருக்கின்றது. வெளிப்படுத்தியுள்ள பாத்திரத்தில் புகுத்தவிருக்கின்ற வாயுவானது கவிழ்க் கப்பட்ட சோதனைக்குழாயிற் சேமிக்கப்பட்டிருக்கின்றது; அக்குழாயின் வாயானது பெரிய புடக்குகை ஒன்றிலிருக்கின்ற இரசத்தால் மூடப்பட்டிருக்கின்றது; படம் 14-05 (c). இக்கொள்பாத்திரமானது H இல் இடம் மாற்றி வைக்கப்படுகின்றது; H இன் வாய் அகன்றதாயிருக்கிறபடியால் புடக்குகையை எளிதில் வெளியே எடுத்துக்கொள்ளலாம். E யின் திறந்தமுனை வாயுவில் இருக்குமாறு H இல் வாயுகொண்ட குழாயானது வலிந்து அமிழ்த்தப்படுகின்றது. பம்பி மார்க்கமாக, அப்பம்பியுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற பாத்திரமொன்றிலே வாயுவைச் செலுத்தும் முறை உடனே தெளிவாகும்.

கழற்சி வெற்றிடப்பம்பி.—படம் 14-06 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்ற பம்பி யானது உயர்வெற்றிடவுண்டாக்குகையையும் பெரிய கொள்ளளவுடைய பாத்திரங்களின் வெளிப்படுத்துகையையும் இட்டுத் தீப்பிப்பப்பட்டிருக்கின்றது. வளிமண்டல அழுக்கத்திலிருந்து இது செயலாற்றத் தொடங்குகிறது. இது

முற்றிலும் எண்ணெயில் அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கின்றபடியால் உயர்வெற்றிடத்தில் வளியின பொசிவு தடுக்கப்படுகின்றது. பம்பியானது உருக்காலான மேலுறை C யைக் கொண்டிருக்கின்றது ; அவ்வுறையின உருளை வடிவமான அறை D துளைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. இந்த அறையுடே தண்டு



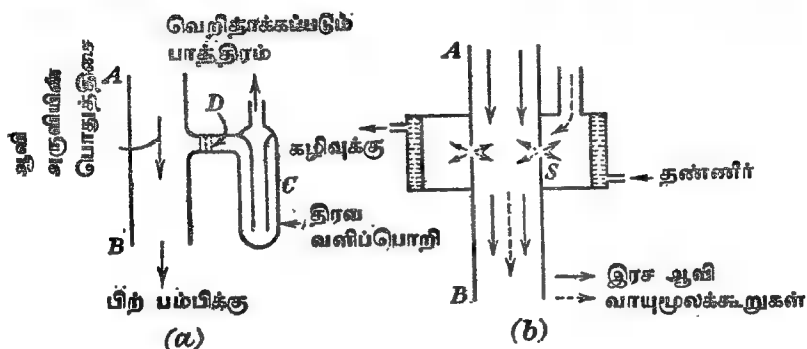
படம் 14-06. ஒரு சுழற்சி வெற்றிடப் பம்பி.

M செல்கின்றது. தண்டின் அச்ச அறையின் அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக ஆனால் அதிலிருந்து விலகியிருக்கின்றது. அது எப்பொழுதும் புள்ளி E யில் அறை D யின் சுற்றயலுடன் தொடுகை வைத்திருக்கின்றது. தண்டானது தன் அச்சைப்பற்றிச் சுழல்கின்றது. இப்புள்ளியின் பக்கமொவ்வொன்றிலும் பலகணியொன்றுள்ளது ; ஒன்று நுழைவழி F ஆகும் ; மற்றது வில்லாள்வால்வு, H, பொருத்தப்பட்ட செல்வழி G ஆகும். தண்டு M இல் நீண்ட துவாரமொன்றுள்ளது ; அதில் தண்டின் அச்சிலிருந்து முன்னும் பின்னுமாகச் சுயாதீனமாக வழக்கக்கூடிய இரு தட்டுக்கள் P, Q என்பன அமைந்திருக்கின்றன. தண்டின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக வைக்கப்பட்டிருக்கின்ற விறொடரொன்றால் இத்தட்டுக்கள் பிரிக்கப்பட்டும் அவற்றின் புற விளிம்புகள் அறை D யின் சுற்றயலைத் தொட்டுக்கொண்டு இருக்கவும் செய்யப்படுகிறது ; வில்லொன்று வெட்டுப்பார்வையிற காட்ப்பட்டிருக்கின்றது.

பம்பியின் செயன்முறை பின்வருமாறு. வரிப்படத்திற் காட்ப்பட்டிருக்கின்ற நிலையைக் கருதுவோம். தண்டு M இடஞ்சுழியாகச் சுழல்கின்றது. அறை D இறகும் தண்டு M இறகும் உள்ள பயன்படும் இடைவெளியானது S, T என்னும் இரு பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கின்றது. தட்டு Q ஆனது அறையின் சுவரைத் தொடுகின்றபடியால், தண்டு சுழலுங்காலே பாகம் S விரிகின்றது ; அதன் விளைவாக நுழைவழிக்குழாய் K மார்க்கமாக வெளிப்படுத்துகைக்கான பாத்திரத்திலிருந்து வளி வெளியேறுகின்றது. அதேநேரம் பாகம் T யானது சுருங்குகிறது ;

அதன் விளைவாக அங்குள்ள வளி அழுக்கப்படுகின்றது. அழுக்கம் போதியவளவு உயர்த்தப்பட்டதும் செல்வழி வால்வு மார்க்கமாக இவ்வளி தப்புகிறது. இவ்வண்ணம் பம்பியானது நுழை குழாய் K தொடுக்கப் பட்டிருக்கின்ற பாத்திரமொன்றினின்று வளியை வெளிப்படுத்தும்.

**இரச ஆவிப் பம்பிகள்.**—1915 இல் கேமிடே என்பார் உயர் வெற்றிட உண்டாக்குகைக்கெனப் பம்பி வகையொன்றைத் திட்டமிட்டார்; அத் திட்டத்தில் வேறுபடுத்துகைகள் நிறைவேற்றப்பட்டபின் அவரது பம்பியானது மற்றெல்லாப் பம்பி வகைகளையும் பெரும்பாலும் நீக்கிவிட்டது.



படம் 14-07. (கேமிடேயின்) பரவற் பம்பியின் அடிப்படை.

இவ்வகைப் பம்பிகள் வழக்கமாகப் பைரட்சுக் கண்ணாடி அல்லது உருகிய சிலிக்கா அல்லது உருக்கால் ஆகப்படுகின்றன; ஒவ்வோர் எடுத்துக் காட்டிலும் 20 மிமீ.— $10^{-2}$  மிமீ. இரசம் என்னும் வீச்சில் படும்படி அழுக்கத்தைக் குறைத்தற்பொருட்டு முற்பம்பியொன்று தேவைப்படுகின்றது.

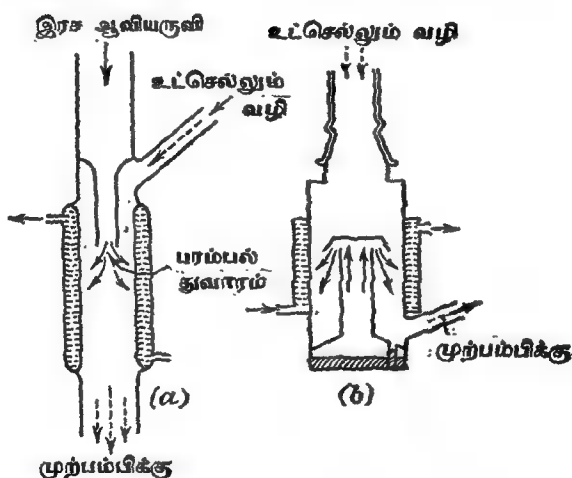
கேமிடேயின் முதலாவது ஆவிப்பம்பி வகையானது பரவற் பம்பி என அழைக்கப்படுகின்றது. அது செயலாற்றும் முறையை விளக்கும் பொருட்டு படம் 14-07 (a) யிற காட்டியுள்ள தொகுதியைக் கருதுக. AB கண்ணாடிக் குழாயாகும்; அதனுடே எளிதில் ஒடுங்கக்கூடிய ஆவியருவியொன்று செல்கின்றது. C யானது AB யுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற ஓர் ஆவிப் பொறியாகும். அங்கு காட்டியுள்ளவாறு D ஒரு நுண்ணுளை விதானமாகும்; அது AB யிலுள்ள இடத்தை C யில் உள்ளதிலிருந்து வேறாக்குகின்றது. வெளிப்படுத்துகைக்கானதும் ஏற்கெனவே தாழ்முக்கத்திலிருக்கின்றதுமான ஆய்கருவியுடன் C யைத் தொடுத்துவைத்தால், அப்பொழுது ஆவிமூலக்கூறுகளும் வளிமூலக்கூறுகளும் விதானம் D யூடே பரவும். ஆவியானது C யில் ஒடுங்குகிறது; ஆனால் AB யில் D யூடே சென்ற வளிமூலக்கூறுகள் ஆவியருவியால் விரைவாக இழுத்துச் செலுத்தப்படு

கின்றன. இது காரணமாக C யுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்ற பாதத் திரத்தில் வாயுமூலக்கம் குறைந்து ஈற்றிலே மிகத்தாழ்ந்த பெறுமான மொன்றை அடைகின்றது.

நடைமுறைப் பரவற் பம்பியொன்றிலே விதானமோ பரவல் தட்டோ தேவைப்படுவதில்லை. இதனை விளங்கும்பொருட்கு குழாய் AB யில் மிகக் குறுகிய உருளைப்பிளவு S என்பது உளது எனக் கருதுக, படம் 14·07 (b). இப்பிளவு வழியாக ஆவிமூலக்கூறுகள் வளிமூலக்கூறுகள் ஆகியவற்றின் பரவல் நடைபெறுகின்றது. பிளவு வழியாக AB யுட் புகுகின்ற வாயு மூலக்கூறுகளுக்கும் அவற்றைக் காட்டிலும் பாரமான ஆவிமூலக்கூறுகளுக்கு மிடையே நிகழ்கின்ற மோதுகைகள் காரணமாக அவ்வாயு மூலக்கூறுகள் கீழ்முகமான கூறுடைய உந்தங்களைப் பெறுகின்றன. எனவே, கலவையானது ஓர் இடத்தை அடைந்து, அங்கு ஆவி ஓடுங்குகிறது; ஆனால் வளியானது ஆதரவுப்பம்பியால் இழுக்கப்பட்டு அப்புறப்படுத்தப்படுகின்றது. அதே நேரம் பரவலாற் சிறிதளவு ஆவி உயர்வெற்றிடத் தொகுதியுட் செல்லும். முக்கிய அருவியில் ஆவியின் அடர்த்தியைக் கட்டுப்படுத்தியும் மிகக்குறுகிய (எடுத்துக்காட்டாக அகலம் 0·1 மிமீ. உடைய) பிளவொன்றைப் பயன்படுத்தியும் ஆவியின் பிற்பக்கப் பரவலானது இழிவாக்கப்படுகின்றது; கேயிடே இரசவாவியையே பயன்படுத்தியுள்ளார். இவ்விழிவாக்கல் இன்றியமையாதது; ஏனெனில் பிற்பக்கப் பரவலாற் பம்பியின் கதி குறைக்கப்படுகின்றதுமல்லாமல் தரப்பட்ட பம்பியொன்றால் அடையக்கூடிய இறுதியமூக்கத்துக்கு அதனால் ஓர் எல்லையும் விதிக்கப்படுகின்றது. படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு நீர் கொண்ட குளிரற் கஞ்சகக் குழாயொன்றைப் பயன்படுத்திப் பிற்பக்கப் பரவலால் ஆகும் விளைவுகள் குறைக்கப்பட்டுள்ளன; இன்னும் தாழ்ந்த (அதாவது ஆய்கூடத்து வெப்பநிலையில் இரசத்தின் ஆவியமூக்கத்துக்குக் குறைந்த) அமூக்கங்களில் பம்பியின் நுழை வழிக்கும் வெளிப்படுத்துகைக்கான பாத்திரத்திற்குமிடையே திரவவளிப் பொறியொன்றைப் புகுத்த வேண்டுமெனக் கேயிடே கண்டுகொண்டார்.

இத்தகையவொரு பம்பியானது அதன் உயர்வுக்கதியைப் பெறும் பொருட்டு பிளவு S இன் அகலமும் பின்செல்லும் ஆவியருவியில் மூலக்கூறுகளின் இடைச் சுயாதீனப் பாதையும் அதே பருமன் வரிசையிற் படவேண்டும் எனக் கேயிடே முதல் அறிமுறைப்படி காட்டிப் பின்பு அவரது முடிவுகளைப் பரிசோதனை முறைப்படி நிலைநிறுவி யுள்ளார். பரவற் பம்பியொன்றின் வெற்றிகரமான செயலாற்றலுக்கான கேயிடே நிபந்தனை யானது (இரச) ஆவி மூலக்கூறுகளின் இடைச் சுயாதீனப் பாதையும் துவாரத்தின் அகலமும் ஒரே பருமன் வரிசையிற் படவேண்டும் என அடிக்கடி கூறப்படுகின்றது. அவரால் 1915 இல் வெளியிடப்பட்ட ஆராய்ச்சிக் கட்டுரையில் பின்செல்லும் ஆவியருவியில் வாயுமூலக்கூறுகளின் இடைச் சுயாதீனப் பாதையே முக்கியமானது என்பதை கேயிடே தெளிவாக்கத் தவறியதே இத் தப்பெண்ணத்தக்குக் காரணமாகக்கூடும். 1923 இல் அவர் இவ்விடயத்தைத் தெளிவாக்கிவைத்தார்.

எல்லாப் பொறிமுறைப் பம்பிகளுடன் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், பரவற் பம்பிகள் பெரும்படியான நயமொன்றுடையன எனத் தெரியவரும் ; அதாவது கொள்கையளவில் இதனால் அடையக்கூடிய வெற்றிட வரிசைக்கு எல்லையேயில்லை. வளியின் பகுதியமூக்கங்கள் பிளவின இரு பக்கங்களிலும் வேறுபட்டால், பம்பியின் நுழைவழியில் அழுக்கம் பூச்சியமாகும்வரை பரவல் நடைபெறும். நடைமுறையில் பிளவு வழியாக மூலக்கூறுகளுட்சில திரும்பப்படுகின்றபடியால் இலட்சியத்தை ஒருபோதும் அடையமுடியாது. இப்பம்பியின் குறைபாடுகளுள் இரண்டைக் கூறுதல் வேண்டும் ; ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், பம்புவேகம் சிறிதே ; இரச ஆவி பிளவு 8 ஐக் கடக்கும் போது அதன் அடர்த்தி கவனமாகக் கட்டுப்படுத்தப்படுகின்றது என்னும் நிபந்தனையின்பேரில் மட்டுந்தான் உயர்வுக்கதியை அடைய முடிகின்றது.



படம் 14-08. லான்முயரின் ஒடுக்கற் பம்பியின் தத்துவம்,

(a) கண்ணாடி வகை, (b) உலோக வகை.

1916 இல், லான்முயர் என்பார் பரவற் பம்பியொன்றின் திட்டத்தில் வெளித்தள்ளு பம்பியொன்றின் முக்கியமான சிறப்புக்களைப் புகுத்தி ஏற்கெனவே காட்டியுள்ள குறைபாடுகளை வெற்றிகரமாக நீக்கினார். லான்முயர் ஆவிப்பம்பியை மூன்று வெவ்வேறான வழிகளில் திருத்தினார் :

(a) ஆவியருவியின் கதி உயர்த்தப்பட்டது ; மேலும் பம்பியின் கதி இரச ஆவியின் உண்மையான அழுக்கத்திலே பெரும்பாலும் தங்கியிராமல் இருக்கவும் செய்யப்பட்டது ; அதாவது இனிமேல் ஆவியருவி பிறப்பாகின்ற கொதிகலததிலுள்ள இரசத்தின் வெப்பநிலையைக் குறுகிய வீச்சொன்றிலே செப்பஞ்செய்தல் வேண்டியதேயில்லை.

(b) வளிமூலக்கூறுகளின் பயன்விளைவிக்கும் உட்படுத்துகையையிட்டு இரச ஆவியருவியின் திசை அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

(c) கேயிடே பயன்படுத்திய குறுகிய பிளவை நீக்கிப் பம்பியின் கதி பன்மடங்கு உயர்த்தப்பட்டுள்ளது.

கேயிடேயின் பரவற் பம்பியிலிருந்து வேறுபடுத்திக் கூறும்பொருட்டு லான்மூயரின் பம்பி “ஒக்ஷர் பம்பி”யென அழைக்கப்படுகின்றது. லான மூயர் பம்பியின் அடிப்படைகள் படம் 14.08 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. துவாரமொன்றினின்று வெளியேறுகின்ற இரச ஆவி மூலக்கூறுகள் உயர் கதி இரச ஆவி அருவியொன்றை ஆக்குகின்றன. இவ்வருவியுள் வளி மூலக்கூறுகள் பரவுகின்றன. இங்கிருக்கின்ற இருவகை மூலக்கூறுகள் லிடேயே நிகழ்கின்ற மூலக்கூற்று மோதுதலின் விளைவாக வளிமூலக்கூறுகள் கீழே செலுத்தப்பட்டு ஆதரவுப் பம்பியால் வெளியேற்றப்படுகின்றன.

இலட்சியவொடுக்கற் பம்பியொன்றிலே, இரசமூலக்கூறுகள் பரவல் துவாரம் அல்லது மூக்கினின்று பம்பியின் சுவர்வரை நேர்கோட்டுக்களிலேயே அசைக்கின்றன; ‘அவை பின்வாங்கமாட்டா.’ மூக்குக்கு இரசத்தின் அணிமையும், மூக்குக்குக் கீழே ஆவியாக்கத்தாற் போதியவளவில் இரச ஆவியுணடுபண்ணுதற்குத் தேவையான உயர் வெப்பநிலையில் இரசம் இருப்பதும், மூலக்கூற்று வேகங்களின் எழுமாற்றுப் பரம்பலுந்தான் இப் பின்வாங்குதலைத் தோற்றுவிக்கின்றன. இப் பின்வாங்கலைத் தவிர்க்கும் பொருட்டு ஆவியானது பம்பியின் சுவரை அடையும் கணத்தில் அதை ஒடுக்க லான்மூயர் முயன்றார். இவ்வண்ணம் இலட்சியப் பம்பிக்கும் மெய்யான பம்பிக்குமுள்ள வித்தியாசம் குறைக்கப்படுகின்றது.

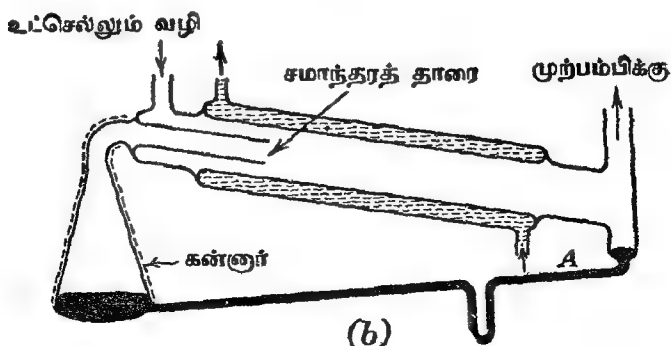
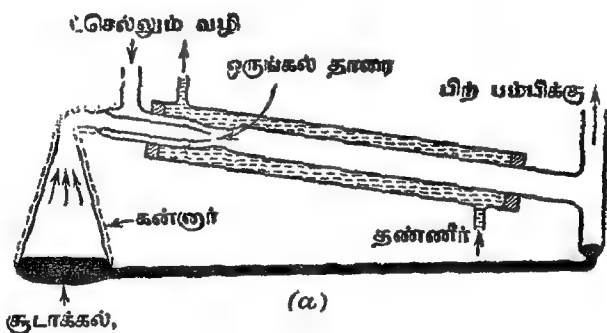
பின்னமூக்கம் உயர்வாக இருக்குமிடத்து (அதாவது நீர்த்தாரைப் பம்பி யொன்றைப் பிற்பம்பியாகப் பயன்படுத்துமிடத்து) ஆவியருவியின் கதியை உயர்த்தியும் பரவல் துவாரக் குறுக்குவெட்டைச் சுருக்கியும் இருத்தல் வேண்டும். பின்னமூக்கம் தாழ்ந்ததாயிருக்குமிடத்துத் துவாரத்தின் குறுக்கு வெட்டைப் பெரிதாக்கலாம்; எனவே ஓரளவு மெதுவான முற் பம்பியைப் பயன்படுத்துமிடத்து, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேலான ஒடுக்கற் பம்பிகளைத் தொடர்நிலையில் அமர்த்தித்தான் உயர்வெற்றிடத்தைப் பெறமுடியும். அப்பொழுது பம்பி அல்லது கட்டமொவ்வொன்றும் பம் புத்தொடரின் நுழைவழிப் பக்கமாகவும் அதற்கு அடுத்ததாகவுமுள்ள தான பம்பிக்கு ஆதரவுப் பம்பியாகச் செயலாற்றும். இப்பம்பிகளால் வாயுக்களையும் ஆவிகளையும் அப்புறப்படுத்தலாம்.

இரச ஆவிப் பம்பிகளின் எளிய வகைகள்.—(a) வாரன் (Warren) பம்பி : 1923 இல், வாரன் என்பார் ஈர் இரச ஆவிப் பம்பிகளைத் திட்டமிட்டுக் கூறினார்; அப்பம்பிகளின் அமைப்பானது மிக எளிதாக இருக்கிறபோதிலும், கனவளவு அத்துணைப்பெரிதாக இராத பாத்திரங்களில் உயர் வெற்றிடத்தை உண்டாக்கும் ஆற்றலுடையன. இப்பம்பிகளைப் பைரட்சுக் கண்ணாடியால் ஆக்குதல் வேண்டும்; படம் 14.09 இல் தரப்பட்டிருக்கின்ற



கூறுபாடுகள் அவற்றின் அமைப்பை உடனடியாய்த் தெளிவாக்குகின்றன. முதலாவது எடுத்துக்காட்டிற்கு ஒடுங்கிய தாரையொன்றும் அடைப்புக்குழாயொன்றும் அளிக்கப்பட்டிருக்கின்றன, படம் 14-09 (a). ஓர் எளிய நீர்த்தாரைப் பம்பியை ஆதரவுப் பம்பியாகப் பயன்படுத்துமிடத்து அது கிட்டத்தட்ட 0.1 மிமீ. இரசவழுக்கத்தை ஆகுகின்றது. இப்பம்பிக்கு விட்டம் கிட்டத்தட்ட 8 மிமீ. உடைய சமாந்தரத்தாரையொன்று அளிக்கப்பட்டு, ஆற்றல்மிக்க ஆதரவுப் பம்பியொன்றைப் பயன்படுத்துமிடத்து மிகவுயர்ந்த வெற்றிடங்களை விரைவிற பெறமுடிகின்றது.

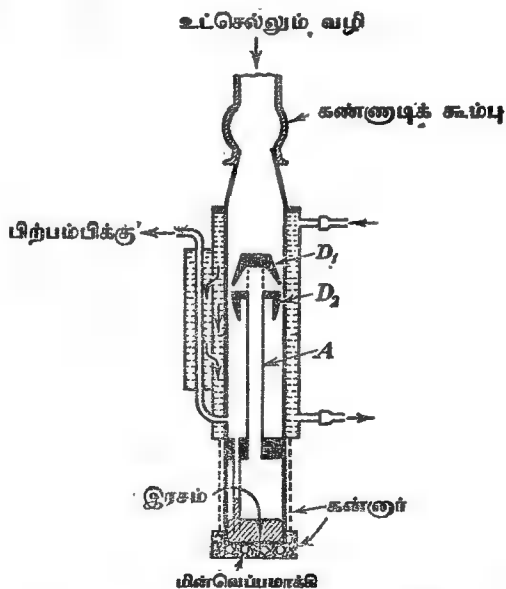
தொடக்கத்தில் றப்பர் அடைப்பான்களால் நீர்க்குளிறற் கஞ்சகக் குழாயானது பொருத்தப்பட்டிருந்தது. கஞ்சகத்தை உருக்கி நிலைப்படுத்தி வைத்தல் பழக்கமில்லாதவருக்குச் சற்றுக் கடினம் எனினும், அவ்வாறு செய்தால் எல்லா நீர்ப் பொசிவுகளும் நீக்கப்பட்டுப் பம்பியானது இடரின்றித் தொழிற்படும். இந்நூலாசிரியரின் கருத்துப்படி இரசமானது கொதிகலனை மீறும் குழாயிலே U குழாயொன்று புகுத்தப்பட்டிருத்தல் வசதியாம்; இதனால், கண்ணாடிச் சட்டப்படலில் ஓரளவு மீள்தன்மை தோன்றி, A யில் இறுதிப்பொருத்து எளிதாகின்றது.



படம் 14-09. வாரனின் இரச ஆவிப் பம்பிகள்.

(b) கேய்-பாக்கேஸ்டர் (Kaye-Backhurst) கங்கணவுருக்குத்தாரைப் பம்பி: தேசிய பௌதிக ஆயகூடத்திலே நிறைவு பெற்ற இப்பம்பியானது உருக் காலானது. அதன் அமைப்புமுறை மிக எளியது; அடிப்படைகள் படம் 14.10 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. அது ஓர் ஒருகட்டப் பம்பியாகும். இப்பம்பியின் உயர்கதி அதன் ஏராளமான பரிமாணங்களாலானது.

பம்பியின் தொழின்முறைமை பின்வருமாறு: இரச ஆவியானது கொதிகலத்திலிருந்து நடுக் குழாய் A யில் மேன்முகமாகச் சென்று பின் மேலே இருக்கின்ற துவாரங்கள் வழியாகத் திருப்பிகள்  $D_1$ ,  $D_2$  என்பவற்றிற்கிடையேயுள்ள கங்கணவிடத்தை அடைகின்றது; அவ்விடமிருந்து அது தாரையாக வெளியேறுகின்றது. வெளியோட்டுக்கும் மேல் திரும்பற்றுண்டுக்கும் இடையேயுள்ள கங்கணவிடமூடே பரவுகின்ற வாயு மூலக்கூறுகள் இரசத்தாரையாற் பற்றப்படுகின்றன. கலவை குளிரடைகிறபடியால், இரசம் ஒடுங்கி, வளி ஆதரவுப்பம்பியாற் காவிச் செல்லப்படுகின்றது. ஒடுங்கிய இரசம் கொதிகலத்துக்கு மீள்கின்றது.



படம் 14.10. கேயின் கங்கணத்தாரையாவிப் பம்பியின் தத்துவம்.

எண்ணெய்ப் பரவற் பம்பி.—இதுகாறும் ஆவிப்பம்பிகளின் பொதுவாகப் பயன்படுத்தி வந்த இரசத்திற்குப் பதிலாகப் பெற்றோலியத்திலிருந்து காய்ச்சி வடித்தெடுத்த உயர் கொதிநிலைப் பொருள்களைப் பயன்படுத்து முகமாக அவற்றின் ஆக்கலை 1928 இல் பேர்ச்சு (Burch) என்பார் 28—RR 19159 (C6/11)

விவரித்துக் கூறினார். இரசத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில் இவ்வெண்ணெய்கள் தாழாவியமூக்கமுடையன; எனவே வெற்றிடச் செயன்முறைகள் பலவற்றில் உறைபொறி தேவைப்படாதபடியால் பம்பி தரக்கூடிய உயர்வுக் கதியைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடிகின்றது. ஆனால் இவ்வடிபொருள் எதுவாகிலும் அதன் நிரம்பிய ஆவியமூக்கமானது தாழ்ந்ததாக இருக்கின்றபோதிலும், செயன்முறை நீடித்திருக்குமிடத்துச் சிறு எண்ணெய்த் துளிகள் உயர் வெற்றிடத் தொகுதியிற் கண்டிப்பாய்த் தோன்றும்; அத்துளிகள் உலோகப்படலங்கள், எவப்பட்ட இழைகள், ஒளிமின் கலங்களிலுள்ள கதோட்டுக்கள் ஆகியவற்றைப் பெரிதும் பாதிக்கும். அப்பொழுது, உறைபொறியொன்றைப் பயன்படுத்துதல் வேண்டும்; ஆனால் அதன் விளைவாகப் பம்புக்கதியானது குறைந்துவிடும்.

இத்தகைய எண்ணெயொன்றைப் பயன்படுத்தும் பம்பியொன்றின் கதியானது இரச ஆவியைப் பயன்படுத்தும் அதே பருமனுடைய பம்பியின் கதியைக் காட்டிலும் மிகவுயர்ந்தது என்பது அப்பம்பியின் முதன்மையான நயமொன்றாகும். இதற்குக் காரணம் இவ்வெண்ணெயின் மூலக் கூற்று நிறையானது இரசத்தினை விஞ்சுகின்றன என்பதேயாம்; இங்கு மூலக்கூற்றுக் கனவளவானது பனமடங்குகிறது. இருந்தாலும் குறைபாடொன்றுள்ளது; இரசம் வாயுக்களையும் ஆவிகளையும் தன்னுட் கரைத்துக் கொள்வதில்லை; அதற்கு நேர்மாறாக சேதனவுறுப்பு எண்ணெய்கள் நடந்துகொள்கிறபடியால் அவற்றை அடிக்கடி துப்பரவாக்கல் வேண்டும்.

இத்துறையில் முன்னோடியாக விளங்கிய பேர்ச்சு அவர்களை ஹிக்மான் என்பார் விரைவில் பின்தொடர்ந்தார். ஹிக்மான் செயற்கை முறையால் ஆக்கப்பட்ட

n - இருபியூற்றைல் தல்பேற்று

$[C_8H_4(COOC_4H_9)_2, M=278],$

n - இருபியூற்றைல் செப்சேற்று

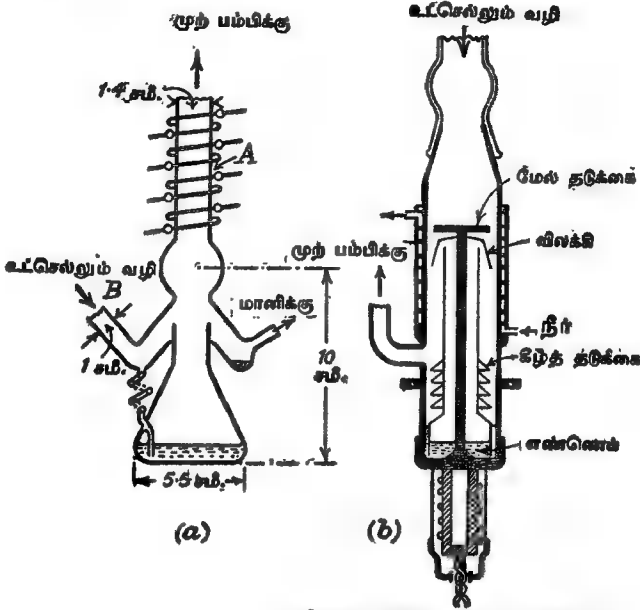
$[C_8H_{16}(COOC_4H_9)_2, M=314],$

i - ஈர் ஏமைல் செப்சேற்று

$[C_8H_{16}(COOC_5H_{11})_2, M=343],$

முதலிய தூய சேதனவுறுப்புச் சேர்வைகளைப் பயன்படுத்தினார். ஆய் கூட வெப்பநிலையில், இவற்றுள் முதலாவது சேர்வையின் ஆவியமூக்கமானது இரசத்தினைக் காட்டிலும் நூறு மடங்கு சிறியது; வெப்பநிலை இறங்கும்பொழுது அவ்வித்தியாசம் கூடுகின்றது. மேற்படி சேதனவுறுப்புச் சேர்க்கைகளுள் எதேனுமொன்றைப் பயன்படுத்துமுகமாக ஹிக்மான் எளிய கண்ணாடிப் பம்பி வகையொன்றைத் திட்டமிட்டமைத்தார்; அது படம் 14-11 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. 1.5 சமீ. அல்லது அதற்குக் குறைவான விட்டமுடைய குழாய்களிடத்து சிறந்த குளிரல் பெறும்பொருட்டுத் தடித்த செபுக் கம்பி யொன்றிலே அடிக்கடி இடைவிட்ட சுருளிகளை இயற்றி, அச்சுருளிகள் நெருக்கமாக இருக்கும்வண்ணம் அக்கம்பியானது தண்டிலே சுற்றப்பட்டிருக்கின்றது. அமோனியமிருசல்ஸ்டால் செப்புக்கம்பியானது கறுப்பாக்கப் பட்டிருக்கிறது. 0.1 மிமீ. இரசம் போன்று தாழ்ந்த வெற்றிடமொன்றை

ஆதரவுப் பம்பியானது ஆக்கினால், இத்தகைய பம்பியொன்றைப் பயன்படுத்தி  $10^{-6}$  மிமீ. இரசம் போன்று அத்துணைத்தாழ்ந்த அழுக்கங்களைப் பெறமுடியும். அப்பொழுது கதி கிட்டத்தட்ட  $10^4$  சமீ.<sup>3</sup> செக்.<sup>-1</sup> ஆகும்.



வெப்பமாகிக்குச் செல்லும் இணைக்கப்படுக

படம் 14-11. எண்ணெய் பரவற் பம்பிகள்.

எண்ணெயைத் தொழிற்படு பொருளாகக் கொண்டதும் முற்றிலும் உலோகத்தாலானதுமான பம்பியொன்று படம் 14-11 (b) யிற் காட்டப் பட்டிருக்கின்றது. மெற்றோப்பொலிற்றன் விக்வேஸ் மின் கம்புனியாண்டு திட்டமிடப்பட்ட இப்பம்பியானது “எப்பியசன் B” என்னும் எண்ணெயைப் பயன்படுத்துகிறது. புறவோடு உருக்காலானது; ஆனால் (கீழே பார்க்க) அதனது உயர்வெப்பங்கடத்துதிறன் காரணமாகத் தாரைத் தொடரானது செம்பால் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. வெப்பம் சரியாக வழங்கப்படுமிடத்துத்தான் சிறந்த பம்பு கதியொன்றை நிலைநிறுத்த முடிகிறபடியான வெப்பம் வழங்கியைக் குறுகிய வீச்சொன்றிலே செப்பஞ் செய்யக்கூடியதாயிருத்தல் வேண்டும்; எனவே மின்வெப்பமாக்கியொன்றாலேயே எண்ணெய்க்குச் சூடேற்றப்படுகின்றது; இரசப் பரவற் பம்பிகளைக் காட்டிலும் இங்குதான் வெப்பநிலையொழுங்குபடுத்தல் மிகக் கடினமானது. அதன் ஆவியழுக்கமானது 1 மிமீ. இரசவழுக்கத்தை மீறச் செய்யக்கூடிய

அளவில் எண்ணெயின் வெப்பநிலை ஒருபோதும் இருத்தலாகாது ; ஏனெனில் அதற்கு மேலான வெப்பநிலைகளில் ஓட்சியேற்றம் விரைவாக நடைபெறுகின்றபடியால் உயர் ஆவியழுக்கமும் உயர் பிசுபிசுப்பும் உடைய எண்ணெயொன்று உண்டாகின்றது.

இப்பம்பியில் ஒரு திருப்புந் தட்டும் இரு கூட்டம் தடக்குகளும் காணப் படுகின்றன. பிந்தியவற்றுள் மேலேயுள்ளது உயர்வெற்றிடத் தொகுதியில் ஆவி புகாவண்ணம் தொழிற்படுகின்றது ; மற்றையது முற்பம்பியில் ஆவி புகுதலைத் தடைசெய்கின்றது.

பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, இரசத்துக்களைச் சிறப்பாகத் திட்டமிடப்பட்டுள்ள பரவற் பம்பிகளில் சேதனவுறுப்புத் திரவங்களைப் பயன்படுத்துதல் பொருத்தமற்றது. ஏனெனில் (a) இரசப்பம்பிகளில் திருப்பிக்கும் புறவோட்டுக்கும் உள்ள இடைவெளியானது அத்துணைச் சிறிதாகவிருக்கக் கூடுமாதலால் அது மெல்லிய எண்ணெய்ப் படலமொன்றால் அடைபடக்கூடும், (b) குழாயானது அத்துணைக் குறுகியிருக்கிறபடியால் இத்தகைய பம்பியொன்றில் எண்ணெயைப் பயன்படுத்துமிடத்து எண்ணெய் ஆவி வழங்கல் கட்டுப்படுத்தப்படுகிறது ; வழங்கலைப் போதியவளவிற்கு உயர்த்தப்போனால் எண்ணெயானது மிதமிஞ்சிச் சூடாக்கப்பட்டுவிடும், (c) எண்ணெயை ஆவிநிலையில் வைத்தற்கு திருப்பியின் வெப்பநிலையானது போதியவளவில் உயர்ந்ததாயிராதபடியால் அதற்கு அணித்தாக ஆவி யொடுக்கம் மிதமிஞ்சி நிகழக்கூடும்.

**வாயுநீக்கலும் 'பற்றுதலும்'.—**பொசிவில்லாப் பாத்திரமொன்றிலிருந்து வளி (அல்லது வேறு வாயுக்கள்) இன் நீக்கலானது ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள பம்பிகளுள் ஏதேனுமொன்றால் நிறைவேற்றப்படுகின்றது. உயர்கதிப் பம்பியொன்றால்  $10^{-6}$  மிமீ. இரசவழுக்கம் போன்று அத்துணைத் தாழ்முகம் அடைதல் வழக்கத்திற்குமாறானதொன்றன்று ; பாத்திரம் தொடர்ந்து பம்பப்பட்டிருந்தால் வெற்றிடமுறை தொடர்புள்ள மிகப் பெரும்பாலான ஆய்வுகளிலும் தொழிற்சாலைச் செய்கைகளிலும் அவ்வழுக்கம் போதியவளவில் தாழ்ந்ததாக இருக்கும். (அப்பொழுது இடைச் சுயாதீனப் பாதையானது கிட்டத்தட்ட  $6 \times 10^3$  சமீ. ஆகும்.) இருந்தாலும், மின்விளக்குகள், X-கதிர்க் குழாய்கள், இரேடியோ வால்வுகள், கதோட்டுக் கதிர்க் குழாய்கள் முதலியவற்றின் ஆக்கலில் நடப்பதுபோல (வெளிப்படுத்தப்பட்ட) பாத்திரத்தைப் பம்பியிலிருந்து உருக்கியடைத்து எடுக்க வேண்டுமாயின், அப் பாத்திரத்தில் அழுக்கமானது  $10^{-4}$  மிமீ. இரசத்தை ஒருபோதும் விஞ்சலாகாது ; ஏனெனில்  $10^{-3}$  மிமீ. அழுக்கத்தில் இடைச் சுயாதீனப் பாதை 1 சமீ. ஆகும் ; அது ஆய்கருவியின் பரிமாண வரிசையிற் படுகின்றது. அதுபோன்ற பெறுமானமொன்றை வாயுவழுக்கமானது அடையுமிடத்து, இழையைச் சூடாக்கும்பொழுது அதிலிருந்து காலப்படுகின்ற இலத்திரன்கள் போதிய சக்தியுடையதாயிருந்தால், அவை எஞ்சிய வாயுவிற் சிறிதளவை அகற்ற முடிகின்றது ; அப்பொழுது

குழாயின் சிறப்பியல்புகள் மாற்றமடைகின்றன. பாத்திரமானது பம்பியிலிருந்து தனிமையாக்கப்பட்ட பின் அதில் அழுக்கம் விரும்பத்தகாப் பெறுமானத்தை அடையாமல் இருத்தற்பொருட்டு அப் பாத்திரத்தின் சுவர்கள், அதிலுள்ள உலோகவுறுப்புக்கள் ஆகியவற்றிலே வாயுநீக்கல் வேண்டும்; அதாவது கண்ணாடியிலும் உலோகத்திலும் மேன்மட்டத்தோடொட்டியுள்ள வாயுவை விடுவித்துப் பம்பிகளால் அப்புறப்படுத்தல் வேண்டும்.

மேன்மட்டத்தோடொட்டியுள்ள வாயுக்களைக் கையாளும் முறைகள் பல உள. அவற்றுட்கில இங்கு குறிப்பிடப்படுகின்றன :—

(a) பாத்திரத்திலுள்ள பதார்த்தங்களின் மென்மைநிலை வரிசையில் மிகத்தாழ்ந்த மென்மையாகும் நிலைக்கு  $50^{\circ}\text{C}$ . குறைவாகவுள்ள வெப்பநிலையில், மின் அல்லது வாயுக்களலடுப்பொன்றில, அப் பாத்திரம் முழுதும் வாட்டப்படுகின்றது; பொதுவாகக் கூறுமிடத்துச் சூழ்பாத்திரத்தின் கண்ணாடியே மிகத்தாழ்ந்த மென்மைநிலையுடையது.

(b) இரேடியோ மீடறனுக்குரிய சுரியலோட்டச் சூடேற்றும் முறையால் எல்லா உலோகவுறுப்புக்களும் செஞ்சூடான நிலையை அடையச் செய்யப்படுகின்றன.

(c) இம்முறையில் “பற்றி”யொன்று பயன்படுத்தப்படுகின்றது. பம்பிகள் செயலாற்றுங்கால் பாத்திரமானது “நன்கு வாட்டப்படுகின்றது”; அதாவது கண்ணாடி, உலோகம் என்பவற்றாலான உறுப்புக்களுக்கு வாயுநீக்கல் செய்யப்படுகின்றது. அவை அமைக்கப்பட்டிருக்கும் இடத்தில் சமநிலையமுக்கமொன்று நிலைநிறுத்தப்படும்வரை நன்கு வாட்டிய கண்ணாடியும் வாயுநீக்கல் செய்யப்பட்ட உலோகவுறுப்புக்களும் வாயுவை ஓரளவு அவாவுகின்றன. “வாயுக்களுக்குப் பேரவா” கொண்ட பதார்த்தங்கள் **பற்றிகள்** எனப்படுகின்றன. “மகனீசியம், பேரியம் ஆகிய மின்னேரான உலோகங்களும் அல்லது அவ்வுலோகங்களாலான கலப்புலோகமொன்றும் பெரும்பாலும் பற்றிகளாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்ற பொதுவான பதார்த்தங்களாகும். இப்பதார்த்தத்தின் குளிகையொன்றை ஆய்கருவியுட் புகுத்திச் சூடேற்றலால் கண்ணாடிச் சுவர்கள்மீது படியச் செய்யப்படுகின்றது; சுவர்கள் பெரும்பரப்பளவில் இப்பற்றியால் மூடப்பட்டுவிடும். உட்கொள்ளப்பட்ட வாயுக்களின் வெளியேற்றலையிட்டுப் பம்பியிலிருந்து பாத்திரத்தை உருக்கியடைக்குமுன் இச்செய்கையைச் செய்தல் வேண்டும்.

படிந்திருக்கின்ற படலத்தால் பெருமளவில் வாயுவானது உறிஞ்சப்படுகின்றது; எனவே அப்படலத்தைப் பாத்திரம் உருக்கியடைக்கப்பட்ட பின்பும் தொடர்ச்சியாகத் தொழிற்படுகின்ற உயர்கதிப்பம்பி வகையொன்றெனக் கருதலாம்; மேலும் அதைப் பற்றித் தொடர்ந்து கவனிக்க வேண்டிய தேயிலீலை.

சொடி (Soddy) என்பவரே முதன்முதலாக 1907 இல், பற்றிகள் பயன்படுத்தப்படுதலை ஆதரித்தார்; அவர் பயன்படுத்தியுள்ள பற்றியானது கல்சியம் ஆகும். நீராவி,  $\text{CO}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{SO}_2$  ஆகிய வாயுக்கள் கல்சியத்தால் எளிதில் உறிஞ்சப்படுகின்றன.

## தாழ் அழுக்கங்களை அளத்தல்

**U-குழாய் அழுக்கமானிகள்.**—கிட்டத்தட்ட 100 மிமீ. இரசத்துக்குக் குறைவாகவும் ■ மிமீ. இரசத்துக்கு மேலாகவும் உள்ள அழுக்கங்களை எளிய இரச அழுக்கமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி அளக்கலாம். அதனோடு சிறுயரமானியொன்றையும் சேர்த்தால் இவ்வகை அழுக்க மானியொன்றால் 0.5 மிமீ. இரசம் போன்று அத்துணைத் தாழ்ந்த அழுக்கங்களை அளந்துகொள்ளலாம்.

இத்தகைய வாயுவழுக்கமானிகளிற் பல குறைகள் உள்ளன :—

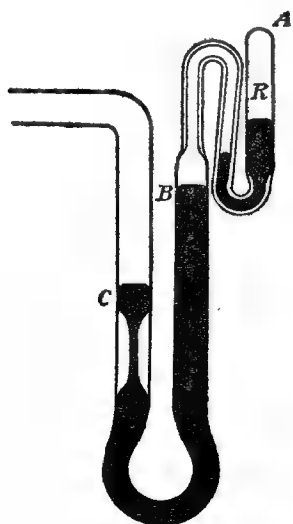
(a) இரசம், கண்ணாடி ஆகியவற்றின் பரப்புகளுக்கிடையே நகர்கின்ற வாயுக்களால் மூடிய உறுப்பிலுள்ள வெற்றிடமானது மெதுவாகப் பாழாக்கப்படுகின்றது.

(b) ஆய்கருவியில் திடீரெனப் பொசிவொன்று தோற்றுமாயின் மூடிய உறுப்பில் இரசம் விரைவாகத் தள்ளப்படுகிறது ; அப்பொழுது விளேகின்ற மோதுதல் அழுக்கமானியில் ஒரு முறிப்பை ஏற்படுத்தப் போதியதாகின்றது.

(c) தாழ்முக்கங்களில் இக்கருவி உணாதிற்றன்றதாக இருக்கின்றது.

(d) இரசமானது கண்ணாடியுடன் ஒட்டும் இயல்பு உடையதாதலின் மெய்யான அழுக்கத்தை நோக்குதல் எளிதன்று.

வாரன் என்பவராலான உபகரணமொன்றைப் பயன்படுத்தி முதல் இரு



படம் 14.12. மீள உயிர்ப்பிக்கும் வெற்றிடவுபகரணமுடைய அழுக்க மானி.

குறைகளையும் கூடியவரை குறைக்க முடிகின்றது. வழக்கமான அழுக்கமானியுடன் சிறு கண்ணாடிச் சேமிப்புக்கலம் R ஆனது மயிர்த்துளைக் குழாயொன்றால் தொடுக்கப் பட்டிருக்கின்றது, படம் 14.12. முன்னர் போல் முழுவதும் இரசத்தால் நிரப்பப்பட்டிருக்கின்றது. இரசத்தின் சுயாதீனப் பரப்பு மீதுள்ள அழுக்கத்தைத் தாழ்த்துங்கால் அச்செய்கையின் ஏதேனுமொரு கட்டத்தில் இரசமானது புள்ளி A யிலிருந்து பின் வாங்குகிறது. அப்பொழுது ஆய்கருவியை இலேசாகத் தட்டினால், தொடர்ச்சியான இரசவிழையானது முறிந்து வரிப்படத்தில் காட்டியுள்ள நிலையை இரசம் அடைகின்றது. இந்நிலையில் மயிர்த்துளையுட் கிட்டத் தட்டப் பூரணமான வெற்றிடம் உளது ; எனவே C யிலுள்ள அழுக்கத்தை உயரம் BC ஆனது உண்மையாக எடுத்துக் காட்டுகின்றது.

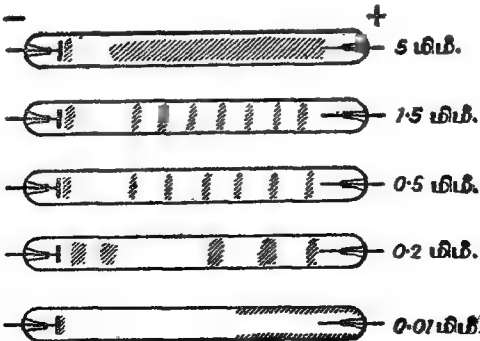
சொற்பநேரம் சென்றதும் மயிர்த்துளையில் வாயுக்கள் உண்டாகக்கூடும் ; அழுக்கமானியை வளிமண்டல அழுக்கத்திற்கு உட்படுத்தி, வாயுக்களை R உட் செலுத்தி அவை வெளியேற்றப்படுகின்றன.

படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு U குழாயின் திறந்த உறுப்பைச் சுருக்கினால் இரசத்தின் அசைவானது தடைபடும் ; எனவே முன்னர் கூறியுள்ள காரணங்களால் ஆகக்கூடிய முறிப்பானது அத்துனை எதிர்பார்க்கக் கூடியதொன்றன்று.

5 மிமீ. இரசத்துக்குக் குறைந்த அழுக்கங்களுக்கான மானிகள்.— வாயுவொன்றின பல பௌதிகவியல்புகள் அழுக்கத்துடன் மாறுந்தன்மையுடையன ; அவற்றுட்கில கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையிற் குறிக்கப் பட்டிருக்கின்றன ; உயர்வெற்றிடத் தொகுதியொன்றில் அழுக்கத்தைத் துணிவதற்கு அவை பயன்படுகின்றன.

பௌதிகவியல்பு	அழுக்க வீச்சு (மிமீ. இரசம்)
(a) மின்னிறக்கங்கள் ..	$10 - 10^{-2}$
(b) நெருக்கத்தகவு, அதாவது அழுக்கத்துடன் கனவளவுமாறல்	$10^{-1} - 10^{-6}$
(c) வெப்பச் சக்தியிடமாற்றம் .. ..	$10^{-1} - 10^{-4}$
(d) அயனாக விளைவுகள் ..	$10^{-2} - 10^{-7}$

இறக்கக் குழாயொன்றால் அழுக்கத்தை அண்ணளவாக மதிப்பிடுதல்.— வெளிப்படுத்துகை நடைபெறுகின்ற தொகுதியுடன் நேரே தொடுக்கப் பட்டிருக்கின்ற எளிய இறக்கக் குழாயொன்றால் வெற்றிடத் தொகுதியிலுள்ள அழுக்கத்தைப் பற்றி அண்ணளவாக அறியலாம். அழுக்கத் தொடரொன்றினிடத்து, வளிமில் நடைபெறும் இறக்கத்தின் தோற்றங்கள் படம் 14.13 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன ; ஆனாலும் நடைமுறையில்,



படம் 14.13. இறக்கக் குழாயொன்றால் அழுக்கங்களை அண்ணளவாக மதிப்பிடுதல்.



இறக்கத்தின் உண்மையான தோற்றமானது குழாய், மின்வாய் ஆகியவற்றின். கேத்திரகணித வடிவத்தாலும், குழாய்க்குக் குறுக்கேயுள்ள அழுத்த வித்தியாசத்தின் அலை வடிவத்தாலும் வேறுபடுத்தப்படுகின்றது என்பதை ஞாபகத்தில் வைத்துக்கொள்ளல் வேண்டும். இறக்கமானது வழக்கமாக ஒரே திசையில் தான் நடைபெறும்; ஆனால் பிரயோகிக்கப்படுகின்ற அழுத்தத்தின் அலைவடிவம் அரிதாய்த்தான் உண்மையான உறுதி நிலையில் இருக்கும்.

1943 இல் பரோஸ் (Burrows) என்பார் உலோகத் தொகுதிகளுடன் பயன்படுத்தக்கூடிய இறக்கக் குழாயொன்றைத் திட்டமிட்டார். அதன் அமைப்பானது படம் 14-14 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது; அதன் செய்கைக்கு வளிமண்டல அழுக்கத்தில், வளியிற கிட்டத்தட்ட 1 சமீ. நீளமுடைய தீப்பொறியொன்றைத் தரும் தீப்பொறிச் சுற்றொன்று பயன்படுத்தப்படுகின்றது. அழுக்கத்துக்கும் இறக்கத்தின் இயல்புக்கும் இடையே கீழ்வருகின்ற அண்ணளவான தொடர்புகள் உள எனப் பரோஸ் கண்டார்.

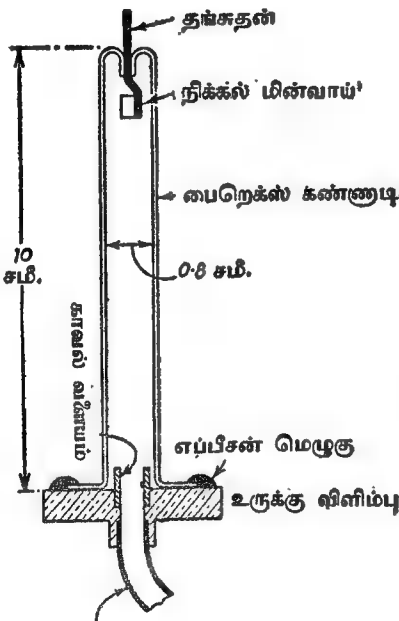
ஒளிர்விறக்கத்தின் இயல்பு	அழுக்கம் (மிமீ. இரசம்)
இறக்கம் 0.5 சமீ. விட்டமுடைய நிரல் ..	5
முதலிலே தோன்றும் காலவாயத் தட்டுக்கள் ..	1-5
1 சமீ. இடையிலுள்ள காலவாயத் தட்டுக்கள் ..	0-5
உட்சுவர்க்கறி புளோரொளிவு ..	10 <sup>-2</sup>
முழுமறைப்பு .. ..	10 <sup>-2</sup> அல்லது அதனினும் குறைந்த அழுக்கம்

குழாயில் இறக்கத்தின் நிறமானது குழாயிலுள்ள வாயுவின் வகையைப் பற்றி முடிவு செய்தற்குப் பயன்படுகின்றது. மிகு இளஞ்சிவப்பு நிறம் வளியையும் பசுமையையுடைய சாமபல் காபனீரோட்சைட்டையும் சுட்டுகின்றன; பிந்தியது அடிக்கடி வெற்றிடத்தில் எண்ணெய்ச் சுவடுகளின் பிரிக்கையால் ஆகின்றது. அதேபோல் மங்கலான நீல நிறம் நீராவி யைச் சுட்டிக்காட்டுகின்றது.

மக்கிளோட்டுமானி.—இதுதான் முதன் முதலாக ஆக்கப்பட்ட உண்மையான தாழ்முக்கமானி; அது 1874 இல் மக்கிளோட்டு என்பவரால் திட்டமிடப்பட்டது. இன்று அது எல்லா உயர் வெற்றிட முயற்சிகளிலும் பெரிதும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது; மேலும் அதைப் பயன்படுத்தியே மற்றை மானிகள் அளவுகோடிடப்படுகின்றன. இம்மானியின் அடிப்படைகள் படம் 14-15 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அதனது செயலாற்றும் முறையானது பின்வருமாறு. V ஒரு கண்ணாடிப் பாத்திரமாகும்; அதனது மேல் முனையில் மயிர்த்துளைக் குழாயொன்று உருக்கிப் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றது. இவ்விரண்டின் முழுக்கனவளவும் V ஆகும். AB யின் அலகு நீளமொன்றின் கனவளவுந் தெரிந்திருத்தல் வேண்டும்.

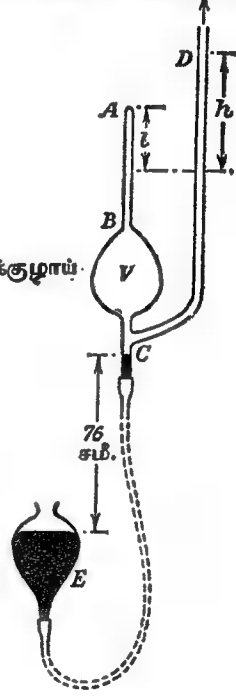
CD யானது V யிலும் CD இணக்கின்ற உயர் வெற்றிடத் தொகுதியிலும் அதே வாயுவழுக்கம் இருத்தற் பொருட்டுப் போதிய விட்டமுடைய ஒரு பக்கக் குழாயாகும். E யானது மானியின் முக்கிய பகுதியுடன் றப்பர்க் குழாயால் தொடுக்கப்பட்ட ஓர் இரசச் சேமிப்புக்கலமாகும். E யானது காட்டியுள்ள நிலையில் இருக்கும்போது பம்பிகள் வேலைசெய்து கொண்டிருந்தால் V யிலுள்ள வாயுவழுக்கமானது உயர் வெற்றிடத்தொகுதியில்

வெற்றிடத் தொகுதிக்கு



ஆய்கருவிக்குச் செல்லும்  
உலோகத் தொடுப்பு

படம் 14-14. பம்புத்தொகுதியொன்றுடன் பயன்படுத்துவதற்கான இறக்கக்குழாய்.



படம் 14-15. மக்கிளேஸ்ட்டு மானியின் எளிய

இருப்பதற்குச் சமன். இவ்வழுக்கம்  $p$  ஆகுக. E யை மெதுவாக உயர்த்துமிடத்து இரசத்தின் மேல் மட்டமானது C யைக் கடந்ததும் பம்புத்தொகுதியிலிருக்கின்ற வாயுவினின்று V யிலுள்ள வாயு பிரிக்கப் படுகின்றது. E யைத் தொடர்ந்து உயர்த்துமிடத்து V யில் அடைபட்டிருக்கின்ற வாயுவானது மயிர்த்துளை AB யில் அடக்கிச் செலுத்தப்படுகின்றது.

ஔ யானது அதனது இறுதி உறுதிநிலைக்கு உயர்த்தப்பட்டபின், AB யில் இருக்கின்ற வாயு அக்குழாயில் நீளம்  $l$  ஐக் கொண்டிருக்கின்றது எனவும், D யிலிருக்கின்ற இரசத்தின் சுயாதீனப் பரப்பானது மயிர்த்துளைக் குழாயிலுள்ள இரசப்பிறையுருவுக்கு மேலே  $h$  என்னும் உயரத்தில் இருக்கின்றது எனவும் கொள்க. அப்பொழுது AB யில் வாயுவின் அழுக்கம்  $h$  சமீ. இரசம் ஆகும் [உண்மையில்  $(h+p)$  சமீ., ஆனால்  $p \rightarrow 0$ ]. AB யில் அலகு நீளமொன்றின் கனவளவு  $v$  எனின் போயிலினது விதியின் நேரடிப் பிரயோகத்தால்

$$pV = (vl)h$$

எனத் தரப்படுகின்றது; எனவே,  $p$  யைக் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

மானியைக் கையாளுவதற்கு வழக்கில இரு செய்கைகள் உள. முதலாவதில் இரசமானது குழாய் AB யிலுள்ள நிலைத்த குறி B யிற்கு எப்பொழுதும்

கொண்டுவரப்படுகின்றது; அதன் பொருட்டுத் தேவையான அழுக்கமிகை இரசநிரல்  $h$  என்பதாற் சுட்டிக்காட்டப்படுகின்றது, படம் 14.16 (a). இவ்வெடுத்துக்காட்டில்

$$p = \left(\frac{vl}{V}\right)h;$$

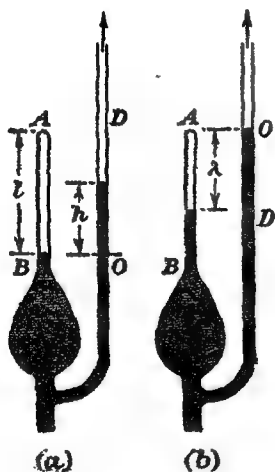
இவ்வண்மை சீரான அழுக்கவளவுத் திட்டமொன்றைப் பெறுகின்றோம்; அத் திட்டத்தைக் குழாய் D யின் பக்கமாக வைத்துக்கொள்ளலாம்.

இரண்டாவதில், படம் 14.16 (b) யிற்காட்டியுள்ளவாறு, அதனது சுயாதீனப் பரப்பானது, மயிர்த்துளைக் குழாயின் முனை A யிற்கு எதிரே இருக்குமாறு, குழாய் D யிலுள்ள இரசம் கொண்டு வரப்படுகின்றது. இந்நிலையிலே, AB யில் அழுக்கப்பட்ட வாயுவாற் கொள்ளப்பட்டிருக்கின்ற

நீளம்  $\lambda$  ஆகுக. அப்பொழுது போயிலின் விதிப்படி

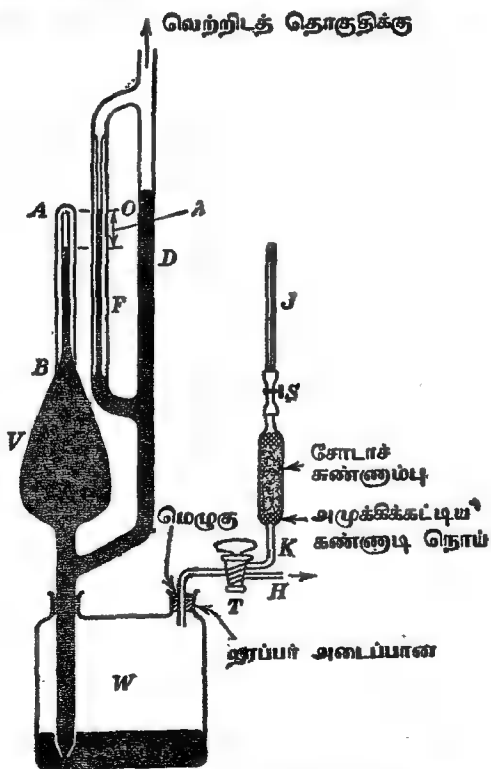
$$(v\lambda)\lambda = pV, \text{ அல்லது } p = \frac{v}{V}\lambda^2.$$

இம்முறையானது சீரல்லாத அழுக்கவளவுத்திட்டமொன்றைத் தருகின்றது; அத்தகைய திட்டமொன்று AB பக்கமாக வைக்கப்படுகிறது. இவ்வளவுத்திட்டமானது தாழ்முக்கங்களில் படிப்படியாக விரிந்திருக்கின்றது; இதுவே டிக்கிளொண்டு மானியைப் பயன்படுத்துவதற்கான இவ்விரண்டாவது முறையின் முக்கிய நயம்.



படம் 14.16. மக்கிளொண்டு மானிக்கான கொள்கை.

நடைமுறையிலுள்ள மக்கிளௌட்டுமான்ரி.—ஈ ஆனது அமுக்கப்பட்ட வாயுவின் உண்மையான அழுக்கம் அன்று என்பது ஏற்கெனவே விவரித்துக் கூறியுள்ள மக்கிளௌட்டுமானியினது எளிய அமைப்பின் முதன்மையான குறையொன்றாகும். விட்டத்திற் குழாய்கள் A யும் D யும் வேறுபடுகின்றபடியால் அவ்விரு குழாய்களிலும் மயிர்த்துளையிறக்க மானது வெவ்வேறாயிருக்கின்றது ; இதனால் வழுவொன்று எழுகின்றது. இப்பிரச்சினையைத் தீர்க்கும்பொருட்டு, AB யின் அதே விட்டமுடைய குழாய் F ஆனது, படம் 14.17 இற் காட்டியுள்ளவாறு, D யிற்குச் சமாந்தரமாக உருக்கி யொட்டி வைக்கப்படுகின்றது ; அவ்விரு மயிர்த்துளைக் குழாய்களிலுள்ள இரசமட்டங்களின் நிலைகளை நோக்கி உயரம்  $\lambda$  ஆனது துணியப்படுகின்றது.



படம் 14.17. நடைமுறையில் மக்கிளௌட்டு மான்ரி.

பெருமளவில் இரசத்திணிவு கொண்ட சேமிப்புக்கலமொன்றைக் கையாளுதலானது மக்கிளௌட்டு மான்ரியின் தொடக்க அமைப்பில் இன்னுமொரு குறை ஆகும். படம் 14.17 இற் காட்டியுள்ள அமைப்புத் திட்டமானது இக்

குறையை நீக்கிவிடுகின்றது. இரசமானது ஊல்வின் (Woulff's) போத்தல் W வில் வைக்கப்பட்டு, அப்போத்தலின் துவாரங்களுள் ஒன்றுடன் மானிப் பகுதி பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றது. இரண்டாவது துவாரத்தில் றப்பர் அடைப்பான் ஒன்று பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றது; படத்திற் காட்டியுள்ள வாறு அவ்வடைப்பானுடே செல்கின்ற கண்ணாடிக் குழாயானது இரு வழிக் குழாயடைப்பொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. இவ்வடைப்புக் குழாயிலிருந்து குழாய் K ஆனது அதனினும் அகன்றதும் சோடாச் சுண்ணாம்பும் கண்ணாடி நொய்யும் அடைசப்பட்டிருக்கின்றதுமான குழாயொன்றிற்குச் செல்கின்றது; கண்ணாடி நொய்யானது உலர்த்துகருவித் துணிக்கைகள் மானியுட் புகாவண்ணம் தடுக்கின்றது. இக் குழாயுடன், றப்பர்க் குழாயொன்றால் மிகவும் நுண்ணிய மயிர்சதுளைக்குழாய் J ஆனது தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது; தேவைப்படும்போது றப்பர்க் குழாயானது விற்கவ்விதொன்றால் இறுக்கியடைக்கப்படுகின்றது. கண்ணாடிக் குழாய் H ஆனது எளிய பம்பி வகையொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது; செய்கையின்போது போதிய கவனம் செலுத்த முடியுமானால், W வை உயர் வெற்றிடத்தொகுதிக்குரிய ஆதரவுப் பம்பியுடன் தொடுத்தும் வைக்கலாம்.

H ஆனது W வுடன் நேர்த்தொடர்பு வைத்திருக்கும் வண்ணம் அடைப்புக்குழாயைத் திறந்தால், மானிப்பகுதியிலுள்ள இரசம் முற்றிலும் ஊல்வின் போத்தலில் இறங்கிவிடும்; அப்பொழுது V யிலுள்ள அழுக்க மானது பம்புத்தொகுதியிலுள்ள அழுக்கத்துக்குச் சமன் ஆகும். T யை மூடினால் போத்தலானது ஆதரவுப் பம்பியிலிருந்து வேறாகப் பிரித்து வைக்கப்படுகின்றது; இனி T யைச் சற்றுத் திருப்பினால் W விலே இருக்கின்ற இரசத்துக்கு மேலேயுள்ள இடத்தில் வளி மெதுவாக நுழைய விடப்படுகின்றது. இரசம் மானியிற் செலுத்தப்படுகின்றது; அப்பொழுது ஏற்கெனவே கூறியுள்ள முறைகள் இரண்டினுள் எதேனுமொன்றின்படி மானி பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

இவ்வண்ணம் கைவினையாற்றல் குறைக்கப்படுகின்றதைவிட இவ்வகை மக்கிளொண்டு மானியில் நீண்ட றப்பர்க் குழாயில்லாதது அதன் இன்னுமொரு சிறப்பியல்பு ஆகும். அதனது சுவருடே றப்பர்க் குழாயானது எப்பொழுதும் வளியைப் பொசியவிடுகின்றது; அவ்வளியானது மானியுட் போய்ச் சேரக்கூடும். அல்லாமலும் றப்பரில் இருக்கின்ற கந்தகத்தால் இரசம் எளிதில் கறைப்படுத்தப்படக் கூடுமாதலால் றப்பர்க் குழாயைப் பயன்படுத்துவது விரும்பத்தக்கதன்று.

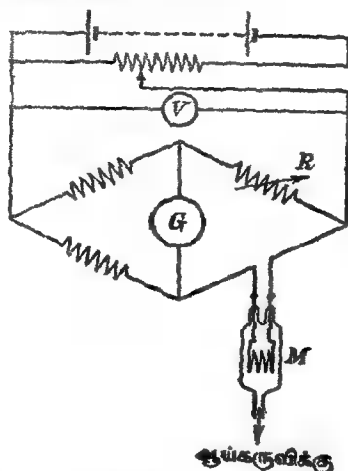
எளிதில் ஒடுங்கக்கூடிய ஆவிகள் இருக்குமாயின் எல்லா மக்கிளொண்டு மானிகளும் ஒழுங்கற்ற முறையில் தொழிற்படும்; ஆனால் மானிக்கும் உயர்வெற்றிடத்தொகுதிக்கும் இடையே திரவ வளிப் பொறியொன்றைப் புகுத்தினால் அவ்வகையான ஆவிகள் யாவும் எளிதில் அப்புறப்படுத்தப்படும்.

**பிரானி (Prani) (தடை) மானிகள்.**—உயரமுக்கங்களில் வாயுவொன்றின் வெப்பங்கடத்துதிறனானது அழுக்கத்தைச் சாரமாட்டாது என்னும் நன்கறிந்த செய்தியானது அறிமுறைப்படி கிடைக்கப்பெற்றும் பரிசோதனையாற் போதிய அளவில் நிலைநிறுத்தப்பட்டும் இருக்கின்றது. 0.1 மி.மீ. இரசத்துக்குக் கீழான அழுக்கங்களிலே, வாயுமூலக்கூறுகளின் இடைச்சயாதீனப் பாதையும் கொள்பாத்திரத்தின் விட்டமும் ஒரே பருமன் வரிசையிற் படும்போது, வாயுவொன்றினூடாகக் கடத்தலால் வெப்ப இழப்பு வீதமானது அழுக்கத்தின் ஓர எகபரிமாணச் சார்பாகும்; அதாவது, இவ்வீதத்தை  $\gamma$  என எழுதலாம்; இங்கு,  $\gamma$  ஒரு மாறிலி ஆகும். 1907 இற் வார்பேக் (Warburg) எனபார் தாழ்முக்கங்களை அளத்தற் பொருட்டு இத்தொடர்பைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். இத்தத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மானியொன்றிற்கு மக்கிளொண்டு மானியொன்றைப் பயன்படுத்தி மாறிலி  $\gamma$  வைத் துணிதல் வேண்டுமாதலால் இத்தொடர்பு பயன்படும் அழுக்கமானிகள் தனி அழுக்கமானிகள் அன்று.

இம்மானி வகையானது உண்மையிற் பிரானி எனபவராலேயே திட்டமிடப்பட்டது. இவ்வகைக்குச் சேர்ந்த எல்லா மானிகளிலும் வெப்ப வுலோக இழையொன்று பம்பித் தொடருடன் பற்றப்பட்டிருக்கின்ற சிறு பாத்திரமொன்றிலே ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றது. அதனது செயலாற்று முறையானது அழுக்கத்துடன் வெப்பவிழைக்கும் கொள்பாத்திரத்தின் சுவர்களுக்கும் உள்ள இடைவெளியை நிரப்பி நிற்கின்ற வாயுவூடே நடைபெறுகின்ற வெப்பங்கடத்தலினது வீதத்தின் மாறலைப் பொறுத்துள்ளது என்பதாகும். வெப்ப இடமாற்ற வீதமானது இழையின் வெப்பநிலையை, எனவே அதனது மின்தடையை, நிர்ணயிக்கின்றது. தொடக்கத்திலேயே மக்கிளொண்டு மானியொன்றைப் பயன்படுத்தி இம்மானிக்கு அளவுகோடு வரையப்பட்டிருந்தால் இழையின் தடைக்கும் அதைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற வாயுவின் அழுக்கத்துக்கும் உள்ள தொடர்பைத் துணிய முடிகின்றது.

பிரானி மானியொன்றின் வெப்பவிழையானது உயர்ந்த அளவில் தடையின் வெப்பநிலைக் குணகம் உடையதாயிருத்தல் வேண்டும்; இழையானது விட்டம் கிட்டத்தட்ட 0.06 மி.மீ. உடைய தங்குதலை ஆனது. அமைப்பைப் பொறுத்தமட்டில் இம்மானியானது கூண்டுவகை வெள்ளொளிரவு மின்விளக்குப் போன்றது; ஆனால் மானியில் இழையானது ஒருபோதும் பழுக்கக் காய்ச்சப்படுவதில்லை. மானியின் திருத்தமான செயலாற்றலின் பொருட்டு இழைக்கும் சுவர்களுக்குமுள்ள இடைத்தூரம் மாறாமல் இருக்க இழை இறுக்கியும் இழை தாங்கிகள் வழியே வெப்ப நடத்தை இயன்றவளவு குறைவாக்கியும் இருத்தல்வேண்டும். குமிழானது வெப்பநிலை நிறுத்தியொன்றிலே இருத்தல் பெரிதும் விரும்பத்தக்கது; உருகு பனிக்கட்டியானது வெளிப்படையான ஒரு வெப்பநிலை நிறுத்தியாகும். இழையின் வெப்பநிலையானது கிட்டத்தட்ட 120°C. வரை உயர்த்தப்பட்டிருத்தல் வேண்டும்.

வெப்பங்கடத்துதிறனைச் சார்ந்த அமுக்கமானியொவ்வொன்றிற்கும் தனியழுக்கமானியொன்றுடன் ஒப்பிட்டு அளவுகோடிடல் வேண்டுமாதலால், நடைமுறையில் இழையின் குறுக்கே அழுத்த வித்தியாசத்தை மாறிலியாக நிலைநிறுத்தி ஓட்டத்தை மட்டும் நோக்கினால் போதியதாகும். வாயு வழக்கம் தாழுங்காலே வாயுவின் வெப்பங் கடத்துதிறனும் குறைகின்ற படியால் முன்னர் முடிவுசெய்துள்ள பெறுமானமொன்றிலே இழையின் வெப்பநிலை மிகையை நிலைநிறுத்தற்குத் தேவையான ஓட்டம் குறைவாகவே இருக்கும். அளவுகோடிடல் நடைபெற்ற அதே சூழ்நிலையிலே தான் அளவுத்திட்டம் உண்மையில் வழங்கும் ஆதலால் இழையின் வெப்பநிலையையே மாறிலியாக நிலைநிறுத்தல் வேண்டும் என காம்பெல் (Campbell) என்பார் வற்புறுத்தியிருக்கின்றார்.



படம் 14-18. பிரானி மானியும் அதற்கான பாலமும்.

காம்பெலின் கருத்தைச் செயல்முறையாக்கும் பொருட்டு மானி M ஆனது படம் 14-18 இற் காட்டியுள்ளவாறு, வீற்ஸ்தென் (Wheatstone) பால மொன்றின் வலைவேலைப்பாட்டிலுள்ள புயமொன்றில் இணைக்கப்படுகின்றது; அவ்வொவ்வொரு கலப்புலோகமும் உண்மையாகப் பூச்சிய வெப்பநிலைக் குணகம் உடையதாதலால், மற்றெல்லாத் தடைகளும் மங்களின் அல்லது “மினஸ்”பா” வால் ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றன. தடை R ஆனது செப்பஞ்செய்தற்குத் தகுதியுடையது. கல்வெளுமானித் திரும்பல் பூச்சியமாகவிருக்குமாறு R இன் பெறுமானம் அமைக்கப்படுகின்றது; அப்பொழுது இழையின் வெப்பநிலையானது கிட்டத்தட்ட 100°C. ஆகவிருக்கும் வண்ணம் M இல் ஓட்டம் அமைந்திருத்தல் வேண்டும். காம்பெலின் முறையில் ஒவ்வொருமுறை அமுக்கம் மாறும்போதும், மேலே காட்டியுள்ளவாறு, பாலம் சமநிலையை மீளும்வரை பாலத்தின்

குறுக்கேயுள்ள அழுத்தம்  $V$  ஆனது செப்பஞ்செய்யப்படுகின்றது. இழை அடைகின்ற மாறா வெப்பநிலை மிகையசனது  $\phi$  ஆகுக. அப்பொழுது இணைக் கம்பிகளில் வெப்பநட்டங்கள் சிறிதாயின், அவை  $\phi$  யிற்கு நேர்விசிதசமன் ஆகும்; அதாவது அவை  $\beta\phi$  யிற்குச் சமன் ஆகுக; இங்கு  $\beta$  ஒரு மாறிலியாகும். செக்கனில் இழையில் வெப்பச் செலவு  $\alpha V^2$  என்பதாகும்; இங்கு  $\alpha$  ஒரு மாறிலியும்,  $V$  யானது பாலத்தின் குறுக்கே உள்ள வேலற்றளவும் ஆகும். வாயுவிற் கடத்தலால் ஆகும் வெப்பநட்டம்  $f(p)$  ஆகுக; இங்கு  $f(p)$  ஆனது அழுக்கத்தின் ஒரு தெரியாச் சார்பாகும். எனவே,

$$\alpha V^2 = \beta\phi + f(p)$$

என எழுதலாம்.

$p=0$  என்னுமிடத்துப் பாலத்தின் குறுக்கேயுள்ள வேலற்றளவு  $V_0$  ஆகுக; அப்பொழுதுங்கூட மானியிலுள்ள இழையின் வெப்பநிலை மிகை  $\phi$  யேயாகும். எனவே

$$\alpha V_0^2 = \beta\phi.$$

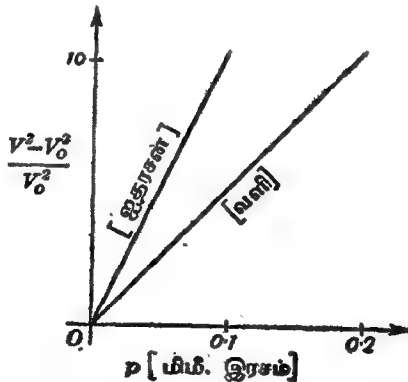
இவ்விரு சமன்பாடுகளும்

$$\frac{V^2 - V_0^2}{V_0^2} = \frac{f(p)}{\beta\phi}$$

அல்லது,

$$\frac{V^2 - V_0^2}{V_0^2} = \xi f(p)$$

என்பதைத் தருகின்றது; இங்கு  $\xi = (\beta\phi)^{-1}$ . அது ஒரு மாறிலி.



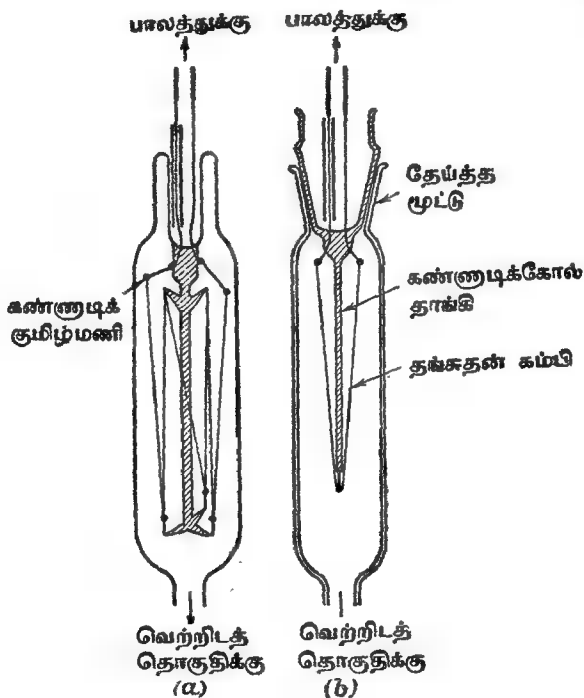
படம் 14-19. பிராஸிமானியொன்றிற்கான அளவுகோட்டில் வளைவிகள்.

அழுக்கத்தை மக்கினொளட்டு மானியொன்றால் வேறே அளந்தால்  $f(p) = \gamma p$  எனக் காணப்படும்; இங்கு  $\gamma$  ஒரு மாறிலியாகும். எனவே  $\frac{V^2 - V_0^2}{V_0^2}$  என்பது அழுக்கத்துக்கு நேர்விசிதசமனாகும். மேலும்  $\xi$  ஆனது



பெரும்பாலும் இழையின் நீளத்தையும் அது தங்குதனாலோ பிளாற்றினத்தாலோ ஆக்கப்பட்டிருக்கின்றமையையும் சாராது எனக் காணப்பட்டது.  $\frac{V^2 - V_0^2}{V_0^2}$  எனபது வாபுலின் இயல்புடன் மட்டுமே மாறுகின்றது.

படம் 14-19 இல் காம்பெல் பெற்ற இரு வளையிகள் எடுத்துக்காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; இவரு கிடைக்கூறுகள் மக்கினொளட்டு மானியொன்றால் அளக்கப்பட்ட அமுக்கங்களும், நிலைக்கூறுகள் அவ்வவற்றிற்கு ஒத்ததாய்ப் பின்னம்  $(V^2 - V_0^2)/V_0^2$  எனபது கொண்டிருக்கின்ற பெறுமானங்களும் ஆகும்.



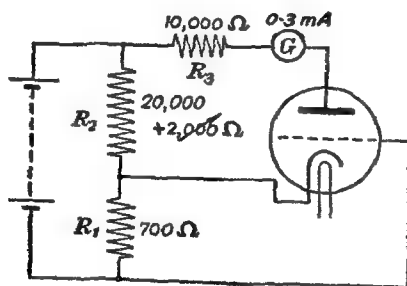
படம் 14-20. பிரானிமானிகள்.

படம் 14-20 ஆனது பிரானிமானியின் இருவகைகளைக் காட்டுகின்றது; அவற்றுள் ஒன்று பிரிக்கக்கூடியது.

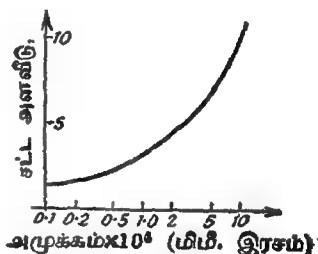
இவ்வகை மானியொன்றைப் பயன்படுத்தலை இலகுவாக்கும் பொருட்டு வழக்கமாகக் காம்பெல் காட்டியுள்ள வழியிற் செல்லாது, மானியில் அமுக்கம் மிகத் தாழ்ந்ததாயிருக்கும்போது பாலத்தைச் சமநிலைப்படுத்திப் பின் பாலத்தின் குறுக்கே வோல்ற்றளவை மாறிலியாக வைத்துக் கொண்டு, அமுக்கம் பூச்சியத்திலிருந்து வேறுபடும்போது, கல்வனோமானி

யில் சமநிலையில்லா ஓட்டமானது அளவுத்திட்டப் பிரிப்புகளில் நோக்கப்படுகின்றது. இவ்வளவுகோட்டில் முறையைப் பற்றிய சிறப்பான குறிப்புரை வேண்டியதேயில்லை.

ஸ்கொற் (Scott) மாற்றியமைத்த பிரானி மானிச் சுற்று.— $10^{-3}$  முதல்  $10^{-5}$  மிமீ. இரசம்வரையான வீச்சில் அழுக்கங்களை அளத்தற்குப் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்ற மானிகளிடத்து ஓரளவு கைவினையாற்றல் தேவைப்படுகின்றது. 1939 இல் ஸ்கொற்\* என்பார் கீழே தரப்பட்டுள்ள சுற்றைத் திட்டமிட்டு இத்தொல்லையை நீக்கினார்; அச் சுற்றில் பிரானி மானியிலுள்ள இழையின் தடைமாற்றமானது அத்தடை மீதுள்ள வோல்ட்ற்றளவு வீழ்ச்சியை மூவாய் வால்வொன்றின் நெய்யரிக்கு ஊட்டி அளக்கப்படுகின்றது. இவ்வண்ணம் அனோட்டுச் சுற்றில் இருக்கின்ற உணர்ச்சியுள்ள ஒரு கல்வனோமானி G யின் திருத்தப்பட்ட அளவுத்திட்டத்தில் அழுக்கத்தை நேரடியாய் நோக்கலாம். மானியிலுள்ள வாயுவின் அழுக்க மாற்றத்தைப் பின்பற்றியே இழையின் தடையும் மாறுகின்றபடியால், நெய்யரியின் குறுக்கேயுள்ள அழுத்த வித்தியாசமும் மாறும்; அப்பொழுது தட்டோட்டத்தில் அவ்வழுத்த வித்தியாசத்திற்கு ஒத்த மாற்றமானது மானியிலுள்ள அழுக்கத்தை எடுத்துக் காட்டுகின்றது. படம் 14.21 (a)



(a)



(b)

படம் 14.21. ஸ்கொற் மாற்றியமைத்த பிரானி மானிச் சுற்று.

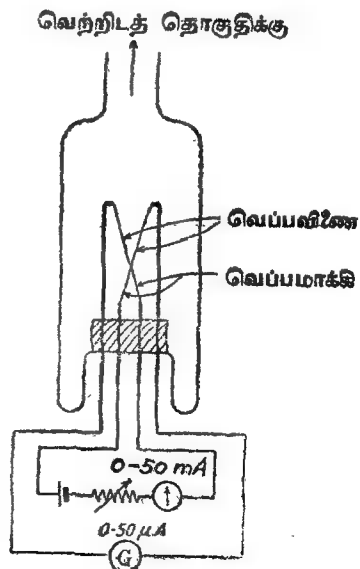
ஆனது சுற்றின் அமைப்பைக் காட்டுகின்றது.  $R_1$  என்பது பிரானியிழையாகும்; அதன் தடை கிட்டத்தட்ட 700 ஓம் ஆகும்.  $R_2$  ஆனது  $R_1$  உடன் தொடரிலிருக்கின்ற ஒரு தடையாகும்; அதன் தடை கிட்டத்தட்ட 20,000 ஓம் ஆகும்.  $R_3$  உடன் செப்பஞ்செய்யக்கூடிய 2000 ஓம் தடையொன்று சேர்க்கப்பட்டிருக்கின்றது. படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு மூவாய் வால்வொன்றுடன் அமைக்கப்பட்டிருக்கின்ற இத்தடைச் சேர்மானத்தின் குறுக்கே உயரிழுவை மின்கலவருக்கொன்று இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. துண்டிப்பு வோல்ட்ற்றளவிற்கு அணித்தாயுள்ள நெய்யரி வோல்ட்ற்றளவுகளிடத்து மூவாயின் சிறப்பியல்பு வளைிகள் கூடியமட்டில் நோக்கோட்டு வடிவம்

\*Rev. Sci. Instr., 10, 349, 1939.

பெறும் பொருட்டுப் பொருத்தமான தடை  $R_3$  ஆனது அனோட்டுச் சுற்றில் புகுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. தெரிந்த அமுக்கமொன்றினிடத்து ஏதோவோர் அனோட்டோட்டம் கிடைக்கும்வரை  $R_2$  ஆனது செப்பஞ் செய்யப்படுகின்றது.

தெர்த்திற்பாட்டினபோது பிரானியின் தடை  $R_1$  மாறுகின்றபடியால், முறையே  $R_1$ ,  $R_2$  என்பவற்றிற்குக் குறுக்கேயுள்ள அழுத்த வித்தியாசங்கள்  $V_1$ ,  $V_2$  எதிர்த்திசைகளில் மாறும்; ஆனால் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை மாறாமலே இருக்கும். பிரானிமானியில் அமுக்கம் இறங்கும்போது  $R_1$  இன தடை கூடுகின்றது; அதன் விளைவாக நெய்யரி வோல்ற்றளவு கூடுகின்றது, தட்டுவோல்ற்றளவு குறைகின்றது. இவ்விரு மாறல்களாலும் தட்டோட்டம் குறைகின்றது. படம் 14.21 (b) யானது ஓர் எடுத்துக்காட்டான அளவுகோட்டல் வளையியாகும்.

**வெப்பவினைமானிகள்.**—இது பிரானிமானியின் மாறறுவடிவமாகும்; அதன் அமைப்பானது படம் 14.22 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. வெப்ப மாக்கிய இழையானது மெல்லிய, தட்டையான குறுகிய நாடா வடிவமுடைய கொண்சுதன்தானால் ஆனது; அதில் பாய்கின்ற ஓட்டம்பல மில்லியம்பியர்கள் ஆகும். இரும்பு-கொண்சுதன்தான் (அல்லது குரோமல்-அலுமெல்) வெப்பவினையொன்றின இணைப்பொன்று வெவ்விழையின் நடுவிலே பற்றப்பட்டிருக்கின்றது. இம்மானியின் வெளியேயிருக்கின்ற பகுதியானது  $0^\circ\text{C}$ . இல் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. இழையினூடான குறிப்பிட்ட ஓட்டமொன்று பாய்விடத்து, வாயுவூடே சுவர்களுக்கு வெப்பம் செலுத்தப்படும் வீதத்தால் வெப்பவினையினது வெப்பச் சந்தியின் வெப்பநிலை நிர்ணயிக்கப்படுகின்றது. மக்கிளொட்டு மானியொன்றைப் பயன்படுத்தியே இம்மானியில் அளவுகோட்டல் வேண்டும்; கண்டிப்பாய்த் திட்டமான புரிசோதனையில் இரு கருவிகளிலும் ஒரே வாயுவானது இருத்தல் வேண்டும்.



படம் 14.22. தாமுழுக்கத்தை அளத்த  
யூக்கான வெப்பவினைமானி.

**அயனாக்கமானிகள்.**—பூச்சிய அழுத்தத்திலிருக்கின்ற கதோட்டிலிருந்து வெளியேறி அழுத்தம்  $V$  யிலுள்ள அனோட்டொன்றை அண்டியும் இலத்

திரொன்றினிடத்துச் சக்திச் சமன்பாடானது

$$e(0) + \frac{1}{2}m(0^2) = eV + \frac{1}{2}mv^2$$

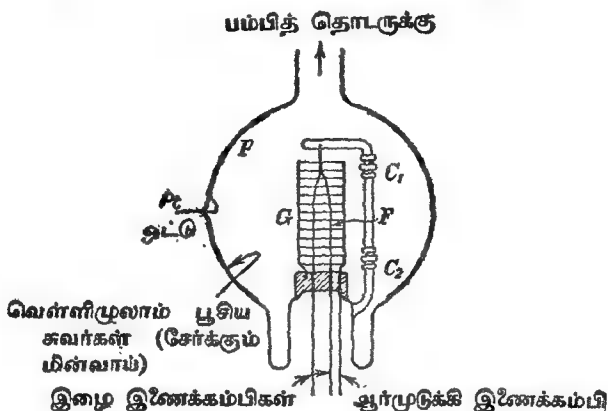
அல்லது

$$\frac{1}{2}mv^2 = -eV$$

என்பதாகும் ; இங்கு,  $m$  இலத்திரனின் திணிவும்,  $e$  அதன் ஏற்றமும்,  $\blacksquare$  அது அனோட்டை மோதும் வேகமும் ஆகும். இச்சமன்பாட்டை அமைக்கும் போது இலத்திரானது உயர்வெற்றிடத்திலேயே அசைகின்றது எனக் கொள்ளப்படுகின்றது ; எனவே அதன் அசைவானது வாயுமூலக்கூற்று மோதுகைகளாற் பாதிக்கப்படமாட்டாது.  $e$  உண்மையில் மறையாகவும்,  $V$  நேராகவும் இருக்கிறபடியால் சமன்பாடானது தெளிவாகத் திருப்தியாக்கப் படுகிறது. வாயுவொன்று இருக்குமிடத்து வரையறுத்த அவதி அழுத்தம்  $V_1$  யை மீறும் அழுத்த வித்தியாசமொன்றால் இலத்திரன்கள் ஆர்முடுக்கப்பட்டால், அவற்றிற்கும் வாயு மூலக்கூறுகளுக்குமிடையே நடைபெறுகின்ற மோதுகைகளால் நேரயன்கள் ஆக்கப்படுகின்றன ;  $V_1$  யானது இலத்திரன்கள் அசைகின்ற வாயுவின் அயனோக்கவழுத்தம் எனப்படுகின்றது. உயர்வேக இலத்திரனொன்றானது வாயுவனுவொன்றுமீது மோதி அவ்வனுவின் புறவோட்டிலிருந்து இலத்திரனொன்றை அப்புறப்படுத்தும் போதெல்லாம் இந்நேரயன்கள் ஆக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு ஆக்கப்பட்ட நேரயன்களைத் துணை அல்லது மூன்றாவதான மின்வாயொன்றிற் சேர்க்குமிடத்து,  $V_1$  யை மீறி நிலைத்திருக்கின்ற ஆர்முடுக்கும் அழுத்தம் ஆற்றும் போது நேரயனோட்டமானது அமுக்கத்துடன் மாறுகின்றது எனக் காணப்பட்டது. தாழ்முகங்களில் கதோட்டிலிருந்து துணைமின்வாயை நோக்கிச் செல்லும் இலத்திரானது ஒன்றிற்கு மேலான மோதுகையை ஏற்படுத்தும் என்பது சாத்தியமன்று ; ஆதலால் அத்தாழ்முகங்களில் அமுக்கத்துடன் ஓட்டத்தின் ஏகபரிமாணமாறலை எதிர்பார்க்கக்கூடும். மூவாயொன்றின் நெய்யரிசைத் துணை மின்வாயாகப் பயன்படுத்துமிடத்து, வால்வில் வாயு வில்லாதபோது, நெய்யரியோட்டம் மிக அற்பமாகவே இருக்கும் என்பதை ஞாபகப்படுத்தல் வேண்டும். வால்வில் வாயுவிருப்பதுடன் அதன் மூலக்கூறுகள் ஏற்கெனவே கூறியுள்ளவாறு அயனோக்கப்படுமிடத்து, இழையைக் குறித்து நெய்யரி மறையழுத்தத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருந்தால் அந் நெய்யரிசை நோக்கியே நேரயன்கள் அசையும்.

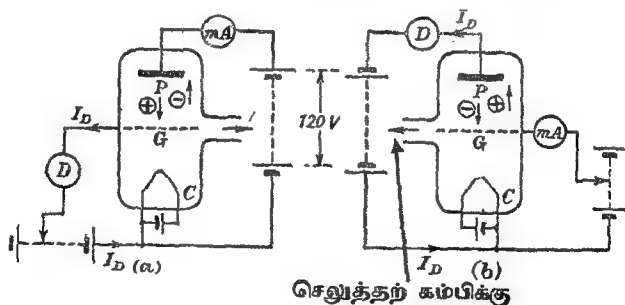
பொதுவான மூவாய் வால்வு எதையும் அயனோக்கமானிகளாகப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம் ; ஆனால் மின்வாய்களுக்குிடையே உண்டான மின்பொசிவுகளைக் குறைக்கும் பொருட்டுச் சிறப்பாக ஆக்கப்பட்ட மூவாய்களைப் பயன்படுத்துதல் சாலவும் நன்று ; அத்தகைய வால்வொன்று படம் 14.23 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. இழை F ஆனது அங்கு காட்டியுள்ளவாறு தாங்கப்பட்டிருக்கின்றது. இழையச்சுடன் ஓர்ச்சாகவிரகுகின்ற நெய்யரியால் இழை சூழப்பட்டிருக்கின்றது. வால்வின் சுவர்மீதுள்ள வெள்ளிப்படிவு P யானது 'தட்டாகப்' பயன்படுகின்றது. படத்திற் காட்டியுள்ளவாறு கண்ணாடிமேலோட்டில் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்ற பிளாற்

றினம் கம்பியொன்றால் படிவுடன் மின்தொடுகை ஏற்படுத்தப்படுகின்றது. இழையைத் தாங்குகின்ற கண்ணாடிக்கோல் மீது ஏற்றப்பட்டிருக்கின்ற தளர்ச்சியான கண்ணாடிக் கழுத்துப்பட்டைகள்  $C_1$ ,  $C_2$  என்பன தாங்கிமீது உலோகப் படலங்களின் படிவைத் தடைசெய்கின்றன ; அப்படலங்கள் இருந்தால் மின்வாய்களிடையே பொசிவுகள் உண்டாகும்.



படம் 14.23. தாழ்முகங்களை அளத்தலுக்கான அயனாக்கமானி.

இம்மானியைத் தொழிற்படுத்தற்குரிய மின்சுற்றொன்றின் அடிப்படைகள் படம் 14.24 (a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. நெய்யரியின் வலைக்கண்ணாடே



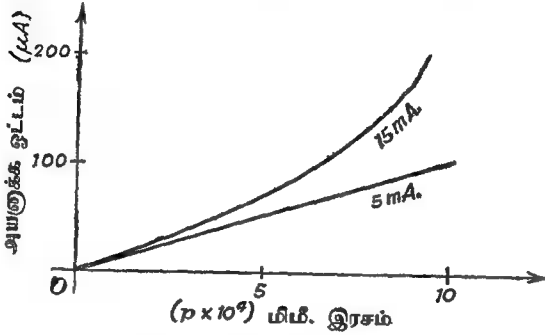
செலுத்தற் கம்பிக்கு

படம் 14.24. அயனாக்கமானிமொன்றைத் தொழிற்படுத்தற்குரிய இரு சுற்றுகள்.

(a) உட்சேர்க்கு மின்வாய், (b) வெளிச்சேர்க்கு மின்வாய் (பேருணர்ச்சியுடையது).

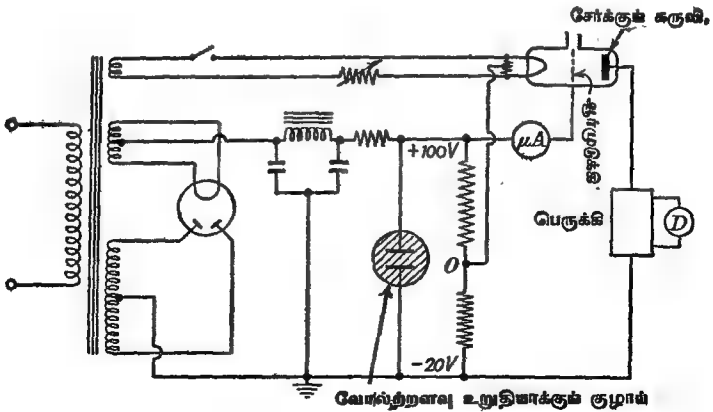
இலத்திரன்கள் செல்கின்றன ; நெய்யரிக்கும் அனோட்டுக்குமிடையே ஆக்கப் படுகின்ற நேரயன்கள் நெய்யரியாற் சேர்க்கப்படுகின்றன. உணர்ச்சியுள்ள கல்வனோமானி D யால் நெய்யரியோட்டத்தை அளத்தல் வேண்டும்.

மாற்றுத்திட்டமொன்று படம் 14-24 (b) யிற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது. இத்திட்டத்தில் இழையைக் குறித்து நெய்யரியானது நேரழுத்தமொன்றிலும், வெள்ளிப்படிவு மறை அழுத்தத்திலும் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றன. வெவ்விழையிலிருந்து வெளியேறுகின்ற இலத்திரன்கள் நெய்யரிமுகமாக இழுக்கப்படுகின்றன; ஆனால், அவற்றுட்கில, திணிவு வேகங்காரணமாக



படம் 14-25. அயனாக்கமானியொன்றிற்குரிய அளவுகோட்டல் வளைவிகள்.

நெய்யரியின் வலைக்கண்ணுரடே உந்தப்பட்டு, ஆர்முடுக்கும் அழுத்தமானது  $V_s$  யை மீறும்போது,  $G$  யிற்கும்  $P$  யிற்குமிடையேயுள்ள வாயுவை அயனாக்குகின்றன. நேரயன்கள்  $P$  என்னும் தட்டிற் சேர்க்கப்படுகின்றன;  $G$  யிற்கும்  $P$  யிற்கும் இடையே நுழைந்துள்ள இலத்திரன்கள்  $P$  மீதுள்ள மறையேற்றத்தால் தள்ளப்படுகின்றன. நேரயனோட்டமானது உணர்ச்சியுள்ள உணரி  $D$  யால் அளக்கப்படுகின்றது.



படம் 14-26. அயனாக்கமானியும் அதன் துணைக்கற்றும்.

இவ்வகை மானிகள் தனியமுக்கமானிகள் ஆகும். அவை மக்கி னெளட்டு மர்னியொன்றால் அளக்கப்பட்ட அமுக்கத் தொடரொன்றால் அளவுகோடிப்படுகின்றன. மக்<sup>4</sup>னெளட்டு மானிபோலல்லாது அயனாக்க மர்னியானது ஆவிகள், வாயுக்கள் & ஓயவற்றின் அமுக்கங்களை அளக்கிற படியால் அளவுகோடிடலுக்குமுன் தொகுதியில் வாயுநீக்கக் குறைவின் நிச்சயதலும், ஒருங்கக்கூடிய எல்லா ஆவிகளை அப்புறப்படுத்த லும் இன்றி யமையாததாகவேண்டும்.

10<sup>-4</sup> மிமீ. இரசம் அமுக்கத்துக்குக் கீழே, அமுக்கத்துக்கும் அயனாக்க வோட்டத்துக்குமுள்ள தொடர்பானது ஏகபரிமாணமானது. அதனினும் உயர்ந்த அமுக்கங்களில், இழையிலிருந்து இலத்திரன் காலலானது ஒப் பிட்டுப் பார்க்கில் சிறிதாயிருக்கும்வரைதான் அத்தொடர்பு ஏகபரிமாண மாயிருக்கும்; அப்பொழுது மானியின் உணர்்திறனானது குறைந்திருக்கும். இழையிலிருந்து இலத்திரன் காலலால் ஆகின்ற ஒட்டத்தின் இரு வெவ் வேறான பெறுமானங்களிடத்து அயனாக்கமானியொன்றின் எடுத்துக்காட் டான அளவு கோடிடல் வளையியொன்று படம் 14.25 இற் காட்டப்பட்டிருக் கின்றது; அவ்வோட்டங்களின் பெறுமானங்கள் வளையிகளின் பக்கங்களிற் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கின்றன.

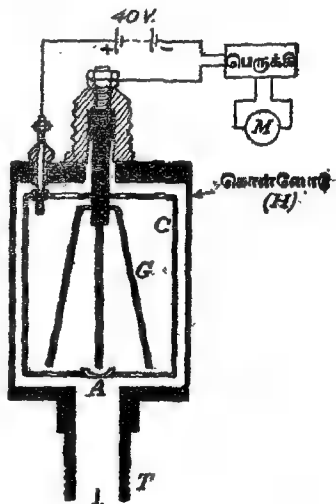
அயனாக்கமானி ஒன்றிற்கெனத் திட்டமிடப்பட்டுள்ள வசதியான மின் சுற்றொன்று படம் 14.26 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது.

அல்பாக் கதிர் அயனாக்கமானி.— இது டௌனிங் (Downing), மெலன் (Mellen) ஆகியோரால், 1946 இல் திட்டமிடப்பட்ட புதுவகைக் குளிர்க் கதோட்டு அயனாக்கமானியாகும்; அல்பாத் துணிக்கைகளே அயனாக்குங் கருவியாதலால் “அல்பாக் கதிர்” என்னும் சொற்றொடராலேயே அது அழைக்கப்படுகின்றது. 10 மிமீ. இரச அமுக்கம் வரை மட்டுமே ஒட்டத்துக் கும் அமுக்கத்துக்குமிடையேயுள்ள தொடர்பானது ஏகபரிமாணமாக இருக் கின்றபோதிலும், இம்மானியானது 10<sup>-3</sup> இலிருந்து 1000 மிமீ. வரையுள்ள இரசம் அமுக்கவீச்சை மூன்று கட்டங்களாக்கி, அவ்வொவ்வொன்றிலும் இது தொடர்ந்த அளவீடு தருகின்றது. இம்மானியும் இவ்வதிகாரத்தில் முன்பே விவரித்துக் கூறியுள்ள வெவ்விழை அயனாக்கமானியும் அதே தத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தொழிற்படுகின்றபோதிலும் பிற தியது 10<sup>-3</sup> மிமீ. இரசம் அமுக்கத்துக்குக் கீழேயுள்ள அமுக்கங்களிலே தான் பயன்படுகின்றது. இதனினும் மேலான அமுக்கங்களில் இழைமீது அயனங்களின் மோதுகையால் அல்லது இழையைச் சூழ்ந்திருக்கின்ற வாயு வின் இரசாயனத்தாக்கத்தால் வெவ்விழை அயனாக்கமானியொன்றின் ஆயுட்காலமானது குறுகியிருக்கின்றது.

அல்பாக்கதிர் அயனாக்கமானியிலுள்ள கிளர்யின் வீச்சின்ற முதலானது ஒரு சிறு கல்லாகும்; அதன் பரப்பளவு 1 சமீ.<sup>2</sup> ஆகும்; அதற்குப் பொருத்தமான “காதுகள்” இருக்கின்றபடியால் அதை உரிய நிலையிலே உறுதியாகத் தாங்கலாம். கல்லின் பக்கமொன்றிலே உயிர்ப்புப் பரப்பளவு உளது; அது 0.4 மிமீ. இரேடியம் (<sup>88</sup>Ra<sup>226</sup>) கொண்ட ஒரு பொன்

இரேடியக் கலப்புலோகமாகும். அதனது தேய்வு விளைவுகள் இரேடன் ( ${}_{86}\text{Rn}^{222}$ ), இரேடியம் A ( ${}_{84}\text{Po}^{218}$ ), இரேடியம் B ( ${}_{82}\text{Pb}^{214}$ ) என்பவற்றுடன் அது சமநிலையில் இருக்கின்றது. முதலாவது விளைவு ஒரு வாயுவாகும்; அது தப்பாமல் இருப்பது வேண்டற்பாலதாதலின் உயிர்ப்புப் படைமீது மின்பகுப்பு முறையால் நிக்கற் படலம் ஒன்று படியச் செய்யப்படுகின்றது. இவ்வண்ணம் உயர்திறன், ஆனால் தாழ்வலுச்சுரப்பு உடைய காலியொன்று கிடைக்கப்பெறுகின்றது; மேலும், நிக்கற் படலமானது இரச ஆவியால் ஆகும் கறைப்படுத்தலைத் தடுக்கின்றது. கல்லில் ஏற்படுகின்ற நட்பம் சிறிதாதலால் நான்கு அல்லது ஐந்து ஆண்டுகளுக்கொருமுறை அக்கருவியில் அளவுகோடிடல் போதியதாகும். இருந்தாலும் கவனமின்றிக் கருவியைக் கையாண்டால்; உடனுக்குத் தீங்கு விளையக் கூடுமாதலால் அதற்கான முற்காப்பு நடவடிக்கைகளை மேற்கொள்ளல் வேண்டும்.

இம்மானியின் பாகமொன்றும் அதனைத் தொழிற்படுத்தத் தேவையான மின்சுற்றும் படம் 14-27 இற் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன. A ஒரு முதலாகும்; அது அயனாக்க அறை C யின் சுவர்களில், உள்மின்வாய் அல்லது நெய்யரி G யின் அழுத்தத்தைக் காட்டிலும் 40 V கூடுதலான அழுத்தத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது. உள்மின்வாயானது நான்கு “மயிரெசி” வடிவமுடைய கம்பிகளால் ஆனது; எனவே ஒப்பிட்டுப் பார்க்கில், ஆக்கப்படுகின்ற அயன்கள் சிறைபிடிக்கப்படுமுன் பெருந்தூரங்கள் செல்ல வேண்டியதேயில்லை. இத்தூரம் மிகப் பெரிதாயிருந்தால் மிகத் தாழ்ந்த அழுக்கக் கட்டத்தினை வீச்சின் மேலெல்லையில் மிதமிஞ்சிய அளவில் அயன் மீளச் சேரல் நடைபெறுகின்றது; அதனால், தாழ்வழுக்கத்தில் அயனாக்கவோட்டத்துக்கும் அழுக்கத்துக்குமிடையே இம்மானியின் சிறப்பியல்பாயிருக்கின்ற ஏகபரிமாணத் தொடர்பானது மறைகின்றது.



வெற்றிடத் தொகுதிக்கு

படம் 14-27. அலங்காரத் திரை அயனாக்கமானி.

வாயுவானது அயனாக்க அறையிற் சுயாதீனமாகப் புகும் பொருட்டு C யின் அடியானது துளைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. சிறிதாகிய அயனாக்கவோட்டமானது பெருக்கப்பட்டு மைக்கிரோவாம்பியர்மானி M இல் வாசிக்கப்படுகின்றது. மானியை மக்கினெண்டு மானியொன்றுடன் ஒப்பிட்டு அதற்கு அளவு கோடிடப்படுகின்றது.



தாழ்முக்கமானி பற்றிய சில பொதுக்குறிப்புகள்.—வெப்பங்கடத்துமானி; அயனாக்கமானி ஒவ்வொன்றிற்கும் மக்கிளொளட்டு மானியொன்றுடன் ஒப்பிட்டே அளவுகோடிப்படல் வேண்டுமாதலின், எதற்காகச் சிலவேளைகளில் மக்கிளொளட்டு மானியைக் காட்டிலும் இவை விரும்பப்படுகின்றன என்பதையும், அம் மானிகளின் சில குறைகளையும் சுட்டிக்காட்டுதல் வேண்டற்பாலன.

மக்கிளொளட்டுமானி வகையானது ஒடுங்கக்கூடிய ஆவினை உணரமாட்டாது; அது தொடர்ந்து வாசிப்புக்களைத் தரமாட்டாது; மேலும், அதில் உற்பத்தியாகின்ற இரச ஆவியானது வெற்றிடத்தொகுதியின் எஞ்சிய பகுதியிற் புகாவண்ணம் திரவ வளிப்பொறியொன்றைப் பயன்படுத்தி அவ்விச ஆவியை உறையைச் செய்தல்வேண்டும். இத்தகைய பொறியொன்று இருப்பதால் பம்புவேகம் குறைக்கப்படுகின்றது; அல்லாமலும் மானியானது வெற்றிடத் தொகுதியிலுள்ள அழுக்கத்தைக் காட்டுகின்றது என்பதைப் பற்றி எம்மால் உறுதியாகக் கூறவியலாது. கடைசியாக,  $10^{-4}$  இலிருந்து  $10^{-5}$  மிமீ. இரசம் வரையான அழுக்க வீச்சில் இம்மானியை முற்றிலும் நம்பமுடியாது.

மற்றைப்படி, அயனாக்கமானியானது குறைந்த நேரத்தில் அளவீட்டைத் தருகின்றது; ஆனால் அதற்கெனப் பெருமளவில் துணை மின்னுபகரணங்கள் தேவைப்படுகின்றன. இம்மானியின் உணர்திறனானது பயன்படுகின்ற வாயுவின் இயல்பைப் பொறுத்துள்ளது; அல்லாமலும், இழையானது வெள்ளொளிர்வுள்ளதாயிருக்கும்போது தொகுதியில் திடரென வளிபுகுமாயின் அவ்விழையானது சுடுபட்டு, மானி பயனற்றதாகிவிடும். அன்றியும், சில வாயுக்களிடத்து இழைக்கு 'நஞ்சுடும்' இயல்பு உளது; அதாவது அவ்வாயுக்கள் இழையின் இலத்திரன் காலிலைக் கருத்ததக்க வளவிற குறைக்கின்றன.

பிரானி அல்லது வெங்கம்பிமானியிடத்து இரு முக்கியமான குறைகள் உள. முதலாவதாக அதில் உறுதியான 'பூச்சிய' நிலையை நிறுத்தவியலாது; எனவே, அதைப் பயன்படுத்தி  $10^{-4}$  மிமீ. இரசம் அழுக்கத்துக்குக் கீழேயுள்ள அழுக்கங்களைத் திட்டமாக அளக்க முடியாது. இரண்டாவதாக,  $10^{-3}$  மிமீ. இற்குக் கீழேயுள்ள அழுக்கங்களில் வெப்ப நட்மானது முக்கியமாகக் காலலாலே நடைபெறுகின்றதேயன்றி கடத்தலாலன்று.

வெற்றிடத் தொகுதியிற் பொசிவுகளைக் கண்டுபிடித்தல்.—வெற்றிடத் தொகுதியொன்றைக் கையாளும்போது, சிறப்பாகத் தொடக்கத்தில், அத்தொகுதியில் அற்பமான பொசிவுகள் இருக்கிறபடியால் பரிசோதனையானது வழக்கமாகத் தாமதிக்கப்படுகின்றது; சிலவேளைகளில் அத்தாமதமானது கிழமைகளாக இருக்கலாம். தொகுதியின் திட்டமானது எத்துணைச் சிக்கலாக இருக்கின்றதோ அத்துணை அளவிற பொசிவுகளும் இருக்கக்கூடும்; அதே அளவில் அப்பொசிவுகளின் இருப்பிடத்தைக் காணுதல் கடினமாகும்.

கண்ணாடியாலான ஆய்கருவிகளிலுள்ள சிறு பொசிவுகளைக் கண்டுபிடித்தற்குச் சிறு தூண்டற் சுருளொன்று தரும் தீப்பொறியிறக்கத்தைப் பயன்படுத்தும் பழைமைவாய்ந்த முறையானது பெரிதும் வற்புறுத்தற்பாலது. துணைச்சுற்றின் முடிவிடமொன்றானது தொகுதியுடன் நேர்த்தொடுகை வைத்திருக்கின்ற உலோகத்துண்டொன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றது. மெல்லிய நீண்ட செம்புக் கம்பியொன்று இரண்டாவது முடிவிடத்துடன் பொருத்தப்பட்டிருக்கின்றது. செம்புக் கம்பியின் மறு முனையானது றப்பர்ப் பட்டையொன்றால் நீண்ட கண்ணாடிக் கோலொன்றிற் பற்றப்பட்டிருக்கின்றது ; கம்பியின் கிட்டத்தட்ட 5 சமீ. ஆனது கண்ணாடிக் கோலின் முனைக்கப்பால் நீட்டியிருக்கின்றது. கண்ணாடிக் கோலானது காலலியாகப் பயன்படுகின்றது ; அதனால், கண்ணாடியின் எந்தப் பாகத்திற் பொசிவு இருக்கின்றது எனக் கருதப்படுகிறதோ அந்தப் பாகமீது உயரமுத்தக் கம்பியானது அசைத்து வைக்கப்படுகின்றது. தொகுதியிலே அழுக்கமானது போதியவளவில் தாழ்ந்திருக்குமானால் ஊசித்தொளையொன்றின் இருப்புப் புலனாக்கப்படும். ஏனெனில், அவ்வுசித்தொளையூடே பொறி பாய்கிறதோடு தொகுதியில் இறக்கத்தின் செறிவில் பொதுவான உயர்வு காணப்படுகின்றது. கண்ணாடி மெல்லியதாகவும் மின்புல வலிமை மிக்கதாகவும் இருக்குமாயின், அக்கண்ணாடியானது விகாரப்பட்டு உடையக் கூடும். எனவே, வலுமிக்க தூண்டற் சுருளொன்றைப் பயன்படுத்தலாகாது என்பது வெளிப்படை.

இம்முறையால் தொகுதியின் உலோகத்தாலான பாகங்களிலே பொசிவுகளைக் கண்டுபிடித்தல் சாத்தியமன்று. அவ்விடங்களில் பொசிவுகள் இருக்கக் கூடும் எனக் கருதப்பட்டால் தொகுதியில் ஏதேனுமொரு இறக்கக் குழாயிருப்பது வசதியாகும். சந்தேகப்பட்ட பாகங்கள் அற்ககோல் அல்லது அசற்றேனாற் பூசப்படுகின்றன. அவ்விடத்தில் பொசிவு இருக்குமாயின் பயன்படுத்தப்பட்ட திரவத்தின் ஆவியானது தொகுதியுட் செல்கிறபடியால் இறக்கத்தின் நிறம் இளைஞ்சிவப்பிலிருந்து இலேசான நீலமாக மாறும் ; பிந்திய நிறமே இறக்கம் நடைபெறும் இடத்தில் இருக்கின்ற காபன் சேர்வைகளுக்குச் சிறப்பாக உரியது. இத்தகைய ஆவிகளைப் பயன்படுத்துதல் எப்பொழுதும் விரும்பத்தக்கதொன்றன்று ; ஏனெனில், அவை ஆதரவுப் பம்பியின் எண்ணெயை அடைந்து, அப்பம்பி தொழிற்படுகையில் அவ் வெண்ணெய் வெப்பமாகும்போது தொகுதிக்கு மீள்கின்றன. ஆய்கருவியில் சோதிக்கப்படும் பாகமீது காபனிரொட்சைட்டு அருவியொன்றைப் பாயவிடுவது வற்புறுத்தப்பட்டிருக்கின்றது ; தொகுதியில் அவ்வாயுவானது புருந்தால் இறக்கத்தின் நிறம் மாறிவிடும் ; மேலும் அவ்வாயுவை எளிதில் அப்புறப்படுத்த முடியும்.

பொசிவு சிறிதாயும் இறக்கத்தை நிலைநிறுத்த முடியாத அளவிற்கு அழுக்கமானது அத்துணைத் தாழ்ந்ததாயுமிருக்குமிடத்துத் தொகுதியுடன் பற்றப்பட்டிருக்கின்ற அயனாக்கமானியொன்றைப் பயன்படுத்தி, வெற்றிடத்

தொகுதியில் ஊசித்தொனையொன்றுடே புகுகின்ற ஆவிகளை உணர முடிகின்றது. தொல்லைகள் பின்னர் எழாதிருக்கும் பொருட்டு ஆய்கருவியைக் கோக்குமுன் பொசிவுகளையிட்டு எல்லா உலோகத்தாலான பாகங்களையும் சோதித்தல் வேண்டும். இதன் பொருட்டு அவை அமுக்கப்பட்ட வளியால் நிரப்பப்பட்டு நீரில் அமிழ்த்தப்படுகின்றன. உலோகத்தின் புள்ளியொன்றிலிருந்து எழுகின்ற நுண்குமிழியருவியானது அவ்விடத்திலே சிறு பொசிவொன்றுளது எனச் சுட்டுகின்றது.

## பயிற்சி XIV

14-01. வரிப்படங்களைப் பயன்படுத்திக் கெஸ்லர் பம்பியொன்றின் தொழிற்பாட்டை விளக்கிக் காட்டுக. ■ சமீ. இரசம் அமுக்கத்தில் வளியைக் கொண்டிருக்கின்ற, 2 லீற்றர் கனவளவுடைய குடுவையொன்றை வெற்றிடமாக்க 500 மிலீ. கனவளவுடைய குமிழைக் கொண்ட பம்பியொன்று பயன்படுத்தப்பட்டால், பம்பியை (a) 12 முறை, (b) 24 முறை தொழிற்படுத்தியதும் குடுவையிலே வளியின் அமுக்கத்தை மதிப்பிடுக. (வெப்பநிலை மாறவில்லை எனக் கொள்க.)

[(a) 0.069, (b) 0.0047 சமீ. இரசம்]

14-02. 1 லீற்றர் கொள்ளளவுடைய பாத்திரமொன்றிலே, வளிமண்டல அமுக்கத்திலிருந்து தொடங்கி மிகவும் உயர்ந்த வெற்றிடமொன்றைப் பெறுதற்கான முறையின் விவரங்களைச் சுருக்கமாக விளக்கி, பரவற் பம்பியொன்றின் தொழிற்பாட்டை கூடியமட்டில் விவரமாக விளக்கிக் காட்டுக. உம்முடைய விடையின் ஒரு பாகங்களையும் வரிப்படங்களால் எடுத்துக் காட்டுக. (8)

14-03. 10<sup>-4</sup> மிமீ. இரச வரிசையிலே வாயுவொன்றின் அமுக்கத்தை அளத்தற்குப் பொருத்தமான முறையொன்றை விவரித்துக் கூறி விளக்குக. விவரித்துக் கூறப்பட்டுள்ள ஆய்கருவியின் (a) உணர்திறன், (b) அளவுகோட்டில் என்பவற்றைச் சுருக்கமாக ஆராய்க. (8)

14-04. மிக உயர்ந்த அமுக்கங்களை ஆக்கலுக்கும் அளத்தலுக்கும் பயன்படுத்தப்படுகின்ற கலேத்திறனைப் பற்றிக் குறிப்பிடுக. (8)

14-05. மக்கிளொள்டு மானியின் முதன்மையையும் எல்லை வரையறையையும் கூறித் தாமு முக்கங்களை அளக்க அதைப் பயன்படுத்தல் பற்றிக் குறிப்பிடுக. அதன் தொழிற்பாட்டிற்கான கொள்கையைத் தந்து வாயுக்களின் மிகத் தாமுந்த அமுக்கங்களை அளத்தலுக்கான பிறிதொரு கருவிவகையை விவரித்துக் கூறுக. (8)

14-06. ஆரை உடைய கோளமொன்றானது எல்லேவேகம் ■ வுடன் பாயியொன்றிலே அசையுங்காலே அதனமீது தாக்குகின்ற பிசுக்கு விசையானது  $\frac{1}{2} \rho v^2$  ஆகும் ■ ஸ்ரோக்கின் விதி கூறுகின்றது ; இங்கு  $\eta$  ஆனது பர்மியின் பிசுபிசுப்பாகும். இவ்விதியானது பரிமாணமுறைப்படி சரியெனக் காட்டி, எவ்வாறு அதன் உண்மையை நீர் பரிசோதனை முறைப்படி ஆய்வே என விவரித்துக் கூறுக.

மிகத் தாமுந்த ஆவியமுக்கமுடைய எண்ணெய் ஒன்றைக் கொண்டிருக்கும் பாத்திரமொன்றானது புறக்கணிக்கத்தக்க அளவிற்கு எண்ணெய்க்கு மேலேயுள்ள நின்றவாயுக்களின் அமுக்கத்தைக் குறைக்கின்ற வெற்றிடப் பம்பியொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கின்றது. எண்ணெயில் எழுகின்ற கோள வளிக் குமிழியொன்றிற்கு நேரம் கணிக்கப்படுகின்றது ; எண்ணெய்ப் பரப்பிற்குச் செல்லும் வழியின் நடுவை அடைவதற்கு 10 செக்கன் வேண்டிய தாயிற்று. எண்ணெயின் பரப்பு வரையுள்ள பயணத்துக்கான முழு நேரம் யாது ? [குமிழியுள்ள வளியின் திணிவு மாறிலியாகும் எனவும், பரப்பிழுவை புறக்கணிக்கத்தக்கது எனவும் கொள்க.]

[31.3 செக்.]

## பின்னிணைப்பு

### A

ஒவெனின் சட்டவூசல்; அதனைப் பயன்படுத்தற்கான திட்டமான முறை.—  
நீளம்  $a$  யும், அகலம்  $b$  யும் உடைய சீரான சட்டவூசலொன்றிடத்து  
அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அதன் புவியீர்ப்பு மையமூடாகவும்  
செல்கின்ற அச்சொன்றைப் பற்றி அவ்வூசலின் சுழிப்பாரை  $12\kappa^2 = (a^2 + b^2)$   
என்பதால் தரப்படுகின்றதாதலாலும்,  $r = \kappa$  ஆகும் போது அலைவுக்காலம்  
இழிவாகின்றதாதலாலும், ஒவெனின் சட்டவூசலை  $r = \kappa$  என்னும் நிலையிற்  
பயன்படுத்திக் கிடைக்கின்ற நோக்கல்களிலிருந்து புவியீர்ப்பை மிகத்  
திட்டமாகத் துணிய முடிகின்றது என்பது தெளிவாம்; எனினில்,  
 $r$  ஐ அளத்தலில் ஏற்படும் சிறு முதல்வரிசை வழுவொன்று  $T$  யில்  
இரண்டாவது வரிசை வழுவொன்றை மட்டுமே தோற்றுவிக்கின்றது எனத்  
தெளிக. இந்நிலையில் புவியீர்ப்பைத் துணிதலின் திருத்தமானது அடிப்  
படையில் ஈர் அளவீடுகளை, அதாவது சட்டத்தின் முழு நீளத்தையும்  
அதன் அலைவுக்காலத்தையும் பொறுத்துள்ளது. 100 சமீ. நீளமுடைய  
சட்டமொன்றிடத்து, இலட்சிய நிலை  $r = \kappa$  என்பதில் 0.1 சமீ. விலகலானது  
 $T$  யின் பெறுமானத்தைப் பத்து இலட்சத்தில் மூன்று என்னும் அளவில்  
மட்டுமே பாதிக்கின்றது எனக் காட்டலாம். ஊசலின் நீளத்தை 0.02 சமீ.  
இற்குக் கீழான குறைவுடன் எளிதிலே துணியலாம். கருதப்படுகின்ற நிலையில்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2\kappa}{g}}$$

ஆதலால்,  $T$  யின் கணித்த பெறுமானத்திலுள்ள வழுவானது 10,000  
இல் 1 ஐ மீறாமல் இருக்குமானால், அதே திருத்தவரிசையில்  $T$  யைத்  
துணிதல் வேண்டும் என்பது வற்புறுத்தற்பாலது; அதாவது அலைவுக்  
காலத்தைத் துணிகையிற் கிட்டத்தட்ட 10 நிமிடம் செலவாதல் வேண்டும்.  
நன்கறிந்த செயன்முறையும்,† பயன்படுத்தப்படுகின்ற கடிகாரத்தில் இருக்  
கக்கூடிய வழுவுக்கான திருத்தமும் மட்டுமே தேவைப்படுகின்றன.

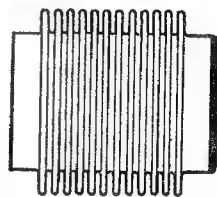
### B

அடைக்கப்பட்டிருக்கின்ற தொகுதியொன்றிலே அழுக்கத்தை உலோகத்  
தாலான துருத்தியொன்றைப் பயன்படுத்தி ஆளுதல்.—அடிப்படையில்  
எந்த உலோகத் துருத்தியும் சுவர்த்தடிப்பு கிட்டத்தட்ட 0.01 சமீ. உடைய  
மெல்லிய தழும்பில் பித்தளைக் குழாயால் ஆனது; பித்தளையில் செம்பு 80  
சதவீதத்தில் இருக்கின்றது. குழாயை ஒரேயடியாகக் கிடையாகத் தள்ளு  
மிடத்து அது அழுக்கப்பட்டுத் துருத்தி ஷடிவம் பெறுகின்றது; அத்தகைய  
ருத்தியொன்றின் சிறு பாகமானது படம் A 1(a) யிற் காட்டப்பட்டிருக்க

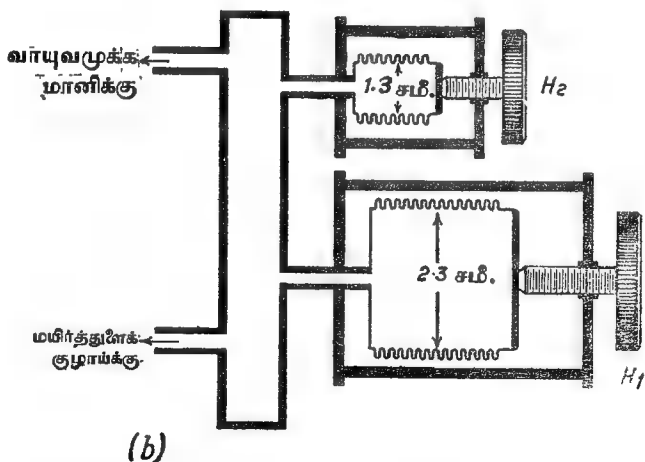
† இடைநிலைப் பொளதிகவியல், பாகம் 1, பக். 63 ஐப் பார்க்க.

கின்றது. இவ்வெடுத்துக்காட்டில் துருத்தியின் முனையொன்று மட்டுமே மூடப்பட்டிருக்கின்றது; அதில் எல்லா மடிவுகளும் தொழிற்படுகின்றன.

குமிழிகளை ஊதவோ, பரப்பிழுவையை அளத்தலுக்கான ஃபகசனின் ஆய்கருவியிற் செய்ததுபோல, பக்கம் 573, திரவச் சுட்டியொன்றின் நிலையை ஆளவோ தேவைப்படுகின்ற வளியழுக்கத்தை ஆளுதலுக்கு இதுபோன்ற இரு துருத்திகள்,† படம் A 1(b) யிற் காட்டியுள்ளவாறு, ஏற்றப்பட்டிருக்கின்றன. இதை விவரித்துக் கூறவேண்டியதேயில்லை; இருந்தாலும் துருத்திகளின் தொடர்புப் பெறுமானங்களின் ஆய்வு பொருத்தமாகும்.



(a)



(b)

படம் A 1.

ஆய்கருவியின் முழுக்கனவளவு  $V$  யும், அடைக்கப்பட்ட வளியின் தொடக்க அழுக்கம்  $p$  யும் ஆயின், அப்பொழுது  $pV$  மாறிலியாகும்; எனவே,

$$\frac{\delta p}{p} + \frac{\delta V}{V} = 0.$$

† இவ்வாய்கருவியானது திரு. எ. எஸ். எட்மன்சன் (Edmondson) அவர்களால் ஆக்கப்பட்டது.

ஃபகசனின் ஆய்கருவியோடு பயன்படுத்துமிடத்து,  $V$  யை 100 சமீ.<sup>3</sup> எனவும்,  $p$  யை 1300 சமீ. எண்ணெய் (அடர்த்தி 8.8 கி. சமீ.-<sup>3</sup>) எனவும் எடுத்துக்கொள்ளலாம். பெரிய துருத்தியின் விட்டம் 2.3 சமீ. ஆகும்; திருகுத்தலை  $H_1$  இன் 10 சுற்றுகளாலாகின்ற நீளமாற்றம் 1.2 சமீ. ஆகும். எனவே,  $\delta V = \pi(1.2)^2 \times 1.2 = 5$  சமீ.<sup>3</sup> ஆயின்,  $|\delta p| = 65$  சமீ. எண்ணெயாகும். சிறிய துருத்தியின் விட்டம் 1.3 சமீ. ஆகும்; திருகுத்தலை  $H_2$  இன் 6 சுற்றுகளாலாகின்ற நீளமாற்றம் 0.4 சமீ. ஆகும். எனவே,  $\delta V = 0.5$  சமீ.<sup>3</sup> ஆயின்,  $|\delta p| = 6$  சமீ. எண்ணெயாகும்.

பரப்பிழுவைப் பரிசோதனையொன்றிலே  $\delta p = 5$  சமீ. எண்ணெய் ஆகும்; அது பெரிய திருகின் சுற்றொன்றிற்கு ஒத்ததாயிருக்கின்றது. சிறிய துருத்தியைப் பயன்படுத்தி அழுக்கமிகையை 0.05 சமீ. எண்ணெயுள் செப்பஞ்செய்யுமிடத்து,  $H_2$  இன் சுற்றொன்றிற்கு  $|\delta p| = 1$  சமீ. எண்ணெய் ஆகும்; அதாவது  $H_2$  ஐக் கிட்டத்தட்ட 20° அளவு சுற்றி அதே அழுக்க மாற்றத்தைப் பெறலாம்.

உட்கனவளவுகள், துருத்திகளின் பருமன்கள், திருகுப் புரியிடை என்பவற்றைப் பொருத்தமாக எடுத்து எல்லா வேறுன வீச்சுக்களையும் உணர்திறன்களையும் பெறலாம்.

## 0

நெருக்கத்தகவும் உயரழுக்கங்களில் அதன் பெறுமானமும்.—பதார்த்த மொன்றின் கனவளவுக் குணகத்திற்கு

$$\beta = -V \frac{\partial p}{\partial V}$$

என்னுஞ் சமன்பாட்டால் வரைவிலக்கணம் கூறப்படுகின்றது, பக்கம் 345 இற் காண்க.

எனவே, அதனது நெருக்கத்தகவானது

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)$$

என்பதால் தரப்படுகின்றது.

பதார்த்தத்தின் அடர்த்தியானது  $\rho$  வும், அலகுத்திணிவொன்றின் கனவளவானது  $v$  யும் ஆயின், அப்பொழுது  $\rho = \frac{1}{v}$ ; எனவே,

$$\kappa = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial p} = -\rho \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

எனப் பெறுகின்றோம்.

பரிசோதனையின் போதுள்ள நிலைக்கு ஏற்ப வகையீட்டுக் குணகங்கள் மதிப்பிடப்பட்டிருந்தால் இக்கோவைகள் செப்பமானவையாகும். வழக்கமாக இந்நிலையானது வெப்பநிலை மாறாமல் இருக்கின்ற ஒரு நிலையாகும். உயரமூக்க ஆய்வினிடத்து

$$-\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta P}$$

என்னும் பின்னத்தை நெருக்கத்தகவென எடுத்தல் வசதியாம்; இங்கு  $V_0$  வளிமண்டல அழுக்கத்தில் பதார்த்தத்தின் கனவளவும்,  $-\Delta V$  என்பது அழுக்கம்  $\Delta P$  என்னும் அளவாற் கூடுமிடத்து விளைகின்ற கனவளவுச் சுருக்கமும் ஆகும்.  $\Delta P$  ஆனது பல்லாயிரம் வளிமண்டல அழுக்கமாகலாம்.

### D

**உதாரணம்.**—சீரான ஈர்ப்புப் புலமொன்றிலே பொருளொன்று ■ என்பனும் மாறாக் கதியில் இயங்குகையில், புலத்தினது திசையின் வழியேயுள்ள நிறையின் கூறுனது பூச்சியமாகக் குறைக்கப்படுகிறது என்பதை உறுதிப்படுத்தற்கு அப்பொருள் செல்லும் பாதையானது,

$$\left(C - \frac{2gx}{u^2}\right) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1 - C + \left(\frac{2gx}{u^2}\right)$$

என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும் சார்பு  $y(x)$  ஆல் தரப்படுமெனக் காட்டுக; இங்கு ஈர்ப்புப் புலத்தின் திசைக்குச் செங்குத்தாக  $y$  யும், சமாதரமாக  $x$  உம் அளக்கப்படுகின்றன.  $C$  என்பது பரிமாணமில்லாத ஒரு மாறிலியாகும்.

$\frac{dy}{dx}$  என்பது 1 இற்குச் சமமாகக் கொள்ளத்தக்கவாறு அம்மண்டிலம் அமையுமெனின், அது பரவளைவு வடிவினதெனக் காட்டுக.

புள்ளி  $P$  யிலே அப்பொருள் இருக்கும் போது,  $r$  என்பது பாதையின் வளைவாரையும்,  $P$  யிலுள்ள தொடலியானது  $Ox$  உடன் அமைக்கும் கோணம்  $\psi$  உம் ஆகும்.  $\frac{mv^2}{r}$  என்பது மையநாட்ட விசையாதலால்,

$$mg - \frac{mv^2}{r} \text{ சைன் } \psi = 0$$

எனின், அப்பொருள் நிறையற்றதாக அமையும்; இங்கு  $g$  என்பது புலச் செறிவாகும்.

$$\therefore g = u^2 \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{\frac{dy}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

எனெனில் தான்  $\psi = \frac{Jy}{dx}$ . எனவே  $\frac{dy}{dx} = z$  எனின்,

$$\frac{g}{u^2} = \frac{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) \frac{dy}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2} = \frac{z \frac{dz}{dx}}{(1+z^2)^2}$$

ஆகும். தொகையிட,  $\frac{gx}{u^2} = C - \frac{1}{2(1+z^2)}$  அல்லது

$$\left[C - \frac{gx}{u^2}\right] \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 = 1 - C + \frac{2gx}{u^2} \quad \text{ஆகும்.} \quad \frac{dy}{dx} = 1 \quad \text{ஆகும் போது,}$$

$$r = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{2^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}, \quad \text{அத்துடன் சைன் } \psi = \frac{\frac{dy}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}.$$

நிறையற்ற தன்மைக்கான நிபந்தனை

$$\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{g}{u^2} \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \quad \text{அல்லது} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2g}{u^2} \quad \text{ஆகும்.} \quad \text{எனவே } y = \frac{gx^2}{u} + Ax + B,$$

இங்கு A, B என்பன மாறிலிகளாகும்; ஆகவே அம்மண்டிலம் ஒரு பரவளைவின் பகுதியாகும்.





## அட்டவணை

அகன்ற குழாயொன்றின் மயிர்த்துளைமை யால் ஏற்றம், 548

அகில வாயு மாறிவி, 652

அடம்ஸ், 290

அடர்த்தி, புவியின், 254

அடரின் சுடத்துவத் திருப்பம், 142

அடியிலிணைந்த துளிகள், 554, 577

அடைசல் ஒழுக்ககடைகள், 507

அதிர்ச்சி, 367

அதைப்புச் சக்தி, 367, 369

அப்ளெர், 537

அமகா, 483, 501

அமகாவும் நெக்கத்தகவும், 483, 504

அமூக்க மதிப்பீட்டிற்கு இறக்கக் குழாய், 821

அமூக்கமானி, 475

உணர்ச்சிமிக்க, 588

அமூக்கமானிகள், 509, 820

அமூக்கமானிகள்—மானிகளை ஒப்.

அமூக்கமானி, ப—குழாய், 820

அயனூக்கமானி, 832

அயின்ஸ்டீனற்றன், 235, 289, 761

அயின்ஸ்டீனற்றனும் தொடர்பியனும், 235, 289

பிரெனன அசைவுகளும், 761

அருவிக்கோட்டியக்கம், 714

கோட்டுப் பாய்ச்சல், 728

கோடு, 714

அல்பாக் கதிர் அயனூக்கமானி, 836

அலகுக் காவிகள், 4

அலை இயக்கச் சமன்பாடு, 42

அலைகள், மயிர்த்துளை, 544, 585

அலைகளை அடக்குதல், எண்ணெயால், 611

அலைவு, கிடையான உருளைமீது உருளும் சீரான சட்டத்தின், 149

அலைவுப் பிசுபிசுப்புமானிகள், 669

அலைவு மையம், 136

அவகாதரோவின் மாறிவி, 606, 761, 767

அவதிச் சுமை, 111

அவதி வேகம், 728

அழுத்தம், ஈர்ப்பு, 210

அழுத்தம், கோள ஓடொன்றினால், 248

தடித்த கோளவோடொன்றினால், 250

அழுத்தமான கோளங்களின் மொத்தல், 369, 371

அளவுகோட்டிற் காரணி, 723

அற்றூட் பொறி, 93

அறுகோணி வடிவம், 742

அன்ட்ரேட், 702, 737, 742, 749

அன்டர்சன், 575, 655

ஆடல்வில், ஊசல் திருத்தம், 118

ஆடியித் கோளமொன்றின் அலைவுகள், 128

ஆதாம், என். கே., 535, 583, 604, 607

ஆர்முடுகல், தொடலியும் செவ்வனும், 118

புவியீர்ப்பாலான,—

புவியீர்ப்புச் செறிவுடன் ஒப்.

முனைவானகூறுகளில், 67

ஆரை, சுழிப்பு, 75

ஆரைத் தகைப்பு, 356

ஆவிப் பம்பிகள், 810

இசை இயக்கம், எளிய, 115

இணக்கத் திரவங்கள், 600

இணக்கமில் திரவங்கள், 596

இணையால் செய்யப்பெற்ற வேலை, 63, 102

இந்திய றப்பருக்கு பொய்சோனின் விதிதம், 358

இயக்க ஈர்ப்புமானி, 208

இயக்கச் சக்தி, 63

சுழலும் பொருளொன்றின், 75, 101

நட்டம், மொத்தலால், 371

இயக்கத்தியற் பிசுபிசுப்பு, 620, 730

இரச ஆவிப் பம்பிகள், 810

இரசப் பரவற் பம்பிகள், 810

இரண்டத் தொங்கல் ஆடி, 285

இரண்டாவது பரப்பளவுத் திருப்பத்தின் அட்டவணை, 111

திருப்பம், 391

திரும்பல் பற்றியு

அட்டவணை, 396

இராமன், 151

இரு கோள்களின் திணிவுகளை ஒப்பிடுதல், 285  
இரு தனித் தகைப்புக்களின் சேர்க்கை, 305  
இரு நூற்றொக்கல், 158

விறைப்பிற்குரிய திருத்  
தம், 342

இரும்பின் மீள்தன்மை இயல்புகளும் வெப்ப  
நிலை இயல்புகளும், 368

மீள்தன்மை மாறிலியின் வெப்ப  
நிலை விளைவுகள், 368

இலட்சிய வாயு, 496

திரவம், 710

வாயுவின் சமவெப்ப நெருக்கத்  
தகவு, 496

இலேசான வளை, 397

இழிவு நிலைச் சக்தி, 122

இழுவைத் தகைப்பு, 299

இழுவை வலிமை, 311, 314

விகாரம், 299

இளகு நிலை, 310

நிலைப் பெறுமானம், 734

சர்க்கப்பட்ட கம்பியொன்றில் விகாரச் சக்தி,  
362

சர்ப்பலைகள், திரவப் பரப்பில், 543

சர்ப்பமுத்தம், 245, 246

சர்ப்பமுத்தமும் புல வலிமையும், 246

சர்ப்பளவைகள், 207

சர்ப்பு, 229

சர்ப்புக் தவாச்சி, 231

கொள்கைகள், 287

சர்ப்புச் செறிவுப் பாயம், 240

சர்ப்புப் புலத்தின் வலிமை, 235

சர்ப்பு மாறிலி, 230

மாறிலியை அளவிடுதல், 254

சர்ப்புமானி, 208

இயக்க, 208

ஹாற்லி, 213

நிலையியல், 213

நிலையின்மையேற்பா, 217

வோடின, 218

சர்ப்பு வீச்சு, 251

சுவிங், 316

சுற்று வலிமை, 311

உணர் அழுக்கமானி, 588

உந்தத் திருப்பம், 111

உயர் அழுக்கத்தில் பிரிஜ்மானின் ஆராய்ச்சி,  
507

உயர்வுக் குமிழி அழுக்க முறை, 111

உயரழுக்கத்தில் வாயுக்களின் நடத்தை, 512

உயரழுக்கமானிகள், 509

உராய்வால் அழுக்கவுயர நட்பம், 725

உராய்வால் முழு அழுக்கவுயர நட்பம், 725

உருக்கிய உலோகங்களின் பரப்பிழுவை, 601

உருளும் கோளம், 106, 128

உருளைப் பரப்பிற்குக் குறுக்கே அழுக்க வித்தி  
யாசனங்கள், 528

உருளையொன்றின் மீது அலையும் சட்டம், 149

உருளையோடொன்றில் அழுக்க மாறல்களால்

ஆகின்ற கனவளவு மாற்றங்கள், 476

உலோகங்களின் நெகிழி வடிவழிவு, 737

உள்ளீட்டுப் பரப்புச் சக்தி, 522

பொதுமுகச் சக்தி, 531

ஊசல், எளிய, 117, 122, 170

சமவலு, 137

கூட்டு, 136

கேற்றரின், 179

சட்ட, 138, 141

தலைகீழ், 208

தாங்கியின் இளகல், 188

நிலைத்த அச்சொன்றின் மீது தாங்  
கம், 144

ஊசலின் ஆவாத்தனத்தில் கத்தி ஓரத்தின்

வகாவால் ஆகும் விளைவு, 183

ஊசலுக்குக் காற்றுத் திருத்தம், 186

ஊசலுக்கு மீயுந்தல் திருத்தம், 177

எச்ட்டு, 474, 483

எண்ணிகள், 1

எண்ணெய்களின் பிசுபிசுப்பைத் துணிதல்,  
689

எண்ணெய்ச் சுழற்சி பம்பி, 808

எண்ணெய்ப் படலங்கள், 101

பரவற் பம்பி, 815

எஃபி, 259

எளிதில் நொருங்கும் சுடங்களின் போக்கு,  
310

எஃபி இசை இயக்கம், 115

ஊசல், 117

முடிவுள்ள பருமன் கொண்ட குண்டு  
ள்ள, 170

ஊசலின் விளைவுகத்தியோரத்தின் மீது,  
171

எளிய ஊசலுக்குரிய திருத்தங்கள், 118, 170, 176

சமவலுவூசல், 137

எறிபடைகள், 54

ஐதரசனின் பிசுபிசுப்பு, 653

ஐவனோஸ், 196

ஐவனோவின் நீண்டலூசல், 196

ஓஸ்பென் நெனஸ்ஸ், 491, 629, 726

ஓஸ்வால், 642

ஓஸ்வாலின் பிசுபிசுப்பு மானி, 643

ஓட்சிசனின் பிசுபிசுப்பு, 653

ஓட்டல், 531

வேலை, 532

ஒடுக்கமான குழாய்களில் வாயுவின் பாய்ச்சல், 650

குழாய்க்கூடாக திரவங்களின் பாய்ச்சல், 622

குழாய்களுக்கூடே வாயுக்களின் பாய்ச்சல், 650

ஒடுக்கற் பம்பிகள், 813

ஒடுங்கிய குழாய்களில் திரவப் பாய்ச்சல், 622  
படலங்கள், 606

ஒயிலரின் நிரல் வளைவுக் கொள்கை, 452

ஒயேனின் சட்டலூசல், 141, 841

ஒருங்கிணைவின் வேலை, 533

ஒருங்கிணைவு, 549

ஒருசுரதினைப் படியுடைய தொகுதியொன்றின் ஆவாத்தன காலம், 122

ஒருமூலக்கூற்றுப் படைகளா—ஒருமூலக்கூற்றுப் படலங்களை ஒப்.

ஒரே பெருளின் இரு பகுதிகளுக்கிடையே யுள்ள கவாச்சி, 252

ஒழுங்கற்ற அடர்வொன்றின் சடத்துவத் திருப்பம், 142

ஒளிப்படத் தட்டுக்கள், பதிவுகள் கழனி, 805  
தட்டு கழுவி, சுற்றோடி, 805

ஒளியியல் முறைப்படி மீள்தன்மை மாறிலிகளை அறிதல், 418

முறை, வளையொன்றின் கோணல், 418

ஒற்றைமூலக்கூற்றுப் படலங்கள், 603

ஒயேனின் ஊசல், 141, 841

ஃபிக்ஷன் பரவல விதி, 782

ஃபிளட், 692

ஃபிளேசர், 778

ஃபல்வர், 772

ஃபேசன், 47, 319, 549, 596

கங்கணத் தாரைப் பம்பி, 815

கிளி, 170, 172

கட்டிக்கூழ், 748

கண்ணாடிக்கு மீள்தன்மை மாறிலிகள், 111

கண்ணாடியோடு இரசத்தின் தொடுகைக் கோணம், 536

கணத்தாக்கு, 53

முறுக்கங்கள், 108

கத்தியோரத் திருத்தம், 171, 182

கதி, பம்பிகளின், 797

கம்பியின் மீள்தன்மை மாறிலிக்குச் சேளி முறை, 432

கம்பியை சர்த்தல், 309, 314

கரைசல்களின் பிரசாரண அழுக்கம், 767

கல, 208

கவனாடிசின் பரிசோதனை, 261

கவர்ச்சி, சரப்பு, 229

கணவளவு மட்டு, 345

விகாரம், 301

காப்புநிலை விசைத் தொகுதி, 64

கம்பல், 828

காரணி, காவற், 314

காவற் காரணி, 314

காவிகள், 1

காவியும் எண்ணிப் பெருக்கமும் காவிப் பெருக்கமும், 5, 7

கான்ரன், 474

கிசிலின் பிசுபிசுப்பு, 699

கிடையான உருளையொன்றின்மீது சீரான

கோலொன்றின் அலைவுகள், 149

கிடையான குழாயொன்றுடே நெருக்கருந் திரவத்தின் பாய்ச்சல், 622

கிறெகரி, 667

கிரகம், 781

கிரேனாந்தி, 317

கிளப்பீரனின் தேற்றம், 466

கிளக்கின் புறமாற்றத்தக்க ஊசல், 193

குக், 199

குணடு நூல் திருப்பல், 169

குமிழிகளால் பரப்பிமுலையைத் துணிதல் 560, 577

குமிழிகளில் அழுக்கம், 527

குமிழிகளின் வடிவம், 554  
 குவிங்கே, 557, 583  
 குழாய்க்கான அளவை திருத்தற் காரணி  
 (பிசுபிசுப்பு மானிகட்டு), 624  
 குழாய்களில் நீரின் பாய்ச்சல், 726  
 குழாய் நீரின் பிசுபிசுப்பு, 627, 638  
 குழாயொன்றினுள் தடை, 724  
 குழிவாடிகளும் கோளத்திற்கும் இடையே  
 மறுதாகும், 129  
 குழிவுப் பரப்பு, உருளும் பொருள், 128  
 பரப்பொன்றின்மீது இயக்கம், 128  
 உருளும் பொருள்,  
 128, 129  
 குளிர்நிலைப் பண்படுத்தல், உலோகங்களை, 312  
 குறிப்பிட்ட ஒருங்கிணைவு, 549  
 தொகையீடு, 37, 39  
 குறுக்குச் கூனல், 392  
 கூன்றிறுப்பம், 392  
 குறுக்கல், 796  
 குறையூடுகவிடுகின்ற சவ்வுகள், 768  
 கூட்டுசேல், 136  
 நிலைத்த அச்சொன்றின் மீது தாக்கம், 144  
 கூட்டுசேலின் திருத்தங்கள், 176, 182  
 கூம்புருவக் குழாயில் திரவமொன்றின் ஏற்றம், 595  
 கூயேற் பிசுபிசுப்புமானி, 648  
 கூழககரைசல், 754  
 கூனல் வளையொன்றின் இறக்கம், 397  
 குறுக்குவெட்டி, 392  
 கூனலால் ஏற்படும் திருப்பம், 388  
 கூனலுற்ற வளையொன்றின் விகாரச் சக்தி, 436  
 கூன்றிறுப்பத்தின் படம், 383  
 கூன்றிறுப்பம், 380  
 குாண்டிய தகைப்புக்கள், 388  
 கூனிக், 420  
 கூனிக்கின் சூத்திரம், 101  
 கூனிய வளைகளின் அடைப்புச் சக்தி, 367, 369  
 வளையில் விகாரச் சக்தி, 436  
 கெப்ளரின் விதி, 73, 88  
 கெஸ்லின், 284, 288  
 கெஸ்லர் பம்பி, 807  
 கேய்-பாக்கேஸ்ற் கங்கணவுருக்குத் தாணப் பம்பி, 815

கேமிடே, 796, 811  
 கேற்றரின் ஊசல், 179  
 கையற்றே, 503  
 கொந்தளிப்புப் பாய்ச்சல், 728  
 கொய்வாலாகும் நிரப்பு தகைப்புகள், 301  
 கொய் விசைகள், 380  
 கொய்வின் இடைவீதம், 749  
 கொய்வு, 299, 303, 324  
 கொய்வுத் தகைப்புக்களின் சேர்க்கை, 300  
 கொய்வு, நிரப்பு தகைப்பினால், 301  
 கொய்வு விகாரம், 299  
 விசை வரிப்படம், 355  
 வீதம், 671  
 கோசின் தேற்றம், 241  
 எளிய பிரயோகங்கள், 242  
 கோசைன் தொடர், 17  
 கோணவுத்தம், 100  
 கோண வேகம், 56  
 கோணு, 266, 423  
 கோணுவின் விளிம்புகளின் வடிவம், 425  
 கோல்களின் முறுக்கல், 324  
 கோலொன்றின் சரிவான வெட்டுமீதுள்ள விகாரம், 302  
 கோள்களின் இயக்கம், 74  
 கோள ஒடொளரால் ஆகும் புலம், 237  
 கோளத்தின் வீழ்ச்சி, பிசுக்கு ஊடகத்தில், 687  
 கோளத்தினாலாகும் அழுத்தம், 249  
 கோளத்தினுலான கவர்ச்சி, 239, 242  
 கோளம், குழிவுப் பரப்பொன்றின் மீது இயக்கம், 128  
 கோள முனைவான்கூறுகள், 11, 111  
 கோளவோட்டிலுள்ள தகைப்புகள், 111  
 கோளவோட்டின் புலம், 237  
 கோளவோட்டினாலாகும் அழுத்தம், 248  
 கோளியக்கம், 73, 232  
 சக்கராப்போலி, 124  
 ஊசல், 125  
 சக்சிமித்தின் வளையத் தராசு, 464, 542  
 சக்தன், 562, 600  
 சக்தி, 62  
 சமன்பாடு, 65  
 சக்தி, நிலைச், 111  
 பரப்புச், 111

சக்தியின் மாற்றம், வெப்பநிலையுடன், 598

சக்தி, விதாரக, 361

விதைப்பான பொருளொன்றிற்கு, விகாரக, 102

சதமப் போயிசு, 620

சதலன்டின் மாநிலி, 658, 703

சமச்சீருசல, 182

சமநிலைப்படுத்தல், சுழலும் பொருள்களைச், 59

சமவெப்ப மீள்தன்மை, 346, 496

சமன்பாடு, சக்திக்கு, 65

சமாந்தர அச்சுத் தேற்றம், 78, 135

சமாந்தரத் தட்டுகளுக்கிடையே திரவத்தின் ஏற்றம், 550

சட்டவசல், 138, 141

சுடத்தின் ஏகபரிமாணப் பரம்பல், 236

சுடத்துவத் திருப்பத்தின் கணிப்பு, 75

திருப்பம், 75, 331

முக்கோணியின், 84

சுடத்துவம், 52

சவ்வு, குறையூடுபுகவிடும், 768

சாய்தட்டுக்களுக்கிடையே திரவத்தின் ஏற்றம், 550

சாய்தளத்தில் கீழ்முக ஆர்முடுகல், 106, 110

கீழ்முகமாக உருளும் பொருள், 106, 110

சாய்தளமொன்றில் இயங்கும் சிலலுமச்சாணி

யும், 109

வீச்சு, 55

சாய்தளமொன்றின்மீது இயக்கம், 106, 109

சாயந்த மயிர்த்துளைக் குழாயினூடான பாய்ச்சல், 637

சாரடினிகேக்கின் 7 வுக்கான பரிவு முறை, 275

சிறற்றைகள், 544

சிறு கோணவிலகல்களின் அளவீடு, 284

திரவக் குறிகாட்டியின் உறுதிப்பாடு, 552

சீராக சுமையேற்றிய வளை, 383, 399, 401

கூனலுற்ற வளை, 407, 411

சீரான ஆர்முடுகலுடைய இயக்கம், 51

இயக்கத்தின் மீது 9 யின் விளைவு, 201

கோளமொன்றின் ஆரைகளுக்கிடையே

யுள்ள கவர்ச்சி, 253

முடிவில்லாத தட்டொன்றால் ஆகும்

புலம், 244

வட்டவியக்கம், 59

வளை, மையச் சுமையைக் காவுகின்ற,

383

செஹெலியன், 257

சுமையேற்றிய சுரி விலவொன்றின் அலைவுகள், 123

சுயாதீனப் படி, 121

பரப்புச் சக்தியடர்த்தி, 524

சுரங்கப் பரிசோதனை, 259

சுரியல் ஆக்கத்தின் மீடிற்ன், 733

சுரிவில், நெருக்கமாகச் சுற்றப்பட்ட, 440, 123

சுற்றப்படாத, 445

சுரிவில்லின் திணிவுக்கான திருத்தம், 442

சுரிவிற்கன், நெருக்கமாகச் சுற்றிய, 440

சுரிவிற்களின் விரிவு, 440

சுருளி விற்கன்-சுரிவிற்களை ஒப்.

சுழல் திரவமொன்றினது சுயாதீனப் பரப்பின் வடிவு, 710

சுழலும் தட்டுப் பிசுபிசுப்பு மானி, 685

திரவ முறை, 9 யிற்குரிய, 198

திரவமொன்றினில் அழுக்கம், 712

பாய்மத்திலுள்ள உருளை மீது முறுக்கம், 671

பாய்மமொன்றிலுள்ள உருளை, 516

பொருட்களைச் சமன்செய்தல், 59

சுழற்சி எண்ணெய் வெற்றிடப் பம்பி, 669

சுழற்சிப் பிசுபிசுப்பு மானி, 669

சுழற்சியின் கணிநிலையச்சு, 105

சுழற்சி விதிகள், 100

சுழிப்பாரை, 75

சுற்றுத்தட்டு முறையாற் பிசுபிசுப்பு, 685

சுற்றும் பெருவளையம், 60

செஃப்ஃபர், 781

செக்கனுசல், 172

செங்குத்தச்சுத் தேற்றம், 90

செய்கருவி, D, 33

செயற்கைமுறை குறையூடுபுகவிடுகின்ற சவ்வுகள், 768

செருகிப் பாய்ச்சல், 748

செறிவுப் படித்திறன், 782

சென்ரீஸ், 570

சேன், 375, 432, 568, 680

சேளின் ஆய்கருவி, மீள்தன்மை மாநிலி களுக்கு, 432

யங்லின் மட்டுக்கு, 315

பிசுபிசுப்புமானி, 680

சைன் தொடர், 18

சோதனை அதைப்புச்சுத்தி, 201

செகிழி நிலை, 733

செகிழிமை, 734

சூப்பிரே சமன்பாடு, 535

சேஷ, 736

தகைப்பின் நீள்வளையம், 307

தகைப்பு, 298

தகைப்புக்கள், கூனலால் தூண்டப்பட்ட, 388

தொடலியும் செவ்வனும், 301

மெல்லிய உருளையோடொன்றி

னுப, 356

மெல்லிய மட்டையுரு உருளை

மில், 357

தகைப்பு விகாரப் படம், 315

தடித்த உருளையோடொன்றில் கூடும் மாறல்

கால ஆகினை கனவளவு மாற்றங்கள, 476

தடுக்கும் ஊடகமொன்றில் இயக்கம், 697

தடைப்பட்ட இயக்கம், 697

தூரின் பௌதிக அலைவுகள், 156

தலம்பேரின் தத்துவம், 91

தலைமைத் தளங்களும் தகைப்புகளும், 309

தளத்தினமீது கோளமொன்றின் மொத்தல்,

372

தலிப் பளிகுகள், 742

தனியுலோகப் பளிகுகள், 742

தாங்கல்களும் நிரல்களும், 449

தாரை வெளியகற்றுப் பம்பிகள், 804

தாழ் அழுக்கங்களின் அளவீடு, 820

உற்பத்தி, 804

அழுக்கத்தை அளத்தல், 820

தாழ்முகக மாணிகள், 820

மாணியின் தடை, 827

திட்டோப், 768

திண்மங்கள், மீள்தன்மை எல்லைக்கு மேல்,

310

திண்மங்களின் கனவளவு மட்டு, 489, 516

நெருக்கத்தகவு, 487, 516, 519

பாய்ச்சல், 733

திண்மக் கோணங்கள், 9

திண்மத்தின் நெருக்கத்தகவு, 486, 516

திண்மத்துடன் தொடரணியிலுள்ள திரவம்,

533

திணிவு, 52

திரவக் கூழ், 748

திரவங்களில் பிரவுன இயக்கம், 539

திரவங்களின் கனவளவு மட்டு, 471, 515

நெருக்கத்த || 171

நெருக்கத்தகவு, உபர் அழுக்க

களில், 515

பாய்ச்சல், 601

திரவங்களை ஈர்த்தல், 491

திரவத் தூளிகள், 418, 443

திரவப் படலங்கள், 606

பரப்பிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட தட்டு, 593

பரப்பிலிருந்து தட்டொன்றை வேருக்

கத் தேவையான விசை, 593

பாய்ச்சல், 619

திரவமொன்றின் பரப்பிலுள்ள தட்டொன்

றின் மீது இழுப்பு, 593

திரவிய கம்பி பற்றிய கொள்கை, 324

கம்பியொன்றில் விகாரச் சக்தி, 365

கோலினுள் தகைப்புக்களின் மாறல்,

328

வட்டவுருளை, 324, 365

திருத்தப்பட்ட ஸ்ரோக்சின் விதி, 691

திருத்தம், நழுவலுக்கான, 653

திருப்பம், சடத்துவத், 75, 331

திரொற்றன், 699, 737

துணிக்கையொன்றின் இயக்கவியல், 49

துளிகளின் அமைப்பு, 580

வடிவம், 554, 580

துளி-நிறை முறை, 579

திருத்திய, 583

துளியின் வடிவம், 418

துளியைச் சிதைத்தல், 580

தூய கூனல், 389

கூனற்றிருப்பம், 389

தைத், 485

தொகையீட்டுக் காரணி, 32

தொகை, இருதூல், 158

தொடங்குமையம், 136

தொடக்கத்திலே சரி நேரலலாத வளை, 393

தொடாந்த வளைகள், 466

தொடாபியற் கொள்கை, 289

தொடரின் கூட்டல், 28

தொடரிலித் தகைப்புக்கள், 355

தொடரிலை மாறுதன்மையுடைய தொகுதி,

748

தொடுகைக் கோணத்தின் அளவீடு, 534,  
577, 578

கோணம், 111

தொனிமானி, 494

தோற்ற நெருக்கத்தகவு, 475

தோற்றப் பிசுபிசுப்பு, 747

நடுநிலைப் பரப்பு, 389

நழுவலுக்கான திருத்தம், 653

நழுவற் பட்டைகள், 736

நனைக்கப்பட்ட தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள விசை,  
111

நியூற்றன், 51, 74, 178, 229, 255, 369,  
619, 687

நியூற்றன் பாய்ச்சல் ; திரவங்களின்,

பொறியியல், 51

முறையல்லாப் பாய்ச்சல், திரவங்  
களின், 746

நியூற்றனின் இரண்டாவது இயக்க விதி, 111  
சர்ப்பு விதி, 229

நிரந்தரமாக அமைக்கப்பட்ட வளை, 402

நிரப்பு சார்பு, 37

நிரல் கூனல், 449

நிரலின் உயர்வுயரம், 454

நிலைக்குத்தச்சுத் தேற்றம், 80

நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்ற சீரான  
கோலொன்றின் நீட்சி, 381

நிலைக்குத்தான தட்டுக்களுக்கிடையே திரவ  
மொனனின் ஏற்றம், 550,  
551

மயிர்த்துளைக் குழாயினூடு பாய்  
ச்சல், 635

நிலைக்குத்துக் குழாயொன்றுடே நெருக்க  
குந் திரவத்தின் பாய்ச்சல், 629, 635

நிலைக்குத்துப் பிசுபிசுப்புமானி, 638

நிலைச் சக்தி, 63, 252

நிலையான அமைப்பு, 309, 734

நிலையின்மையேற்றப்பட்ட சர்ப்புமானி, 208

நிறப்பட்டை முறை, 729

நீட்சிமானி, 316

நீண்ட நிரல்களின் கூனல், 449

கூனற்றிருப்பம், 111

நீண்டவூசல், 196

நீர்த்தாரைப் பம்பிகள், 111

நீராவியின் பிசுபிசுப்பு, 111

நீரியற் படித்திறன், 111

நீள்வளையத்தின் சில இயல்புகள், 12

நீள்வளையத்தின் பாதச் சமனபாடு, 15

முனைவுச் சமன்பாடு, 11

நீள்வளைய மண்டிலங்கள், 71

நுண் கம்பியொன்றின் இறக்கம், 417

விகாரத்தோடு சேர்ந்த விகாரச் சக்தி,  
364

நெட்டாங்குத் தகைப்பு, 356

நெத்தியூன், 234

நெருக்கத்தகவு, 345, 474, 496, 111

நெருக்கருந் திரவமொன்றின் உறுதிப் பாய்ச்  
சல், 622

நேர்கோட்டியக்கம், 49

தடுக்கும் ஊடகத்தில், 697

நேர்கோடொன்றில் ஆர்முடுகனுடைய இயக்  
கம், 51

நேர்மாறு வர்க்கவிதியின் கீழ் இயக்கம், 111

நொண்டை, 767

பக்க விகாரம், 323

பகுதி வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள், 41

படலங்கள், என்னெனய்ப், 111

ஒழுங்கிய, 606

ஒருமூலக்கூற்றுப், 603

படிகத்தின் விதைப்பு, 338

பம்பிகள், 797

பம்பிகளின் கதி, 798

கதியைப் பரிசோதனை முறைப்படி  
துணிதல், 802

பரக்கோர், 599

பரப்பமுகம், 459

பரப்பளவின் இருபடித் திருப்பம், 391

பரப்பளவுத் திருப்பம், இரண்டாவது, 391

பரப்பிழவை, 523

உலோகங்களின், 601

பரப்பிழவைக்கான இழைமுறை, 565

பரப்பிழவைக்குச் சாதாரண தராசு முறை,  
564

பரப்பிழவைக்குரிய குற்றலைகள் முறை, 586

பரப்பிழவை, சவர்க்காரக் கரைசலின், 111

பரப்பிழவைத் தராசு, 568

பரப்பிழவை, நிலையியல் இயக்கவியல் முறை

களை ஒப்பிட்டு, 591

புற்றியல்புவளைப் பிரசினங்கள்,

591



பரப்பிழுவை மாறல், வெப்பநிலையுடன், 596

பரப்பிழுவையின் அளவீடு, 556

பரப்பின் வளைவும் பரப்பிழுவையும், 527

பரப்புக்கள் நனைபடல், 533

பரப்புச் சக்தி, 522

சக்திக்கும் பரப்பிழுவைக்கும் இடையி

லுள்ள தொடர்பு, 523

பரப்புப் படலங்கள், 601

பரவல், 780

வீதம், 782

பரவலுக்குத் தொட்டி முறை, 784

பரவலுக்குரிய சாடி முறை, 787

பரவற் குணகம், 782

சமன்பாடு, 783

பம்பிகள், 810

பம் பியின் கோட்பாடு, 810

பரிதித் தகைப்பு, 356

பரிவு முறை, 7 வுக்கு, 275

புளியகுகள், 739

தனிபையான, 742

பற்றிகள், 819

பற்றுதல், 818

பாய்மத்திலுள்ள தட்டின்மீது முறுக்கம், 685

பாய்மத்திற் சுழலும் தட்டு, 685

பாய்மங்களின் சமவெப்ப வளையிகள், 505

பாயுந் தன்மை, 521

பிங்குளம், 734

பிசுக்குப் பாய்மங்கள் பற்றி நியூற்றனின்

கருதுகோள், 619

பாய்மமொன்றில் இயக்கம், 730

பிசுபிசுப்பு, 620

இயக்கத்தியற், 620, 730

பிசுபிசுப்புக்கான சதலண்டின் சூத்திரம்,

658, 703

சுழலும் உருளைப் பரிசோதனை, 680

பிசுபிசுப்பு, குழாய்நீரின், 638, 627

தாழ்வெப்பநிலைகளில் வாயுக்க

ளின், 683

திரவங்களின், 622

தோற்றப், 747

பிசுபிசுப்பும் மடக்கைக் குறைப்பும், 684

பிசுபிசுப்புமானி, ஆவிகளுக்கான றங்கினின்,

663

பிசுபிசுப்புமானிகள், 627, 642, 749

தொடர்பளவீடுகளுக்

கான, 642

பிசுபிசுப்புமானி, வாயுக்களுக்காக றங்கினின்,

658

பிசுபிசுப்பு மாறுதல், வெப்பநிலையுடன், 629,

702

பிசுபிசுப்பு, வாயுக்களின், 649, 675

பீயர்ன், 678

பிரசாரண அழுக்க அளவீடுகள், 770, 774

அழுக்கம், 769

அழுகமும் வெப்பநிலையும், 772,

779

அழுக்க விதிகள், 771

பிரசாரணம், 767

பிரசாரணமானி, 774

பிரசாரண விதிகள், 771

பிரயோகப் பெளதிகவியலின் வகையீட்டுச்

சமன்பாடுகள், 31

பிரானி மானி, 827

பிரைஸ்-யோன்சினின் பிசுபிசுப்புமானி, 750

பிரௌன், ஆர். சி., 551, 583, 586

பிரௌன் அசைவுகள், 755

அசைவுறுகின்ற துணிகையொன்

றின் பெயர்ச்சி, 761

பிளாற்றேவின சிறுகோளம், 580

பிற்தோ குழாய், 721

நிலையிற் குழாய், 721

பிறங்கல் பம்பி, 806

பிறிஜ்மான, 507

பிறௌன், 272

புவாசேமின சமன்பாட்டிற்கான திருத்தங்கள்,

647

சமன்பாடு, 624

புவியின் அடர்த்தி, 254

திணிவு, 254

புவியீர்ப்பால் ஆகும் இயக்கம், 53

புவியீர்ப்பில் மாறல்கள், 208

புவியீர்ப்பின் தனியாளத்தல் பற்றி இந்நா

ளைய ஆராய்ச்சி, 192

மீது புவிச் சுழற்சியின் விளைவு,

167

புவியீர்ப்பினில் இயக்கம், 53

புவியீர்ப்பு அளவைகள், 207

புவியீர்ப்புச் செறிவு, 138, 167, 176

புவியீர்ப்பு மாறலி, 230, 231

மையம், 151

புவியை நிறுத்தல், 254

புறமாற்றத்தக்க ஊசல், 179, 193

பூச்சிய நீளமுடைய வில்லுகள், 448  
 பூயெர், 255  
 பூரண மீள்தன்மையின் எல்லை, 309  
 பூரியோ பாகுபாடு, 16  
 தொடர், 22  
 பெசல், 182  
 பெயிலி, 265  
 பெயிலி, 265  
 பெருந்துளிகள், அடியிலிணைந்த, 554, 577  
 பெருவளையத் தகைப்பு, 356  
 பெறு, 45  
 பெறின், 760  
 பேக்கம்ஷோ, 601  
 பேக்கன், 474  
 பேக்கிலி, 774  
 பேனூயீ, 118  
 பேனூயீயின் சமன்பாடு, 714  
 தேற்றம், 544, 714  
 பேதலோ, 492  
 பேர்ச்சு, 797, 815  
 பொக்கெல்லஸ், 602  
 பொசிவுகளைக் கண்டுபிடித்தல், 838  
 பொதுத் தராசு முறை, 7 விற்கு, 281  
 பொதுமுக இழுவை, 531  
 பொய்சோன், 322  
 பொய்சோனின் விசித்தின் எல்லைப் பெறு  
 மானங்கள், 353  
 விசித்தம், 322, 353, 358, 409  
 459  
 விகாரமானியைப்  
 பயன்படுத்தி, 459  
 பொயின்ரிங், 265, 282, 336  
 பொயின்ரிங்வின் தராசுப் பரிசோதனை, 282  
 பொருந்தல் முறை, 143, 174, 181, 336  
 பொருளொன்றின் சுயாதீன வீழ்வு, 199  
 பொலன்யியின் மாதிரித் தளப்பளிக்ரு, 745  
 போடா, 170, 172  
 போயிஸ், 266, 273, 282, 565  
 போய்வின் பரிசோதனைகள், 7 பற்றி, 266  
 போயிசு, 620  
 போயிலின் விதி, 496  
 விதியினின்று விலகல்கள், 498  
 பொளதிகவியல் தராசொன்றின் அலைவுகள்,  
 156

மக்கிளொளட்டு மானி, 822  
 நடைமுறையிலுள்ள, 825  
 மானியின் கொள்கை, 823  
 மங்கனீன் அழுக்கமானி, 511  
 மட்டுக்கள், மீள்தன்மை, 314, 324, 344  
 மயிர்த்துளை அலைகள், 544, 585  
 அலைகளின் இழிவு வேகம், 546  
 ஏற்றம், 547, 551, 556  
 ஏற்றம், மாறிலி, 549  
 மயிர்த்துளைக் குழாயில் திரவமொன்றின் ஏற  
 தம், 547  
 குழாயினூடாகப் பாய்ச்சல், 622  
 மயிர்த்துளைமை ஏற்றத்துடன் தொடர்புள்ள  
 சக்தி, 551  
 மயிர்த்துளைமையால் ஏற்படும் ஏற்றம், 547,  
 551, 556  
 மரியற், 496  
 மலையில் பரிசோதனை, 256  
 மக்ஸ்வெல், 288, 297, 338, 684, 686  
 மக்ஸ்வெல் ஊசி, 338  
 மாஸ்கலின், 255, 256  
 மாதிரித் தனிப்பளிக்ருகள், 744  
 மாய்ச் சரிவு, 726  
 மாறிலித் தகைப்பை நிலைநிறுத்தல், 737  
 மாறுகின்ற சட்டத்துவத் திருப்பம் கொண்டு  
 சட்டமொன்றைத் தாங்குகின்ற சரிவிக்,  
 443  
 மானிக் காரணி, 458  
 மிகைவெப்பம் பெற்ற ஆவிகளின் பிசுபி  
 சுப்பு, 663  
 மில்லிகல், 208  
 மிலிக்கன், 675, 764  
 மிலிக்கனின் பிசுபிசுப்புமானி, வாயுக்களுக்கு,  
 675  
 மின்தடை விகாரமானி, 456  
 மீடிதன், சரியல் ஆக்கத்தின், 733  
 மீள்தன்மைக் கொள்கை, 297  
 மீள்தன்மைப் பொருள்கள், 297  
 மீள்தன்மை மட்டுகள், 315, 324, 345  
 மட்டுகளுக்கிடையேயுள்ள தொடர்  
 புகள், 346  
 மாறிலிகளின் அளவீடு, 232-37,  
 418  
 மாறிலிகளுக்கிடையேயுள்ள  
 தொடர்புகள், 346, 353

மின் தன்மை மாறிலிகளை அறிவதற்கான ஒளி  
மியல் முறைகள், 418, 420  
மீளமைவுக் குணகம், 369

முடிவு வேகம், 687, 697  
முரண்முறிவு வளைவு, 392  
முறுக்கல் அலைவுகள், 331  
முறுக்கற்றாசு, 261  
முறுக்கன் மாறிலி, 327, 340  
முனைநெம்பாகக் கம்பி, 417  
முனைநெம்பின் அதிர்வுகள், 414

திணிவுகரு அதிர்வுத் திருத்  
தம், 415  
திரவியத்திற்கு யங்மின்  
மட்டு, 412, 428

முனைநெம்பு, 385  
முனைநெம்பொன்றின் அலைவுகள், 414  
முனைவாள் கூறுகளில் வேகம், 67  
மூலக்கூற்றுக் கனவளவும் பரக்கோரும், 598  
மூலக்கூற்று நிறையைத் துணிதல், 773  
மூலக்கூற்றுப் பம்பிகள், 810

மெல்லிய கோளவோடொன்றினுள்ள தகைப்  
புக்கள், 355  
மெல்லிய படலங்கள், 601  
மேயரின் சூத்திரம், 650

மைய மண்டிலங்கள், 69  
மைய மண்டிலத்திற்குரிய சமனப்பாடு, 69  
மையவகற்சிக் கோளக் குழியினுள் ஈர்ப்புப்  
புலம், 253

மோல், 778  
மோதுகை மையம், 146

யங்மின் மட்டு, 314  
மட்டும் வெப்பநிலையும், 368  
மட்டு, வளைகளின் கூனலால், 405

யானோல்டு, 540

யூறேனசு, 234

யெசப், 423

யேகர், 580

யொலி, 281

ராங்கின், 658, 737

லஞ்சுவின், 763

லப்பினாஸ், 182, 529, 757

லப்பினாவின் வளிமண்டல விதி, 757

லா கொஸ்ரே, 218  
லாங்மூயர், 604, 799, 813  
லாடனபேக்கின் திருத்தம், 692  
லாமே, 477

லீசின் விதி, 87

லேடேபல்ட், 653

லே சாகேயி, 287

லே வேரியர், 234

வட்டத் தட்டின் அச்சிலுள்ள புள்ளியொன்  
றில் அழுத்தம், 248

வட்ட வளையத்தின் அலைவுகள், 132  
வளையத்தின் மீளத் தன்மை வடிவழிவு,  
460

வட்டவியக்கம், சீரான, 59

வில்லின் புவிவீர்ப்பு மையம், 152

குற்றலைகள், 154

வன்ட்வால்ஸ், 597

வரைபு முறை, 44, 139

வலிமை, ஈற்று, 311

வலு, 66

வளிமண்டல விதி, 757

வளியின் பிசுபிசுப்பு, 655

பிசுபிசுப்பைத் திட்டமாகத் துணிதல்,  
677

வளைகளின் கூனல், 380

வளைவு, 388

வளை பரப்பொன்றிற்குக் குறுக்கேயுள்ள  
அழுக்க வித்தியாசம், 527

வளையியொன்றின் பாதச்சமன்பாடு, 14

வளையின் இறுக்கம், 400

கோணல், அதைப்பிலிருந்து

கணித்த, 439

கோணலைத் துணிதலுக்குரிய பொது  
முறை, 400

மூலகத்தில் தாக்கும் விசைகளும்  
இணைகளும், 382

வளையொன்றின் திரும்பலைத் துணிதலுக்குரிய  
பொது முறை, 400

வளைவு விறைப்பு, 391

வாயுக்களின் ஆவியுயிர்ப்பு, குழாய்களூடு,  
650

கனவளவு மட்டு, 346, 496

நெருக்கத்தகவு, 503

பிரெளனா அசைவு, 764

வாயுநீக்கல், 818

வாயுவழுக்க நாப்புமானி, 211  
 நெருக்கத்தகவு, 345, 496  
 பிசுபிசுப்புக்கான சதஸன்டின  
 சூத்திரம், 703  
 வார் நழுவல், கப்பி மீது, 61  
**வாரன்**, 813, 820  
**வானே**, 768, 772  
 விகாரச சக்தி, 361  
 விகாரத்தோடு ஏற்படும் கனவளவு மாற்றம்,  
 323  
 விகாரம், 297  
 உணாதிறன் காரணி, 458  
 ஏற்படுதனுகையிற செய்யப்படும்  
 வேலை, 362  
 செய்யப்பட்ட வேலை, 362  
 விகாரமானி, 456  
 விகாரமானியுடன் உபயோகிப்பதற்கான  
 பாலம், 459  
 விசையாள் சில்லின் சடத்துவத் திருப்பம், 95  
 விசையுள் சடத்துவ விதியும், 52  
**வில்லபேப்பார்ஸ்**, 647  
 விழும் கோளப் பிசுபிசுப்புமானி, 688  
 விற்கனின் அலைவுகள், 123, 440  
 விறைப்பான பொருள், 297  
 பொருளொன்றின் திணிவு மைய  
 இயக்கம், 97  
 விறைப்பிற்கு இயக்கவியல் முறை, 331  
 விறைப்பின் அளவீடு, 329  
 மட்டு, 324  
 விறைப்பு, 324, 329  
 விறைப்புக்கான நிலையியல் முறை, 329  
 விறைப்பும் வெப்பநிலையும், 334  
 வெந்தூரிமானி, 719  
 வெப்பநிலையும் பரப்பிழுமையும், 596  
 பிசுபிசுப்பும், 629, 663, 702  
 பிரசாரண அழுக்கமும், 772,  
 779  
 மீள் தன்மையும், 334  
 வெப்பவினை மானி, 832  
 வெளிப்படுத்திய அழுக்கம், 797  
 வெற்றிடப் பம்பிகள், 806  
 வேகத்தினதும் ஆர்முடுகலினதும் முனைவாள்  
 கூறுகள், 67  
 வேக-நேர வளையி, 50  
 வேகப் படித்திறன், 620  
 வேகாட், 776

**வேதிங்ரன்**, 493  
**வேலை**, 62  
 வேற்றுமைப் பரப்பிழுமை, 603  
 வெளையொலி, ஈர்ப்புமானிலி பற்றி  
 ஆராய்ச்சி, 281  
**வோகல்**, 683  
 வோடின ஈர்ப்புமானி, 217  
**றிச்சேட்ஸ்**, 486  
**றிச்சேட்சன்**, 748  
 றாதின் விதி, 87  
 றாதின் விதிப்படி சடத்துவத் திருப்பம், 87  
**றெப்சோல்ட்**, 187  
**றெனஸ்**, 491, 629, 726, 730  
**றெனஸ்**, பிசுபிசுப்புமானி, 629  
**றேலி**, 525, 580, 602  
**றேனோ**, 475, 480, 498  
 றேனோவும் நெருக்கத்தகவும், 475  
**ஹாக்கின்ஸ்**, 580, 584  
 ஹாந்லி ஈர்ப்புமானி, 213  
**ஹிக்மான்**, 797, 805, 816  
**ஹிற்றேஃப்**, 796  
 ஹைக்கின் விதி, 309  
**ஹெம்மோல்ந்ஸ்**, 524  
**ஹெய்ல்ட்**, 147  
**ஹெர்ச்சல்**, 234  
**ஹைகன்**, 137  
 ஹைலின் ஆராய்ச்சி, 7 பற்றி, 272  
 ஹொலவெக்-லெயே தலைகீழ் கூசல், 208  
**ஹோட்டன்**, 334  
 ஸ்கொற மாற்றியமைத்த பிரானி மானிச்  
 சுற்று, 831  
**ஸ்கொலுக்கொஸ்க்கி**, 763  
**ஸர்ஸ்**, 486  
**ஸர்ஃபின்ஸ்**, 790  
**ஸ்ரோக்கின்** விதி, 687  
**ஸ்ரோக்ஸ்**, 261  
**ஸ்ரோக்கசன்**, 620  
**ஜமின்**, 479, 484

